义务教育课程标准实验教科书（配北师大版）

SHUXUE ZONGHE NENGLI XUNLIAN

数学综合能力训练

七年级·上册

泰安市教学研究室 编

山东人民出版社

需要全本请访问 www.ertongbook.com

第一章 丰富的图形世界

1 生活中的立体图形

知识要点·学法导航

知识要点

生活中的立体图形有柱体、锥体、球体等，柱体有圆柱体、棱柱；锥体有圆锥、棱锥等；棱锥根据底面形状的不同又可分为三棱锥、四棱锥、五棱锥……其中我们常见的正方体、长方体属于棱柱，棱柱根据底面形状的不同可以分为三棱柱、四棱柱、五棱柱……棱柱有直棱柱和斜棱柱，本书只研究直棱柱.

图形是由点、线、面构成的. 面和面相交得到线，线与线相交得到点. 面有平面和曲面，线有直线和曲线. 它们之间具有点动成线，线动成面，面动成体的关系.

学法导航

本节课的学习重在多观察、比较，发现图形之间的共同点与不同点. 要善于动手做实验，做完实验之后要思考并找出规律. 通过观察、比较、讨论，知道什么是圆柱、圆锥、正方体、长方体、棱柱、球. 知道图形是由点、线、面构成的.

释疑解难·交流共享

释疑解难

棱柱与圆柱的相同点和不同点：

相同点：圆柱和棱柱都有两个底面.

不同点：(1) 圆柱的底面是圆形，棱柱的底面是多边形；(2) 圆柱的侧面是一个曲面，

棱柱的侧面是四边形.

图形的构成元素：

(1) 图形是由点、线、面构成的；

(2) 面有平面，也有曲面；面和面相交得到线，线和线相交得到点. 从运动的观点看，点动成线，线动成面，面动成体.

交流共享

例 如图 1 所示，

1. 从正面看，分别画出由它们抽象出的立体图形.

2. 指出这些立体图形分别由什么形状的平面图形运动变化而形成的.

3. 将这些立体图形进行分类.

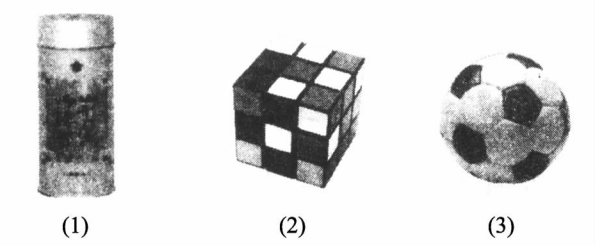


图 1

交流

生甲：从正面看，由图 1 中的实物抽象出的立体图形为图 2 所示：

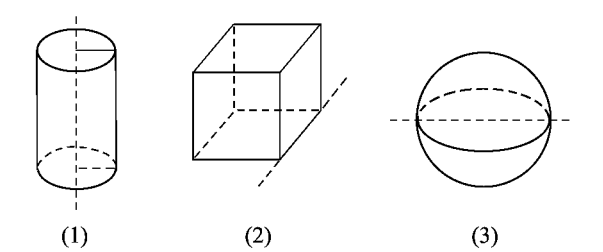


图 2

生乙：圆柱体、球体分别是由图 2 中的长方形、半圆绕虚直线旋转一周而形成的；正方体可以看成是正方形沿虚直线平行移动所在的边长个单位而形成的.

生丙：若按柱、锥、球划分，(1)(2)是一类，即柱体，(3)是球体. 若按组成的面的曲或平划分，(1)(3)是一类，组成它们的面中至少有一个是曲的，(2)是一类，组成它们的各面都是平的.

