

小学奥数

创新题天天练

XIAOXUE AOSHU CHUANGXINTI TIANTIANLIAN

从知识到能力 孩子数学思维的培养 由我们天天陪伴

主 编/牛俊杰

本册主编/乐沛思 张 彤

五年级



东北师范大学出版社

THE DIPPER

小学奥数

创新题天天练

XIAOXUE AOSHU CHUANGXINTI TIAN TIAN LIAN

从知识到能力 孩子数学思维的培养 由我们天天陪伴

主编/牛俊杰
本册主编/乐沛思 张 彤

5年级



东北师范大学出版社 长 春

THE DIPPER
北斗星系列丛书

- 主 编：牛俊杰
本册主编：乐沛思 张 彤
编 写：王 秀 沙云飞 乐沛思 张 彤 田金霞
孙金波 李东升 李 方 裴介夫 牛俊荣

图书在版编目 (CIP) 数据

小学奥数创新题天天练. 五年级/牛俊杰主编. —长春: 东北师范大学出版社, 2009. 5
ISBN 978 - 7 - 5602 - 5679 - 5

I. 小… II. 牛… III. 数学课—小学—习题资料
IV. G624. 505

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 073182 号

- 责任编辑：齐 磊 万英瑞 封面设计：宋 超
责任校对：吴应明 马绮娜 责任印制：张允豪

东北师范大学出版社出版发行
长春市人民大街 5268 号 (邮政编码：130024)

电话：0431—85695744 85688470

传真：0431—85695734

网址：<http://www.nenup.com>

电子函件：sdcbs@mail.jl.cn

编辑信箱：nenupbeidouxing@yahoo.com.cn

广告经营许可证号：2200006000161

东北师范大学出版社激光照排中心制版

黑龙江新华印刷二厂有限责任公司印装

黑龙江省哈尔滨市阿城区通城街 (邮政编码：150300)

2009 年 5 月第 1 版 2009 年 5 月第 1 次印刷

幅面尺寸：185 mm×134 mm 印张：9.25 字数：128 千

定价：12.80 元

如发现印装质量问题，影响阅读，可直接与承印厂联系调换

目 录



专题 1	计算问题	1
专题 2	计数问题	7
专题 3	包含与排除	12
专题 4	逻辑推理	17
专题 5	几何图形 (一)	23
专题 6	几何图形 (二)	27
思维训练营一		32
专题 7	数的整除	34
专题 8	质数与合数	39
专题 9	约数与倍数	43
专题 10	余数与周期	48
专题 11	数字谜	52
专题 12	数阵图	58
思维训练营二		63
专题 13	行程问题 (一)	65
专题 14	行程问题 (二)	71
专题 15	牛吃草问题	77
专题 16	列方程解应用题	82
专题 17	立体图形	87
专题 18	抽屉原理	92
思维训练营三		96

专题 19	循环小数与分数	98
专题 20	约数倍数类算理题	103
专题 21	同余的性质及利用	107
专题 22	整数的分拆	111
专题 23	进位制	115
专题 24	最优化问题	119
思维训练营四	124
参考答案	126



专题1 计算问题



牛牛,妈妈想算算咱们家
这个月花了多少钱,账上的数
目有零有整,你已经五年级
了,你能帮妈妈很快算出
来吗?

没问题,让我来试试
看,我一定很快就能算出
来的!



跟我学

□月□日 星期□

例1 家里的账目有零有整,妈妈用计算器计算得按40多个按键,算式是这样的:

$$2006+200.6+20.06+2.006+994+99.4+9.94+0.994$$

赶快想个办法赶在妈妈之前算出来吧!(第四届小学“希望杯”全国数学邀请赛)

加法交换律允许把加数交换位置,好好想想,怎么换才简便?

