

图书在版编目(CIP)数据

小学四年级奥数训练 100 类举一反三. / 徐彪主编.  
南京: 南京大学出版社, 2006.5  
ISBN 7-305-04732-5

I. 小... II. 徐... III. 数学课 - 小学 - 教学参考资料 IV. G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2006)第 042420 号

书 名 小学四年级奥数训练 100 类举一反三  
编 者 徐 彪  
出版发行 南京大学出版社  
社 址 南京市汉口路 22 号 邮编 210093  
发行电话 025-83596923 025-83592317 传真 025-83328362  
网 址 <http://press.nju.edu.cn>  
电子邮件 [nupress1@public1.ptt.js.cn](mailto:nupress1@public1.ptt.js.cn)  
[sales@press.nju.edu.cn](mailto:sales@press.nju.edu.cn)(销售部)  
印 刷 扬中市印刷有限公司  
开 本 787×1092 1/16 印张 7.75 字数 190 千  
版 次 2006 年 5 月第 1 版 2006 年 5 月第 1 次印刷  
ISBN 7-305-04732-5/G·940  
定 价 8.50 元

---

\* 版权所有,侵权必究

\* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购  
图书销售部门联系调换

# 举一反三

## 目录

1 寻找规律巧填数 .....	( 1 )	32 积、商的变化规律 .....	( 32 )
2 从数表中找规律 .....	( 2 )	33 加减法的错中求解 .....	( 33 )
3 加减法算式谜 .....	( 3 )	34 乘除法的错中求解 .....	( 34 )
4 乘除法算式谜 .....	( 4 )	35 归一应用题 .....	( 35 )
5 文字算式谜 .....	( 5 )	36 归总应用题 .....	( 36 )
6 横式数字谜 .....	( 6 )	37 学会分析应用题 .....	( 37 )
7 火柴棒游戏 .....	( 7 )	38 画图解应用题 .....	( 38 )
8 等差数列 .....	( 8 )	39 巧妙解应用题 .....	( 39 )
9 等差数列求和 .....	( 9 )	40 加法原理 .....	( 40 )
10 等差数列的应用 .....	( 10 )	41 乘法原理 .....	( 41 )
11 移多补少求平均数 .....	( 11 )	42 两种原理的综合运用 .....	( 42 )
12 根据平均数求个别数 .....	( 12 )	43 乘方数 .....	( 43 )
13 和倍问题 .....	( 13 )	44 书本的页码 .....	( 44 )
14 寻找隐藏的和与倍 .....	( 14 )	45 整数的分拆 .....	( 45 )
15 差倍问题 .....	( 15 )	46 辐射型数阵图 .....	( 46 )
16 分清关系 巧用差倍 .....	( 16 )	47 封闭型数阵图 .....	( 47 )
17 和差问题 .....	( 17 )	48 复合型数阵图 .....	( 48 )
18 多种数量的和与差 .....	( 18 )	49 巧填幻方 .....	( 50 )
19 和、差、倍综合问题(一) .....	( 19 )	50 方阵问题 .....	( 51 )
20 和、差、倍综合问题(二) .....	( 20 )	51 容斥原理(一) .....	( 52 )
21 简单的年龄问题 .....	( 21 )	52 容斥原理(二) .....	( 53 )
22 稍复杂的年龄问题 .....	( 22 )	53 除法与余数 .....	( 54 )
23 加减法的巧算 .....	( 23 )	54 周期问题(一) .....	( 55 )
24 乘除法的巧算(一) .....	( 24 )	55 周期问题(二) .....	( 56 )
25 乘除法的巧算(二) .....	( 25 )	56 长方形和正方形的周长 .....	( 57 )
26 奇数和偶数 .....	( 26 )	57 巧妙求周长 .....	( 58 )
27 奇偶分析 .....	( 27 )	58 长方形和正方形面积 .....	( 60 )
28 定义新运算 .....	( 28 )	59 巧妙求面积 .....	( 61 )
29 数简单图形 .....	( 29 )	60 图形的变换 .....	( 63 )
30 数复杂图形 .....	( 30 )	61 剪拼图形 .....	( 64 )
31 和、差的变化规律 .....	( 31 )	62 立体图形 .....	( 65 )

