



恒谦教育

www.hengqian.com

北京教育出版社恒谦教育研究院研究成果



高考双测

考点夯实

数学(理科)

丛书主编 方可

北京教育出版社



恒谦教育
www.hengqian.com

北京教育出版社恒谦教育研究院研究成果

金版

1+1

高考双测

考点夯实

丛书主编 方可

本册主编 汤念辉

撰稿人 汤念辉 徐永祥

主 审 陈明强

数学（理科）

北京教育出版社



恒 谦 教 育
www.hengqian.com

北京教育出版社恒谦教育研究院研究成果

金版 1+1 高考双测

金版1+1高考双测考点夯实
数学(理科)

丛书主编 方 可

*

北 京 教 育 出 版 社 出 版
(北京北三环中路6号)

邮政编码: 100011

网 址: www.bph.com.cn

北京出版社出版集团总发行

新 华 书 店 经 销

陕西百花印刷有限公司印刷

*

880×1230 16开本 22.25印张 671 000字
2006年4月第5版 2006年4月第1次印刷

ISBN 7-5303-1434-3

G·1409 定价: 28.00元



前言

GAOKAOSHUANGCE

考改与课改互动 小卷与大卷相约

——《金版1+1高考双测》丛书主编答读者问

一问：有人说，2006年开始，在《考试大纲》之后增加的《考试说明》，又起到“半个考纲”的作用，这是什么意思？

答：2004年之前，国家考试中心命题时要在同一科目中命制几份不同的试卷，以适应不同省市的情况和要求。从2004年开始，国家考试中心把有不同情况的试卷委托给不同的省市自己制作，这是考试中心命题组的扩大，是命题机制多元化的一项改革。

2005年的《考试大纲》取消了“样卷”，给了地方命题的“试卷款式权”，各地方分别为自己的“自主命题”制定了“合法性”文件，即地方性《考试说明》。中央直接命题的考区，统一使用考试中心制定的统一的《考试说明》。

2006年，考试中心细化并扩大了国家《考试说明》，强调了国家《考试说明》对地方《考试说明》的指导作用。例如强调了“样卷”的规范性和科学性，实际上是要求地方“样卷”向全国“样卷”靠拢。这样一来，“中央命题”的“统一性”，除《考试大纲》以外，还有“半个说明”，而“地方命题”的差异性只存在于“地方说明”与“中央说明”的差异中。这就是有人说的国家的《考试说明》又起到“半个考纲”作用的来历。

二问：新版《金版1+1 高考双测》是怎样处理《考试大纲》与《考试说明》的关系的？

答：首先，中央的统一性命题仍为高考命题的主体，中央领导下的地方命题仍为附体。至于地方命题与中央命题在款式上的差别，是试题的难度和区分度的体现。

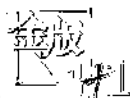
中央与地方命题的统一性和差异性，指导我们全面修订《金版1+1高考双测》丛书。新版《金版1+1高考双测》在考虑中央命题的统一性时，同时考虑了“自主命题”的差异性。对有些省市在试题难度和区分度上的不同要求，做了兼容性考虑和科学性调整，从而使得第一轮复习备考使用的新版《金版1+1高考双测》不仅适用于中央统一命题的考生，也适用于地方“自主命题”的考生。

丛书分《金版1+1高考双测—考点夯实》和《金版1+1高考双测—系统训练》两部分出版，《金版1+1高考双测—考点夯实》突出中央命题的统一性，编成了全国统用本；《金版1+1高考双测—系统训练》则要相对考虑地方命题的差异性，以区分不同考区的试题难度和区分度。比如江苏、湖北等考区，试题难度应相对提高，区分度也相对上移；而河南、北京等考区，试题难度应相对稳定，区分度也相对居中。

三问：对照“高考改革”与“课程改革”的关系，新版《金版1+1 高考双测》有哪些新意？

答：2006年的《考试大纲》相对2005年保持明显的稳定性和连续性，其原因之一，是为了与正在进行的“新课程方案”形成互动，新版《金版1+1高考双测》考虑了有以下几方面的新意：

(1) 推进新课程改革，试题向新内容倾斜：降低难度，突出新意。





(2) 推进新题型设计, 题目向新情境倾斜: 减少题量, 提高品质。

(3) 推进新高考机制, 命题向多元化探索: 交流特色, 展示个性。

由于新版《金版1+1高考双测》含有这些新意, 因此, 《金版1+1高考双测》堪称《考试大纲》与《考试说明》之后的《考试细目》, 它是对国家考试中心新的《考试大纲》与《考试说明》传神尽形的展开式解读。

四问: 新的《金版1+1高考双测》为什么要分两册出版? “小卷”与“大卷”是怎样的关系?