【解析】 解法一:通过审题就能够发现2006和994可以凑整为3000,200.6和99.4可以凑整为300,其余各项依次类推。

$$\begin{aligned} & 2006+200.6+20.06+2.006+994+99.4+9.94+0.994 \\ &= (2006+994)+(200.6+99.4)+(20.06+9.94)+(2.006+0.994) \\ &= 300+300+30+3 \\ &= 3333 \end{aligned}$$

解法二:通过观察,可以发现式子的前半部分和后半部分分别有整数公因数2006和994,故有

$$\begin{aligned} \text{原式} &= 2006 \times (1+0.1+0.01+0.001) + 994 \times (1+0.1+0.01+0.001) \\ &= (2006+994) \times 1.111 \\ &= 3000 \times 1.111 \\ &= 3333 \end{aligned}$$



无论小数还是整数,我们都希望相加后的和能够成为有效位数尽可能少的数,即所谓凑整。如 $2006+994=3000$ 有效的位数从四位变成了一位,这样就为后面的计算提供了方便,将小数凑成整数也是出于同样的目的。



提取公因数是根据乘法分配率而得来的,乘法本身就是为了计算很多相同的数的加法计算而诞生的。因此在解决很多加数连加的问题时,如果能够提取公因数,把一部分加法的任务转化为乘法,就可以大量减少计算量和计算难度。

有些难度大的题目,不能够直接凑整或提取公因数。这时可以试着将加数拆成两部分甚至几部分的和,使得整个式子可以进一步凑整或提取公因数以简化计算。解这样的题目就需要仔细观察、寻找规律和方法了。

照我做

1. $1.1+3.3+5.5+7.7+9.9+11.11+13.13+15.15+17.17+19.19=?$

(第13届数学解题能力展示竞赛初赛)

2. $784070+78407.1+7840.72+784.073+78.4074=?$

(小学数学奥林匹克预赛)

跟我学

□月□日 星期□

例2 $8.1 \times 1.3 - 8 \div 1.3 + 1.9 \times 1.3 + 11.9 \div 1.3 = ?$ (第四届小学“希望杯”全国数学邀请赛)

乘法分配律允许提取公因数,想想看如何提取?

【解析】 1.3是各项共有的乘数或除数,但是要注意乘法分配率不能在乘除算式之间混用。将算式根据分配率分别合并,得

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (8.1 \times 1.3 + 1.9 \times 1.3) + (11.9 \div 1.3 - 8 \div 1.3) \\ &= (8.1 + 1.9) \times 1.3 + (11.9 - 8) \div 1.3 \\ &= 10 \times 1.3 + 3.9 \div 1.3 \\ &= 13 + 3 \\ &= 16 \end{aligned}$$

拨云见日 遇到直接计算困难时,一定要考虑到式子是一个整体,难计算的乘法项通过合并可以凑整简化,除不尽的项通过合并就可以除尽,不考虑整体就难以发现简



化计算的关键。

解包含有乘、除法的凑整计算问题时，一定要正确应用运算定律。分配率是我们经常要使用的一种基本的运算定律。需要注意的是，分配率与结合率不同，它在乘、除法之间不可混用。有分数概念的同学可能知道倒数（一个数的倒数就是用它做分母而1做分子的那个分数），其实除以一个数都可以看成乘以它的倒数，而倒数和它本身通常是不相等的（实际上倒数与本身相等的只有1）。因此在使用分配率的时候，同一个数做乘数和除数，实际上是不同的因子，一旦混淆，计算就会出错。

照我做

3. $82.54 + 835.27 - 20.38 \div 2 + 2 \times 6.23 - 390.81 - 9 \times 1.03 = ?$ （2009“迎春杯”初赛试题）

4. $(7.88 + 6.77 + 5.66) \times (9.31 + 10.98 + 10) - (7.88 + 6.77 + 5.66 + 10) \times (9.31 + 10.98) = ?$ （第五届小学“希望杯”全国数学邀请赛）

跟我学

□月□日 星期□

例3 $12345 \times 12346 - 12344 \times 12343 = ?$ （小学数学奥林匹克预赛）

前后乘数相差很少，乘积又太大，可以看能不能先减后乘。

[解析] 相减的两项，各乘数之间相差很小。将12345拆成12344+1或将123456拆成12344+2，再根据乘法分配率简化计算。

$$\begin{aligned}
 \text{解法一：原式} &= (12344 + 1) \times 12346 - 12344 \times 12343 \\
 &= 12344 \times 12346 - 12344 \times 12343 + 12346 \\
 &= 12344 \times (12346 - 12343) + 12344 + 2 \\
 &= 12344 \times 4 + 2 \\
 &= 49378
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{解法二:原式} &= 12345 \times (12344 + 2) - 12344 \times 12343 \\
 &= 12344 \times (12345 - 12343) + 12345 \times 2 \\
 &= (12344 + 12345) \times 2 \\
 &= 24689 \times 2 \\
 &= 49378
 \end{aligned}$$