# 奥数100米

63	等量代换(一) .....	(66)	82	真真假假 .....	(88)
64	等量代换(二) .....	(67)	83	在复杂条件下推理 .....	(89)
65	消去问题(一) .....	(68)	84	抽屉原理(一) .....	(91)
66	消去问题(二) .....	(69)	85	抽屉原理(二) .....	(92)
67	植树问题 .....	(70)	86	抽屉原理的应用 .....	(93)
68	植树问题的应用 .....	(71)	87	行程问题 .....	(94)
69	还原与倒推 .....	(72)	88	较复杂的行程问题 .....	(95)
70	列表还原 .....	(73)	89	相遇问题(一) .....	(96)
71	盈亏与比较 .....	(74)	90	相遇问题(二) .....	(97)
72	先转化再比较 .....	(75)	91	追及问题(一) .....	(98)
73	鸡兔同笼与假设 .....	(76)	92	追及问题(二) .....	(99)
74	巧假设 妙解题 .....	(77)	93	环湖行程问题.....	(100)
75	直线的交点 .....	(78)	94	列车过桥问题.....	(101)
76	有趣的一笔画 .....	(79)	95	河水中的航行问题.....	(102)
77	多笔画问题 .....	(81)	96	最短路线问题.....	(103)
78	一笔画与多笔画的应用问题 .....	(83)	97	标点法与流程图.....	(104)
79	对应推理 .....	(85)	98	最大与最小.....	(105)
80	与计算有关的推理 .....	(86)	99	数学游戏.....	(106)
81	体育比赛中的推理 .....	(87)	100	简单的规划问题 .....	(107)
				参考答案.....	(108)

# 举一反三 寻找规律巧填数 1

我们把按某种规律排列成的一列数叫做数列,数列中的每一个数都叫做这个数列的项。通过观察已知的项,找出所给数列的排列规律,并依据规律填写所缺的数,就是按规律填数。



## 典型题例

**【例题】** 找出下面数列的规律,并根据规律在括号里填出适当的数。

(1) 11, 15, 21, 29, 39, ( ) , 65 ;

(2) 6, 1, 8, 3, 10, 5, 12, 7, ( ) , ( ) 。

**【思路】** (1) 先计算相邻两数的差,  $15 - 11 = 4$ ,  $21 - 15 = 6$ ,  $29 - 21 = 8$ ,  $39 - 29 = 10$ , 由此可以推知这些差依次为 4, 6, 8, 10, 12, 14。这样括号里的数应比 39 多 12, 比 65 少 14。

(2) 仅从相邻的两个数难以看出这列数的排列规律。这时我们不妨隔着一个数来观察, 就会发现这列数是由两列数复合而成的。第一列数是 6, 8, 10, 12, 14, ... , 每两个数的差是 2 ; 第二列数是 1, 3, 5, 7, 9, ... , 每两个数的差也是 2。

**【详解】**

(1) 11, 15, 21, 29, 39, (51) , 65

(2) 6, 1, 8, 3, 10, 5, 12, 7, (14) , (9)

**【诀窍】** 怎样从数字排列中找规律呢? 一要开动脑筋, 细心观察题目中数字的特征; 二要灵活运用整数的有关知识, 加、减、乘、除的计算法则及它们之间的关系, 并进行合理的推想, 认真分析题目中所给数据与未知数据的关系, 从中发现规律。有时还须要将一列数分成两个数列, 分别找出它们各自的变化规律。



## 好题精练

① 在下面各数列的括号中填入合适的数。

(1) 9, 11, 15, 21, 29, ( ) , 51 ;

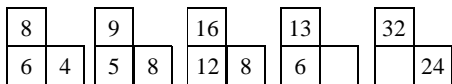
(2) 3, 4, 5, 8, 7, 16, 9, 32, ( ) , ( ) 。

② 有一列由三个数组成的数组, 它们依次是(1, 5, 10); (2, 10, 20); (3, 15, 30); ;.....。

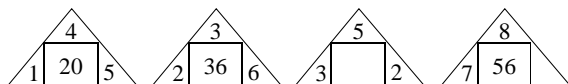
问: 第 8 个数组内三个数分别是多少?

③ 按规律在“?”处填数。

1



2



# 奥数100类

## 2 从数表中找规律

把一些数按一定的规律排成一个形状,就叫数表。数表的排列规律同样是比较隐蔽的。从数表中找规律,不仅可以启迪我们的思维,开阔我们的思路,增长我们的智慧,而且也很有趣味。希望你能喜欢它。

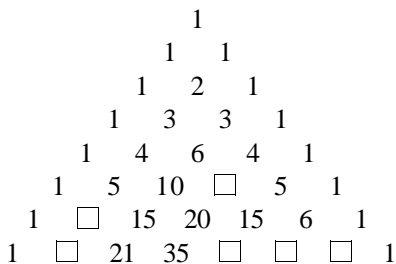


### 典型题例

**【例题】** 下面是一个用数字组成的大三角形,先观察数表的排列规律,然后填出所缺的数。

**【思路】** 这个三角形的每一行都是从1开始,又到1结束,使这个三角形的两条边都由数字1组成。再看各行的数,可以发现:每行上的每一个数都是上一行相对应的两个数的和。

**【详解】** 第六行应填:  $6+4=10$ ; 第七行应填:  $1+5=6$ ; 第八行从左到右应依次填:  $1+6=7$ ,  $20+15=35$ ,  $15+6=21$ ,  $6+1=7$ 。



**【诀窍】** 对于较复杂的按规律填数的问题,我们可以从以下几个方面来考虑:①对于几列数组成的规律,需要我们灵活地思考,综合运用知识,一种方法不行,就换另一种方法再分析;②对于数表中的规律,要从每一行的情况以及行与行之间的情况加以考虑;③对于找到的规律,应该适合这组数中的所有数或这组算式中的所有算式。



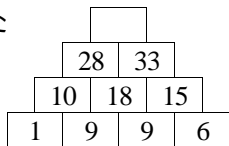
### 好题精练

① 图①的空格中应填多少?