反思

从实物图抽象出立体图形，先用实线画看见的面和线，再用虚线画看不见的面和线．含有曲面的立体图形是由平面图形绕某一直线旋转一周而形成的；只由平的面组成的立体图形，它是由平面图形沿某一直线平行移动而形成的．

实践探究·能力训练

基础题苑

练一练，你会更棒！

1．足球、篮球类似于几何体中的_____．

2．长方体有_____个顶点，_____个面，_____条棱．

3．我们用的圆柱形水杯有_____个面，其中平面有_____个，曲面有_____个．

4．盖楼用的砖类似于几何体中的_____．

5．一只乌龟在沙滩上爬行属于_____，自行车的辐条运动是_____，一个圆沿着它的一条直径旋转是_____．（填“点动成线”、“线动成面”或“面动成体”）

6．判断题

（1）在宇宙中可以把织女星看作一个点．（　　）

（2）子弹从枪膛中射出去的轨迹可以看作线．（　　）

（3）火柴盒是正方体．（　　）

（4）球是由一个曲面围成的．（　　）

7．下列说法错误的是（　　）

A．体只有大小、轻重之分　　B．线没有粗细之分

C．面没有厚薄之分　　D．点没有大小之分

8．议一议：

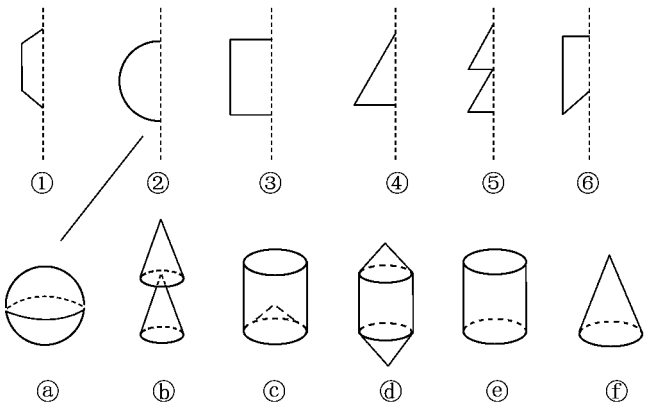
（1）和同学交流圆柱与圆锥的相同点与不同点．

（2）和同伴交流长方体与正方体的相同点与不同点．

9．做一做：

（1）用尺子等工具实际测量一下，棱柱的每条棱的长度是否相等．

（2）用第一行的图形绕轴旋转一周，便能形成第二行的某个几何体．做一做，然后用线连一连．



拓展隧道

做一做，挑战你、我、他！

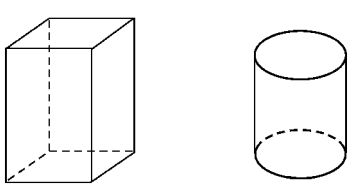
10. 观察下图，回答下列问题：

（1）长方体是由几个面围成的？圆柱是由几个面围成的？它们都是平的吗？

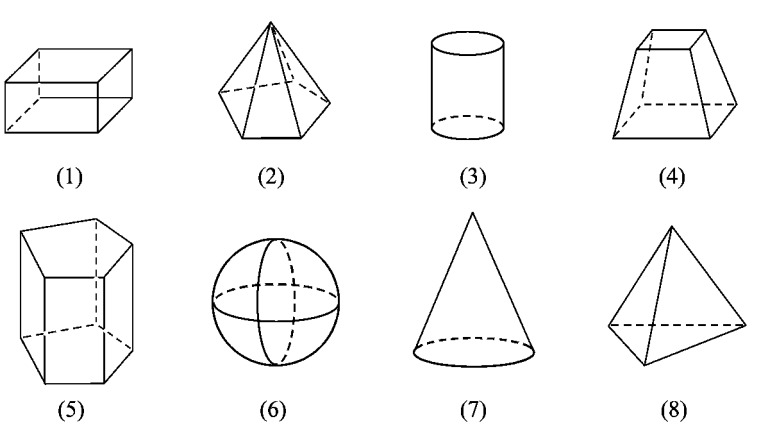
（2）长方体有哪些面是相同的？圆柱呢？

（3）圆柱的侧面和底面相交成几条线？它们是直的还是曲的？

（4）长方体有几个顶点？经过每个顶点有几条棱？这些棱有什么特点？



11. 下图中画了 8 个立体图形，



需要全本请访问 www.ertongbook.com

(1) 请你找出图中与(2)具有相同特征的图形,并说明相同的特征是什么?