拨云见日 相乘的数很大,乘后的计算结果位数很多时,我们通过分析可以发现最终相减的数很可能很小。也就是说如果能够先减后乘把大的部分减掉,留下小的部分相乘就能够简化计算。通过把大的乘数裂项为后一项的某一个乘数与一个很小的数的和就能够多次利用分配率先减后乘简化计算。

照我做

5. $2007.7 \times 2007.6 - 2006.6 \times 2006.7 = ?$ (全国小学数学奥林匹克预赛)

6. $55555 \times 666667 + 44445 \times 666666 - 155555 = ?$ (全国小学数学奥林匹克决赛)

跟我学

月 日 星期

例 4 $33 \times 34 + 34 \times 35 + 35 \times 36 + 36 \times 37 + 37 \times 38 = ?$ (小学数学奥林匹克预赛)

加数很有规律,能不能利用这种规律减少项数呢?

[解析] 本题可以采用与前面类似的解法,以中间的项为基准,可以得到如下:

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= (35-2) \times (36-2) + (36-2) \times 35 + 35 \times 36 + 36 \times (35+2) + (35+2) \times \\
 &\quad (36+2) \\
 &= (35-2) \times 36 - 2 \times (35-2) + (36-2) \times 35 + 35 \times 36 + (35+2) \times 36 + 2 \times \\
 &\quad (35+2) + 36 \times (35+2) \\
 &= 35 \times 36 \times 5 + 2 \times 2 + 2 \times 2 - 2 \times 35 + 2 \times 36 \\
 &= 35 \times 36 \times 5 + 10 \\
 &= 6310
 \end{aligned}$$

本题也可使用一种新的技巧——升次裂项。所谓升次就是裂项后的两项乘数比原来多,多几个就叫做升几次。例如,

$$33 \times 34 = \frac{1}{3} (33 \times 34 \times 35 - 32 \times 33 \times 34)$$

这样对每一项进行裂项可得如下解法:

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{1}{3} (33 \times 34 \times 35 - 32 \times 33 \times 34) + \frac{1}{3} (34 \times 35 \times 36 - 33 \times 34 \times 35) + \cdots + \frac{1}{3} \\ &\quad (37 \times 38 \times 39 - 36 \times 37 \times 38) \\ &= \frac{1}{3} (37 \times 38 \times 39 - 32 \times 33 \times 34) \\ &= 6310 \end{aligned}$$

拨云见日 裂项是一种重要的简化计算技巧,将多个加数求和问题中的每一项拆为两项之后,其中中间的大部分项都互相抵消了,只剩下有限的几项。这是由于裂项后的项具有如下的特点:

- (1) 括号中每一个分裂后的两项都与前后括号中有相同项。
- (2) 不同括号中的相同项的符号是相反的。

升次裂项是整数裂项中的一种常见的裂项技巧,实际上它是从

$$\begin{aligned} &n(n+1)(n+2) - (n-1)n(n+1) \\ &= n(n+1)[(n+2) - (n-1)] \\ &= 3n(n+1) \end{aligned}$$

这样一些通式而来的。复杂一些的求和计算题目可能无法直接使用升次裂项,但是通过一些变换,有些问题也同样能够化归为可以用升次裂项解决的问题。例如,平方求和 $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots$ 这样的题目,就可以做如下变换

$$2^2 = 1 \times 2 + 2$$

$$3^2 = 2 \times 3 + 3$$

这样就可以进行升次裂项了。

照我做

7. $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + 99 \times 100 = ?$

8. $101^2 + 102^2 + 103^2 + \dots + 109^2 = ?$



(1) 计算问题中能凑整的要先凑整再计算, 整数和小数可以分开凑整。

(2) 计算的时候要记住基本的运算定律, 正确、灵活地运用它们——加法交换律、加法结合律、乘法分配律。对于除法, 除数相同的时候被除数可以相加减。

(3) 一个数或一个式子在运算中可以想办法拆开来达到简化计算的目的。其中裂项是一个重要的技巧, 在今后的学习中我们还会遇到这样的问题。

专题2 计数问题



牛牛,账算得真快!再帮妈妈干点儿活吧。爸爸买了一些花,妈妈想摆在窗台上,记住,红花相邻就不好看了哦,你能帮妈妈这个忙吗?