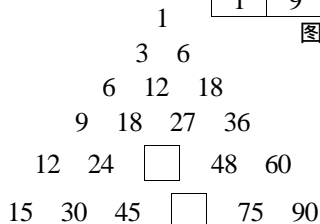
② 将自然数  $1, 2, 3, 4, \dots$  按照图②的顺序排列在正方形格子里,“?”处应填什么数?

16							
11	17						
7	12			?			
4	8	13					
2	5	9	14				
1	3	6	10	15			?

图②



图①



图③

③ 观察图③已给出的数表,并按规律填空。

# 举一反三 3

## 加减法算式谜

从这一讲开始,我们要学习一种非常有趣的数学游戏——智破数字谜。“数字谜”指的是在某些算式中含有一些用符号、文字、字母表示的待定数字,或是缺少运算符号,题目要求我们填出所缺部分,使算式成立。首先,我们来研究“加减法算式谜”。



### 典型题例

**【例题】** 在下面算式的□里填入合适的数字,使算式成立。

$$\begin{array}{r} \square 0 \square \square \\ - 3 \square 1 6 \\ \hline 4 8 5 7 \end{array}$$

**【思路】** 根据加、减法规则和加、减互为逆运算的关系,算减法时可以想加法。看个位,减数的个位是6,差的个位是7,根据“差+减数=被减数”得 $7+6=13$ ,被减数个位应填3,向十位借1。看十位, $5+1=6$ ,加上个位借走的1等于7,所以被减数的十位应填7。看百位,0减8不够减,向千位借1后得10, $10-8=2$ ,所以减数百位上的□里应填2。看千位, $4+3=7$ ,加上百位借走的1等于8,所以被减数千位上应填8。

**【详解】**

$$\begin{array}{r} 8 \square 7 \square \\ - 3 \square 1 6 \\ \hline 4 8 5 7 \end{array}$$

**【诀窍】** 加减法算式谜题目的解答主要是根据加、减法的计算法则以及加、减互为逆运算的关系。做加法时可以想减法,做减法时可以想加法。在填的时候,加法要注意进位,减法要注意退位。



### 好题精练

① 在下面算式的□里填上合适的数,使算式成立。

$$(1) \begin{array}{r} 6 \square \square \\ + 2 \square 1 5 \\ \hline \square 0 9 1 \end{array} \quad (2) \begin{array}{r} \square 0 \square \square \\ - 3 \square 1 7 \\ \hline 2 8 5 6 \end{array}$$

② 在下面□里填上适当的数,使算式成立。

$$(1) \begin{array}{r} \square 6 4 \\ 7 \square 3 \\ + 4 8 \square \\ \hline \square 0 4 2 \end{array} \quad (2) \begin{array}{r} \square \square 3 \\ - \square \square \\ \hline 8 \end{array}$$

③ 下面的算式中,六个□代表六个数字(数字可以相同)。问这六个数字的和是多少?

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ + \square \square \square \\ \hline 1 9 9 7 \end{array}$$

# 奥数100类

## 4 乘除法算式谜

“算式谜”是一种有趣的数学问题,它的特点是在算术运算的式子中,使一些数字或运算符号“残缺”,要我们根据运算法则,进行判断推理,从而把“残缺”的算式补充完整。研究和解决算式谜问题,有利于培养我们观察、分析、归纳、推理等思维能力。



### 典型题例

【例题】在右面的( )里填数,使算式成立。

【思路】从已知数入手,根据乘法口诀填数,寻找除数、被除数与商的关系。由商的十位是1,以及1与除数的乘积的最高位数是1,可知除数的十位数是1。由第一次除后余下的数为7可知,被除数的十位数只可能是7、8、9。如果是7,除数的个位数就是0,那么最后必有余数;如果被除数的十位数是8,除数的个位数就是1,也不能除尽;只有当被除数的十位数为9,除数的个位数是2时,商的个位数为6,正好除尽。

【详解】如右式。

【诀窍】因为算式谜是一些不完整的运算式子,这就需要我们根据蛛丝马迹,合理、灵活地运用四则运算及四则混合运算的计算法则、运算顺序以及加、减、乘、除之间的关系等知识,进行认真的分析与合理的推理。

$$\begin{array}{r} 1( ) \\ ( ) ( ) ) 1( ) 2 \\ \underline{1( )} \\ 7( ) \\ ( ) ( ) \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1(6) \\ (1)(2) ) 1(9) 2 \\ \underline{1(2)} \\ 7(2) \\ (7)(2) \\ \hline 0 \end{array}$$



### 好题精练

① 在左下图中的□里填上适当的数,使算式成立。

$$\begin{array}{r} 285 \\ \times \quad \square \square \\ \hline 1\square 2\square \\ \square \square \square \\ \hline \square 9 \square \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ 9 \square ) \square \square \square \square \\ \underline{\square \square} \\ \square \square \square \\ \underline{\square \square 9} \\ 0 \end{array}$$

② 在右上图中的□里填上适当的数,使算式成立,共有几种填法?