(2) 找出具有相同特征的图形,并说明相同特征.

探究驿站

想一想,如何探究?

12. 注意观察日常生活中见到的各种物体,列出与长方体、圆柱体、球体类似的物体名称.

13. 能否用 6 根火柴搭出 4 个三角形?用 12 根火柴搭出 6 个正方形?

开眼界

我们看到的周围的一切,如长方形的窗户、雪花迷人的花纹、直立的六面体的房屋、水珠、自行车的轮胎、抛出的石头所运行的路线等,所有这些都与几何学有关.我们从出生的那天起,就被几何学世界包围着,周围的任何东西都逃不脱与几何学的关系.

几何学诞生于遥远的古代.住房和亭台楼阁的建筑、土地的划分、距离和面积的度量等,在生活实践中,人们通过自己的观察和经验,获得了有关物体形状、大小和彼此位置的知识.正因为如此,几乎全部古代和中世纪的伟大学者都是卓越的几何学家.距今 2400 年前,古希腊哲学家柏拉图与自己的学生经常聚集在阿卡德姆丛林中进行谈话(阿卡德姆是古希腊神话中的英雄,传说他葬在离雅典不远的神圣的丛林中),逐渐形成了一个学派,这一学派的座右铭中有一句就是:“不懂几何学不准入内!”我们现在所谓的数学也是由几何学发展起来的一门学科.

2 展开与折叠

知识要点·学法导航

知识要点

多面体是由平面图形围成的立体图形，沿着多面体的一些棱将它剪开，可以把多面体展开成一个平面图形.

同一个立体图形，按不同的方式展开，得到的平面图是不一样的.

反过来，我们可以把一些图形经过折叠围成多面体.

学法导航

展开与折叠是认识事物的重要手段，学习过程中应多动手、动脑、动口. 本节中的很多问题需要同学们自己动手做一做，要亲自去折叠，注意观察、动脑思考，并与同伴进行交流，增加自己的感性经验. 可以亲自把某一个几何体的展开图折叠，看能围成一个怎样的几何体. 将纸做的圆柱或圆锥的模型剪开，看展开图是什么形状. 亲自做了，再想一想，你就会有所体验，有所收获；在直观操作与生活经验的基础之上，进行抽象概括，将有助于形成自己的空间观念.

做一做之后要注意对直观操作活动过程和结果的原因作分析，不要只注意活动的表面现象，要讨论出现结果的原因.

“试一试”是为学有余力的同学设计的，有兴趣的同学不妨试一试，重点在于经历这个过程. 本节试一试第 2 题就是对正方体认识的拓展与延伸；同时，思考它们有益于发展我们的空间想象能力.

释疑解难·交流共享

释疑解难

在经历圆柱、圆锥、棱柱分别由一些平面图形折叠而形成的过程中发现，长方形的一

对边的长恰好等于圆的周长，圆的周长等于扇形的弧长时，它们分别能折叠成圆柱、圆锥.在经历展开与折叠的学习活动中，认识了圆柱、圆锥、棱柱的特征，特别是棱柱的特征：(1) 棱柱的上、下底面的形状相同，侧面都是长方形，侧面的个数与底面图形的边数相同.(2) 棱柱的所有侧棱都相等，棱的总条数是底面图形的边数的 3 倍.

交流共享

例 将一个正方体的表面沿某些棱剪开，展成一个平面图形.

