图书在版编目(CIP)数据

小学五年级奥数训练100类举一反三./徐彪主编.
南京:南京大学出版社,2006.5
ISBN 7-305-04733-3

Ⅰ.小… Ⅱ.徐… Ⅲ.数学课-小学-教学参考
资料 Ⅳ.G624.503

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第042419号

书　　名　小学五年级奥数训练100类举一反三
编　　者　徐礼华
出版发行　南京大学出版社
社　　址　南京市汉口路22号　邮编 210093
发行电话　025-83596923　025-83592317　传真 025-83328362
网　　址　http://press.nju.edu.cn
电子邮件　nupress1@public1.ptt.js.cn
　　　　　sales@press.nju.edu.cn(销售部)
印　　刷　南京新洲印刷有限公司
开　　本　787×1092 1/16　印张 7.5　字数 187千
版　　次　2006年5月第1版　2006年5月第1次印刷
ISBN 7-305-04733-3/G·941
定　　价　8.50元

目　录

整数计算 1

整数四则计算是四年级学习的内容，竞赛中出现的整数计算，常常要根据计算中的数的特点，采用凑整、重组、拆小补大等方法，运用运算定律进行速算和巧算。

举一 典型题例

【例题】 计算：$1-3+5-7+9-11+\cdots-2003+2005$

【思路】 这道题中的数是 $1\sim2005$ 中的奇数，运算符号依次是 $-$、$+$、$-$、$+$、…，如果把题中各数的顺序改变进行重组，如 $(5-3)$，$(9-7)$，…，这样就得到若干 2，再加上 1，计算就简便了。本题还可以把相加的数的和与相减的数的和分别求出来，再把两个和相减，就可以得到结果。

【详解】

解法一：原式 $=1+(5-3)+(9-7)+\cdots+(2005-2003)$

$=1+2\times501$

$=1003$

解法二：原式 $=\underbrace{(1+5+9+\cdots+2005)}_{(2005-1)\div4+1=502}-\underbrace{(3+7+11+\cdots+2003)}_{(2003-3)\div4+1=501}$

$=(1+2005)\times502\div2-(3+2003)\times501\div2$

$=503506-502503$

$=1003$

【诀窍】 速算和巧算的关键是要分析题中各个数的特点，采用转化的方法，用凑整、拆数、重组、找基准数等技巧，使复杂的题目巧妙地计算出结果。

反三 好题精练

❶ 计算：$2003-2002+2001-2000+\cdots-4+3-2+1$

❷ 计算：$9+99+999+\cdots+\overbrace{999\cdots9}^{2003个9}$

❸ 计算：3333333333^2 中有多少个数字是奇数？

2 小数计算

小数四则混合运算常常可以简便运算，但也要仔细分析题目中各数的特点，确定运用什么方法，再运用乘法分配律和运算性质使运算简便。

举一 典型题例

【例题】 计算：$80.35\times0.25+4.197\times2.5+0.2903\times25+0.0865\times25$

【思路】 这道题是求四个积的和，如果把四个积先求出来再求和，显然计算量太大，比较繁琐。观察各数，可以发现 0.25、2.5、25 这几个因数有相同的数字 2 和 5，但小数点位置不同，把这几个因数转化成相同的因数，再运用乘法分配律，就可以使运算简便。

【详解】

解法一：原式 $=0.8035\times25+0.4197\times25+0.2903\times25+0.0865\times25$

$=25\times(0.8035+0.4197+0.2903+0.0865)$

$=25\times1.6$

$=40$

解法二：原式 $=80.35\times0.25+41.97\times0.25+29.03\times0.25+8.65\times0.25$

$=0.25\times(80.35+41.97+29.03+8.65)$

$=0.25\times160$

$=40$

【诀窍】 把某几个因数转化成相同的数要运用“一个因数扩大若干倍，另一个因数缩小相同的倍数，积不变”的性质。多积求和的计算题有相同的因数时才能运用乘法分配律进行简算。

反三 好题精练

❶ 计算：$0.279\times468+0.657\times279-1.25\times27.9$

❷ 计算：$4.83\times0.59+0.41\times1.59-0.324\times5.9$

❸ 设 $a=0.\underbrace{00\cdots0}_{9\text{个}0}125$，$b=0.\underbrace{00\cdots0}_{10\text{个}0}8$，求 $a+b$，$a-b$，$a\times b$，$a\div b$。

估算整数部分 3

在我们的日常生活中常常需要估算出一道算式的整数部分,知道大概是多少就行了,求一个算式得数的整数部分,常用估算的方法,不同的题目有不同的估算方法。

举一 典型题例

【例题】 设 $A=16\div(0.40+0.41+0.42+\cdots+0.59)$,求 A 的整数部分是多少?