③ 在下面的□里填上适当的数,使算式成立。

(1)

$$\begin{array}{r} 16 \\ 39 ) 6\square \square \\ \underline{\square \square} \\ \square \square \square \\ \underline{\square \square \square} \\ 0 \end{array}$$

(2)

$$\begin{array}{r} 3\square \\ \square \square ) 8\square 0 \\ \underline{7\square} \\ 1\square 0 \\ \underline{1\square 0} \\ 0 \end{array}$$

# 举一反三

## 文字算式谜 5

“字谜”是数字谜的又一种形式。所谓“字谜”就是指在算式中有某些数字是用汉字或字母表示的,要求出这些汉字或字母表示的数字是多少。



### 典型题例

**【例题】** 下面算式中不同的字母所代表的数字均不同,这些字母各代表多少时,算式才成立?

**【思路】** 这道题中有 9 个不同的字母,分别代表 9 个不同的数字,比较复杂。遇到这样的题目,应先设法把被乘数、乘数求出来,后面一些字母就不用每个都去推算了。由于  $ABC \times C = BEA$ ,因此选择 C 和 A 作为突破口。根据  $C \times C$  的个位是 A,而 A 和 C 不相同,得出 C 可能是 2,3,4,7,8,9。由于  $A \times C$  (加十位进上来的数后)等于 B,即得数是一位数,所以只有  $C=2, A=4$  满足条件,这样  $B=8$  或 9。经过试算, $B=9, E=8$  符合题意,所以被乘数是 492。从乘积的十位上可看出,8 加 H 的个位是 4,故  $H=6$ 。这样  $D=3$  或 8,而  $E=8$ ,所以  $D=3$ ,故乘数是 32。再通过计算就能确定 F, G, I 所代表的数字了。

$$\begin{array}{r} \phantom{F} A B C \\ \times \phantom{F} D C \\ \hline \phantom{F} B E A \\ F A G H \\ \hline F I G A A \end{array}$$

**【详解】** 见右式。

**【诀窍】** 文字算式谜在解答时不但要运用前面所讲的方法,而且要注意:在同一道题中,相同的文字或字母表示同一个数字,不同的文字或字母表示不同的数字。

$$\begin{array}{r} \phantom{F} 4 9 2 \\ \times \phantom{F} 3 2 \\ \hline \phantom{F} 9 8 4 \\ 1 4 7 6 \\ \hline F I G A A \end{array}$$



### 好题精练

① A, B, C, D 分别代表不同的数字,它们各是什么数字时,下面的算式成立?

$$\begin{array}{r} \phantom{A} B C D \\ - \phantom{A} C D C \\ \hline \phantom{A} B C \end{array}$$

② 下面算式中的“数”、“学”、“俱”、“乐”、“部”这五个汉字各应代表什么数字?

$$\begin{array}{r} 1 \text{ 数 学 俱 乐 部} \\ \times \phantom{1} \phantom{数} \phantom{学} \phantom{俱} \phantom{乐} \phantom{部} 3 \\ \hline \text{数 学 俱 乐 部 } 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \phantom{1} A A A \\ \phantom{1} B B B \\ + \phantom{1} C C C \\ \hline C B B C \end{array}$$

③ A, B, C 各代表不同的数字,要使上面的算式成立, A, B, C 各代表多少?

# 奥数100类

## 6 横式数字谜

前面我们研究的数字谜都是以竖式的形式出现的。其实,数字谜也可以以横式的形式出现。当然,横式数字谜中间有的题目是要填空格,也有的题目是文字算式谜。



### 典型题例

**【例题】** 将 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这十个数字分别填入下面的十个□内,使等式成立。

$$\square + \square = \square \quad \square - \square = \square \quad \square \times \square = \square \square$$

**【思路】** 根据 0 的运算性质可知,任何数加 0 或减 0,结果仍等于该数。所以,0 不能填在加法和减法算式中,只能出现在乘法算式的乘积的个位上。而符合条件的只有  $2 \times 5 = 10$   $4 \times 5 = 20$   $5 \times 6 = 30$   $5 \times 8 = 40$ 。下面分别讨论:

(1) 如果  $2 \times 5 = 10$ ,则还剩 3, 4, 6, 7, 8, 9, 无法同时组成前两个算式。

(2) 如果  $4 \times 5 = 20$ ,则还剩 1, 3, 6, 7, 8, 9, 可以组成

$$\begin{cases} 1+7=8 \\ 9-3=6 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} 6+3=9 \\ 8-7=1 \end{cases}$$