(1) 你能得到哪些平面图形？

(2) 你能设法得到图 1 中的平面图形吗？

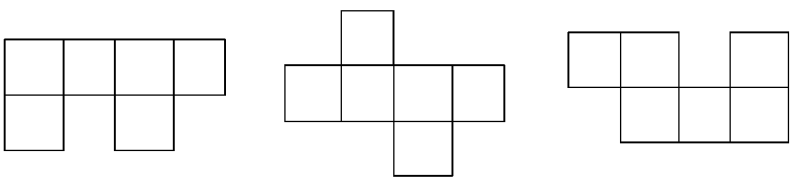


图 1

(3) 图 2 中的图形经过折叠能否围成一个正方体？

(4) 将一个正方体的表面沿某些棱剪开，展成一个平面图形，需要剪几条棱？

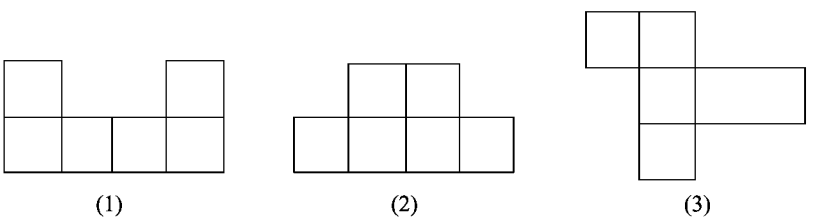


图 2

交流

生甲：将一个正方体的表面沿某些棱剪开，展成一个平面图形，能得到图 3 中的 11 个图形.

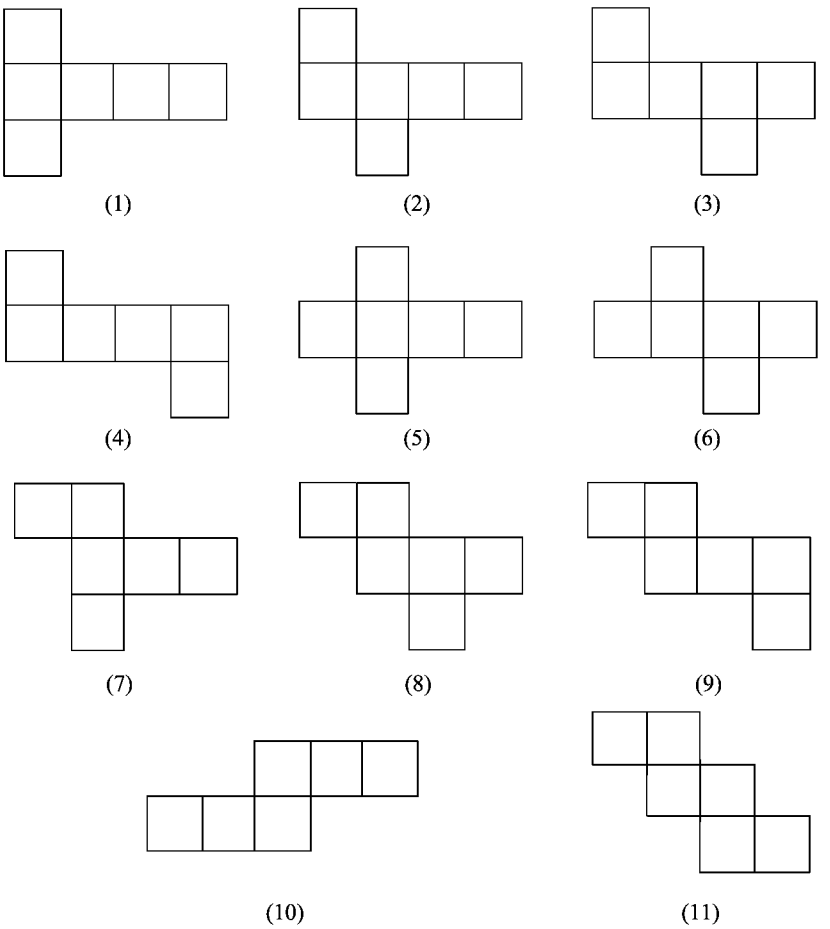


图 3

生乙：能得到图 1 中的(2)，不可能得到(1)和(3).

生丙：图 2 中的(1)和(2)不能围成正方体，(3)可以围成正方体.