【思路】 这道题的除数是 0.40、0.41、…、0.59,共 20 个数,运用等差数列求和公式可以求出这 20 个数的和,用 16 除以这个和可得到整数部分;简便的方法是用放缩法,把除数看作是 20 个 0.40 和 20 个 0.60,商在两者之间,这样就能比较容易地确定商的整数部分是多少。

【详解】

因为 $16\div(0.60\times20)<$ 商 $<16\div(0.40\times20)$

即 $1.\dot{3}<$ 商 <2

所以,A 的整数部分是 1。

【诀窍】 在小数四则运算中,得数的整数部分往往只与这些数的整数、十分位、百分位上的数计算结果有关,可用凑整、放缩、只求部分数等方法进行估算。

反三 好题精练

❶ 设 $A=0.4+0.44+0.444+\cdots+0.\underbrace{444\cdots4}_{100个4}$,求 A 的整数部分是多少?

❷ $20\div(0.50+0.51+0.52+\cdots+0.59)$ 的商的整数部分是多少?

❸ 设 $A=1+1\div2+1\div3+1\div4+1\div5+\cdots+1\div15+1\div16$,求 A 的整数部分是多少?

4 确定余数

在除法中，余数常常出现规律性的变化，有时余数会重复出现，两个数（甚至几个数）分别除以同一个数必出现相同的余数等，我们可以运用这些规律来解题。

举一 典型题例

【例题】 $\underbrace{55555\cdots5}_{2003个}\div3$，商是整数时余数是几？

【思路】 用 2003 个 5 组成的多位数除以 3，求出商的整数部分是十分繁琐而不可取的事，只能写出几个 5 来用竖式试除以 3，会发现余数重复出现，根据余数重复出现的规律就可确定这道除法算式商是整数时的余数了。

$$\begin{array}{r} 1831 \\ 3\overline{)55555\cdots} \\ \underline{3} \\ 25 \\ \underline{24} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 5 \end{array}$$

【详解】 从竖式上看出，每 3 个 5 组成的数，被 3 除正好整除，每次除得的余数分别是 2、1、0，把 2003 个 5，每 3 个 5 一节，还剩几个 5，就知道这道算式商是整数时的余数了。

$2003\div3=667\cdots2$，$55\div3$ 的余数是 1，所以这道题商是整数时余数是 1。

【诀窍】 要求一个多位数除以某数商是整数时的余数，一般先写出这个多位数的前几位来试除某数，找出余数重复出现的规律，再用这个多位数的位数除以周期数，从最后剩下的数中确定多位数除以某数商是整数时的余数。

反三 好题精练

❶ 选择：$0.354\div0.13=2.7\cdots$（　　）括号中应填

A. 3　　B. 0.3　　C. 0.03　　D. 0.003

❷ $\underbrace{888\cdots8}_{100个8}\div7$ 商是整数时余几？

❸ 有一列数，前两个数是 3 与 4，从第 3 个数起每一个数都是前两个数的和，这一列数中第 2003 个数除以 4 余几？

循环周期 5

循环现象具有周期性，10 个数的循环，周期是 10，7 个数的循环，周期是 7。有关循环的题目，要发现周期性，确定周期是几，根据周期数，就能容易地解答要求的问题。

举一 典型题例

【例题】 接连写 100 个 12，得到一个自然数：$\underbrace{121212\cdots12}_{200\text{位}}$，这个数除以 13 的余数是几？

