

总主编 张大同

物理竞赛教程

· 高三年级 ·

本册主编 张大同

华东师范大学出版社

目 录

第一讲 磁场.....	1
第二讲 电磁感应	42
第三讲 光的传播	83
第四讲 光的本性和原子物理.....	129
第五讲 物理实验.....	161
附录 模拟试题.....	215
第一套模拟试题(初赛).....	215
第二套模拟试题(复赛).....	224
第三套模拟试题(决赛).....	233
习题参考答案与提示.....	252

第一讲 磁 场

知识要点和基本方法

一、磁场

磁场是一种存在于磁铁或通电导线周围的物质,其基本特征是对放入其中的磁体、通电导线或运动电荷有力的作用。

(一) 磁感强度

将一个长 L , 通有电流 I 的电流元放在磁场中某一点, 电流元受到的作用力为 F 。当电流元在某一方位时, 这个力最大, 这个最大的力 F_m 和 IL 的比值, 叫做该点的磁感强度。将一个能自由转动的小磁针放在该点, 小磁针静止时 N 极所指的方向, 被规定为该点磁感强度的方向。

为了形象直观地描述磁场, 引进了与电感线相似的磁感线。

长直通电导线周围的磁感线如图 1-1 所示。

如果导线中通过的电流强度为 I , 在理论上和实验中都可证明, 在真空中离导线距离为 r 处的磁感强度

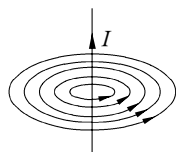


图 1-1

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

式中 μ_0 称为真空中的磁导率, 大小为 $4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ 。

长直通电螺线管的磁感线如图 1-2 所示。螺线管内部(如 A 处), 是一匀强磁场, 外部靠近螺线管处(如 B 处)的磁场为零。 A 处磁感强度的大小

$$B_A = \mu_0 nI.$$

式中 n 为单位长度螺线管的匝数, I 为通过螺线管的电流强度. 从图 1-1 和图 1-2 中都可以看出, 磁感线是一簇闭合曲线, 而静电场的电感线是一簇不闭合的曲线(或者是从正电荷到负电荷, 或者是从正电荷到无穷远处, 从无穷远处到负电荷)。这是一个十分重要的区别, 凡是感线为闭合曲线的场都不可能是保守场。

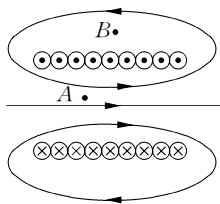


图 1-2

磁感强度是一个矢量, 如果两个电流都对某处的磁场有贡献, 就要用矢量合成的方法. 如果有 a 、 b 两根长直通电导线垂直于纸面相距 r 放置, 电流的大小 $I_a = I$, $I_b = 2I$ (图 1-3), 那么哪些位置的磁感强度为零呢?



图 1-3

在 a 、 b 连线以外的位置上, 两根导线上电流所产生的磁感强度 B_a 和 B_b 的方向都

不在一直线上, 不可能相互抵消; 在 a 、 b 连线上, a 左边或 b 右边的位置上, B_a 和 B_b 的方向是相同的, 也不可能相互抵消; 因此只有在 a 、 b 中间的连线上, B_a 和 B_b 才有可能相互抵消. 设离 a 距离为 x 的 P 处合磁感强度为零(图 1-3)

$$\Sigma B = B_a + B_b (\text{矢量式}) = k' \frac{I}{x} - k' \frac{2I}{r-x} = 0,$$

$$k' \frac{I}{x} = k' \frac{2I}{r-x},$$

可解得

$$x = \frac{r}{3}.$$

(二) 磁通量

如果某一磁场的磁感强度为 B , 有一垂直磁感强度的方向的小面积 S_{\perp} , 则将

$$\Phi = BS_{\perp}$$

称为穿过面积元 S_{\perp} 的磁通量. 如果是一任意方向的面积元 S , 则当面积元的法线和磁感线的夹角为 α 时, 通过此面积元的磁通量为

$$\Phi = BS \cos \alpha.$$

当 $\alpha < 90^\circ$ 时, Φ 为正; $\alpha > 90^\circ$ 时, Φ 为负; $\alpha = 90^\circ$ 时, Φ 为零. 有了面积元法线的概念, 即可以理解当一个线框翻转 180° 时, 磁通量的变化量是

$$\Delta\Phi = 2BS \cos \alpha$$

(α 是原来线框法线与磁感线间的夹角) 而不是零.