我想想,那可有很多好看的摆法呢,我来摆摆看!



跟我学

□月□日 星期□

例1 将三盆同样的红花和四盆同样的黄花摆成一排,要求三盆红花互不相邻,共有多少种不同的放法?(小学“希望杯”全国数学邀请赛)

不相邻也就是红花中间都要被黄花隔开,想一想先摆哪种花?

[解析] 我们可以将四盆同样的黄花先摆放成一排,黄花中间就形成了5个“空隙”(除了三个中间的空隙外,还包含了最外侧的两个位置)。将三盆红花插入间隙位置,每个间隙只能放一盆红花,即可得到一种摆放(排列)方法。那么我们的问题就变成了在5个间隙中选取3个间隙,放入红花,共有 $C_5^3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$ (种)。

拨云见日 本题所应用的方法称为插板法,可以把黄花看成物体,而红花则是板子,那么我们的问题就是在4个同样的物体中间插入3块同样的板子,有多少种不同的插法。需要注意的是,本题的板子是相同的,如果板子(红花)各不相同,比如有编号,那么相应的式子还要乘以板子的全排列。

除了不相邻这种类型的题目,通常插板法还可用来解决分堆问题,例如,“将5个苹果分给3名小朋友,每名小朋友至少分一个”,这样的问题就可以理解为“在5个物体中插入2块板子”,这样5个物体就被分成了3份。但是要注意的是这里要求每名小朋友至少有一个,也就是说板子不能在最左边或最右边,也不能相邻。那么就是从4个空隙中选取2个,答案应该是 $C_4^2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ (种)。

通常插板法的计算不是问题,关键在于能够将看似无关的计数问题转化成给物

体插板子的问题,这就要通过灵活的思考和一定的练习来掌握,下面两道练习题都可以用插板法来解决,看看你能做正确么?

照我做

- 20 个苹果分给 3 名小朋友,每人至少分 1 个,有多少种不同的分法?
- 一条马路上有编号为 1,2,⋯,9 的九盏路灯,为了节约用电,可以把其中的三盏灯关掉,但不能同时关掉相邻的两盏或三盏,则所有不同的关灯方法有多少种?

跟我学

星期

例 2 若有 A,B,C,D,E 五个人排队,要求 A 和 B 两个人必须站在相邻位置,则有多少排队方法?

要求 A,B 两个人必须相邻,如果 A,B 两个人是一个人该多好?

[解析] 我们可以将 A,B 两人捆绑在一起看成一个人 F,那么现在就有四个人排队:C,D,E,F。全部的排队方法有 $A_4^4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (种)。现在要把 F 变成 A,B,即“松绑”,要注意 AB,BA 是两种不同的排列方法,因此,由乘法原理,总的排队方法应为 $24 \times 2 = 48$ (种)。

拨云见日 本题所应用的方法称为捆绑法。即将一些物体先“捆绑”在一起看成一个物体,将问题简化,然后再“松绑”求得最后的答案。这种方法通过“捆绑”这个过程使得题目中的限制条件(如 A,B 必须相邻)得到了满足,计算出不考虑限制条件的答案,再通过“松绑”这个过程(如把 F 用 AB 或 BA 代换回来),来得到真正的答案。一道复杂的问题就通过这样的方法分解成了两个相对简单的问题了。

照我做

- 有 8 本不同的书,其中数学书 3 本,外语书 2 本,其他学科书 3 本。若将这些书排成一列放在书架上,让数学书排在一起,外语书也恰好排在一起的排法共有多少种?



