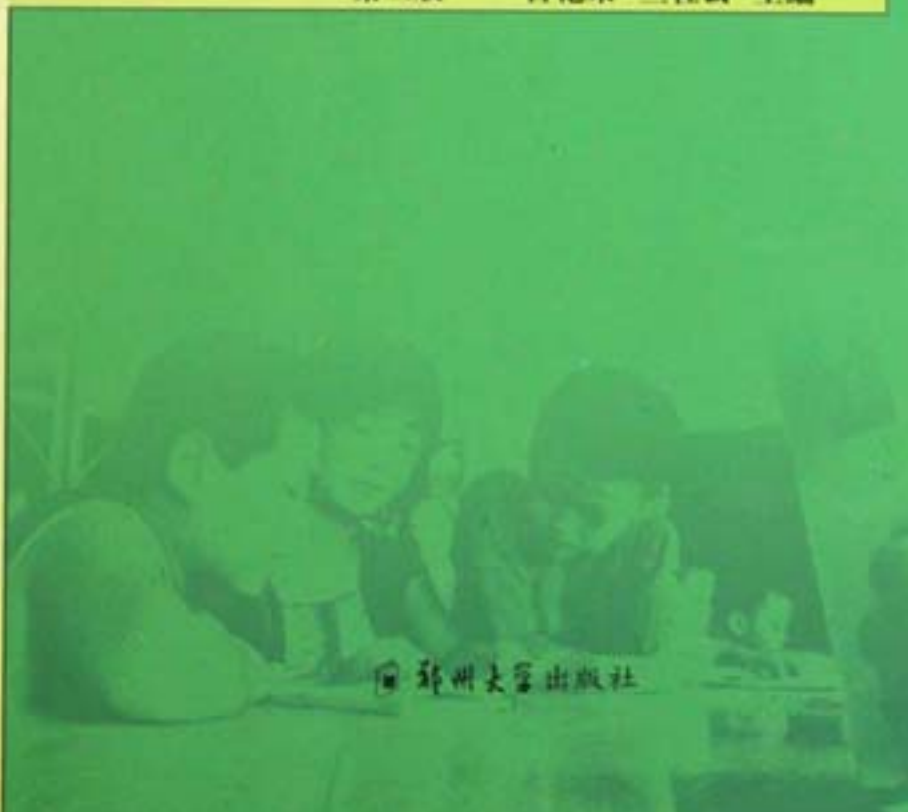


小学 XIAO XUE

数学课程与教学论

SHU XUE KE CHENG YU JIAO XUE LUN

第二版 曹艳荣 兰社云 主编



郑州大学出版社

小学数学课程与教学论

主编 曹艳荣 兰社云

郑州大学出版社

郑州大学出版社出版发行

郑州市大学路 40 号

出版人:邓世平

全国新华书店经销

郑州文华印务有限公司印制

开本:710 mm × 1 010 mm

邮政编码:450052

发行电话:0371 - 66966070

1/16

印张:

字数: 千字

版次:2009 年 5 月第 1 版

印次:2009 年 5 月第 1 次印刷

书号:ISBN 978 - 7 - - 定价: .00 元

本书如有印装质量问题,请向本社调换

内容提要

小学数学课程与教学论是高等师范学校小学教育专业必修的一门专业课,是学生毕业后从事小学数学教学所必须掌握的基础理论,是在学生已经掌握作为合格小学教师所必备的各种基础知识上开设的。通过本课程的教学,使学生初步掌握小学数学学科的性质与课程目标、小学数学课程内容、小学数学的学习过程、小学数学课堂教学规律、小学数学评价的理念、九年制义务教育小学数学课程标准所规定的教学内容的教学要点和教学方法。本书以新的教育理念为指导,注重理论联系实际,选取了一些新课改的典型案例,并对这些案例做了深入细致的分析。该书是一本适合高等师范学校本、专科小学教育专业的教材,也是小学数学教师、教研员的理想读物。