二、洛伦兹力

磁场对运动电荷的作用力叫洛伦兹力.

(一) 洛伦兹力和质谱仪

当一个带电粒子 q 以速度 v 在磁感强度为 B 的磁场中运动时, 受到的洛伦兹力大小为

$$F_{\text{洛}} = qvB \sin \theta.$$

式中的 θ 为 v 与 B 的夹角. 当 q 沿着 B 运动时 $F_{\text{洛}}$ 为零, 带电粒子将做匀速运动; 当 $\theta = 90^\circ$ 时, 带电粒子将做匀速圆周运动, 其半径和周期分别为

$$\begin{cases} R = mv_0 / qB, \\ T = 2\pi m / qB. \end{cases}$$

当 $0 < \theta < 90^\circ$ 时, 带电粒子将做等距螺旋线运动, 螺旋半径、周期和螺距分别为

$$\begin{cases} R = mv \sin \theta / qB, \\ T = 2\pi m / qB, \\ h = 2\pi mv \cos \theta / qB. \end{cases}$$

测定带电粒子的荷质比 q/m 在近代物理学中具有重要的意义, 它是研究物质结构的基础. 利用速度选择器和带电粒子在磁场中的运动规律来测定它的荷质比的仪器叫质谱仪.

有一种质谱仪的结构如图 1-4 所示. 带电粒子经过 S_1 和 S_2 之间的电场加速后, 进入 P_1 、 P_2 之间的狭缝. P_1 、 P_2 之间存在着互相正交的磁场 B_1 和电场 E , 只有在这一区域内不改变运动方向的粒子才能顺利通过 S_0 上的狭缝, 根据

$$qvB_1 = qE$$

可知,只有速度为

$$v = E/B_1$$

的粒子才能通过. 这一装置叫速度选择器. S_0 以外的空间只存在磁场 B_2 , 不存在电场. 带电粒子在洛仑兹力的作用下将做半径为 R 的匀速圆周运动

$$qvB_2 = mv^2/R,$$

$$qB_2 = mE/B_1R,$$

$$\frac{q}{m} = \frac{E}{RB_1B_2}.$$

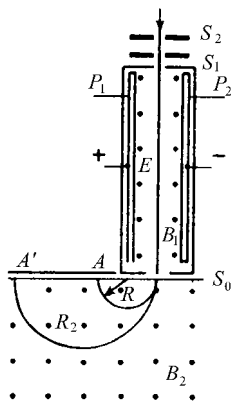


图 1-4

式中 E 、 B_1 、 B_2 是人为加上去的, R 可以测量, 这样便可以求出荷质比 q/m .

(二) 霍耳效应

将一载流导体放在磁场中时, 由于洛仑兹力的作用, 会在与磁场和电流二者垂直的方向上出现横向电势差, 这一现象称为霍耳效应. 这电势差称为霍耳电势差.

如果电流 I 在金属导体中流动, 方向和磁感强度 B 的方向垂直(图 1-5), 导体的高和厚分别为 b 和 h . 设导体单位体积内的自由电子数为 n , 电子电量为 e , 定向运动的平均速度为 v , 那么导体中的电流

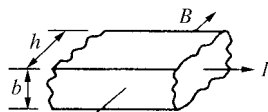


图 1-5

$$I = nevhb. \quad (1)$$

由于洛仑兹力的作用, 自由电子向上表面聚集, 下表面带正电荷, 上、下表面间就形成了电压 U . 这个电压在导体中产生的电场对电子的作用力(向下)

$$F_E = Ee = eU/b. \quad (2)$$

当 F_E 和洛仑兹力互相抵消时, 电子达到平衡状态. 即

$$F_{\text{洛}} = evB = F_E. \quad (3)$$

由①、②、③式可解得

$$U = \frac{IB}{nhe}.$$

由此可见 U 与 I 、 B 成正比, 与 n 、 h 、 e 成反比, 而与 b 无关.

如果导体中的载流子是带正电荷的粒子, 那么霍耳电势差的正、负将相反. 因此利用霍耳效应可以判断导体中载流子的性质. 通过计算还可以测定导体中载流子的体密度 n .

如图 1-6 所示的磁流体发电机, 是霍耳效应的一种实际的应用.