【思路】 这道题具有周期性，要发现几个 12 组成的数，能被 13 整除。可以写出几个 12 来试除以 13，就可以知道多少个 12 能被 13 整除一次了。一共有 100 个 12，能被 13 整除几次还余下几个 12，再用余下的数除以 13，就得到 100 个 12 组成的数除以 13 的余数了。

【详解】

解法一：经试除，121212 能被 13 整除，即 $121212\div13=9324$，121212 是六位数，周期是 6。

$200\div6=33\cdots2$，余下的两位是 12，$12\div13=0\cdots12$，所以原题除以 13 余 12。

解法二：由于三个 12 组成的数能被 13 整除，把周期看作 3，$100\div3=33\cdots1$，余下的 1 表示 1 个 12，$12\div13=0\cdots12$，所以原题除以 13 余 12。

【诀窍】 找循环周期具有探索性，通过探索发现周期数就能顺利解题。求一串数除以某数的余数，要通过试除，看前多少位能被这个数整除，还余几，把余下的数除以某数，求出的余数就是原题要求的余数。

反三 好题精练

❶ 7^{2003}的个位是几？

❷ 70 个数排成一行，除了两头的两个数以外，其余每个数的 3 倍都恰好等于它两边的两个数的和，这 70 个最左边的几个数是：0，1，3，8，21，55，…

求：最右边一个数（第 70 个数）被 6 除余几？

❸ 有一串数排成一行，其中第一个数是 15，第二个数是 40，从第三个数起，每一个数恰好是前两个数的和，那么这一串数中，第 2003 个数被 3 除所得的余数是几？

6 循环小数

小数除法计算可能除尽，商是有限小数，如果除不尽，商是循环小数。循环小数问题也是周期性问题，循环节是几位，周期就是几，利用循环小数的周期数能解决很多有趣的问题。

举一 典型题例

【例题】 $3 \div 7$ 商的小数点后面第 2003 个数字是几？2003 个数字和是多少？

【思路】 计算 $3 \div 7 = 0.\dot{4}2857\dot{1}$，商是纯循环小数，循环节是六位，周期是 6，用 2003 被周期 6 除，商是表示循环节重复了多少次，余数表示下一个循环中的第几个数字；求 2003 个数字和，可以先求出一个循环节的数字和，再求出若干个循环节的和，再加上余下的几个数字的和。

【详解】 $3 \div 7 = 0.\underbrace{\dot{4}2857\dot{1}}_{\text{六位}}$，$2003 \div 6 = 333 \cdots 5$，$3 \div 7$ 商的小数点后面第 2003 个数字是 7；

一个循环节数字和：$4 + 2 + 8 + 5 + 7 + 1 = 27$，2003 个数字和：$27 \times 333 + (4 + 2 + 8 + 5 + 7) = 9017$。

【诀窍】 循环小数的有关题目，要通过计算，得出商，发现循环节是几位，周期就是几，用位数除以周期数，商是循环的次数，余数是几，就在一个周期中找出相应的数字。求一个循环小数若干位的数字和，要先求出一个循环节的数字和，再乘循环的次数还要加上余下的几个数，就是总和。

反三 好题精练

❶ $1 \div 14$ 商的小数点后面第 2003 个数字是几？2003 个数字和是多少？

❷ $35 \div 11$ 商的小数点后面 100 个数字和是多少？

❸ 有一列数：1，2，3，2，1，2，3，4，3，2，3，4，5，4，3，4，5，6，5，4，5，6，…这列数中，前 200 个数的和是多少？

个位数字

如果一道计算题中的数很多，但不要求计算出它的结果，而只要求出它的个位数字是几，或十位、百位上的数字是几，这类题目的解答，只要把有关的数位上的数字进行计算，有些题目也是有周期性的。

举一 典型题例

【例题】 $\underbrace{8\times8\times8\times\cdots\times8}_{2000个8}$ 的末位数字是几？

【思路】 这道题要求 2000 个 8 的连乘积的末位数字，只要求出一个 8、两个 8、三个 8…连乘积的个位数字分别是多少，看个位数字呈什么周期数的变化，再用 2000 除以周期数，看余数是多少，也就是最后几个 8 连乘积的末位数字就是 2000 个 8 连乘积的个位数字。