生丁：将一个正方体的表面沿某些棱剪开，展成一个平面图形，需要剪 7 条棱.

反思

动手操作是解决此类问题的最好办法，借助于模型，在动手实践中提高空间想象能力.

实践探究·能力训练

基础题苑

练一练，你会更棒！

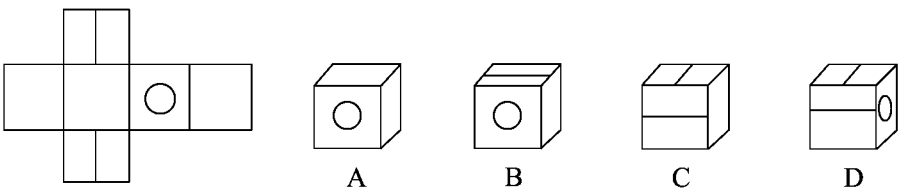
1. 正方体有_____个顶点，_____条棱，_____个面，这些面的形状_____，这些面的大小_____，所有棱的长度都_____.

2. 五棱柱有_____个顶点，_____条棱，_____个面. 面积一定相等的面是_____，棱长一定相等的是_____.

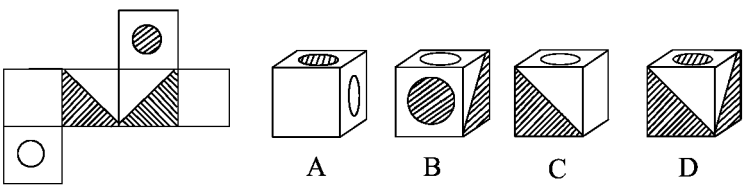
3. 圆柱的侧面展开图是_____，圆锥的侧面展开图是_____.

4. 正六棱柱共有_____个面，其中侧面的形状相同，其图形是_____.

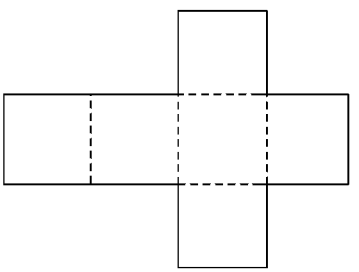
5. 如图，把左边的图形折叠起来，它会变成右边的正方体 （ ）



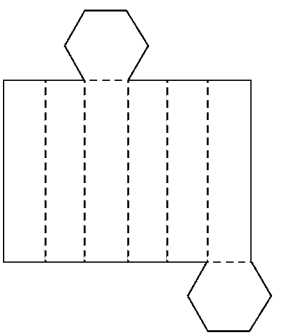
6. 将下图中左边的图形折叠起来围成一个正方体，应该得到右图中的 （ ）



7. 如图，将其沿虚线折叠后，得到的几何体是_____.



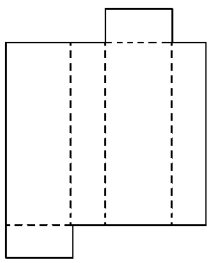
（第7题）



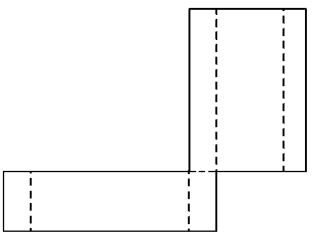
（第8题）

8. 将下图沿虚线折叠后，得到的几何体是_____.

9. 先想一想，再折一折，看下列图形经过折叠能否围成棱柱？

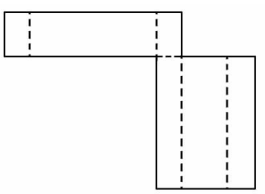


(1)

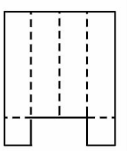


(2)

10. 想一想，再折一折，下面两图经过折叠能否围成棱柱？

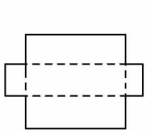


(1)

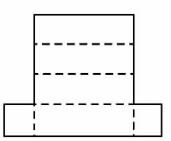


(2)