已知横截面积为矩形的管道长为 l , 宽为 a , 高为 b , 上下两个侧面是绝缘体, 前后两个侧面是电阻可忽略的导体, 分别与负载电阻 R_L 的一端相连. 整个装置放在垂直于上、下两个侧面的匀强磁场 B 中.

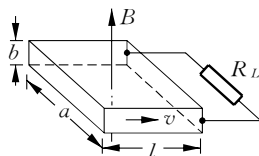


图 1-6

含有正、负带电粒子的电离气体持续匀

速地流经管道. 假如横截面上各点流速相同, 已知流速与电离气体所受的摩擦力成正比, 且无论有无磁场存在时, 都维持管两端电离气体的压强差为 p , 若无磁场存在时电离气体的流速为 v_0 , 那么有磁场存在时此磁流体发电机的电动势 \mathcal{E} 的大小是多少? 已知电离气体的平均电阻率为 ρ .

这个问题有两种思考方法, 既可以从力的平衡角度来考虑, 也可以从能量守恒的角度来考虑.

设有磁场存在时电离气体(相当于长度为 a 的导体)的流速为 v , 其产生的横向感生电动势为

$$\mathcal{E} = vaB.$$

当电离气体匀速流动时, 管两端的压力差给气体一个向前的力, 而感应电流(当外电路接通时存在)受到的安培力和摩擦力给气体一个向后的力, 这两部分力应该相互平衡. 由欧姆定律可知

$$I = \mathcal{E}/R = \mathcal{E}/(\rho a/lb + R_L),$$

管内气体所受安培力

$$F = IBa = Ba \mathcal{E} / (\rho a / lb + R_L).$$

当管周围无磁场时,用 f 表示摩擦力,应有

$$pab = f.$$

当管周围有磁场时,用 f' 表示摩擦力,应有 $pab = F + f'$,

因为流速与摩擦力成正比,所以

$$v_0 / v = f / f' = pab / (pab - F).$$

由以上诸式可解得

$$\mathcal{E} = pab \left/ \left(\frac{Ba}{R_L + \rho a / lb} + \frac{pb}{v_0 B} \right) \right.$$

如果从能量守恒的角度来考虑:

无磁场时,外界压力的功率 = 克服摩擦力的功率:

$$pabv_0 = kv_0 \cdot v_0 \quad (k \text{ 为比例系数}). \quad \textcircled{1}$$

有磁场时,外界压力的功率 = 克服摩擦力的功率 + 消耗在磁流体本身及负载电阻上的功率:

$$pabv = kv \cdot v + \frac{\mathcal{E}^2}{\rho a / lb + R_L}. \quad \textcircled{2}$$

当气体稳定时,应有

$$qvB = q \frac{\mathcal{E}}{a},$$

$$v = \frac{\mathcal{E}}{Ba}; \quad \textcircled{3}$$

①、③代入②可得

$$\frac{pb \mathcal{E}}{B} = \frac{pb \mathcal{E}^2}{v_0 a B^2} + \frac{\mathcal{E}^2}{R_L + \rho a / lb},$$

同样可得

$$\mathcal{E} = pab \left/ \left(\frac{aB}{R_L + \rho a / lb} + \frac{pb}{v_0 B} \right) \right.$$

(三) 磁聚焦

如图 1-7 所示,一电子束经过 a 、 b 板上的恒定电场加速后进入 c 、 d 板之间的电场. 因为 c 、 d 板上加的是交变电压, 所以飞出 cd 电场后的电子具有相同的水平速度和不同的竖直速度. 这样一束电子通过 f 板中心的小孔进入长直螺线管形成的水平方向的匀强磁场后作半径 R 不同而周期 T 相同的螺旋线运动, 运动轨迹都和螺线管的中心轴线相切. 因为所有电子的水平速度 v_x 相同, 所以它的螺旋线的螺距也是相同的. 在离 f 板距离 $s = nv_x T$ (n 为整数) 的位置上, 散开的电子束又会聚于一点, 可以在电子射线管的荧光屏上观察到一个细小的亮点, 这就是磁聚焦. 如果测出了 ab 之间的加速电压 U , 螺线管中的磁感应强度 B , 以及聚焦点离 f 板的距离 s , 同样可以测出电子的荷质比