【详解】 因数都是 8 的连乘算式积的末位数字如下表：

几个 8 连乘	8	8×8	$8\times8\times8$	$8\times8\times8\times8$	$8\times8\times8\times8\times8$	$8\times8\times8\times8\times8\times8$	…
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
末位数字	8	4	2	6	8	4	…

从上表可看出因数都是 8 的连乘积的个位是 8、4、2、6 重复出现，周期是 4，$2000\div4=500$，所以 2000 个 8 连乘积的末位是 6。

【诀窍】 求算式结果的个位数字或某一位上的数字，先要确定只与哪些数位上的计算有关，计算出有关数位上数的结果，就可确定某一位上的数字是几。个位或某位上的数字往往会重复出现，通过试算，找出周期，就可确定结果的个位或某一位上的数字是几。

反三 好题精练

❶ $\underbrace{3\times3\times\cdots\times3}_{2003个3}$ 的末位数字是几？

❷ $S=1+11+111+1111+\cdots+\underbrace{11\cdots1}_{50个1}$，S 的百位数字是几？

❸ $2\times12\times22\times32\times\cdots\times2002$ 的个位数字是几？

8 添括号和运算符号

一道算式中没有括号，等号右边也给出了得数，如果按运算顺序计算，显然结果与右边的得数不相等，算式不能成立，但只要在适当的位置添上括号，改变原来的运算顺序，就可以使算式成立，这样的题目如何解答呢？

举一 典型题例

【例题】 在下式中填上最少的括号，使计算结果符合要求：

$1\div2\div3\div4\div5\div6\div7\div8\div9=2.8$

【思路】 这道题可以从右边的得数 2.8 **出发，因为** $2.8=28\div10$**，**$28=4\times7$**，**$10=2\times5$**，其中** 1 **是第一个数，做被除数，**2 **和** 5 **应做除数，被除数中一定要有** 4**，而** $(3\times6\times8)\div(4\times9)=4$**，**$4$ **和** 9 **必须做除数。被除数应是** $1,3,6,7,8$ **五个数的连乘积，分母应是** 2、4、5、9 **这四个数的连乘积，即** $(1\times3\times6\times7\times8)\div(2\times4\times5\times9)=2.8$**，再回来看算式中数的顺序，运用除法的性质可知，把** $2\div3$ **和** $5\div6\div7\div8$ **两部分加上括号即可。**

【详解】

$$\begin{aligned}&1\div(2\div3)\div4\div(5\div6\div7\div8)\div9\\=&1\div2\times3\div4\div5\times6\times7\times8\div9\\=&(1\times3\times6\times7\times8)\div(2\times4\times5\times9)\\=&2.8\end{aligned}$$

【诀窍】 解答添括号之类的题目一般可以从得数出发，要想得到这个结果应满足什么条件，也就是写出符合结果的基本算式，算式中的两个数又该如何求，结合左边的数和运算符号来思考，从而确定在什么地方添括号。

反三 好题精练

❶ 在下面的算式中添上括号，使等式成立。

(1) $6+36\div3-2\times4-1=5$

(2) $6+36\div3-2\times4-1=63$

(3) $6+36\div3-2\times4-1=45$

(4) $6+36\div3-2\times4-1=47$

❷ 在下面的算式中添上小括号和中括号，使等式成立。

$0.45-10-0.2+6.37\div0.7\times0.5=0.1$

❸ 在下面的 □ 中填上适当的数，并在算式中添上小括号和中括号，使等式成立。

$1\div6-2.8\times\square=0.125$

举一反三

数字谜题 9

各种数学竞赛中大多会出现数字谜题，学了整数，有整数谜题，学了小数和分数，就有小数和分数谜题。

举一 典型题例

【例题】 把右面乘法竖式中的“$\ast$”换成适当的数字，并确定原来第一个因数中的小数点位置。

$$\begin{array}{r} \ast\ \ast\ 2 \\ \times\qquad \ast\ \ast.\ast \\ \hline 6\ \ast\ \ast \\ \ast\ \ast\ \ast \\ \hline 1\ \ast\ \ast.6\ 0 \end{array}$$