(3) 如果  $6 \times 5 = 30$ ,则还剩 1, 2, 4, 7, 8, 9, 无法同时组成前两个算式。

(4) 如果  $8 \times 5 = 40$ ,则还剩 1, 2, 3, 6, 7, 9, 无法同时组成前两个算式。

**【详解】**

$$(1) \quad \boxed{1} + \boxed{7} = \boxed{8} \quad \boxed{9} - \boxed{3} = \boxed{6} \quad \boxed{4} \times \boxed{5} = 20$$

$$(2) \quad \boxed{6} + \boxed{3} = \boxed{9} \quad \boxed{8} - \boxed{7} = \boxed{1} \quad \boxed{4} \times \boxed{5} = 20$$

**【诀窍】** 在分析解答算式谜问题时,要注意:①式子中的字母、文字、空格都只能取 0~9 这十个数字中的某一个数字;②要仔细审题,分析算式中数字之间的关系,并尽可能多地找出各种条件;③应学会运用估值的方法,以确定和缩小取值范围;④数字谜求出后,要进行验算。



### 好题精练

① 将 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 这七个数字填在空格内,每个数字恰好出现一次,组成只有一位数和两位数的整数算式。问填在○内的数是几?

$$\square \times \square = \bigcirc = \square \div \square$$

② 在下面八个□中分别填上 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 使差是一个自然数,这个自然数最小是多少?

$$\square\square\square\square - \square\square\square\square$$

③ 下面算式中不同的汉字代表不同的数字,相同的汉字代表相同的数字,求出每个汉字所代表的数字。

$$\text{认} \times \text{真} = \text{踏} \text{踏} \text{踏} \text{踏}$$

# 举一反三 火柴棒游戏 7

用火柴棒可以摆成一些数字和运算符号,还可以摆出几何图形,如三角形、长方形以及一些物品的形状等。通过移动火柴棒,可进行算式的变化,可以用它来做有趣的图形变化游戏。



## 典型题例

**【例题】** 在下面由火柴棒摆成的算式中,移动一根火柴棒,使算式变成等式。

$$112 \times 7 - 72 - 7 + 2$$

**【思路】** 题目只是一个四则运算的式子,并没有等号,而题目要求移动一根火柴棒使它变成等式。所以,我们一定要在某个数字或“+”上去掉一根火柴而添在“-”上,或改“+”为“=”。

**【详解】**

$112 \times 7 = 784$ , 而  $784 - 72 = 712$ , 所以考虑将最后一个“+”改为1,同时把拿起来的这根火柴棒放在7前面的“-”处,把“-”改为“=”,即:

$$112 \times 7 - 72 = 712$$

**【诀窍】** 用火柴棒拼成算式,要根据数的特点或算式的特点,从由火柴棒排成的数字中拿走或添上火柴棒,变成另一个数;或改变运算符号,使算式成立。

从给出的由火柴棒组成的图形中拿掉几根火柴棒,变成新的图形。如果图形变少了,我们可以直接拿掉多余的几根火柴棒;如果图形增加了,我们要考虑让火柴棒重复使用,这样可以增加图形的个数。



## 好题精练

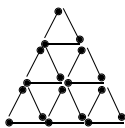
① 在下面由火柴棒摆成的算式中,移动一根火柴棒,使算式成立。

$$472 + 27 \times 2 \times 7 = 44$$

② 在下面由火柴棒摆成的算式中,只移动一根火柴棒,使算式变成等式。

$$27 \times 4 - 172 - 24 - 12$$

③ 用18根火柴棒摆成九个大小相同的三角形,从这个图中每次拿走一根火柴,使它减少一个三角形,最后使它留下大小相同的五个三角形,该怎样拿?



# 奥数100类

## 8 等差数列

若干个数组成一列称为数列,数列中的每一个数称为一项,其中第一项称为首项,记作  $a_1$ ,最后一项称为末项,记作  $a_n$ 。从第二项开始,后项与前项之差都相等的数列称为等差数列,后项与前项之差称为公差,记为  $d$ 。



### 典型题例

**【例题】** 已知等差数列  $4, 10, 16, 22, \dots$ 。

求:(1)这个数列的第48项是多少?

(2)508是这个数列的第几项?

**【思路】** 这个等差数列的首项是4,公差是  $10 - 4 = 6$ 。第2项比首项多1个公差,第3项比首项多2个公差。依此类推,第48项应该比首项多  $48 - 1 = 47$  个公差,第  $n$  项应该比首项多  $(n - 1)$  个公差。按照这个规律,我们可以求出等差数列中的任一项,也可以求出一个数是这个数列中的第几项。

**【详解】**

$$(1) 4 + (48 - 1) \times 6 = 286$$

$$(2) (508 - 4) \div 6 + 1 = 85$$

答:这个等差数列的第48项是286,508是它的第85项。

**【诀窍】** 解答等差数列问题,一定要记住几个常用公式:通项公式:①  $a_n = a_1 + (n - 1) \times d$ ;② 求项数公式: $n = (a_n - a_1) \div d + 1$ 。



### 好题精练

① 下面的数列哪些是等差数列?

$$(1) 2, 5, 8, 11, 14, \dots$$

$$(2) 2, 5, 2, 5, 2, 5, \dots$$

$$(3) 88, 77, 66, 55, 44, 33, 22, 11$$

$$(4) 1 \times 1, 2 \times 2, 3 \times 3, 4 \times 4, \dots$$

$$(5) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots$$

$$(6) 1 \times 2, 2 \times 3, 3 \times 4, 4 \times 5, \dots$$

$$(7) 2003 \times 1, 2003 \times 2, 2003 \times 4, \dots, 2003 \times 2003$$

② 有一列数:1, 5, 9, 13, 17, 21, ...。

求:(1)它的第1000项是多少?