新课程改革的实践对小学数学课程与教学理论提出了新的要求,也极大地丰富了它的内涵。本书第二版是在充分吸纳广大师生意见、建议的基础上,进一步完善并丰富内容、采撷精典案例,精修而成的。新版力图进一步体现新课程的理念,反映近几年小学数学课程改革实践中的经验与研究成果,对小学数学课程与教学领域中的基本问题进行了较为深入的讨论。本教材无论对即将从事教育工作的师范学生,还是对教学第一线的教师,都有较大的学习参考价值。

全书分为3大部分。第一部分(1~3章):重点介绍我国小学数学课程改革的概况。在第1章中,分析了小学数学学科性质与任务及小学数学课程的发展状况,这些分析对我们了解小学数学课程的发展,理解目前课程改革的重要性,提供了清晰的脉络;第2章叙述了我国教学大纲的变迁和小学数学课程目标的演变,阐述了小学数学新课程标准的基本理念;第3章介绍了小学数学课程内容的变革与发展,分析了目前正在各地使用的小学数学实验教材编写的特点。这些基本理念与教材特点的分析,对于师范学生理解当前小学数学教育的改革有一定的现实意义。

第二部分(4~7章):介绍了小学数学教学的理论。其中,第4章阐述了小学数学的学习理论。在这一章中,重点分析了小学生数学学习的基本特点和途径。第5章、第6章分别介绍了小学数学课堂教学的特点、方法及课堂的结构类型。第7章介绍了新课程下的小学数学课程评价理念及实践。这些可操作性问题的讨论,对师范生今后从事小学数学教学具有重要的意义。

第三部分(8~11章):重点分析了小学数学课程四大内容领域的教育价值、教学目标及教学要求,每一内容领域都选编了一些比较成功的教学案例。

本书的具体分工如下:曹艳荣编写第1、2、3、6、8、11章,兰社云编写第4、5、7、9、10章,本书中的教学案例由河南省实验小学数学高级教师徐志杰提供。全书最终由曹艳荣通稿并定稿。本书主审郑州大学罗

炯光教授对教材提纲、章节要点、全书初稿进行了认真的审阅、坦诚的指点和中肯的评审。在此谨表我们的敬意与谢忱！此外，许多专家学者的真知灼见为我们这本教材所吸纳，许多小学数学教师的优秀案例为我们这本教材所采用。在此，我们由衷而深情地道一声：谢谢你们！

因作者水平有限，撰写与统稿时遗漏在教材中值得推敲与商榷之处仍然会有，敬请专家、学者、老师、学员继续不吝赐教！对教材中存在的问题要提供的修改意见和合理建议，对教学中遇到的疑难困惑或要进行的交流与研讨，可及时与我们联系（cyrm66@sina.com）。

编 者

2009 年 5 月 18 日

第一章 小学数学教育概述	1
第一节 对数学的基本认识	1
第二节 小学数学学科的性质与任务	6
第三节 小学数学课程及其发展	17
第二章 小学数学课程目标	21
第一节 数学课程目标概述	21
第二节 影响数学课程目标的因素	23
第三节 典型国家和地区数学课程目标评析	25
第四节 我国内地历年小学数学教学大纲中对教学目标的表述	29
第五节 《全日制义务教育数学课程标准(试验稿)》评析	30
第三章 小学数学课程内容	43
第一节 小学数学课程内容的构成	43
第二节 小学数学课程内容的改革与发展	48
第三节 小学数学实验教科书的特征	53
第四章 小学数学学习	59
第一节 小学数学学习过程	59
第二节 数学知识的学习	62
第三节 数学技能的学习	73
第四节 数学问题解决的学习	76
第五章 小学数学课堂教学(上)	83
第一节 小学数学课堂教学的特征	83
第二节 小学数学课堂教学活动组织形式	90
第三节 小学数学教学常用的方法	93