答: 丛书分《金版1+1高考双测-考点夯实》(简称“小卷”)和《金版1+1高考双测-系统训练》(简称“大卷”)两册出版, 首先由于强化“考点夯实”而篇幅扩大, 其次因“大卷”与“小卷”在使用关系上有个“时差”, 更主要的是为了确保“大卷”题目的新颖性以及试卷的操作性, 所以“大卷”出版的时间必须在高考结束以后, 以利于充分吸纳当年最新的高考试题和模考题及最新的高考信息。

“小卷”由“考点小卷”和“专题小卷”组成, 大16开胶订成书; “大卷”由“单元卷”“月考卷”“专题大卷”“综合模拟卷”“地方模考卷”组成, 8开活页装订。两者的关系是为高考真卷“备料”与“造型”的关系, 两种卷的使用“时差”具体表现在以下“四先四后”的“约定”上:

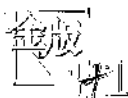
- (1) 小卷“备料”在先, 大卷“造型”在后;
- (2) 备料的“成分”在先, 造型的“图案”在后;
- (3) 成分中找到“题感”在先, 图案中找到“卷感”在后;
- (4) 小卷的“天天练”在先, 大卷的“周周测”在后。

五问: 《金版1+1高考双测》此次分版之后, 有了较多的新意, 您能具体介绍一下吗?

答: 最大的新意, 是我们对高考一轮复习认知的升华, 提出了“考大学练小卷”的理念。古人云: 志犹大而心犹小, 行欲圆而势必方。园艺家说: 欲其果而浇其根。人的目的性与其操作性在形式上有时“反向”。高考, 本是考一张大卷, 这容易让人就形式上想事, 以为只拿着这张“大卷”反复来练是走的捷径, 这实际上是在弃根求果。30年的备考经历证明, 开始不从基础干起, 一轮复习就摆开“大卷攻势”或“仿真模拟”, 到头来, 没有一个不是失败的。

“考大学, 练小卷”的理念, 使我们强化了“考点夯实”。此次分版, 我们做了五件具体事: 一是[细化考点]; 二是[广化题型]; 三是[详化解答]; 四是[核准内容]; 五是[添加模块]。在旧课程向新课程过渡中, 有些教辅出现了考点混乱现象。因为显性的题目容易更换, 而隐性的理念却不易变革。此次修订, 我们对考点核准做到了“尽其形, 归其神”。换句话说, 形式上是修修补补, 理念上却是脱胎换骨。“细化考点”的显性工作为考试内容, 隐性工作为考试要求。此次修订, 还增加了小专题模块, 专门针对《考试大纲》中的重要考点, 分“新点加浓”、“重点巩固”、“热点跟踪”、“亮点聚焦”、“难点化解”五部分进行梳理和测试。至此, 新版《金版1+1高考双测》对新的考纲保证: 要考的, 这里全有; 不考的, 这里全无!