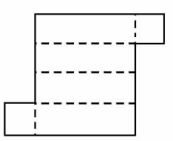
11. 如图，可以折成一个棱柱的是 （　　）



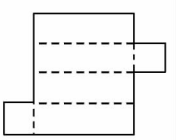
A



B

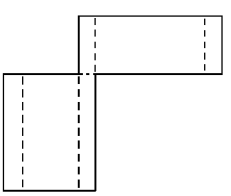


C

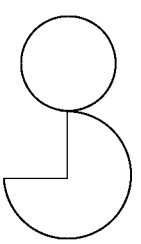


D

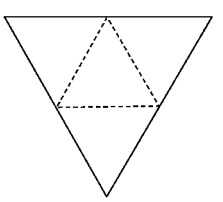
12. 下面的图形分别是什么图形的展开图：



(1)



(2)



(3)

拓展隧道

做一做，挑战你、我、他！

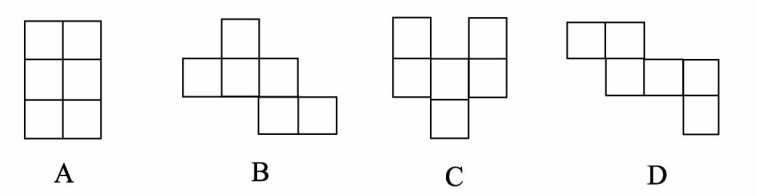
13. 在正方体中，经过一个顶点有_____条棱，_____个面.

14. 在六棱柱中，经过一个顶点有_____条棱，_____个面.

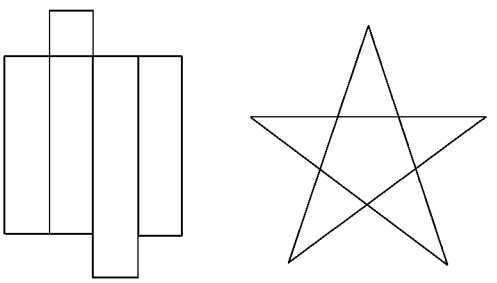
15. 长方体中，每个面有_____个相邻的面.

需要此本请访问 www.ertongbook.com

16. 仔细观察，想一想下面的图是正方体展开图的是（　　）



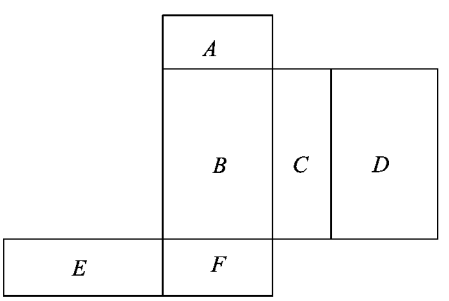
17. 如图，它们分别是哪种几何体的表面展开形成的？先想一想，再折一折.



探究驿站

想一想，如何探究？

18. 下面是一个多面体的展开图，每个面都标注了字母，请根据要求回答问题：



（1）如果面 A 在多面体的底部，那么哪一面会在上面？

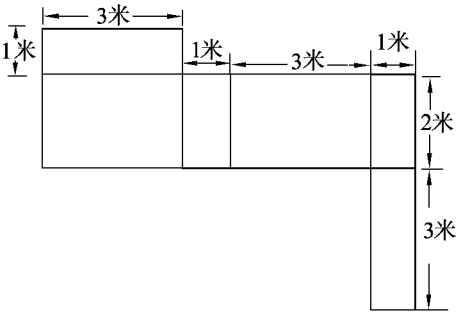
（2）如果面 F 在前面，面 B 在左面，那么哪一面会在上面？

（3）如果面 C 在右面，面 D 在后面，那么哪一面会在上面？

19. 如图是一张铁皮.

(1) 计算该铁皮的面积.

(2) 它是否能做成一个长方体盒子？若能，画出它的几何体图形；并计算它的体积；若不能，说明理由.