第四节	教学方法的选择与优化·····	104
第六章	小学数学课堂教学(下)·····	108
第一节	教学准备·····	108
第二节	小学数学课堂的基本类型和结构·····	112
第三节	小学数学作业及其指导·····	114
第四节	小学数学课堂教学的设计·····	115
第七章	小学数学评价的理念与实践·····	125
第一节	学生数学学习的评价·····	125
第二节	数学课堂教学的评价·····	138
第八章	“数与代数”的教学·····	144
第一节	“数与代数”教学的教育价值和主要内容·····	144
第二节	“数与代数”的教学目标·····	146
第三节	“数与代数”教学中应注意的问题·····	149
第九章	“空间与图形”的教学·····	156
第一节	“空间与图形”教学的教育价值与主要内容·····	156
第二节	“空间与图形”的教学目标·····	157
第三节	“空间与图形”教学中应注意的问题·····	160
第十章	“统计与概率”的教学·····	173
第一节	“统计与概率”教学的教育价值与主要内容·····	173
第二节	“统计与概率”的教学目标·····	174
第三节	“统计与概率”教学中应注意的问题·····	176
第十一章	“实践与综合应用”、的教学·····	188
第一节	“实践与综合应用”教学的教育价值与主要内容·····	188
第二节	“实践与综合应用”的教学目标·····	190
第三节	“实践与综合应用”的学习特点·····	190
第四节	“实践与综合应用”教学中应注意的问题·····	192
参考文献	·····	199

第一章 小学数学教育概述

学习目标

- 了解数学的发展及特点。
- 了解数学学科的特点与任务。
- 了解国际小学数学课程改革与发展趋势。

学习重点

- 数学学科的特点与任务。
- 国际小学数学课程改革与发展趋势。

第一节 对数学的基本认识

小学数学课程是按照一定的需要,遵循一定的原则,从数学科学中精心选择内容加以编排形成的。作为学科的数学与作为科学的数学有密切的联系,又有很大的区别。认识数学科学的研究对象、主要特点和发展过程有助于我们确定和理解为什么进行数学教育,数学教育有什么规律和特点。

一、数学的产生

考察一下数学的历史,可以看到它的发展存在着两个起点。

(一)以实际问题为起点

数学的产生首先是以实际问题为起点的,即人类为了了解客观存在的内部性质的需要,用以解决实践上的问题。例如,人类在自己的生产与生活中,需要对一些物体进行量的刻画和描述,于是,“数”就产生了;又如,人类在自己的生产与生活中,需要对一些对象进行集合意义上的合并与分解,于是,四则运算就产生了;再如,人类在科学研究过程中,要研究抛物体的运动轨迹,需要用图形来描述从而帮助分析,但如何作出这些曲线图形呢?笛卡儿就用代数方法来研究这些曲线的特点,于是解析几何就产生了。

(二)以理论问题为起点

数学的产生其次是以理论问题为起点的,即人类为了了解思想存在的内部性质的需要,用以解决理论上的问题。例如,5世纪的普多克罗斯(pudkyols)注意到,一个圆的直径可以将整个圆分成两半,但由于圆的直径有无限多,因此,必定存在着两倍于直径的半圆。而伽利略却注意到,每个正整数与它的平方能建立一一对应的关系,而这些正整数的平方的集合应是正整数集合的真子集,这样就构成了一个整体和它的部分相等的悖论(史称伽利略悖论),为了解决这个悖论,康托等做了研究,创立了集合论,并创造性地提出了“超越数”的概念。

当然,数学的最终起点还是现实世界,它更多地来自于人类的问题提出和问题解决,是人类力图对现实世界的最本质的和最一般的反映。超越现实世界的数学的产生,其目的还是为了获得对现实世界更合理、更准确的最一般的反映。

二、数学的研究对象

数学是人们认识自然、认识社会的重要工具,千百年来人们不断地探索和认识数学,运用数学解决现实问题,对数学的认识也在不断地演变和发展。数学家、哲学家和数学教育家都有自己对数学研究对象的认识。恩格斯曾对数学的属性作过如下的描述:数学就是研究“现实世界的空间形式和数量关系”的一种科学。这是对数学研究对象的一种经典的解释,是对数学十分概括和深刻的解释。数学是对现实世界的事物在空间形式和数量关系方面的抽象,数学来源于人们的生产和生活实践,反过来又为人们的社会实践和日常生活服务,是人类从事各项活动不可缺少的工具。“数量关系”是算术、代数等领域研究的内容,用来表现现实世界各种数量及其关系。“空间形式”是几何学研究的内容,研究物体的形状、大小及其相互关系。人类在社会和生产实践中,不断揭示数量关系和空间形式的规律,并将其不断抽象化、系统化、形式化,形成数学科学体系。