恒谦教育研究院教辅教材研究中心
《金版1+1高考双测》丛书编委会





理科数学

第 1 部分 考点夯实

考点 1 集 合	(1)	考点 33 平 移	(65)
考点 2 基本不等式的解法	(3)	考点 34 解三角形	(67)
考点 3 简易逻辑	(5)	考点 35 不等式的概念和性质	(69)
考点 4 映射与函数	(7)	考点 36 平均值不等式	(71)
考点 5 函数的解析式	(9)	考点 37 不等式的证明(一)	(73)
考点 6 函数的定义域和值域	(11)	考点 38 不等式的证明(二)	(75)
考点 7 函数的单调性	(13)	考点 39 不等式的证明(三)	(77)
考点 8 函数的奇偶性	(15)	考点 40 有理不等式的解法	(79)
考点 9 二次函数	(17)	考点 41 无理不等式的解法	(81)
考点 10 指数函数和对数函数(一)	(19)	考点 42 指数与对数不等式的解法	(83)
考点 11 指数函数和对数函数(二)	(21)	考点 43 含绝对值的不等式	(85)
考点 12 函数的图象	(23)	考点 44 不等式的应用	(87)
考点 13 函数的最值	(25)	考点 45 直线的方程	(89)
考点 14 函数的应用	(27)	考点 46 直线的倾斜角	(91)
考点 15 数列的概念和运算	(29)	考点 47 简单的线性规划	(93)
考点 16 数列的性质(一)	(31)	考点 48 曲线和方程	(95)
考点 17 数列的性质(二)	(33)	考点 49 圆的方程	(97)
考点 18 数列的通项	(35)	考点 50 直线与圆	(99)
考点 19 数列的求和	(37)	考点 51 椭 圆	(101)
考点 20 数列的应用	(39)	考点 52 双曲线	(103)
考点 21 数学归纳法	(41)	考点 53 抛物线	(105)
考点 22 任意角的三角函数	(43)	考点 54 直线与圆锥曲线(一)	(107)
考点 23 三角函数公式	(45)	考点 55 直线与圆锥曲线(二)	(109)
考点 24 三角函数的图象	(47)	考点 56 最值与含参问题	(111)
考点 25 三角函数的性质	(49)	考点 57 轨 迹	(113)
考点 26 三角函数式的化简与证明	(51)	考点 58 平 面	(115)
考点 27 三角函数的求值	(53)	考点 59 空间两条直线	(117)
考点 28 三角函数的最值	(55)	考点 60 直线与平面(一)	(119)
考点 29 向量的概念和运算	(57)	考点 61 直线与平面(二)	(121)
考点 30 向量的坐标表示	(59)	考点 62 平面与平面	(123)
考点 31 定比分点	(61)	考点 63 空间的角	(125)
考点 32 向量的数量积	(63)	考点 64 空间的距离	(127)





考点 65 棱柱	(129)	考点 74 随机事件的概率	(147)
考点 66 棱锥	(131)	考点 75 互斥事件有一个发生的概率	(149)
考点 67 球	(133)	考点 76 相互独立事件的概率	(151)
考点 68 空间图形变换	(135)	考点 77 随机变量	(153)
考点 69 空间向量及其运算	(137)	考点 78 统计	(155)
考点 70 排列	(139)	考点 79 极限	(157)
考点 71 组合	(141)	考点 80 导数	(159)
考点 72 排列与组合	(143)	考点 81 函数的单调性与极值	(161)
考点 73 二项式定理	(145)	考点 82 复数	(163)

第 2 部分 专题演练

第 1 组 新点加浓

1 简易逻辑专页	(165)
2 平面向量专页	(167)
3 线性规划专页	(169)
4 概率统计专页	(171)
5 导数专页	(173)

第 2 组 重点巩固

6 函数模块	(175)
7 数列模块	(177)
8 三角模块	(179)
9 不等式模块	(181)
10 立体几何模块	(183)
11 解析几何模块	(185)

第 3 组 热点跟踪

12 算法中的加乘原理	(187)
13 随机变量中的期望与方差	(189)

14 向量与几何图形的运算化	(191)
15 模糊数学中的统计法则	(193)
16 连续函数中的导数分析	(195)

第 4 组 亮点聚焦

17 递推式解数列问题	(197)
18 构造图解向量问题	(199)
19 类比法解高维问题	(201)
20 树干表解计数问题	(203)
21 待定参数解范围问题	(205)

第 5 组 难点化解

22 抽象概率的背景模型	(207)
23 切线和速度理解可导函数	(209)
24 “非数学问题”的数学建模	(211)
25 压轴题的分割与退步策略	(213)

参考答案	(1~148)
------------	---------





集合

(时间:90 分钟 满分:100 分)

班级

姓名

得分

题型示例

设 I 为全集, S_1, S_2, S_3 是 I 的三个非空子集, 且 $S_1 \cup S_2 \cup S_3 = I$, 则下列论断正确的是 ()

- A. $\complement_I S_1 \cap (S_2 \cup S_3) = \emptyset$
- B. $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cap \complement_I S_3)$
- C. $\complement_I S_1 \cap \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \emptyset$
- D. $S_1 \subseteq (\complement_I S_2 \cup \complement_I S_3)$

分析一 可由德摩根定律和数形结合求出.