开眼界

为什么诺贝尔奖获得者中有许多数学家

诺贝尔奖中有物理奖、化学奖、医学奖、经济学奖等等，但是没有数学奖. 原因是什么，现在已无从得知. 想来是诺贝尔认为数学和科学不同，科学是研究客观现实的，有明确的可以观察的物质形态，而数学是研究数和形等抽象概念的，两者之间有明显的差异，当然，这只是猜测而已.

然而，由于数学是科学研究的有力工具，许多重大的科学成果是由数学工作者获得的，因此一些数学家先后获得诺贝尔奖. 如著名数学家的康脱洛维奇，他以线性规划的研究获得 1971 年的诺贝尔经济学奖；数学家 A·柯马赫和 G·洪斯费尔德用数学方法完成了 CT 扫描技术，对医学诊断有极大贡献，因而获得了 1979 年的诺贝尔医学奖；H·霍普顿因为用数学方法测定晶体结构，获得了 1985 年的诺贝尔化学奖.

由此看来，数学和科学是不可分割的. 要想在科学上做出杰出的成绩，数学是不可缺少的工具. 年轻时学好数学，将会给未来的科学生涯打下坚实的基础.

3 截一个几何体

知识要点·学法导航

知识要点

用一个平面去截一个几何体时，截的方法不同，截面的形状也不同. 例如，用一个平面去截一个正方体时，截面可以是正方形、长方形，也可以是三角形，还可以是梯形等.

用平面去截几何体所得截面的形状，类似于用刀(平面)去切(截)几何体(用橡皮泥、萝卜、豆腐等制成)，把几何体分成两部分，刀在几何体上留下的痕迹就是截面的形状.

学法导航

在本节的学习过程中要多动手、动脑，亲自实验，切截一个几何体，然后与同伴进行交流，再想一想，你就会有所体验、有所收获，在直观操作与生活经验的基础之上，进行抽象概括，将有助于形成自己的空间观念. 本节的数学活动同学们一定会很感兴趣，在活动以后，要注意对直观操作活动过程和结果的原因作分析，不要只注意活动的表面现象，还要探讨出现结果的原因. 例如，一个长方体为什么会出现不同的截面？截面的形状与什么有关系？

对于本节中的“试一试”通过实际截出五边形、六边形，再想一想它们是如何产生的，为什么不能截出七边(或七边以上)的多边形，这样动手操作与动脑思考相结合，有助于发展空间想象能力.

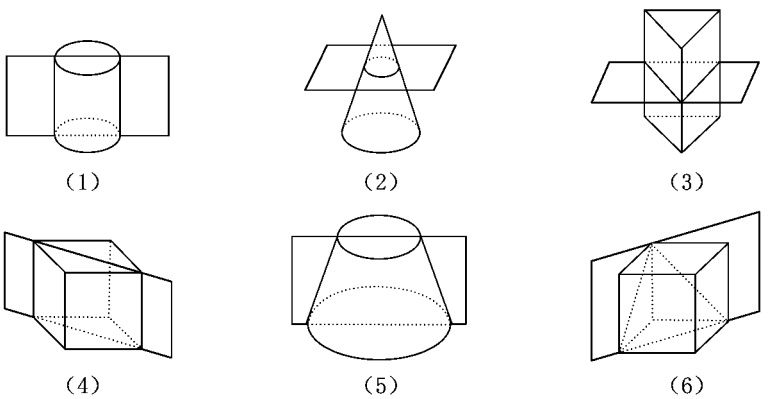
释疑解难·交流共享

释疑解难

用一个平面去截一个几何体，截出的截面形状一般有正方形、长方形、圆、三角形、梯形、椭圆等，这主要与截面的角度和方向有关. 同学们在建立了初步的空间画图能力之后，可以动手画一画截面的方向和角度，就会发现一定的规律. 用一个平面去截正方体，可以有四种截法，截面分别为正方形、长方形、三角形、梯形；用一个平面截圆柱，截面可能是圆、长方形、椭圆或椭圆的一部分；用一个平面截圆锥，截面可能有圆、三角形、椭圆和椭圆的一部分.