随着数学科学的发展,对数学本质的认识也在发展,数学的研究对象也在扩展,对数学的认识也不断深入,人们从不同的角度阐述对数学本质的认识和理解。一种受到普遍关注的观点认为,数学是关于客观世界的模式的科学。数学通过揭示各种隐藏着的模式,帮助我们理解周围世界。无论是数、关系、形状、推理,还是概率、数理统计,都是人类发展进程中对客观世界某些侧面的数学把握的反映。人们从实际中提炼数学问题,抽象化为数学模型,再回到现实中进行检验。从这个意义上,数学可以被看做是一种技术或模型。

此外,从数学的产生与发展历史看,数学还具有这样几个性质:其一,数学的对象是由人类发明或创造的;其二,数学的创造源于对现实世界和数学世界研究的需要;其三,数学性质具有客观存在的确定性;其四,数学是一个发展的动态体系。

三、数学的基本特征

一般认为,数学具有理论的抽象性、逻辑的严谨性和应用的广泛性这三个

特征。

(一)理论的抽象性

我们知道,任何一门科学都不是直接处理现实对象,而是用我们通常所称的“模型”去处理其抽象的反映,而数学则不同,它往往是处理所有这些模型的抽象,是这些模型的一般模式,从而来概括同类对象或同类对象关系。显然,数学是作为一个独立的客体而存在的,抽去了具体内容的一种形式科学,它用形式化、符号化和精确化的语言来表现的一种“抽象的抽象”或“概括性的抽象”,它是以“一切性质的性质的抽象”而呈现的。因而,数学对象没有任何物质的和能量的特征,它只有一个特征,那就是这些对象都处于一定的相互关系之中。例如,数学研究的“直线”,是一种没有长短、粗细、轻重和颜色的任何物质的和能量特征的“理想化”的对象。

(二)逻辑的严谨性

数学具有严密的逻辑严谨性。即数学的结果是从一些基本概念(或公理)出发并采用严格的逻辑推论而得到的。这种推论(推理)对于每一个懂得这样的规则并拥有一定数学基础的人来说,都是无需争辩的和确信无疑的。数学的逻辑严谨性还带来了数学的精确性,也就是说,数学的表述具有相当严密的唯一性。而且数学语言常常反映在其他的学科(尤其是自然学科)之中,用来准确地表述概念或由经验所获得的发现。

数学的严谨性还表现在它的系统性。数学体系本身是一个精确的自然结构,而且是所有自然结构中最具有完美模型的特征的。它是最简洁、最精确、最稳定的模型来揭示最本质、最抽象的关系系统的理论。正如荷兰数学教育家弗莱登塔尔所说,数学与其他思维相比,有一个最大的特点,那就是对任何一个陈述,都可以确定其对或错。因为只有数学可以加上一个强有力的演绎结构。这就是所谓数学的严谨性。当然,当数学科学变得很严谨的时候,它就表现出一种不可忽视的人为的特性,以至于有时它会忘掉了自己的历史起源。

(三)应用的广泛性

数学的对象领域,涉及整个客观世界。数学是解决我们生活和生产过程中问题的主要工具,因为没有物质的领域不呈现出数学可以研究的现象或规律的,尤其是社会的科学技术发展到今天,数学已经渗透到人们的所有生活之中。所以,数学可以运用到各个方面。同时,数学还在其他的科学中占有特殊的地位,因为无论是自然科学、社会科学甚至是思维科学,都可借用数学的严密性和抽象性的特点来做更为精确的研究或描述。

四、数学的发展过程

数学科学的发展过程经历了漫长的历史,从人类早期对数学的认识开始,大致可以分为5个时期,即萌芽时期、常量数学时期、变量数学时期、近代数学时期、现

4 小学数学课程与教学论

代数学时期。在不同的时期,人类对数学的认识从低级到高级不断发展。了解数学的发展过程,有助于我们研究小学数学学科的有关问题。

(一)数学萌芽时期(远古~公元前6世纪)