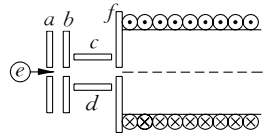


图 1-7

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 n^2}{B^2 s^2} \cdot U.$$

如图 1-8(a)所示,半径为 R 的圆筒形真空管中有两个隔板 A 和 A' , 其中心有小孔, 相距 L . 区域 I 中有水平方向的电场, 区域 II 中有水平方向的匀强磁场, 区域 III 中无电场、磁场. 由阴极 K 发出的电子由电场加速后穿过小孔 A 成发散电子束进入区域 II, 设所有电子穿过小孔 A

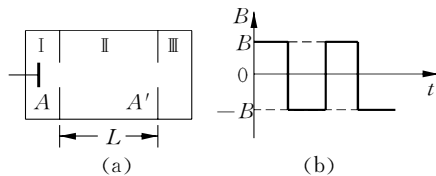


图 1-8

时的水平分速度都为 v . 调节区域 II 中的磁感应强度使之能为使电子束穿过 A' 小孔的最小值 B , 从这时开始计时且保持此值不变, 但使 B 的方向做周期为 T 的周期性变化(图 1-8(b)所示). 设真空管中碰到管壁的电子均不弹回.

- 1) 求有电子束穿过 A' 时 T 的最小值 T_0 ;
- 2) 设 $T = 2T_0$, 哪些时间内有电子束穿过 A' ?

3) 进入区域Ⅲ的电子中,运动方向与管轴间的最大夹角为多少?

这是一个典型的磁聚焦问题.题中所谓将区域Ⅱ中的磁场调节到能使电子束穿过 A' 的最小值,就是使电子在磁场中经过一个螺距后到达 A' ,即

$$T' = L/v.$$

如果这些电子在区域Ⅱ中运动的时间不到 T' ,它们将不能穿过 A' ,因此要使电子穿过 A' 的最小周期

$$T_0 = 2T' = 2L/v.$$

如果 $T = 2T_0$,那么每一次改变磁场方向后前 $\frac{T_0}{2}$ 穿过 A 的电子将能穿过 A' ,即在图 1-9 中时间轴上波纹线部分所表示的时间内,有电子穿过 A' .

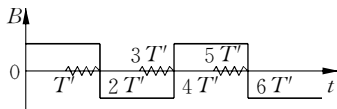


图 1-9

设斜入射到区域Ⅱ中的电子在垂直于管轴方向上的速度为

v_{\perp} ,则电子做圆周运动的半径 r 和周期 T 分别为

$$r = \frac{mv_{\perp}}{eB},$$

$$T' = \frac{2\pi m}{eB}.$$

只有 $2r < R$ 的那些电子才能不与管壁碰撞而到达 A' ,即

$$\frac{mv_{\perp}}{eB} < \frac{R}{2}, v_{\perp} < \frac{eBR}{2m}.$$

利用 $T' = \frac{2\pi m}{eB} = \frac{L}{v}$,可消去 B 得到

$$v_{\perp} < \frac{\pi R}{L}.$$

因此穿过 A' 后的电子运动方向与管轴间的最大夹角为

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\pi R}{L}.$$

三、安培力

如果在磁场中有一根通电导线,因为导线中的电流是由自由电子的定向运动形成的,电子受到洛仑兹力作用而向侧向漂移时,与晶格上的正离子碰撞,把力传给了导线,所以通电导线在磁场中会受到磁场的作用,这就是安培力.

设在单位体积导体内有 n 个自由电子,导线长 L ,截面积为 S ,通过导线的电流强度为 I ,周围有垂直于导线的磁场 B ,那么安培力

$$F = nSLe \cdot vB.$$

因为 $I = nvSe$,

所以 $F = IBL$.

如果导线与 B 成 θ 角,则安培力

$$F = IBL \cdot \sin \theta.$$

(一) 安培的定义

如图 1-10 所示,两相距为 a 的平行长直导线分别载有电流 I_1 和 I_2 .

载流导线 1 在导线 2 处所产生的磁感应强度为

$$B_{21} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}, \text{方向如图所示.}$$

导线 2 上长为 ΔL_2 的线段所受的安培力为

$$\Delta F_2 = I_2 \Delta L_2 B_{21} \sin \frac{\pi}{2}$$

$$= I_2 \Delta L_2 B_{21} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi a} \Delta L_2.$$

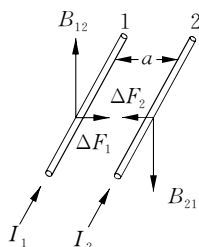


图 1-10

其方向在导线 1、2 所决定的平面内且垂直指向导线 1,导线 2 单位长度上所受的力

$$\frac{\Delta F_2}{\Delta L_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\alpha}$$

同理可证,导线 1 上单位长度导线所受力也为 $\frac{\Delta F_1}{\Delta L_1} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\alpha}$, 方向垂直指向 2, 两条导线间是吸引力. 也可证明,若两导线内电流方向相反,则为排斥力.