交流共享

例 说出图中截面的形状分别是什么？



交流

生甲：图(1)和图(4)中截面的形状是长方形.

生乙：图(3)和图(6)中截面的形状是三角形.

生丙：图(2)中截面的形状是圆形.

生丁：图(5)中截面的形状是梯形.

反思

不同几何体截面的形状可能相同，同一几何体的几个截面可能不同，截面的形状和切截的方向和角度有关.

实践探究·能力训练

基础题苑

练一练，你会更棒！

1. 用平面去截一个几何体，截得一个长方形，所截几何体是_____.
2. 用平面去截一个几何体，截得一个梯形，所截几何体是_____.
3. 用平面去截一个几何体，截得一个正方形，所截几何体是_____.
4. 用平面去截一个几何体，截得一个三角形，所截几何体是_____.
5. 用平面去截一个几何体，截得一个圆，所截几何体是_____.
6. 用平面去截一个几何体，截得一个圆，则原几何体是 (　　)

A. 正方体、球　　B. 圆锥、棱柱　　C. 球、长方体　　D. 圆柱、圆锥、球等

7. 截面不可能是圆的几何体是 ( )

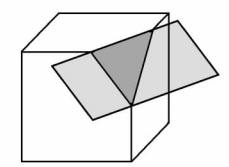
A. 棱柱　　B. 圆柱　　C. 球　　D. 圆锥

8. 下列说法中正确的是 ( )

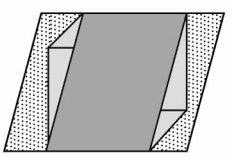
A. 长方体的截面一定是长方形　　B. 正方体的截面一定是正方形

C. 圆锥的截面一定是三角形　　D. 球体的截面一定是圆

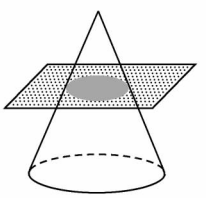
9. 如图，用一个平面分别去截几何体，得到截面的形状分别是：图(1)_____；图(2)_____；图(3)_____；图(4)_____.



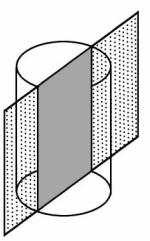
(1)



(2)

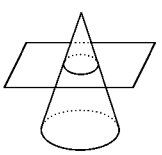


(3)

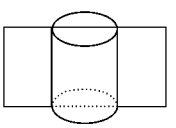


(4)

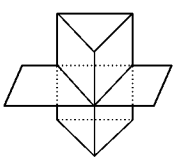
10. 下图中截面的形状分别是什么？



(1)



(2)



(3)

拓展隧道

做一做，挑战你、我、他！

11. 用一个平面去截一个几何体，如果截面的形状是三角形，你能想象出这个几何体的形状吗？(至少写四种)

12. 请试着找出两种几何体，使分别用一个平面去截它们，可以得到三角形的截面.

13. 找出两种几何体，使得分别用一个平面去截它们，可以得到长方形的截面.

探究驿站

想一想，如何探究？

14. 在正方体上你能截出三角形吗？能截出三条边都相等的三角形吗？

15. 如果用平面截掉一个长方体的一个角，剩下的几何体有几个顶点、几条棱、几个面？截面是什么？

开眼界

截圆锥的五法

在《崇祯历书》中介绍圆锥曲线的著作有《测量全义》和邓玉函编的《测天约说》.《测量全义》卷六中称："截圆锥法有五：从其轴平分直截之，所截两平面为三角形，一也. 横截之，与底平行，截面为圆形，二也. 斜截之，与边(母线)平行，截面为抛物线，三也. 直截之，与轴平行，截面为双曲线形，四也. 无平行任斜截之，截面为椭圆形，五也."

需要正本请访问 www.ertongbook.com