这个时期人类在长期的生产实践中逐渐形成了数的概念,初步掌握了数的运算方法,并积累了一些数学知识。

由于田亩度和天文观测的需要,几何知识初步兴起,但还没有逻辑因素,未发现命题的证明。

这个时期的特点,是人们在实践中从现实世界里,零零星星地认识了数学中最古老、原始的概念——“数”(自然数)和“形”(简单几何图形)。数的概念起源于数(读 shǔ)。原始社会人们采用“结绳记事”,就是把打猎所获得猎物与绳子的“结”进行比较,得出猎物的个数。从我国出土的甲骨文中,发现公元前14~11世纪的数字是采用十进位制记数法,最大数是3万。由此可见,数已从具体事物中分离出来,抽象为“数”的概念,但仍然印上了十个手指数数的烙印。另一方面,人类还在采集果实、打造石器、烧土制陶的活动中,对各种物体加以比较,区分直曲方圆,逐渐形成了“形”的概念。我国出土的“仰韶文化”的彩陶中,就有由三角形和直线组成或由圆和曲线组成的图案。

(二)常量数学时期(公元前5世纪~公元17世纪初期)

这个时期的特点,是人们将零星的数学知识,进行了积累、归纳、系统化,采用逻辑演绎的方法形成了古典初等数学的体系。数学萌芽时期,人们认识的“数”和“形”,只是零星的数学知识,并未构成逻辑体系。到了公元前5世纪,古埃及由于尼罗河长期泛滥,冲毁了土地,需要重新丈量,积累了丰富的几何知识。后来古埃及人把几何知识传到古希腊,由欧几里得(Euclid)把人们在长期实践中发现、积累的几何知识,按照演绎的方法写成了《几何原本》。同一个时期,人们为了解决实践中的一些实际应用问题,如研究天文历法中的问题,促使算术、代数的发展。数学从原始自然数、分数发展扩充到正负实数。成书于东汉时期的《九章算术》,就是人们在长期实践中,用数学解决实际问题的经验总结。

公元前3世纪至公元2世纪撰写成的《几何原本》和《九章算术》,标志着古典的初等数学体系的形成。

《几何原本》共13卷。全书主要以空间形式为研究对象,以逻辑思维为主线,从5条公设、23个定义和5条公理推出了467条定理,从而建立了公理化演绎体系。《九章算术》则是由246个数学问题、答案和术文组成。全书主要研究对象是数量关系。该书以直觉思维为主线,按算法分为方田、粟米、衰分、少广、商广、均输、盈不足、方程、勾股等九章,构成了以题解为中心的机械化算法体系。

(三)变量数学时期(17世纪中期~18世纪末)

变量数学产生于17世纪中期,其标志有两个:一是解析几何的产生,二是微积分的建立。

这个时期的特点,是“运动”成为自然科学研究的中心课题。数学由研究现实世界的相对静止的事物或现象进而探索运动变化的规律。常量数学已发展到变量数学。16世纪,欧洲社会萌芽了资本主义,手工业生产转向了机器工业生产,迫使自然科学对“运动”和各种“过程”的研究,进而产生了“变量”与“函数”的概念。

17世纪上半叶,法国数学家笛卡儿将几何内容的课题与代数形式的方法相结合,产生了解析几何学,这标志着变量数学时期的开始。17世纪60年代,英国牛顿和德国莱布尼茨各自从运动学和几何学研究的需要,创建了微积分。随后,相继建立了级数理论、微分方程论、变分学等分析学领域的各个分支。15~18世纪,人们还研究了大量的随机现象,发现存在着某种完全不确定规律性,从而开辟了数学的新领域,建立了概率论。

这个时期,数学的研究对象已由常量进入变量,由有限进入无限,由确定性进入非确定性;数学研究的基本方法也由传统的几何演绎方法转变为算术、代数的分析方法。

(四)近代数学时期

19世纪是近代数学时期。这一时期的数学的对象、内容在深度和广度上都有了很大发展,分析学、代数学、几何学的思想、理论和方法都发生了革命性的变化,数学越发抽象,不断分化、不断综合的发展规律开始显露;数学基础研究的开始,标志着一座宏伟稳固的数学大厦已在人们脑海里出现;数学应用范围继力学、光学之后,又在热力学、电磁学、技术科学中获得扩展。