【思路】 从积的末位是“0”出发，只有 $2\times5=10$，可知第二个因数十分位上应该是 5；从竖式部分积的对位排列来看，少了一个部分积，可知第二个因数的个位是 0；从积的最高位是 1 可知，两个因数最高位，可能是 1×1，或是十几的两个数，结果都是 1，经过试算是可以的。积的十分位是 6，可知第一个因数的中间的数只能是 3。从积的小数点位置可确定因数中小数点位置。

【详解】

$$\begin{array}{r} 1\ 3.2 \\ \times\qquad 1\ 0.5 \\ \hline 6\ 6\ 0 \\ 1\ 3\ 2 \\ \hline 1\ 3\ 8.6\ 0 \end{array}$$

【诀窍】 解数字谜的题目的思考方法是从题中给出的已知数出发，逐步进行推导，有时有两种或三种可能，逐一试算，不能与题中的条件产生矛盾。文字形式的谜题，不同的汉字代表不同的数字，相同的汉字代表相同的数字，也要用逐步推理的方法。

反三 好题精练

❶ 解下面的算式谜。

$$\begin{array}{r} \ast.\ \ast\ \ \ast \\ \times\qquad 8.\ 9 \\ \hline \ast\ \ \ast\ \ \ast\ \ \ast \\ \ast\ \ \ast\ \ \ast \\ \hline \ast.\ \ast\ \ \ast\ \ \ast \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \ast8.\ast7 \\ \ast\ast\overline{)\ast\ast\ast\ast\ast.\ast\ast} \\ \underline{\ast\ast\ast} \\ \ast\ast \\ \underline{\ast\ast} \\ \ast\ast \\ \underline{\ast\ast} \\ 0 \end{array}$$

❷ 下面两个算式中，相同的汉字表示相同的数字，不同的汉字表示不同的数字，试解出这两道算式。年年 × 岁岁 = 花相似　岁岁 ÷ 年年 = 人 ÷ 不同

❸ 下面算式中的“民、富、国、强”所表示的四个数字的和是（　　）。

（国富 + 民富）× 强强 = 2002

10 奥妙的幻方

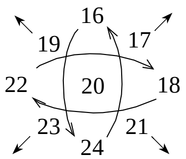
幻方，在我国古代称为“九宫算”、“纵横图”。在国外，有人认为它变化无穷，变幻莫测，因此取名“幻方”。

举一 典型题例

【例题】 把 16～24 九个数填在右面空格中，使每行、每列、每条对角线上三个数的和都相等。

【思路】 早在七百多年前我国宋代著名的数学家杨辉用四句话解决了三阶幻方的填写方法：九子斜排，上下对易，左右相更，四维突出。

即



得

19	24	17
18	20	22
23	16	21

【详解】 见左图。

一般的思考方法是：先求总和：$(16+24)\times 9\div 2=180$，再求每行、每列、斜行的和：$180\div 3=60$；确定中间数为 20，四角数为四个奇数：17、19、21、23；安排另外四个偶数：16、18、22、24，使每行、每列、斜行的和都是 60。

【诀窍】 解答九宫三阶幻方可以按杨辉归纳的四句话很快填出。一般的思考方法是：先确定给出的 9 个数是否成等差数列，如果是等差数列先求总和与每行每列的和；以 9 个数中的中间数放在中格；如最小数是偶数，就把四个奇数放在四角，如最小数是奇数，就把四个偶数放在四角；最后安排另外四个数。

反三 好题精练

❶ 如图(1)，将 6、9、12、18、24、27、30 这七个数填入下图的空格中，使每行、每列、每条对角线上三个数的和都相等。

15		
		21

图(1)

图(2)

4.33		?
	8.80	

图(3)

❷ 如图(2)，将 3.3、3.7、4.1、8.9、9.3、9.7、14.5、14.9、15.3 这九个数填在九宫中，使每行、每列、每条对角线上三个数的和都相等。

❸ 如图(3)，要使九宫中每行、每列及每条对角线的三个格中的三数之和都等于 19.95，有“？”的格内所填的数是多少？

数　阵 11

所谓数阵，就是用数（一般是自然数）按一定的要求和规律组成特定的形状或布成特定的阵势。解答数阵问题就是填出能符合要求的数字。所以数阵问题与幻方问题都是具有独特形式的填数字问题。