(2)4921是它的第几项?

③ 下面的算式是按一定规律排列的:  $5 + 3, 7 + 6, 9 + 9, 11 + 12, \dots$ 。

它的第1999个算式的结果是多少?

# 举一反三

## 等差数列求和 9

许多同学都知道这样一个故事：大数学家高斯在很小的时候，就利用巧妙的算法迅速计算出从 1 到 100 这 100 个自然数的总和。你知道高斯是怎么算的吗？



### 典型题例

**【例题】** 有这样的一列数：1, 2, 3, 4, ..., 99, 100。请你求出这列数各项相加的和。

**【思路】** 如果我们把数列 1, 2, 3, 4, ..., 99, 100 与数列 100, 99, 98, 97, ..., 2, 1 相加：

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & + & 2 & + & 3 & + & 4 & + & \dots & + & 99 & + & 100 \\ + & 100 & + & 99 & + & 98 & + & 97 & + & \dots & + & 2 & + & 1 \\ \hline (1+100) & + & (2+99) & + & (3+98) & + & (4+97) & + & \dots & + & (99+2) & + & (100+1) \end{array}$$

其中每个小括号内的两个数的和都是 101，一共有 100 个 101 相加，所得的和就是所求数列的和的 2 倍，再除以 2，就是所求数列的和。

**【详解】**

$$\begin{aligned} & 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 99 + 100 \\ &= (1 + 100) \times 100 \div 2 \\ &= 5050 \end{aligned}$$

答：这个数列各项相加的和是 5050。

**【诀窍】** 求等差数列中各项相加的和可以利用下面的公式进行计算：和 = (首项 + 末项) × 项数 ÷ 2。

在有的题目中，末项或项数没有直接告诉我们，可以利用上一讲中的“通项公式”或“求项数公式”先求出末项或项数，再利用求和公式求和。



### 好题精练

① 计算下面各题。

(1)  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 49 + 50$

(2)  $100 + 99 + 98 + \dots + 61 + 60$

② 计算。

(1)  $3 + 7 + 11 + \dots + 99$

(2)  $9 + 18 + 27 + 36 + \dots + 261 + 270$

③ 计算下面各题。

(1)  $2000 - 3 - 6 - 9 - \dots - 51 - 54$

(2)  $(2 + 4 + 6 + \dots + 98 + 100) - (1 + 3 + 5 + \dots + 97 + 99)$

(3)  $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + 1997 - 1998 + 1999$

# 奥数100类

## 10 等差数列的应用

学习数学的一个重要目的就是要用学到的数学知识来解决生活中的实际问题。在生活中,有许多问题可以用等差数列的知识来解决。



### 典型题例

**【例题】** 若干个同样的盒子排成一排。小明把 50 多个同样的棋子分装在盒中,其中只有一个盒子没有装棋子,然后他出去了。小光来了之后从每个有棋子的盒子里各拿出一个棋子放在空盒内,再把盒子重新排一下。小明回来后仔细查看了一番,没有发现有人动过这些盒子中的棋子。你知道盒子有多少个?棋子有多少个吗?

**【思路】** 先分析盒子里棋子个数的分配情况。因为原有的空盒不空,而小明没发现有人动过棋子,所以,现必有一个新的空盒,按题意,这个空盒原来应有 1 个棋子。仿照上面的推理,现装 1 个棋子的盒子,原来应有 2 个棋子;现装 2 个棋子的盒子,原来应有 3 个棋子;……按照这样的规律,原来盒子里的棋子个数从少到多依次是 0, 1, 2, 3, ……。再进一步计算棋子总数,从而确定盒子个数。

**【详解】**

依题意  $0+1+2+3+\dots+\square=50$  多。

而  $0+1+2+3+\dots+9=45$ ,

$0+1+2+3+\dots+10=55$ ,

$0+1+2+3+\dots+11=66$ ,

故应共有 55 个棋子,而盒子的个数应是 11 个。

**【诀窍】** 对于等差数列的应用问题,解答的关键是要依据题意找到题目中所包含的是怎样一个等差数列,这个数列的首项、末项、公差、项数分别是多少。再灵活地运用等差数列的几个公式,巧妙地求出答案。



### 好题精练

- ① 求所有被 7 除余数是 1 的三位数的和。
- ② 小聪家在一条短胡同里,这条胡同的门牌号从 1 号开始,2 号,3 号,……,挨着号码编下去。如果除小聪家外,其余各家的门牌号相加的和减去小聪家的门牌号码,恰好等于 100。问小聪家门牌号是几号?全胡同有几家?
- ③ 盒子里装着分别写有 1, 2, 3, …, 134, 135 的红色卡片各一张,从盒中任意摸出若干张卡片,并算出这几张卡片上各数的和除以 17 的余数,再把这个余数写在另一张黄色卡片上放回盒内。经过若干次这样的操作后,盒内还剩下两张红色卡片和一张黄色卡片。已知这两张红色卡片上写的数分别是 19 和 97,求那张黄色卡片上所写的数。