(五)现代数学时期

20世纪是现代数学时期。在这一时期,电子计算机进入数学领域,使整个数学的面貌大为改观;数学几乎渗透到所有科学领域,形成了数学科学的一系列分支理论和应用数学理论;纯粹数学不断向纵深发展,集合论观点的普遍运用,公理化方法的完善,数理逻辑的发展,数学基础的奠定,模糊数学的创建,以及泛函分析、抽象代数和拓扑学三大现代理论的建立,已经使数学在整个科学体系中的特殊地位和作用突出地显现出来。20世纪以来,人们眼光中的数学同以往任何时代都无法相比了。

五、数学的主要内容

数学科学的全部内容,是由数学问题、数学知识、数学方法与数学思想组成的系统。在这个系统中,数学问题、数学知识、数学方法与数学思想具有各自不同的内涵,也有着不同的作用。

纵观数学发展的历史可以看到,人们在解决实践和理论中提出的各种数学问题的过程中,总结和创造了各种不同的数学方法。在这些数学方法发生的同时,相应的数学知识也相伴形成,在不断探求对数学知识和方法的认识的基础上,数学思想便产生了。例如,著名瑞士数学家欧拉正是在解决“哥尼斯堡七桥问题”的过程

中,不仅发现了许多知识并开拓了运筹学和图论等崭新的数学研究领域,而且他的研究也是运用抽象化方法和数学模型思想的光辉范例。

就数学问题、数学知识、数学方法与数学思想的关系而言,一方面,数学思想与数学方法蕴含在数学的知识体系之中,数学思想与方法的突破又常常导致数学知识的创新;另一方面,数学思想比数学方法更深刻、更抽象地反映着客观事物的内在联系,是数学方法的进一步概括和升华。因此,如果说问题是数学的“心脏”、方法是数学的“行为规则”、知识是数学的“躯体”,那么数学思想无疑是数学的“灵魂”。

第二节 小学数学学科的性质与任务

“学科”是一个教育学的概念,专指学校课程内容中的一定科学领域的总称。当数学成为学校的教育教学的对象的时候,就被称之为“数学学科”。

一、作为学科的数学

作为学科的数学,它自然是源于数学科学,但作为一种教育活动的对象,其又有一定的独特性。也就是说,作为学科的数学和作为科学的数学是不完全相同的。

(一)二者知识体系不同

作为科学的数学,是一个完整的、独立于任何人的任何知识结构而存在的、特定的知识和思想体系。而作为学科的数学,则是一个经过人为的加工和提炼的、依据某一特殊人群(作为获得基础人类文化遗产的学生)的特殊需要(即数学教育的目标)和经验、知识与能力结构而设计的知识和思想体系。

(二)二者数学活动不同

作为科学的数学,是一类专门的人(可以称之为“数学家”的那些人)的一个完全独立的探索、发现与创造的活动过程。而作为学科的数学,则是一类专门的人(可以称之为“学生”的那些人)在某些专门的人(可以称之为“教师”的那些人)的引导和帮助下的一个模仿探索、发现与创造的活动过程。

(三)二者对象特征不同

作为科学的数学,其对象是一个完全由符号、概念和规则等构成的和完全开放的逻辑结构系统,而作为学科的数学,其对象则是含有经验、直观的和几乎是封闭的逻辑结构系统;最后,从活动的目的看,作为科学的数学活动,是为了获得发现和创造数学,而作为学科的数学活动,是为了“接受”已经发现和创造的数学。

二、小学数学学科的性质

作为小学数学课程的数学学科,具有如下性质:

（一）生活性

倡导将数学学习回归于儿童的生活,这已经成为了当今转变小学数学教育观念的一个重大的命题。因为我们已经开始关注到,儿童是从自己的生活实践开始认识数学的,所以,就要将儿童的数学学习真正地回归到儿童的生活中去,在学习时时时关注儿童关心什么、经历了什么、对什么感兴趣、在生活中发现了什么,让数学学习与儿童自己的生活充分地融合起来,将学习纳入他们的生活背景之中,让他们自己寻找、发现、探究、认识和掌握数学。