举一 典型题例

1	3	5	7
7			1
★	★		

【例题】　在图中方格表的每个方格中填入一个数字，使得每行、每列及每条对角线上的四个方格中的数字都是 1、3、5、7，那么表中带★的两个方格中的数字之和等于多少？

【思路】　从要求来说，第一列中的★只能是 3 或 5，假如是 3，第一列的第三个数一定是 5，从左下到右上对角线另两格就是 1 和 5，出现 3、1、5、7，而第三列已有 5，造成与题意规定矛盾，所以第一列第四格只能填 5，这样就可按要求把每格填满。

【详解】　填法如下图。

1	3	5	7
7	5	3	1
3	1	7	5
5	7	1	3

图中带★的两个方格中的数字之和是：7 + 5 = 12

【诀窍】　数阵的布列要从已填好的数字出发，由此可确定某行或某列的一个方格内填的数字有几种可能，先按一种可能去填，如出现与题意相矛盾的情况，就按另一种可能去填，一定会填成功。

反三 好题精练

❶ 如图⑴，只用 6、7、8、9 这四个数字，每个数字分别用四次，填入下面空格中，使每行、每列、每条对角线四个方格内都有 6、7、8、9。

图⑴

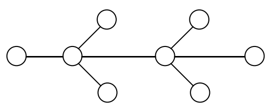


图 2

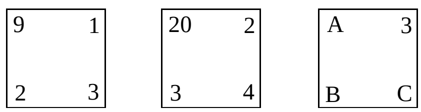


图 3

❷ 在图⑵所示的小圆圈内，试分别填入 1、2、3、4、5、6、7、8 这八个数字，使得图中用线段连接的两个小圆圈内所填的数字之差（大数字减小数字）恰好是 1、2、3、4、5、6、7 这七个数。

❸ 如图⑶，三个正方形内的数有相同的规律，请你找出它们的规律填出 B 和 C，再确定 A 是多少？

12 数阵中围数

把一些数按一定规律排列起来，成了一个数阵，把这个数阵中的几个数按一定要求用正方形、长方形围起来，这类题目叫数阵中围数。

举一 典型题例

【例题】 把 1～200 这 200 个数像右表那样排列，用正方形框子围住横的三个数、竖的三个数，使围住的九个数的和是 162，应该怎样围？

1	2	3	4	5	6	7
…	…	…	…	…	…	…
197	198	199	200			

【思路】 上列数表每 7 个数一行，每行、每列的三个数都成等差数列，每行相邻三个数的中间数是这三个数的平均数，正方形方框中的中间数就是围起来的九个数的中间数。因此先求出中间数，就可确定怎样用正方形围出九个数了。

【详解】 解法一：中间数是：$162 \div 9 = 18$，围法如右。

10	11	12
17	18	19
24	25	26

解法二：可先确定九个数的最小数：$[162 - (1+2+7+8+9+14+15+16)] \div 9 = 10$，从数 10 起向右、向下数三个数，也可围成上图。还可先确定九个数中的最大数。

【诀窍】 数阵中围数的方法一般是求中间数或最小数或最大数，确定了一个数就可按要求围数了。围九个数时，一般要把总和除以 9 就得到中间数，但一定要先观察分析数表中数的排列规律，不同的规律和不同的要求就有不同的计算方法和围法。

反三 好题精练

❶ 把 1～100 的数排成右面的数表，在这个数表里面，把横的三个数、纵的三个数（中间的一个数为公共数）一共五个数，若使围起来的五个数的和为 370 或和为 135，应该怎样围？

1	2	3	4	5	6	7
…	…	…	…	…	…	…
99	100					

❷ 将 1 至 1001 各数如右图格式排列，用一个正方形框入九个数，使总和为 ⑴ 1986；⑵ 2529；⑶ 1989，是否能办到？如果办不到说明理由，如果办得到，写出正方形里的最大的数和最小的数。