# 举一反三

## 移多补少求平均数

# 11

我们经常用各科成绩的平均分数来比较班级之间、同学之间成绩的高低,求出各科成绩的平均分就是求平均数。平均数在日常生活和工作中应用很广泛,例如,求平均身高、求某月的平均气温等。



### 典型题例

**【例题】** 王老师为四年级羽毛球队的同学测量身高。其中有两个同学身高 153 厘米,有一个同学身高 152 厘米,有两个同学身高 149 厘米,还有两个同学身高 147 厘米。求四年级羽毛球队同学的平均身高。

**【思路】** 这道题可以按照平均数问题的一般思路来解,即用全体同学的总身高除以总人数,求得平均身高。这道题还可以采用假设平均数的方法求解,容易发现,同学的身高都在 150 厘米左右,可以假设平均身高为 150 厘米,把它当作基准数,再求每个人的身高与基准数差的平均数,最后再用这个差的平均数加上基准数就是全体同学的平均身高。

**【详解】**

$$\begin{aligned} \text{方法一: } & (153 \times 2 + 152 + 149 \times 2 + 147 \times 2) \div (2 + 1 + 2 + 2) \\ & = 1050 \div 7 \\ & = 150(\text{厘米}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{方法二: } & 150 + (3 \times 2 + 2 - 1 \times 2 - 3 \times 2) \div (2 + 1 + 2 + 2) \\ & = 150 + 0 \\ & = 150(\text{厘米}) \end{aligned}$$

答:四年级羽毛球队同学的平均身高是 150 厘米。

**【诀窍】** 求平均数问题的基本数量关系是:总数量  $\div$  总份数 = 平均数。也可以先确定一个基准数,根据“基准数 + 各数与基准数的差之和  $\div$  总份数 = 平均数”来求。



### 好题精练

① 五(1)班有 7 个同学参加数学竞赛。其中两个同学得了 99 分,还有三个同学得了 96 分,另外两个同学分别得了 97 分和 89 分。求这 7 个同学的平均成绩是多少分?

② 小强家离学校有 1200 米,早上上学,他从家到学校用了 15 分钟,中午放学,从学校到家用了 10 分钟。求小强往返的平均速度。

③ 李大伯上山采药,上山时他每分钟走 50 米,下山时,他沿原路返回,每分钟走 75 米。求李大伯上山下山的平均速度。

# 奥数100类

## 12 根据平均数求个别数

根据生活的经验请你思考:两个班,甲班同学的平均身高比乙班同学的平均身高要高一些,两个班同学中最高的一个就一定在甲班吗?答案是不一定。这就是平均数与个别数的关系问题。



### 典型题例

**【例题】** 甲、乙、丙、丁4人体重各不相同,其中有两人的平均体重与另外两人的平均体重相等,甲与乙的平均体重比甲与丙的平均体重少8千克,乙与丙的平均体重是49千克。

求:(1)甲、乙、丙、丁4人的平均体重是多少?

(2)乙的体重是多少?

**【思路】** 可以从甲、乙平均体重比甲、丙平均体重少8千克出发,可知丙比乙重 $8 \times 2 = 16$ (千克)。甲、乙平均体重与甲、丙平均体重不相等,那么丙、丁的平均体重与乙、丁的平均体重也不相等,只能是乙、丙平均体重与甲、丁平均体重相等。题目中告诉我们乙、丙平均体重是49千克,甲、丁平均体重也是49千克,4人的平均体重也是49千克。

**【详解】**

(1)由条件分析可知,4人的平均体重等于甲、丁的平均体重,也等于乙、丙的平均体重,即49千克。

(2)乙的体重: $(49 \times 2 - 8 \times 2) \div 2 = 41$ (千克)

答:4人的平均体重是49千克,乙的体重是41千克。

**【诀窍】** 根据几个数的平均数求个别数,要从条件出发,分别求出某几个数的和,通过比较几个和,可求出个别数。数量关系式是:① 平均数  $\times$  总份数 = 总数量;② 总数量  $\div$  平均数 = 总份数。



### 好题精练

① 一个粮仓,第一天运进大米83吨,第二天运进大米74吨,第三天运进大米71吨,第四天运进大米64吨,第五天运进的吨数比五天中平均每天运的吨数还多32吨。问第五天运进大米多少吨?

② 如果四个人的平均年龄是25岁,四个人中没有小于16岁的,且这四个人的年龄互不相等,那么年龄最大的可能是多少岁?