（二）现实性

儿童的数学是他们的现实数学,因此,儿童的数学学习的组织,应源于他们的数学现实。这种现实存在于儿童与外部世界的沟通和交流的构成之中,存在于儿童的社会生活的实践性活动之中。这些“现实”是小学数学课程的起点,也是儿童获得数学的学习活动与生活实践的终点。课程的任务是构建抽象与现实的连续体。因此,小学数学课程的一个重要的特征就是沟通抽象的数学与现实的实践的联系,强化数学的产生与运用,真正回归儿童的生活现实。

（三）体验性

学校的数学教育,应当努力去改变相应的课程内容、教学方式、组织策略和评价模式。积极倡导努力探求解法,而不单是记忆步骤;主动探索模式,而不单是记忆公式;积极形成猜测,而不单是做些习题。可见,我们学校的数学教育应当成为让学生去亲身体验数学问题解决的一种活动,不是将详细整理好的证明(事实)材料提供给学生,而是尽可能地让学生通过自己仔细地观察、粗略地发现和简单地证明,只有这样,才有可能使学生真正经历超越局部的、非单纯的接受问题解决的过程。

三、小学数学学科的任务

小学数学教育的最终目标就是培养人在快速变迁的社会中获得高质量生存所需要的基本素养、能力和情感。

（一）培养公民数学素养是基本的任务

第二次世界大战之后,随着现代科学技术的迅速发展,数学的应用领域得到了极大的拓展。就像今天的识字、阅读一样,数学日益成为公民必需的文化素养,数学教育大众化已成为时代的要求。例如,在现代社会,大量信息以各式各样的数据形式出现在我们面前,如何收集有用的数据,怎样整理、分析信息,得出有用的结论,就成为现代人必不可少的一种能力。数学已成为人们用来交流信息和思想,完成一系列的实际任务及解决现实生活中的问题的工具。可见,我们的小学数学教育,并不追求将所有的儿童都培养成为伟大的数学家,而是培养他们最基本的数学素养。

1. 数学素养的基本内涵

早在 20 世纪 80 年代,在英国著名的科克罗夫特报告中就提出“数学素养”这个词,认为数学素养主要包含两个内涵:第一是指个人在日常生活中具有运用数学技能的能力,能够满足个人每天生活中的实际数学需求;第二是能正确理解含有数学术语的信息,如阅读图表和表格等,这表示一个有数学素养的人应该能正确理解一些数学的沟通方式。显然,这种观点明显地超出了我们通常所理解的数学运算的学习,也超出了我们所理解的以掌握数学概念和解题方法的学习,更超出了我们通常所理解的解题技能的学习。具体地看,参照美国的 NCTM(国家数学教师协会)标准(即 1989 年的“学校数学大纲及其评价标准”),我们大致可以给数学素养的基本内涵做如下的表述。

(1)懂得数学的价值。即能初步懂得数学的价值、在文化中的地位和社会生活中的作用。了解用数学思想来思考并用数学方法来处理日常生活中发生的事件与现象的优越性,提高对日常的事物现象用数学的知识与经验、思想与方法等进行观察、推测、尝试、计划并合情合理地思考的意识和兴趣。

(2)对自己的数学能力有自信心。即在学习中对自已的数学能力有信心,并有可能常常在数学的学习中获得一些积极良好的情感体验,从而提高参与社会生活以及在社会生活的探究、发现和改造等活动中主动进行决策的兴趣和态度。

(3)有解决现实数学问题的能力。即能初步掌握对日常生活中存在的各种信息的采集、整理、辨析及其处理与运用的基本能力,并能用数学的方法对它们进行初步的考察、区分、组织和模型建构,从而获得最基础性的解决数学课题的能力。