国际单位制中,电流强度的单位安培规定为基本单位. 安培的定义规定为:放在真空中的两条无限长直平行导线,通有相等的稳恒电流,当两导线相距 1 米,每一导线每米长度上受力为 2×10^{-7} 牛顿时,各导线上的电流的电流强度为 1 安培.

(二) 安培力矩

如图 1-11 所示,设在磁感应强度为 B 的均匀磁场中,有一刚性长方形平面载流线圈,边长分别为 L_1 和 L_2 , 电流强度为 I , 线圈平面的法线 n 与 B 之间的夹角为 θ , 则各边受力情况如下:

$|f_{ab}| = BIL_2$, 方向指向读者;

$|f_{cd}| = BIL_2$, 方向背向读者;

$|f_{bc}| = BIL_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = BIL_1 \cos\theta$, 方向竖直向下;

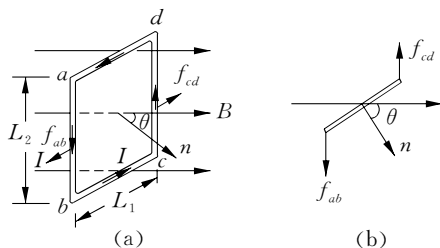


图 1-11

$|f_{da}| = BIL_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = BIL_1 \cos\theta$, 方向竖直向上.

f_{bc} 和 f_{da} 大小相等, 方向相反且在一条直线上, 互相抵消.

f_{ab} 和 f_{cd} 大小相等, 方向相反, 但力作用线不在同一直线上, 形成一力偶, 力臂从图 1-11(b) 中可看出为 $L_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = L_1 \sin\theta$,

故作用在线圈上的力矩为： $M = f_{ab}L_1 \sin \theta = BIL_2L_1 \sin \theta$ 。而 L_1L_2 为线圈面积 S ，故

$$M = BIS \sin \theta.$$

我们称面积很小的载流线圈为磁偶极子，用磁偶极矩 P_m 来描绘它。其磁偶极矩的大小为平面线圈的面积与所载电流的电流强度之乘积，即 $P_m = IS$ ，其方向满足右手螺旋法则，即伸出右手，四指绕电流流动方向旋转，大拇指所指方向即为磁偶极矩的方向，即图 1-11 中 n 的方向，那 θ 角即为磁偶极矩 P_m 与磁感应强度 B 的正方向的夹角。这样，线圈所受力矩可表为

$$M = P_m B \sin \theta.$$

我们从矩形线圈推出的公式对置于均匀磁场中的任意形状的平面线圈都适用。

例题精讲

例 1 如图 1-12 所示，一质量均匀分布的细圆环，其半径为 R ，质量为 m ，令此环均匀带正电，总电量为 Q ，现将此环平放在绝缘的光滑水平桌面上，并处于磁感应强度为 B 的匀强磁场中，磁场方向竖直向下，当此环绕通过其中心的竖直轴以匀角速度 ω 沿图示方向旋转时，环中张力增加多少？

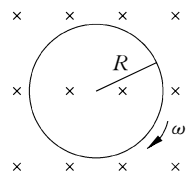


图 1-12

分析 环静止时圆环上电场强度不为零，环中电荷已受电场力，因而环内必定已有张力。本题现要求的是由于环旋转而形成的附加张力，故可不考虑其原有张力，要正确求解，关键是要弄清附加张力产生的原因。

解 当环旋转时，电荷随环一起运动形成电流，故每小段圆环均受到磁场对它的作用力，方向沿半径向外，它和小段圆环两侧所受附加张力的合力提供小段圆环作圆周运动的向心力，如图 1-13 所示，设小