1	2	3	4	5	6	7
…	…	…	…	…	…	…
995	996	997	998	999	1000	1001

❸ 右图是 2002 年 1 月份的月历表。请在这个月历表中寻找若干组（越多越好）表示日期的数，使每组 ⑴ 4 个日期数；⑵ 4 个数的平均数是 18；⑶ 4 个数依次连续相邻（正方形、横线、竖线、斜线），请写出至少 4 组符合要求的数。

日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

平 方 数 13

由于 $1^2=1$，$2^2=4$，$3^2=9$，$4^2=16$，…我们把 1、4、9、16、25、36、49、…这样的数称为平方数。在所有的自然数中，平方数的个位数字有一定的规律，据此可以判断一个数是不是平方数。运用平方数的特点可以解决一些实际问题。

举一 典型题例

【例题】 某部队组织所有战士进行队列训练，全体战士排队时，如果每行 24 人，26 行排不完，27 行又不够；如果每行 23 人，27 行排不完，28 行又不够。后来教练员调整了队形，正好排成每行人数和行数相等的队形。求参加列队的战士有多少人？

【思路】 战士排队每行 24 人 26 行排不完，27 行又有余，可以求出人数的范围；每行 23 人，27 行排不完，28 行又有余，又可以确定人数范围，把这两个表示范围的人数进行比较且确定在范围内的一个平方数，就是战士的人数。

【详解】 $24\times26=624$（人），$24\times27=648$（人），$23\times27=621$（人），$23\times28=644$（人）。可知战士人数大于 624 而小于 644，设调整后的每行人数和行数都为 K，可知：$624<K^2<644$，$K^2=625$，即每行 25 人，可排成 25 行。所以，战士人数为 625 人。

【诀窍】 平方数的个位数字分别为 1、4、9、5、6，如果一个数的个位是 2、3、7、8，这个数肯定不是平方数；要求两个数之间有多少个平方数，可以先求出最小的平方数和最大的平方数，如最小的平方数是 a^2，最大的平方数是 b^2，则平方数的个数为：$(b-a+1)$（个）。

反三 好题精练

❶ 判断下列哪些数是平方数。

3647，6889，3048，5625

❷ 在 200～2000 中有多少个平方数？

❸ A是由 2002 个“4”组成的多位数，即 $\underbrace{4444\cdots4}_{2002个4}$。A是不是某个自然数B的平方？如果是，写出B；如果不是，请说明理由。

14 按规律填数

把一些数排列起来，称为数列。数列中的数是按一定规律排列起来的，可能从小到大或从大到小，可能是等差数列或乘上一个相同的数得到下一个数。同样一个数列还可以从不同的角度去发现不同的规律，这就要仔细观察、分析，才能填出数列中缺少的数。

举一 典型题例

【例题】 数列 12345，12354，12435，12453，12534，12543，…，54213，54231，54312，54321，自左至右的第 70 个数是多少？

【思路】 题中各个数都是由 1、2、3、4、5 组成的由小到大排列而成的，由 1 做最高位组成的五位数有 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$（个），由 2、3、4、5 做最高位组成的五位数都是 24 个。最高位是 1、2、3 组成的五位数共有 72 个，第 70 个数是 72 个从小到大排列的倒数第三个。

【详解】 每一个数字做最高位的五位数共有：$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$（个），用 1、2、3 分别做最高位的五位数共有 72 个，即 12345，…，35241，35412，35421，所以这列数的第 70 个数是 35241。

【诀窍】 按规律填数的关键是要观察、分析数列中已给出的数之间存在什么关系，通过加、减同一个数得出后面的数成等差数列 通过乘、除以同一个数得出后面的数叫等比数列。复杂一点的是前、后两个数既用了加、减法也可能又用了乘、除法。只有找准了规律，就可以按规律填出恰当的数了。

反三 好题精练

❶ 找出规律，在括号里填出恰当的数。

0.5　　1.5　　4.5　　（　）　（　）　（　）

❷ 数列 1，5，14，30，55，91，…中的第 12 个数是多少？

❸ 自然数按规律排成了如下面的三角形数阵。2001 是第（　）行左起第（　）个数。

1

2　3

6　5　4

7　8　9　10

15　14　13　12　11

16　17　18　19　20　21

…