$\because \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \complement_I (S_2 \cup S_3), \complement_I S_2 \cup \complement_I S_3 = \complement_I (S_2 \cap S_3),$
 $\therefore S_1 \not\subseteq \complement_I (S_2 \cup S_3), S_1 \not\subseteq (\complement_I S_2 \cup \complement_I S_3),$

$\therefore$ B、D 错误,

$\because \complement_I S_1 \cap (S_2 \cup S_3) \neq \emptyset,$

$\therefore$ A 错误.

$\because \complement_I S_1 \cap \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \complement_I (S_1 \cup S_2) \cap \complement_I S_3 = \emptyset.$

$\therefore$ C 正确.

分析二 按补集运算的“交并分配律”, 有 $\complement_I S_1 \cap \complement_I S_2 \cap \complement_I S_3 = \complement_I (S_1 \cup S_2 \cup S_3) = \complement_I I = \emptyset$, 故选 C.

分析三 设想: $I = \{1, 2\} = S_2 = S_3$, 而 $S_1 = \{1\}$, 则 $\complement_I S_2 = \complement_I S_3 = \emptyset, S_2 \cup S_3 = I$. 一举淘汰 A、B、D 三支, 答案只能为 C.

答案 C

点评 分析二的思想突出表现在抓特点——抓选择支的特点. 只有 C 支在运算关系上对 S_1, S_2, S_3 是对称(平等)的. 先抓着它作检验, 果然一抓就灵, 从而达到了“望解”的结果. 属直解法(按一般性).

分析三 的思想突出在抓特值. 特制出 $S_2 \cup S_3 = I$, 而 $\complement_I S_2 = \complement_I S_3 = \emptyset$. 属排除法(按特殊性).

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $M = \{x | x > 1\}, P = \{x | x^2 > 1\}$, 则下列关系中正确的是 ()

- A. $M = P$
- B. $P \subsetneq M$
- C. $M \subsetneq P$
- D. $\complement_U M \cap P = \emptyset$

2. 设 $f(n) = 2n + 1 (n \in \mathbf{N}), P_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}, Q_1 = \{3, 4, 5, 6, 7\}$. 记 $P_2 = \{n \in \mathbf{N} | f(n) \in P_1\}, Q_2 = \{n \in \mathbf{N} | f(n) \in Q_1\}$,

则 $(P_2 \cap \complement_{\mathbf{N}} Q_2) \cup (Q_2 \cap \complement_{\mathbf{N}} P_2)$ 等于 ()

- A. $\{0, 3\}$
- B. $\{1, 2\}$
- C. $\{3, 4, 5\}$
- D. $\{1, 2, 6, 7\}$

3. 设集合 $I = \{x | |x| < 3, x \in \mathbf{Z}\}, A = \{1, 2\}, B = \{-2, -1, 2\}$, 则 $A \cup (\complement_I B)$ 等于 ()

- A. $\{1\}$
- B. $\{1, 2\}$
- C. $\{2\}$
- D. $\{0, 1, 2\}$

4. 表示元素与集合间的关系, 其中不正确的是 ()

- A. $\sqrt{2} \notin \mathbf{Q}$
- B. $\sqrt{4} \in \mathbf{Z}$
- C. $\frac{1}{x} \in \mathbf{R} (x \neq 0)$
- D. $\sqrt{x^2} \in \mathbf{Q}$

5. 设集合 $A = \{x | 0 < x \leq 2\}, B = \{M | M \subseteq A\}$, 则 A、B 之间的关系是 ()

- A. $A \in B$
- B. $A \subseteq B$
- C. $B \in A$
- D. $B \subseteq A$

6. 已知集合 $M = \{x | |x - 1| \leq 2, x \in \mathbf{R}\}, P = \{x | \frac{5}{x+1} \geq 1, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 $M \cap P$ 等于 ()

- A. $\{x | 0 < x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$
- B. $\{x | 0 \leq x \leq 3, x \in \mathbf{Z}\}$
- C. $\{x | -1 \leq x \leq 0, x \in \mathbf{Z}\}$
- D. $\{x | -1 \leq x < 0, x \in \mathbf{Z}\}$

7. 已知 $A = \{3, a\}, B = \{x | x^2 - 3x < 0, x \in \mathbf{Z}\}, A \cap B = \{1\}$, 则 $A \cup B$ 等于 ()

- A. $\{1, 3, a\}$
- B. $\{1, 2, 3, a\}$
- C. $\{1, 2, 3\}$
- D. $\{1, 3\}$

8. 设 P, Q 为两个非空实数集合, 定义集合 $P + Q = \{a + b | a \in P, b \in Q\}$. 若 $P = \{0, 2, 5\}, Q = \{1, 2, 6\}$, 则 $P + Q$ 中元素的个数是 ()

- A. 9
- B. 8
- C. 7
- D. 6

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

9. 已知集合 $M = \{0, 1, 2\}$, 则 M 的真子集有 个.