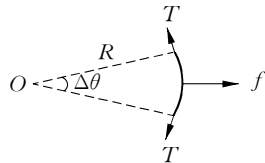


图 1-13

段圆环质量为 Δm ，其所对的圆心角为 $\Delta \theta$ ，所受安培力为 f ，附加张

力记为 T , 由圆周运动条件得 :

$$2T \sin \frac{\Delta\theta}{2} - f = \Delta m \omega^2 R.$$

当 $\Delta\theta$ 很小时, $\sin \frac{\Delta\theta}{2} \approx \frac{\Delta\theta}{2}$, 又

$$\Delta m = \frac{m}{2\pi R} \cdot R \Delta\theta = \frac{\Delta\theta}{2\pi} m,$$

$$f = BI \Delta l = B \cdot \frac{\omega Q}{2\pi} \cdot R \Delta\theta,$$

代入上式后解得

$$T = \frac{R\omega}{2\pi} (QB + m\omega).$$

例 2 如图 1-14 圆柱形区域的匀强磁场为 B , 半径为 R . 对称放置的三个相同的电容器, 电压为 U , 板间距为 d . 与场区相切的极板, 在切点处均有小缺口, 一带电粒子, 质量为 m , 电量为 q , 自某电容器极板上的 M 点由静止起动, M 点在缺口 a 的正上方. 若经过一段时间, 粒子恰可返回 M , 不计重力, 求 :

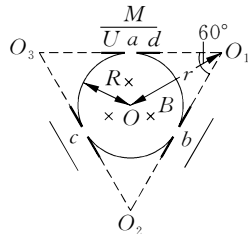


图 1-14

- ① U 与 B 所满足的关系 ;
- ② 粒子的运行周期 T .

解 (1) 设带电粒子带正电, 则平行板电容器外侧极板处于高电势. 粒子运行的过程为 : 从 M 点出发由静止加速到 v , 此时到达缺口 a , 经圆运动绕 O_1 回旋 60° 到缺口 b , 在第 2 个电容器内减速到零, 复又加速至 v 如此运动当其回到 M 点时速度为零, 完成一个周期.

可以列出下述方程 :

$$qU = \frac{1}{2} m v^2,$$

$$qvB = m \frac{v^2}{r},$$

$$r = \sqrt{3}R.$$

式中 r 为粒子回旋半径. 解之得:

$$U = \frac{3B^2 R^2 q}{2m}.$$

(2) 设 t_1 为粒子在磁场中回旋 60° 的时间, t_2 为其在电场中加速 (加速度为 a) 的时间, 则:

$$t_1 = \frac{1}{6} \frac{2\pi m}{qB} = \frac{\pi m}{3qB},$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2d}{a}} = \frac{\sqrt{2d}}{\sqrt{\frac{qU}{md}}} = d \sqrt{\frac{2m}{qU}},$$

粒子运动周期为:

$$T = 3t_1 + 6t_2 = \frac{\pi m}{qB} + 6d \sqrt{\frac{2m}{qU}}.$$

例 3 质量均为 m 、电量均为 q 的一簇离子在 $P(-a, 0)$ 点朝 xy 上半平面各个方向以速率 v 散开, 且 $mv / (|q|B) < a$ (图 1-15), 垂直于 xy 平面的匀强磁场将这些离子会聚于 $R(a, 0)$ 点. 设离子间的相互作用可以忽略, 磁感强度为 B , 试确定磁场区域的边界.

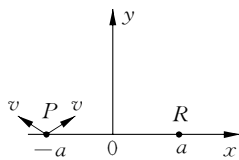


图 1-15

分析 题目未给出离子的正负, 但这无关紧要, 因为题目只要求给出磁场区域的边界, 未要求确定 B 的方向. 离子一旦进入磁场, 便将做匀速圆周运动, 离开磁场则

做匀速直线运动. 因为 P 、 R 是相对 y 轴对称的, 因此离子运动轨道也是相对 y 轴对称的, 圆周运动的圆心一定都在 y 轴上, 磁场区也必然左右对称.

解 I 设轨道圆心在 $(0, b)$ 点. 轨道半径为 $r = mv / |q|B$, 离子在磁场边界点 (x, y) 外切向地飞离圆轨道指向 R 点. 由图 1-16 中两个直角三角形的相似关系可得

$$\frac{y-b}{x} = \frac{a-x}{y}$$

因为 (x, y) 点也属于圆轨道, 所以

$$x^2 + (y-b)^2 = r^2.$$

两式联列消去 $(y-b)$, 使得

$$(r^2 - x^2)y^2 = (a-x)^2x^2.$$

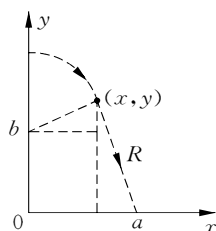


图 1-16

这是一条过 $(0, 0)$ 点的四次曲线, 但它并不相对 y 轴对称, 因此只取它在第 I 象限的部分代表磁场区域的右边界. 左边界为右边界相对 y 轴的对称曲线, 应是

$$(r^2 - x^2)y^2 = (a+x)^2x^2.$$

因此, 磁场边界可表述为

$$y = \begin{cases} x(a-x)/\sqrt{r^2-x^2}, & x \geq 0. \\ -x(a+x)/\sqrt{r^2-x^2}, & x < 0. \end{cases}$$