(4)学会数学交流。即会读数学、写数学和讨论数学,包括学会简单的数学交流,能用数学语言来解释、阐述或证明自己的研究与解决问题的猜测、计划、过程和结果等。

(5)学会数学的思想方法。即学会初步的和简单的一些数学思想和数学方法,包括对应思想、变量思想、统计思想等等以及化归、假设、模型等方法。

2. 数学素养的基本特征

(1)发展性。实际上,数学素养是随着社会的进步而变化 and 发展的,例如,在 100 多年前,掌握算术技能可能就是一个重要的数学素养,但随着计算机技术发展,这种算术技能的重要性和对运算技能的需求都已发生了显著的变化。今天作为一个有数学素养的人,面对一个现象或问题,他可能先要判断是否需要计算;如是,则可能就要思考是否需要精确计算,然后才考虑用什么方法进行计算;中间可能还要思考是否需要增加有用的信息,可能还要考虑如何辨析这些信息等等。

(2)过程性。首先,数学素养不是一个终极的目标,而是一种指向发展方向的过程性目标,是我们数学教育所追求的价值目标。因此,数学教育关注的,是儿童的这种数学素养的渐进的发展过程。其次,数学素养的培养与发展,是伴随着数学学习过程之中的,它不能靠我们通常所理解的所谓的“单项训练”就能实现的。有时,它还伴随着其他的学科学习和环境学习过程中的有意识地渗透。

(3)实践性。数学素养具有明显的现实性和实践性的特征,它与我们的日常生活是紧密联系的。因为,儿童的数学素养是借助于现实数学的学习和自己的主体性实践而获得发展的。数学学习就是要让儿童感觉到,没有一定的数学素养,他们可能就会在一些日常的社会生活中难以行动。同时,数学学习也应让儿童感觉到,数学素养就存在于自己的日常社会生活之中。使儿童在数学探究和问题解决中去发展数学素养。

(二)培养数学思维是实现数学素养发展的基本点

1. 思维与数学思维

思维是人脑对客观事物的本质及其内在规律性联系概括的和间接的反映。思维有两个最显著的特征,一是概括性,二是间接性。

数学思维是人脑和数学对象交互作用并按照一般的思维规律认识数学本质和规律的理性活动。具体来说,数学思维就是以数和形及其结构关系为思维对象,以数学语言和符号为思维的载体,并以认识发现数学规律为目的的一种思维。

数学思维既从属于一般的人类思维,具有一般思维的特征,同时由于数学及其研究方法的特点,数学思维又具有不同于一般思维的自身特点。这种自身特点表现在思维活动是按客观存在的数学规律进行的,具有数学的特点与操作方式。特别是作为思维载体的数学语言的简约性和数学形式的符号化、抽象化、结构化倾向决定了数学思维具有不同于其他思维的独特风格。数学思维主要具有概括性、整体性、相似性和问题性等特点。

2. 数学思维的分类

(1)数学思维方式按照思维活动的形式可以分成逻辑思维、形象思维和直觉思维三类。

数学逻辑思维是以数学的概念、判断和推理为基本形式,以分析、综合、抽象、概括、完全归纳、演绎为主要方法,并能用词语或符号加以逻辑地表达的思维方式。它以抽象性和演绎性为主要特征,其思维过程是线型或枝权型地一步步地推下去的,并且每一步都有充分的依据,具有论证推理的特点。用法国数学家阿达玛的话来说,“逻辑”思维是以较少无意识“成分”,定向比较严密,一致性和清楚划分的思维过程为特征的。

数学形象思维是以数学的表象、直感、想象为基本形式,以观察、比较、类比、联想、不完全归纳、猜想为主要方法,并主要通过对形象材料的意识加工而得到领会的思维方式。它以形象性和想象性为主要特征,其思维过程带有整体思考、模糊判别的合情推理的倾向。

数学直觉思维是包括数学直觉和数学灵感两种独立表现形式,能够迅速地直接地洞察或领悟对象性质的思维方式。它们以思维的跳跃性或突发性为主要特征。用阿达玛的话来说,“直觉”思维是以相当多的无意识“成分”,思维过程更分散、迅速和省略为特征的。

(2)数学思维方式按照思维指向可以分成集中思维和发散思维两类。