4. 由数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 组成无重复数字的七位数。(1) 求三个偶数必相邻的七位数的个数。(2) 求三个偶数互不相邻的七位数的个数。



跟我学

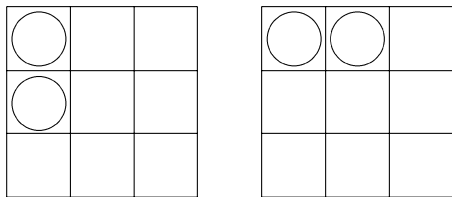
月 日 星期

例 3 把两个相同的硬币放入一个 3×3 的方格的两个不相邻小方格上, 一共有多少种放法? (小学数学奥林匹克决赛试题)

求不相邻的放法不好算, 可求相邻的放法好算, 怎么办?

[解析] 首先我们不看限制条件, 即把两个相同的硬币放入一个 3×3 的方格一共有多少种放法, 这相当于在 9 个格子中选择 2 个放入硬币, 共有

$$C_9^2 = \frac{9 \times 8}{2 \times 1} = 36 \text{ (种)}$$



要求不相邻, 我们可以先计算出相邻的放法。相邻有两种, 一种是纵向相邻, 一种是横向相邻(如图所示)。由对称性知两种相邻的放法种数相同, 而任意一种的放法种数可以很容易的计算出来, 因此相邻的放法总数为 $2 \times 3 \times 2 = 12$ (种), 故不相邻的放法总数为 $36 - 12 = 24$ (种)。

拨云见日 本题的解法称为排除法(也称反向求解)。这种方法应用的关键是想清楚限制条件的对立条件到底是什么, 如果弄错对立条件, 则容易出现错误。



照我做

5. 用五张数字卡片: 0, 2, 4, 6, 8 能组成多少个不同的三位数? (6 不能看做 9) (提示: 限制条件是 0 不能做首位) (小学“希望杯”全国数学邀请赛试题)

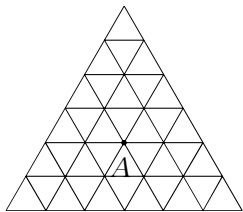
6. 从 1 到 2004 这 2004 个正整数中,共有多少个数与四位数 8866 相加时至少发生一次进位?(全国小学奥林匹克决赛试卷)



跟我学

□月□日 星期□

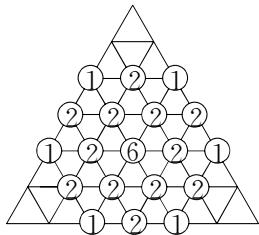
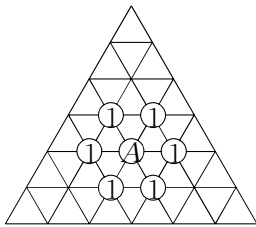
例 4 如右图所示,每个小正三角形的边长都为 1,小虫每步能走 1,从 A 出发,恰好 4 步走回到 A 的路有多少条?(途中可以回 A)(第六届“走进美妙的数学花园”中国青少年数学论坛趣味数学解题技能展示大赛初赛)



恰好走 4 步回到 A,能不能推算出每一

步呢?

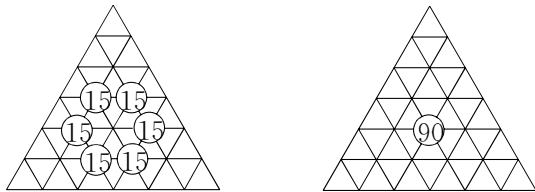
解析 本题的限制是恰好走 4 步回到 A。放宽条件,如果不要求回到 A,且步数为 1 步,则有 6 种走法(如图,目标点上的数字为 1 步从 A 点走到该点的不同路径条数)。从这六个点出发走 1 步,能到达的点为下图右内的点,点上的数字为上一步所有相邻点上(六个相邻点)的数字之和。



同理,可得第 3 步和第 4 步能到达的所有点的路径条数。但是我们的要求是能恰好回到 A,这就帮助我们简化了问题。由于第 4 步要到达 A,所以第 3 步必须要到达与 A 相邻的 6 个点上,因此只需要根据第 2 步的图上的数字求得第 3 步图上的那 6 个点的数字即可。而且由于对称性,这六个点上的数字是相等的,都是 $1+2+2+2+2+6=15$ 。于是,我们可以知道,恰好走 4 步回到 A 的路有 $15 \times 6=90$ (条)。

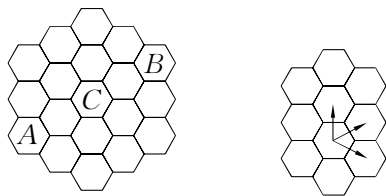
拨云见日 本题所用的方法称为坐标法。这种方法在解决数不同路线条数的图形计数问题时非常有用。通常这种题目很难通过排列组合来解决,而坐标法可以很好地解决这类问题。这种方法的思想是递推法计数,它通过把计数问题分解成若干步

计数问题来解决,划分时每一步的计数只同上一步的计数有关,这样我们就可以一步一步地将结果求出。

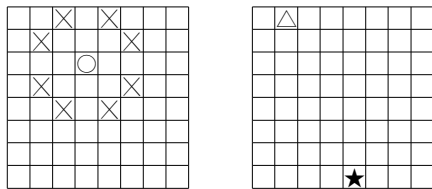


照我做

7. 下图左是由 19 个六边形组成的图形,在六边形内的蚂蚁只可以选下图右中箭头所指的方向之一爬到相邻的六边形内。一只蚂蚁从六边形 A 出发,选择不经过六边形 C 的路线到达六边形 B,那么这样的路线共有多少条?(小学数学奥林匹克决赛试题)



8. 国际象棋中“马”的走法如下图所示,位于○位置的“马”只能走到标有×的格中,类似于中国象棋中的“马走日”。如果“马”在 8×8 的国际象棋棋盘中位于第一行第二列(下图右中标有△的位置),要走到第八行第五列(下图右中标有★的位置),最短路线有多少条? (“数学解题能力展示”读者评选活动五年级组初赛)



听我讲

学过本专题后,你已经可以很好地解答计数问题,最后再总结一下本专题所讲的几种方法:(1)插板法。可以解决所有可以看成在相同物体中插入木板的问题。(2)捆绑法。可以解决有类似相邻要求的限制条件的计数问题。(3)排除法。可以解决总数和对立条件容易计算,但直接计算比较困难的计数问题。(4)坐标法。可以解决求不同路线条数的计数问题。

专题 3 包含与排除

牛牛,这次考试你们班上有多少同学得了满分啊?

有些同学数学得了满分,有些同学语文得了满分,只有几名同学得了双满分。到底有多少同学得了满分,我还真得算算看!



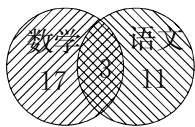
跟我学

□月□日 星期□

例 1 月底测验考试,牛牛的班上有 17 人数学得满分,有 11 人语文得满分,得双满分的同学只有 3 人,那么至少有一门得满分的同学有多少人?

得双满分的同学只计算一次,不能重复计算。

【解析】 17 人数学得满分,11 人语文得满分,3 人得到双满分,画成维恩图(如右图)。至少有一门得满分的同学应该是整个图形的面积,如果按照 $17+11$ 计算,则交叉部分被计算了 2 次,故答案为 $17+11-3=25$ (人)。



拨云见日 本题在计数中会有一部分重叠,为了使重叠部分不被重复计算,我们可以使用一种新的计数方法,这种方法的基本思想是:先不考虑重叠的情况,把包含于某内容中的所有对象的数目先计算出来,然后再把计数时重复计算的数目排除出去,使得计算的结果既无遗漏又无重复,这种计数的方法称为容斥原理。

对于两个量 A 与 B 的包含与排除问题,我们可以用符号 $A \cap B$ 来表示它们重叠的部分(读做 A 交 B),用符号 $A \cup B$ 来表示它们合并后的部分(读做 A 并 B)。在本例题中,令数学满分人数为 A ,语文满分人数 B ,则所求即为 $A \cup B$ 。由维恩图

$$A \cup B = A + B - A \cap B$$

这就是两个量的容斥原理公式。