显然必须有

$$0 \leq |x| < r.$$

因为有 $mv/(|q|B) < a$ 的条件, 即 $r < a$, 磁场区域如图 1-17 所示. 离子束中出射角 $\varphi < 90^\circ$ 的离子均可会聚于 R 点, 而出射角 $\varphi \geq 90^\circ$ 的均不能到达 R 点.

解 II 如果在坐标的第一、二象限各有一个圆柱形的磁场区, 圆柱的轴线和磁场都垂直于 xy 平面, 圆心分别在 (r, r) 点和 $(-r, r)$ 点, 半径都是 r , $r = \frac{mv}{|q|B}$ (图

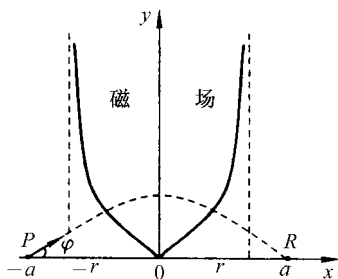


图 1-17

1-18). 那么从 P 点发出的离子经过第二象限磁场的偏转后, 沿着平行于 x 轴的方向向右飞出磁场区. 所有离子在磁场区中的轨迹都是一系列圆弧, 这些圆弧的圆心都在以 $(-a, 0)$ 为圆心、 r 为半径的圆

的右半个圆弧上,半径也都是 r . 离子进入第一象限后,经过与第二象限相反的路线会聚到 R 点.

这种磁场可使从 P 点发出的所有在 xy 平面内的离子都到达 R 点.

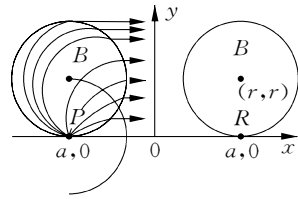


图 1-18

例 4 在坐标系 $O-xyz$ 中, z 轴竖直向上,在点 $(0, 0, h)$ 处,固定一个电荷为 $-Q$ 的点电荷,同时还有一个竖直向上的匀强磁场,磁感应强度为 B . 今有两个粒子,第一个粒子质量为 m_1 ,电荷为 q_1 ($q_1 > 0$),第二个粒子质量为 m_2 ,电荷未知. 首先,第一个粒子在 xoy 平面内以 o 为圆心,作匀速圆周运动,然后第二个粒子从远处飞来,沿着圆周切线方向,与第一个粒子发生完全非弹性碰撞,并结合成一个复合粒子,如果这个复合粒子仍然在 xoy 平面内作匀速圆周运动,问:

(1) 第二个粒子带有多少电荷?

(2) 第二个粒子是从第一个粒子的前面还是从后面飞来与之相碰的?

(3) 第二个粒子碰前的速度是多少?

解 根据题意可画出图 1-19

(1) 电荷 q_1 受三个力作用:重力 $m_1 g$, 静电力 $F = K \frac{Qq_1}{R^2}$, 磁场力 $f = q_1 v B$.

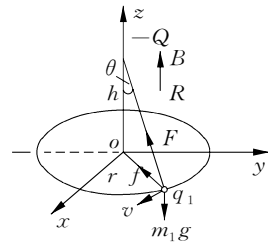


图 1-19

电荷作圆运动的方向有顺、逆时针两个,由运动方向的不同可推出磁场力的方向也有两个:一个沿圆半径向里,一个沿圆半径向外,为此,我们假定圆周运动旋转的正方向如图所示.

$$\text{在竖直方向: } K \frac{Qq_1}{R^2} \cos \theta = m_1 g; \quad \textcircled{1}$$

$$\text{沿圆半径方向: } K \frac{Qq_1}{R^2} \sin \theta + q_1 \omega r B = m_1 \omega^2 r; \quad \textcircled{2}$$

因 $R \sin \theta = r, R \cos \theta = h$, 由①、②式消去 R 得: