



恒谦教育
www.hengqian.com

北京教育出版社恒谦教育研究院研究成果

金版

1+1

高考双测

考点夯实

数学(文科)

丛书主编 方可

北京教育出版社



恒谦教育
www.hengqian.com

北京教育出版社恒谦教育研究院研究成果

金版

1+1

高考双测

考点夯实

丛书主编 方可
本册主编 田王霖
撰稿人 田王霖 熊莎
主 审 陈忠怀

数学（文科）

北京教育出版社



恒 谦 教 育
www.hengqian.com

北京教育出版社恒谦教育研究院研究成果

金版 1+1 高考双测

金版1+1高考双测考点夯实
数学(文科)

丛书主编 方 可

★

北 京 教 育 出 版 社 出 版
(北京北三环中路6号)

邮政编码: 100011

网 址: www.bph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

新 华 书 店 经 销

国 营 五 二 三 厂 印 刷

★

880×1230 16开本 22.75印张 668 000字

2006年4月第2版 2006年4月第1次印刷

ISBN 7-5303-1445-9

G·1420 定价: 29.00元



前言

GAOKAOSHUANGCE

考改与课改互动 小卷与大卷相约

——《金版1+1高考双测》丛书主编答读者问

一问：有人说，2006年开始，在《考试大纲》之后增加的《考试说明》，又起到“半个考纲”的作用，这是什么意思？

答：2004年之前，国家考试中心命题时要在同一科目中命制几份不同的试卷，以适应不同省市的情况和要求。从2004年开始，国家考试中心把有不同情况的试卷委托给不同的省市自己制作，这是考试中心命题组的扩大，是命题机制多元化的一项改革。

2005年的《考试大纲》取消了“样卷”，给了地方命题的“试卷款式权”，各地方分别为自己的“自主命题”制定了“合法性”文件，即地方性《考试说明》。中央直接命题的考区，统一使用考试中心制定的统一的《考试说明》。

2006年，考试中心细化并扩大了国家《考试说明》，强调了国家《考试说明》对地方《考试说明》的指导作用。例如强调了“样卷”的规范性和科学性，实际上是要求地方“样卷”向全国“样卷”靠拢。这样一来，“中央命题”的“统一性”，除《考试大纲》以外，还有“半个说明”，而“地方命题”的差异性只存在于“地方说明”与“中央说明”的差异中。这就是有人说的国家的《考试说明》又起到“半个考纲”作用的来历。

二问：新版《金版1+1 高考双测》是怎样处理《考试大纲》与《考试说明》的关系的？

答：首先，中央的统一性命题仍为高考命题的主体，中央领导下的地方命题仍为附体。至于地方命题与中央命题在款式上的差别，是试题的难度和区分度的体现。

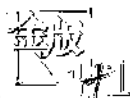
中央与地方命题的统一性和差异性，指导我们全面修订《金版1+1高考双测》丛书。新版《金版1+1高考双测》在考虑中央命题的统一性时，同时考虑了“自主命题”的差异性。对有些省市在试题难度和区分度上的不同要求，做了兼容性考虑和科学性调整，从而使得第一轮复习备考使用的新版《金版1+1高考双测》不仅适用于中央统一命题的考生，也适用于地方“自主命题”的考生。

丛书分《金版1+1高考双测—考点夯实》和《金版1+1高考双测—系统训练》两部分出版，《金版1+1高考双测—考点夯实》突出中央命题的统一性，编成了全国统用本；《金版1+1高考双测—系统训练》则要相对考虑地方命题的差异性，以区分不同考区的试题难度和区分度。比如江苏、湖北等考区，试题难度应相对提高，区分度也相对上移；而河南、北京等考区，试题难度应相对稳定，区分度也相对居中。

三问：对照“高考改革”与“课程改革”的关系，新版《金版1+1 高考双测》有哪些新意？

答：2006年的《考试大纲》相对2005年保持明显的稳定性和连续性，其原因之一，是为了与正在进行的“新课程方案”形成互动，新版《金版1+1高考双测》考虑了有以下几方面的新意：

(1) 推进新课程改革，试题向新内容倾斜：降低难度，突出新意。





(2) 推进新题型设计, 题目向新情境倾斜: 减少题量, 提高品质。

(3) 推进新高考机制, 命题向多元化探索: 交流特色, 展示个性。

由于新版《金版1+1高考双测》含有这些新意, 因此, 《金版1+1高考双测》堪称《考试大纲》与《考试说明》之后的《考试细目》, 它是对国家考试中心新的《考试大纲》与《考试说明》传神尽形的展开式解读。

四问: 新的《金版1+1高考双测》为什么要分两册出版? “小卷”与“大卷”是怎样的关系?

答: 丛书分《金版1+1高考双测—考点夯实》(简称“小卷”)和《金版1+1高考双测—系统训练》(简称“大卷”)两册出版, 首先由于强化“考点夯实”而篇幅扩大, 其次因“大卷”与“小卷”在使用关系上有个“时差”, 更主要的是为了确保“大卷”题目的新颖性以及试卷的操作性, 所以“大卷”出版的时间必须在高考结束以后, 以利于充分吸纳当年最新的高考试题和模考题及最新的高考信息。

“小卷”由“考点小卷”和“专题小卷”组成, 大16开胶订成书; “大卷”由“单元卷”“月考卷”“专题大卷”“综合模拟卷”“地方模考卷”组成, 8开活页装订。两者的关系是为高考真卷“备料”与“造型”的关系, 两种卷的使用“时差”具体表现在以下“四先四后”的“约定”上:

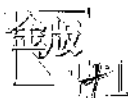
- (1) 小卷“备料”在先, 大卷“造型”在后;
- (2) 备料的“成分”在先, 造型的“图案”在后;
- (3) 成分中找到“题感”在先, 图案中找到“卷感”在后;
- (4) 小卷的“天天练”在先, 大卷的“周周测”在后。

五问: 《金版1+1高考双测》此次分版之后, 有了较多的新意, 您能具体介绍一下吗?

答: 最大的新意, 是我们对高考一轮复习认知的升华, 提出了“考大学练小卷”的理念。古人云: 志犹大而心犹小, 行欲圆而势必方。园艺家说: 欲其果而澆其根。人的目的性与其操作性在形式上有时“反向”。高考, 本是考一张大卷, 这容易让人就形式上想事, 以为只拿着这张“大卷”反复来练是走的捷径, 这实际上是在弃根求果。30年的备考经历证明, 开始不从基础干起, 一轮复习就摆开“大卷攻势”或“仿真模拟”, 到头来, 没有一个不是失败的。

“考大学, 练小卷”的理念, 使我们强化了“考点夯实”。此次分版, 我们做了五件具体事: 一是[细化考点]; 二是[广化题型]; 三是[详化解答]; 四是[核准内容]; 五是[添加模块]。在旧课程向新课程过渡中, 有些教辅出现了考点混乱现象。因为显性的题目容易更换, 而隐性的理念却不易变革。此次修订, 我们对考点核准做到了“尽其形, 归其神”。换句话说, 形式上是修修补补, 理念上却是脱胎换骨。“细化考点”的显性工作为考试内容, 隐性工作为考试要求。此次修订, 还增加了小专题模块, 专门针对《考试大纲》中的重要考点, 分“新点加浓”、“重点巩固”、“热点跟踪”、“亮点聚焦”、“难点化解”五部分进行梳理和测试。至此, 新版《金版1+1高考双测》对新的考纲保证: 要考的, 这里全有; 不考的, 这里全无!

恒谦教育研究院教辅教材研究中心
《金版1+1高考双测》丛书编委会





文科数学

第 1 部分 考点夯实

考点 1 集合与集合的表示法	(1)	考点 34 三角函数的求值	(67)
考点 2 集合的运算	(3)	考点 35 向量及向量的加法和减法	(69)
考点 3 含绝对值的不等式	(5)	考点 36 数乘向量及坐标运算	(71)
考点 4 一元二次不等式	(7)	考点 37 线段的定比分点	(73)
考点 5 逻辑联结词	(9)	考点 38 平面向量的数量积	(75)
考点 6 四种命题	(11)	考点 39 向量工具的使用	(77)
考点 7 充要条件	(13)	考点 40 正弦、余弦定理的应用	(79)
考点 8 映射与函数	(15)	考点 41 不等式及其性质	(81)
考点 9 函数的解析式	(17)	考点 42 基本不等式	(83)
考点 10 函数的定义域和值域	(19)	考点 43 比较法证不等式	(85)
考点 11 函数的奇偶性	(21)	考点 44 综合法、分析法证不等式	(87)
考点 12 函数的单调性	(23)	考点 45 解有理不等式	(89)
考点 13 反函数	(25)	考点 46 无理不等式与绝对值不等式	(91)
考点 14 简单函数	(27)	考点 47 简单的超越不等式	(93)
考点 15 指数式与对数式	(29)	考点 48 不等式的综合应用	(95)
考点 16 指数函数与对数函数	(31)	考点 49 直线方程	(97)
考点 17 函数的图象	(33)	考点 50 直线的位置关系	(99)
考点 18 复合函数	(35)	考点 51 线性规划初步	(101)
考点 19 函数应用题	(37)	考点 52 曲线和方程	(103)
考点 20 函数的综合应用	(39)	考点 53 直线与圆	(105)
考点 21 等差数列与等比数列	(41)	考点 54 椭圆	(107)
考点 22 数列的递推	(43)	考点 55 双曲线	(109)
考点 23 等差数列与等比数列的性质	(45)	考点 56 抛物线	(111)
考点 24 等差数列与等比数列的应用	(47)	考点 57 圆锥曲线定义的应用	(113)
考点 25 数列与函数	(49)	考点 58 直线与圆锥曲线	(115)
考点 26 数列求和	(51)	考点 59 轨 迹	(117)
考点 27 数列的综合应用	(53)	考点 60 平面的概念与性质	(119)
考点 28 任意角的三角函数	(55)	考点 61 空间两条直线	(121)
考点 29 同角关系式及诱导公式	(57)	考点 62 线面平行	(123)
考点 30 三角函数公式	(59)	考点 63 线面垂直	(125)
考点 31 三角函数的图象	(61)	考点 64 平面与平面	(127)
考点 32 三角函数的性质	(63)	考点 65 空间的角	(129)
考点 33 三角函数的化简与证明	(65)	考点 66 空间的距离	(131)





考点 67 棱柱	(133)	考点 74 二项式定理	(147)
考点 68 棱锥	(135)	考点 75 随机事件的概率	(149)
考点 69 正多面体与球	(137)	考点 76 互斥事件有一个发生的概率	(151)
考点 70 空间向量及其运算	(139)	考点 77 相互独立事件的概率	(153)
考点 71 排列	(141)	考点 78 统计	(155)
考点 72 组合	(143)	考点 79 导数的概念及运算	(157)
考点 73 排列与组合	(145)	考点 80 导数的应用	(159)

第2部分 专题演练

第1组 新点加浓

1 简易逻辑专页	(161)
2 平面向量专页	(163)
3 线性规划专页	(165)
4 概率统计专页	(167)
5 导数专页	(169)

第2组 重点巩固

6 函数模块	(171)
7 数列模块	(173)
8 三角模块	(175)
9 不等式模块	(177)
10 立体几何模块	(179)
11 解析几何模块	(183)

第3组 热点跟踪

12 加乘原理与人文计数	(185)
13 随机现象中的概率	(187)

14 向量应用中的数量积	(189)
15 生活与生产中的数学统计	(191)
16 函数性质与导数应用	(193)

第4组 亮点聚焦

17 递推思想与数列问题	(195)
18 构造法与向量解题	(197)
19 联想思维与类比解题	(199)
20 树状图与形象计数	(201)
21 待定参数与范围求解	(203)

第5组 难点化解

22 抽象概率的形象化策略	(205)
23 由切线斜率理解可导函数	(207)
24 数码社会与数学模式	(209)
25 高难题的分割与整合策略	(211)

参考答案	(1~144)
------	---------





集合与集合的表示法

(时间:90分钟 满分:100分)

班级

姓名

得分

题型示例

设函数 $f(x) = -\frac{x}{1+|x|}$ ($x \in \mathbf{R}$), 区间 $M=[a, b]$ ($a < b$), 集合 $N=\{y|y=f(x), x \in M\}$, 则使 $M=N$ 成立的实数对 (a, b) 有 ()

- A. 0 个 B. 1 个
C. 2 个 D. 无数多个

分析 由集合的符号描述法的含义可知, 集合 N 即为定义在 $[a, b]$ 上的函数 $f(x)$ 的值域, 而 $f(x) = -\frac{x}{1+|x|}$ 为奇函数, 且当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = -1 + \frac{1}{1+x}$ 递减, $\therefore f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上递减, $\therefore$ 由 $M=N$ 可得 $f(a)=b$ 且 $f(b)=a$, 即 $-\frac{a}{1+|a|}=b$ 且 $-\frac{b}{1+|b|}=a$, $\therefore a$ 与 b 异号. 而 $a < b$, $\therefore a < 0$ 且 $b > 0$, $\therefore -\frac{a}{1-a}=b$ 且 $-\frac{b}{1+b}=a$, 即 $\frac{a}{1-a}=a$, 解得 $a=0$, 这与 $a < 0$ 矛盾. $\therefore$ 这样的实数对 (a, b) 不存在, 故选 A.

答案 A

点评 集合的符号描述法的一般形式是 $\{x|p(x)\}$, 其中“ $|$ ”前是集合的元素所具有的形式, 它是解决某些问题的关键, 如在进行集合的运算时, 若不先分析两个集合所具有的形式, 就会做负功; “ $|$ ”后面是元素所具有的共同属性.

一、选择题 ($10 \times 3' = 30'$)

- 以下对象的全体, 能构成集合的是 ()
A. 某百货商场好看的花布
B. 副食品商店好吃的食品
C. 比哥哥大同时比弟弟小的人
D. 受人喜爱的歌星
- 以下表示集合的方法, 正确的是 ()
A. $x^2 - 6x + 9 = 0$ 的根为 $\{3, 3\}$
B. $\{\text{等腰三角形, 等边三角形, 直角三角形}\}$
C. $\{\text{矩形, 菱形, 正方形}\}$
D. $\{\text{方程 } x^2 + 4 = 0 \text{ 的解集, } x \in \mathbf{R}\}$

- 以下集合 P 与 Q , 属于不同集合的是 ()

- A. $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $Q = \{5, 4, 3, 2, 1\}$
B. $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
 $Q = \{\text{不大于 } 5 \text{ 的自然数}\}$
C. $P = \{1, 2\}$
 $Q = \{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$
D. $P = \{1, -1\}$
 $Q = \{x|x = (-1)^n, n \in \mathbf{N}\}$

- 表示元素与集合的关系, 以下不正确的是 ()

- A. $\sqrt{2} \notin \mathbf{Q}$ B. $\sqrt{4} \in \mathbf{Z}$
C. $\frac{1}{x} \notin \mathbf{R}$ D. $\sqrt{x^2} \in \mathbf{Q}$

- 在集合 $A = \{1, a^2 - a - 1, a^2 - 2a + 2\}$ 中, a 的值可以是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 1 或 2

- 以下集合, 有且仅有三个元素的是 ()

- A. 由不大于 3 的数所组成的没有重复数字的自然数
B. 学校升旗时国旗上所有的颜色
C. 20 以内能被 5 整除的自然数
D. 一已知三角形中三边的长度

- 以下集合中, 元素恰为 2 个的集合是 ()

- A. $\{x|x^2 - 3x + 2 = 0\}$
B. $\{x^2 - 3x + 2 = 0\}$
C. $\{x^2 - 3x + 2\}$
D. $\{x^2 - 3x + 2 > 0\}$

- 方程组 $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=-1 \end{cases}$ 的解的集合是 ()

- A. $\{x=1, y=2\}$
B. $\{1, 2\}$
C. $\{(x, y)|x=1 \text{ 或 } y=2\}$
D. $\{(1, 2)\}$

- 以下命题中为假命题的是 ()

- A. 梯形属于平行四边形集合
B. 正方形属于矩形集合
C. 正三角形属于等腰三角形集合

D. 菱形属于多边形集合

10. 平面上到两定点距离之比等于 1 的点的集合是 ()

- A. 一条直线
- B. 一条射线
- C. 一个圆
- D. 一条圆弧

二、填空题($5 \times 3' = 15'$)

11. 设集合 $P = \{(x, y) | x = 3m - 1, m \in \mathbf{Z}, y = 3n + 1, n \in \mathbf{Z}\}$, 用适当的符号表示如下元素与集合 P 之间的关系(1, 3)

_____ P , $(-1, 3)$ _____ P , $(2\ 000, 2\ 005)$ _____
 P , $(2\ 005, 2\ 000)$ _____ P .

12. 用描述法表示{北京, 天津, 上海, 重庆} _____.

13. 用数对 (a, b) 的集合表示方程 $x + y = 10$ 的一切正整数解 _____.

14. 用描述法表示{1 分, 2 分, 5 分, 1 角, 2 角, 5 角, 1 元, 2 元, 5 元, 10 元, 20 元, 50 元, 100 元} _____.

15. 含三个元素的集合可表示为 $\{a, \frac{b}{a}, 1\}$, 也可表示为 $\{a^2, a + b, 0\}$, 则 $a^{2\ 006} + b^{2\ 006} =$ _____.

三、解答题($5 \times 11' = 55'$)

16. 用列举法表示:

(1) 20 以内的质数;

(2) 立方后等于本身的实数;

(3) 不等式 $\{-1 < 2x + 3 \leq 5\}$ 的整数解.

17. 用描述法表示:

(1) $\{0, 1, 2, 3, 4\}$;

(2) $\{3, 6, 9, 12 \cdots 96, 99\}$;

(3) $\{1, 2, 11, 22, 12, 21\}$.

18. 画出符合以下特征的图形.

(1) 空间中到定点距离为 1 cm 的所有点的集合;

(2) 空间中到两定点距离相等的所有点的集合.

19. 已知集合 $M = \{x | ax^2 + 6x + 9 = 0, a, x \in \mathbf{R}\}$ 是单元素集, 试求 a 的值及这个单元素集所含的元素.

20. 设集合 $A = \{x | |x - a| < 2\}$, $B = \left\{x \left| \frac{2x - 1}{x + 2} < 1 \right.\right\}$, 若 $A \subseteq B$, 求实数 a 的取值范围.

题型示例

设 A, B, I 均为非空集合,且满足 $A \subseteq B \subseteq I$,则下列各式中错误的是 ()

- A. $(\complement_I A) \cup B = I$
 B. $(\complement_I A) \cup (\complement_I B) = I$
 C. $A \cap (\complement_I B) = \emptyset$
 D. $(\complement_I A) \cap (\complement_I B) = \complement_I B$

分析一:作韦恩图如图,

$$(\complement_I A) \cup (\complement_I B) = \complement_I A \neq I.$$

分析二:特例法:设 $A = \{a, b, c\}$,

$$B = \{a, b, c, d\}, I = \{a, b, c, d, e\}.$$

$$\therefore \complement_I A = \{d, e\}, \complement_I B = \{e\},$$

$$\therefore \complement_I A \cup \complement_I B = \{d, e\} \neq I.$$

答案 B

点评 明确题目中集合的关系,灵活掌握解决选择题的方法,本题采用“直接法”,也可用“排除法”,同时弄清数学的符号语言.

一、选择题($10 \times 3' = 30'$)

1. 设集合 $A = \{1, 2\}, B = \{1, 2, 3\}, C = \{2, 3, 4\}$, 则 $(A \cap B) \cup C$ 等于 ()
 A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{1, 2, 4\}$
 C. $\{2, 3, 4\}$ D. $\{1, 2, 3, 4\}$
2. 设 P, Q 为两个非空实数集合, 定义集合 $P + Q = \{a + b | a \in P, b \in Q\}$. 若 $P = \{0, 2, 5\}, Q = \{1, 2, 6\}$, 则 $P + Q$ 中元素的个数是 ()
 A. 9 B. 8 C. 7 D. 6
3. 设集合 $M = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}, N = \{(x, y) | x^2 - y = 0, x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$, 则集合 $M \cap N$ 中元素的个数为 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
4. 设集合 $M = \{x | x - m \leq 0\}, N = \{g | g = (x - 1)^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$. 若 $M \cap N = \emptyset$, 则实数 m 的取值范围是 ()
 A. $[-1, +\infty)$ B. $(-1, +\infty)$
 C. $(-\infty, -1]$ D. $(-\infty, -1)$
5. 已知集合 $A = \{-1, 2\}, B = \{x | mx + 1 = 0\}$, 若 $A \cup B = A$, 则实数 m 的取值范围是 ()
 A. $\{-1, \frac{1}{2}\}$ B. $\{-\frac{1}{2}, 1\}$
 C. $\{-1, 0, \frac{1}{2}\}$ D. $\{-\frac{1}{2}, 0, 1\}$

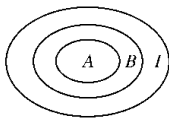


图 2-1

6. 如图 2-2, U 是全集, M, N, S 是 U 的子集, 则图中阴影部分所示的集合是 ()

- A. $(\complement_U M \cap \complement_U N) \cap S$
 B. $(\complement_U (M \cap N)) \cap S$
 C. $(\complement_U N \cap S) \cup M$
 D. $(\complement_U M \cap S) \cup N$

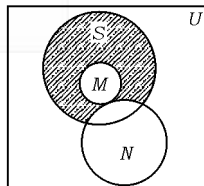


图 2-2

7. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}, P = \{1, 2, 3, 4, 5\}, Q = \{3, 4, 5, 6, 7\}$, 则 $P \cap (\complement_U Q)$ 等于 ()
 A. $\{1, 2\}$ B. $\{3, 4, 5\}$
 C. $\{1, 2, 6, 7\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
8. 满足 $A \cup B = \{a, b\}$ 的集合 A, B 的组数是 ()
 A. 4 组 B. 6 组 C. 7 组 D. 9 组
9. 定义 $M - N = \{x | x \in M \text{ 且 } x \notin N\}$. 若 $M = \{1, 3, 5, 7, 9\}, N = \{2, 3, 5\}$, 则 $M - N$ 等于 ()
 A. M B. N C. $\{2\}$ D. $\{1, 7, 9\}$
10. 已知集合 M, N 满足: $M = \{x | 2^{x^2 - 5x + 4} = 1\}, M \cap N = \{x | \lg(2 - x) = \lg(x^2 - 4x + 4)\}$, 则集合 N 可能是 ()
 A. $\{1, 4\}$ B. $\{1, 2\}$
 C. $\{2, 4\}$ D. $\{1, 2, 4\}$

二、填空题($4 \times 3' = 12'$)

11. 已知 $A = \{x | x^2 - px + 15 = 0\}, B = \{x | x^2 - 5x + q = 0\}$, 若 $A \cap B = \{3\}$, 则 $p + q =$ _____.
12. 以下关系正确的是 _____.
 ① $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 且 $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ ② $0 \subseteq \{\emptyset\}$ 且 $0 \subseteq \{\emptyset\}$
 ③ $0 \in \{\emptyset\}$ 且 $\emptyset = \{\emptyset\}$ ④ $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 且 $0 \in \{\emptyset\}$
13. 设全集 $S = \{x \in \mathbf{N}^* | x \leq 10\}, A = \{\text{不大于 10 的质数}\}, B = \{6 \text{ 的正约数}\}$, 则 $\complement_S(A \cup B) =$ _____.
14. 设 A, B 为两个集合, 下列四个命题:
 ① $A \not\subseteq B \Leftrightarrow$ 对任意 $x \in A$, 有 $x \notin B$;
 ② $A \not\subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$;
 ③ $A \not\subseteq B \Leftrightarrow A \not\supseteq B$;
 ④ $A \not\subseteq B \Leftrightarrow$ 存在 $x \in A$, 使得 $x \notin B$.
 其中真命题的序号是 _____.(把符合要求的命题序号都填上)

三、解答题($8' + 5 \times 10' = 58'$)

15. 若 $A = \{x | x = 6a + 8b, a, b \in \mathbf{Z}\}, B = \{x | x = 2m, m \in \mathbf{Z}\}$, 求证: $A = B$.

16. 已知全集 $S = \{1, 3, x^3 + 3x^2 + 2x\}$, $A = \{1, |2x - 1|\}$, 如果 $\complement_S A = \{0\}$, 则这样的实数 x 是否存在? 若存在, 求出 x , 若不存在, 说明理由.

17. 已知集合 $A = \{a, a + d, a + 2d\}$, $B = \{a, aq, aq^2\}$, 若 $A = B$, 求 d, q 的值.

18. 设 $A = \{y \mid y^2 - 3y + 2 \leq 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4ax + (3a^2 - 2a - 1) \leq 0\}$
 (1) 若 $A \subseteq B$, 求 a 的取范围;
 (2) 是否存在 a 值, 使 $B \subseteq A$?

19. 设 $A = \{x \mid x^2 + mx + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{y \mid y < 0\}$, 若 $A \cap B = \emptyset$, 求实数 m 的取值范围.

20. 将函数 $f(x) = x^2 - ax, x \in [0, 1]$ 的最小值记作 A , 函数 $g(x) = x + a, x \in [0, 1]$ 的最小值构成的集合记作 B , 求 $A \cup B$.



含绝对值的不等式

(时间:90 分钟 满分:100 分)

班级

姓名

得分

题型示例

设 $A = \{x | |2x-1| > 1\}$, $B = \{y | |2y-a| \leq 1\}$ 且 $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = \mathbf{R}$, 求实数 a 的值.

分析 先化简集合,再利用数轴进行集合运算.

解 $A = (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$, $B = \left[\frac{a-1}{2}, \frac{a+1}{2}\right]$

$\because A \cap B = \emptyset, A \cup B = \mathbf{R}, \therefore$ 从图形看出

$$\begin{cases} \frac{a-1}{2} = 0 \\ \frac{a+1}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow a = 1.$$

点评 数形结合,是获得“ a 满足上述方程组”这一条件的重要途径.

一、选择题($10 \times 3' = 30'$)

1. 设集合 $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{x | |x| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $P \cap Q$ 等于 ()

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{3, 4\}$
C. $\{1\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. 以下推断正确的是 ()

- A. $|5-3x| < 1 \Rightarrow |3x-5| > 1$
B. $|x+3| > a \Rightarrow x+3 > a$
C. $3 < |x-1| \leq 4 \Rightarrow 3 < x-1 \leq 4$ 或 $-4 \leq x-1 < -3$
D. $(x+1)^2 > 3 \Rightarrow x+1 > \sqrt{3}$

3. 以下说法正确的是 ()

- A. 不等式 $|x| < a$ 的解集为 $(-a, a)$
B. 不等式 $|x| < a$ 的解集表示数轴上到原点的距离小于 a 的点的集合
C. $|x| \leq a^2$ 的解集非空
D. $1 - |x| \geq a^2$ 的解集是空集

4. 当 $|x-1| < a$ 时, 不等式 $|x^2-3| < 6$ 成立, 则正数 a 的取值范围是 ()

- A. $[1, 2]$ B. $[2, 4]$
C. $(0, 2]$ D. $(0, 1)$

5. $(1-|x|)(1+x) > 0$ 的解集为 ()

- A. $\{x | |x| < 1\}$ B. $\{x | x < 1\}$
C. $\{x | |x| > 1\}$ D. $\{x | x < 1 \text{ 且 } x \neq -1\}$

6. 设集合 $I = \{x | |x| < 3, x \in \mathbf{Z}\}$, $A = \{1, 2\}$, $B = \{-2, -1, 2\}$, 则 $A \cup (\complement_I B)$ 等于 ()

- A. $\{1\}$ B. $\{1, 2\}$
C. $\{2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

7. 若 $a > 0, b > 0$, 则 $-b < \frac{1}{x} < a$ 等价于 ()

- A. $-\frac{1}{b} < 0$ 或 $0 < x < \frac{1}{a}$
B. $-\frac{1}{a} < x < 0$ 或 $0 < x < \frac{1}{b}$
C. $x < -\frac{1}{b}$ 或 $x > \frac{1}{a}$
D. $-\frac{1}{a} < x < \frac{1}{b}$

8. 设 $f(x) = 2^{|x|}$ 且 $f(a) < f(b)$, 则下列关系正确的是 ()

- A. $a < b$ B. $a > b$
C. $0 \leq a < b$ D. $0 \leq b < a$

9. 已知集合 $P = \{x | |x-1| \leq 1, x \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{x | x \in \mathbf{N}\}$, 则 $P \cap Q$ 等于 ()

- A. P B. Q
C. $\{1, 2\}$ D. $\{0, 1, 2\}$

10. 分式不等式 $\frac{x-1}{x-a} < 0$ 的解集为 ()

- A. $(1, a)$ B. $(a, 1)$
C. $(1, a)$ 或 $(a, 1)$ D. 以上都不是

二、填空题($4 \times 3' = 12'$)

11. 已知集合 $A = \{x | |x| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | x \geq a\}$ 且 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 _____.

12. 设 $g(x) = \frac{1+x}{1-x}$, 则不等式 $|g^{-1}(x)| < 1$ 的解集是 _____.

13. 当 $m > 0$ 时, 不等式: $\sqrt{x^2+2mx+2m^2} \leq m$ 的解集是 _____.

14. 函数 $f(x) = |x| + |x-1| - 2$ 与 x 轴交点的横坐标是 _____.

三、解答题($8' + 5 \times 10' = 58'$)

15. 解不等式 $|x-5| - |2x+3| < 1$.

16. 解不等式 $\sqrt{|\log_2 x| - 1} + \frac{1}{2} |\log_{\frac{1}{2}} x^3| - 2 > 0$.

17. 求使不等式 $\left| \frac{x^2 - mx + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3$ 恒成立的实数 m 值.

18. 设 $0 \leq a \leq 1$, 若满足不等式:

$|x - a| < b$ 的一切实数 x 也满足不等式: $|x - a^2| < \frac{13}{2}$, 求正实数 b 的取值范围.

19. 若适合不等式 $|x^2 - 4x + p| + |x - 3| \leq 5$ 的 x 的最大值为 3, 求 p 值.

20. 已知图 3-1(1)中的图象对应的函数解析式为 $y = f(x)$, 求图 3-1(2)中的图象对应的函数解析式.

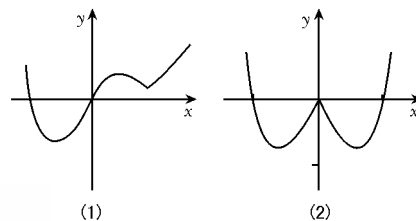


图 3-1

题型示例

已知集合 $A = \{x \mid |x-a| < 1\}$, $B = \{x \mid x^2 - (a+3)x + 3a > 0\}$, 若 $A \cup B = \mathbf{R}$, 求实数 a 的取值范围.

分析 不等式 $x^2 - (a+3)x + 3a > 0$, 可分解为 $(x-3)(x-a) > 0$, 讨论 a 与 3 的三种大小关系可确定集合 B .

解 由 $|x-a| < 1$, 得 $A = (a-1, a+1)$, 由 $x^2 - (a+3)x + 3a > 0$, 得 $(x-3)(x-a) > 0$.

当 $a > 3$ 时, $B = (-\infty, 3) \cup (a, +\infty)$, 要使 $A \cup B = \mathbf{R}$, 当且仅当

$$\begin{cases} a-1 < 3 \\ a > 3 \end{cases} \Rightarrow 3 < a < 4$$

当 $a = 3$ 时, $B = (-\infty, 3) \cup (3, +\infty)$, $A = (2, 4)$, 满足 $A \cup B = \mathbf{R}$.

当 $a < 3$ 时, $B = (-\infty, a) \cup (3, +\infty)$, 要使 $A \cup B = \mathbf{R}$, 当且仅当

$$\begin{cases} a < 3 \\ a-1 < a \Rightarrow 2 < a < 3 \\ a+1 > 3 \end{cases}$$

综上所述知 $(3, 4) \cup \{3\} \cup (2, 3) = (2, 4)$ 为 a 的取值范围.

点评 通过分类讨论, 确定集合 B , 利用数形结合, 即可确定 a 的取值范围.

一、选择题 ($10 \times 3' = 30'$)

1. 若集合 $M = \{x \mid |x| \leq 2\}$, $N = \{x \mid x^2 - 3x = 0\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()
A. $\{3\}$ B. $\{0\}$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 3\}$
2. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x \mid x > 1\}$, $P = \{x \mid x^2 > 1\}$, 则下列关系中正确的是 ()
A. $M = P$ B. $P \subseteq M$
C. $M \subseteq P$ D. $\complement_U M \cap P = \emptyset$
3. 已知集合 $M = \{x \mid x^2 < 4\}$, $N = \{x \mid x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 则集合 $M \cap N$ 等于 ()
A. $\{x \mid x < -2\}$
B. $\{x \mid x > 3\}$
C. $\{x \mid -1 < x < 2\}$
D. $\{x \mid 2 < x < 3\}$
4. 不等式 $-3 \leq 4x - 4x^2 \leq 0$ 的解集为 ()
A. $\{x \mid x \leq -\frac{1}{2} \text{ 或 } x \geq \frac{3}{2}\}$

$$B. \{x \mid -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}\}$$

$$C. \{x \mid x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 1\}$$

$$D. \{x \mid -\frac{1}{2} \leq x \leq 0 \text{ 或 } 1 \leq x \leq \frac{3}{2}\}$$

5. 已知集合 $M = \{x \mid x^2 - 2x - 3 \leq 0\}$, $P = \{x \mid |x| < a\}$, 若 $P \subseteq M$, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $(0, 1]$ B. $(-\infty, 1]$
C. $(-1, 3]$ D. $(-\infty, 1)$
6. 设集合 $A = \{x \mid x < 1\}$, $B = \{x \mid (x-a)(x-2) \leq 0\}$, 且 $A \cup B = \{x \mid x \leq 2\}$, 则 a 的取值范围是 ()
A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 1)$
C. $(1, +\infty)$ D. $[1, +\infty)$
7. 设 x_1, x_2 是关于 x 的二次方程, $x^2 - 2kx + 1 - k^2 = 0$ 的两个实根, k 为实数, 则 $x_1^2 + x_2^2$ 的最值为 ()
A. -2 B. 0 C. 1 D. 2
8. 已知不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解为 $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}$, 则 $a+b$ 等于 ()
A. -14 B. -10 C. 1 D. 10
9. 已知 $A = \{x \mid |2x+1| > 3\}$, $B = \{x \mid x^2 + x - 6 \leq 0\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
A. $(-3, -2] \cup (1, +\infty)$
B. $(-3, -2] \cup [1, 2)$
C. $[-3, -2) \cup (1, 2]$
D. $(-\infty, -3] \cup (1, 2]$
10. 关于 x 的不等式 $\frac{x+a}{x^2+4x+3} > 0$ 的解集为 $\{x \mid -3 < x < -1 \text{ 或 } x > 2\}$, 则 a 的值为 ()
A. $-\frac{1}{2}$ B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. 2

二、填空题 ($4 \times 3' = 12'$)

11. 集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 - 4x + 3 < 0\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid (x-2)(x-5) < 0\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
12. 已知 $A = \left\{x \mid \frac{x^2+6x+9}{2(x-1)} > 0\right\}$, $B = \left\{x \mid \frac{x^2+2x+1}{x+3} < 0\right\}$, 设全集 $U = \mathbf{R}$, 则 $A \cap \complement_U B =$ _____, $B \cup \complement_U A =$ _____.
13. 不等式 $\frac{ax}{x-1} < 1$ 的解集为 $\{x \mid x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$, 则实数 a 的值为 _____.
14. 不等式 $ax^2 + (ab+1)x + b > 0$ 的解集为 $(1, 2)$, 则 $a+b =$ _____.

三、解答题 ($8' + 5 \times 10' = 58'$)

15. 若不等式 $2x-1 > m(x^2-1)$ 对满足 $|m| \leq 2$ 的所有 m 都成立, 解关于 x 的不等式.

16. 已知关于 x 的不等式 $(m-2)x^2 - mx - 1 \geq 0$ 的解集为 $[x_1, x_2]$ 且 $1 \leq |x_1 - x_2| \leq 3$, 求实数 m 的取值范围.

17. 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x^2 - x - 2 > 0 \\ 2x^2 + (2k+5)x + 5k < 0 \end{cases}$ 的整数解的集合为 $\{-2\}$, 求实数 k 的取值范围.

18. 已知 $A = (a, +\infty)$, $B = \{x | x^2 - 2ax - 3a^2 < 0\}$ 求 $A \cap B$ 及 $A \cup B$.

19. 若当 $1 < x \leq 2$ 时, 不等式 $x^2 - 2ax + a < 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

20. 设 $A = \{x | \log_x(5x^2 - 8x + 3) > 2\}$, $B = \{x | x^2 - 2x - a^4 + 1 \geq 0\}$, 已知 $A \subseteq B$, 试确定 a 的取值范围.

题型示例

命题“ $\sqrt{10} \geq \pi$ ”是由哪两个 p 与 q 构成的什么形式的复合命题?判定此命题的真假.

分析 原命题可叙述为:“ $\sqrt{10}$ 大于 π 或 $\sqrt{10}$ 等于 π ”.

解 这是一个“ p 或 q ”形式的复合命题,其中, $p: \sqrt{10} >$

$\pi; q: \sqrt{10} = \pi$ 因 p 真 q 假,故它是真命题.

点评 若“ p 真 q 假”,那么:“ p 或 q ”为真,“ p 且 q ”为假.

一、选择题($10 \times 3' = 30'$)

1. 已知下列语句:

- ①平行四边形不是矩形;② π 是无理数;③方程 $9x^2 = \log_a x (a > 0$ 且 $a \neq 1)$ 的解是 $x = \pm \frac{1}{3}$;④ $3m > m$.

其中简单命题的个数是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 命题“1997 年 7 月 1 日是中国共产党的生日,又是香港回归祖国的日子”是 ()

- A. 简单命题 B. 非 p 形式的命题
C. p 或 q 形式的命题 D. p 且 q 形式的命题

3. 下列语句不是命题的是 ()

- A. 失败乃成功之母 B. 落后必挨打
C. 向孔繁森学习 D. 世上无难事

4. “ $a^2 + b^2 \neq 0$ ”的含义是 ()

- A. a, b 全不为 0
B. a, b 不全为 0
C. a, b 至少有一个为 0
D. a 不为 0 且 b 为 0, 或 b 不为 0 且 a 为 0

5. “ $(a+b)(b+c)(c+a) = 0$ ”的含义是 ()

- A. a, b, c 两两互为相反数
B. a, b, c 中至少有两个互为相反数
C. a, b, c 中有两个为 0
D. a, b, c 中至少有一个不为 0

6. “ $x^2 \leq 0$ ”的含义是 ()

- A. $x = 0$ 且 $x < 0$ B. $x \in \emptyset$
C. $x = 0$ D. $x \in \mathbf{R}$

7. 以下说法正确的是 ()

- A. “ $P \cup Q$ ”的含义是:“对任意 $x \in P \cup Q$, 都有 $x \in P$ 且 $x \in Q$ ”
B. “ $P \subset Q$ ”的含义是:“对任意 $x \in Q$, 都有 $x \in P$ ”
C. “ $P \cap \complement_S Q (S$ 为全集)”的含义是:对任意 $x \in P \cap \complement_S Q$,

都有 $x \in P$ 且 $x \notin Q$

D. $\complement_S P \subseteq \complement_S Q (S$ 为全集)的含义是对任意 $x \in Q$, 都有 $x \notin P$

8. 以下命题正确的是 ()

- A. 如果 $a + b > 0$, 那么 a 和 b 中至少有一个大于 0
B. 如果 $ab = 0$, 那么 $a^2 + b^2 = 0$
C. 如果 $ab = a$, 那么 $b = 1$
D. 如果 $a^2 = b^2$, 那么 $a = b$

9. 以下命题错误的是 ()

- A. 如果关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集为 $\mathbf{R}$, 那么必有 $a < 0$ 和 $\Delta < 0$
B. 如果关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c \leq 0$ 的解集为 $\emptyset$, 那么必有 $a > 0$ 和 $\Delta < 0$
C. 如果关于 x 的不等式 $|x + b| \leq a$ 的解集是单元素集, 那么 a 必为 0
D. 如果关于 x 的不等式 $|ax + b| > c$ 的解集为 $\mathbf{R}$, 那么必有 $c < 0$ 且 $a \neq 0$, 或 $c = 0$ 且 $a = 0$

10. 已知命题“非空集合 M 中的元素都是集合 P 中的元素”是假命题, 那么命题:

- ① M 中的元素都不是 P 的元素
② M 中有不属于 P 的元素
③ M 中有 P 的元素
④ M 中元素不都是 P 中的元素

其中真命题有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题($3 \times 3' = 9'$)

11. 已知 p 命题:“ a 是 b 的倍数”, q 命题:“ b 是 c 的倍数”, 则写成“ p 或 q ”形式的复合命题为 _____; 写成“ p 且 q ”的复合命题为 _____.

12. 如果 p 是真命题, q 是假命题, 则“ p 或 q ”命题为 _____ 命题, “ p 且 q ”命题为 _____ 命题.

13. 命题“方程 $\frac{3x-2}{3x-2} = 1$ 没有实数根”是 _____ 命题, 用真值表判断, 它是 _____ 命题.

三、解答题($5 \times 8' + 10' + 11' = 61'$)

14. 分别指出下列复合命题的形式及构成它的简单命题:

- (1) 抛物线没有渐近线;
(2) 728 既能被 7 整除, 又能被 8 整除;
(3) 张小莉参加数学课外活动小组, 或参加英语课外活动小组.

15. 分别指出由下列各组命题构成的“ p 或 q ”, “ p 且 q ”, “非 p ”命题的真假.

(1) p : 正多边形有一个内切圆; q : 正多边形有一个外接圆.

(2) p : 线段中垂线上的点到线段的两端点等距离; q : 角平分线上的点到角两边距离不相等.

(3) $p: 1 \in \{2, 3\}$; $q: \{\text{矩形}\} \cap \{\text{菱形}\} = \{\text{正方形}\}$.

(4) p : 正六边形的对角线都相等; q : 凡是偶数都是 4 的倍数.

16. 分别指出由下列命题构成的“ p 或 q ”, “ p 且 q ”, “非 p ”形式复合命题的真假.

p : 由澳门回归的日期(年、月、日)组成的数 19 991 220 是 3 的倍数;

q : 由澳门回归的日期(年、月、日)组成的数 19 991 220 是 4 的倍数.

17. 若 $p: \mathbf{N} \subseteq \{x \in \mathbf{R} | x > -1\}$, $q: \emptyset = \{0\}$, 写出由其构成的“ p 或 q ”, “ p 且 q ”, “非 p ”形式的复合命题, 并指出其真假.

18. 若 p : 三角形的中位线平行于第三边, q : 三角形的中位线等于第三边的两倍, 写出由命题 p 、 q 构成的“ p 或 q ”, “ p 且 q ”, “非 p ”形式的复合命题, 并指出其真假.

19. 对于命题“ $\triangle ABC$ 是直角三角形或等腰三角形”.

(1) 指出它是那种形式的复合命题, 并说明构成它的简单命题.

(2) 写出上述复合命题的否定.

20. 已知两个命题:

p : 方程 $2x^2 - 2\sqrt{6}x + 3 = 0$ 的两根都是实数;

q : 方程 $2x^2 - 2\sqrt{6}x + 3 = 0$ 的两根都不相等.

写出由这组命题构成的“ p 或 q ”, “ p 且 q ”, “非 p ”形式的复合命题, 并指出其真假.