③ 一次数学竞赛,小明等7人的平均分是78分,其中最高97分,最低64分,小明得了88分,其余4人中有3人分数相同。分数各不相同的5人平均分是80分,小华与别人的得分都不同。问小华得了多少分?

# 举一反三

## 和倍问题 13

已知两个数的和及它们之间的倍数关系,求这两个数各是多少的应用题叫和倍应用题,简称“和倍问题”。



### 典型题例

**【例题】** 有两筐苹果,第一筐有73个,第二筐有77个。问从第二筐中拿出多少个苹果放入第一筐,就能使第一筐的苹果数是第二筐的2倍?

**【思路】** 根据题意可知,两筐苹果移来移去之后,总个数没有改变,只是第一筐的苹果数增加了,第二筐苹果数减少了。要想使第一筐苹果数是第二筐的2倍,就要把 $73 + 77 = 150$ (个)苹果平均分成 $2 + 1 = 3$ (份),这样就可以求出每份的苹果个数,其中1份的个数恰好是第二筐剩下的苹果个数,其余的苹果拿到第一筐去了。

**【详解】**

$$(73 + 77) \div (2 + 1) = 50(\text{个})$$

$$77 - 50 = 27(\text{个})$$

答:要从第二筐中拿27个苹果放入第一筐中。

**【诀窍】** 解答和倍问题的一般方法是:先在已知条件中确定一个数为标准(一般以其中较小的数为标准),假定它是1倍数或1份数,再根据其他几个数与它的倍数关系,确定总和相当于1倍数的多少倍,然后用除法求出1倍数,再算出其他各数量。

和倍问题的数量关系是:①和 $\div$ (倍数+1)=小数;②和-小数=小数 $\times$ 倍数=大数。



### 好题精练

① 一个停车场共停大、小车27辆,其中大车比小车的2倍少3辆。问停车场停大、小车各多少辆?

② 姐姐有画片320张,妹妹有画片180张。问妹妹给姐姐多少张画片后,姐姐的画片比妹妹的画片多3倍?

③ 实验小学共有篮球、足球和排球95个,其中排球的个数是篮球个数的2倍,足球的个数比排球个数少5个。问这个学校有多少个篮球?多少个足球?多少个排球?

# 奥数100类

## 14 寻找隐藏的和与倍

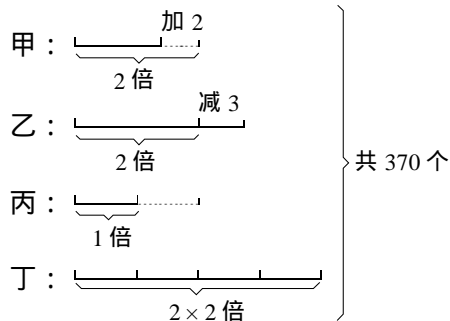
在有些应用中,两个数的和或两个数的倍数关系没有直接告诉我们,我们要根据题意寻找到隐藏的“和”与“倍”,再用和倍问题的知识来解答。



### 典型题例

**【例题】** 甲、乙、丙、丁四个人一共做了370个零件,如果把甲做的个数加上2,乙做的个数减去3,丙做的个数乘以2,丁做的个数除以2,四个人做的零件个数正好相等。问四个人各做多少个零件?

**【思路】** 从图中可以看出,丙做得最少,由于丙做的个数乘以2和丁做的个数除以2相等,也就是丙做的2倍和丁做的一半相等,即丁做的个数是丙的4倍。这样,我们可以把丙做的个数看作1倍数,那么丁做的个数就是4倍数。又因为甲做的加上2后是丙的2倍,乙做的减去3后是丙的2倍,根据这样的倍数关系先求出丙的个数,再求甲、乙、丁的个数。



**【详解】**

$$\text{丙: } (370 + 2 - 3) \div (1 + 2 + 2 + 2 \times 2) = 41 (\text{个})$$

$$\text{甲: } 41 \times 2 - 2 = 80 (\text{个})$$

$$\text{乙: } 41 \times 2 + 3 = 85 (\text{个})$$

$$\text{丁: } 41 \times 4 = 164 (\text{个})$$

答:甲、乙、丙、丁四人分别做了80个、85个、41个和164个。

**【诀窍】** 稍复杂的和倍问题中,“和”或“倍”没有直接告诉我们,我们可以通过画线段图分析的方法先找到1倍数,再把其他数量与1倍数进行比较,找到它们之间的倍数关系,以及与倍数关系相对应的和。最后利用和倍问题的公式,先求出1倍数,再求其他数量。



### 好题精练

① 有两层书架,共有书173本,从第一层拿走38本书后,第二层的书是第一层的2倍还多6本,那么第二层有多少本书?

② 甲、乙、丙三数之和是100,甲数除以乙数,丙数除以甲数,商都是5,余数都是1。问三个数各是多少?

③ 某养殖场有鸡、鸭共3561只,如果鸡减少60只,鸭增加100只,那么鸡的只数比鸭的只数的2倍还多1只。问养殖场有鸡、鸭各多少只?