10. 集合 $A = \{x \in \mathbf{R} | x^2 - x - 6 < 0\}, B = \{x \in \mathbf{R} | |x - 2| < 2\}$, 则 $A \cap B =$.

11. 集合 $A = \{(x, y) | y = a|x|\}, B = \{(x, y) | y = x + a\}, C = A \cap B$, 且集合 C 为单元素集合, 则实数 a 的取值范围为 .

12. 设 A、B 为两个集合, 下列四个命题:

① $A \not\subseteq B \Leftrightarrow$ 对任意 $x \in A$, 有 $x \notin B$;

② $A \not\subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$;

③ $A \not\subseteq B \Leftrightarrow A \not\supseteq B$;

④ $A \not\subseteq B \Leftrightarrow$ 存在 $x \in A$, 使得 $x \notin B$.

其中真命题的序号是 _____. (把符合要求的命题序号都填上)

13. ω 是正实数, 设 $S_\omega = \{\theta \mid f(x) = \cos[\omega(x+\theta)] \text{ 是奇函数}\}$, 若对每个实数 a , $S_\omega \cap (a, a+1)$ 的元素不超过 2 个, 且有 a 使 $S_\omega \cap (a, a+1)$ 含 2 个元素, 则 ω 的取值范围是 _____.

三、解答题(第 14 小题 9 分, 第 15~18 小题各 8 分, 共 41 分)

14. 用列举法表示:

- (1) 20 以内的质数.
(2) 立方后等于本身的实数.
(3) 不等式 $-1 < 2x+3 \leq 5$ 的整数解.

15. 写出由代数式 $n, \frac{1}{2}(n^2+1), \frac{1}{2}(n^2-1)$ 所确定的 100 以内的勾股数组, 它们是否能组成一个集合?

16. 已知集合 $A = \{a, a+d, a+2d\}$, $B = \{a, aq, aq^2\}$, 若 $A = B$, 求 d, q 的值.

17. 设集合 $A = \{x \mid f(x) = \lg(x^2+ax+b)\}$, $B = \{x \mid g(x) = \sqrt{-x^2+4ax+k}\}$, $\complement_{\mathbb{R}} A = \{x \mid -2 \leq x \leq 3\}$, 且 $(\complement_{\mathbb{R}} A) \cup B = B$, 求实数 a, b 的值及实数 k 的取值范围.

18. 设 $A = \{x \mid x^2+px+q=0, x \in \mathbb{R}\}$, $M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $N = \{1, 4, 7, 10\}$, 若 $A \cap M = \emptyset$, $A \cap N = A$, 求 p, q 的值.

四、思考与讨论(每小题 10 分, 共 20 分)

19. 函数 $y = \sqrt{\frac{2-x}{x-1}}$ 的定义域为集合 A , 关于 x 的不等式 $\lg(2ax) < \lg(a+x)$ ($a \in \mathbb{R}^+$) 的解集为 B , 求使 $A \cap B = A$ 的实数 a 的取值范围.

20. 设全集 $U = \mathbb{R}$.

- (1) 解关于 x 的不等式 $|x-1|+a-1 > 0$ ($a \in \mathbb{R}$);
(2) 记 A 为 (1) 中不等式的解集, 集合 $B = \left\{x \mid \sin\left(\pi x - \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{3}\cos\left(\pi x - \frac{\pi}{3}\right) = 0\right\}$. 若 $(\complement_U A) \cap B$ 恰有 3 个元素, 求 a 的取值范围.

题型示例

设集合 $A = \{x | |4x-1| \geq 9, x \in \mathbf{R}\}$, $B = \{x | \frac{x}{x+3} \geq 0, x \in \mathbf{R}\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()

- A. $(-3, -2]$
B. $(-3, -2] \cup [0, \frac{5}{2}]$
C. $(-\infty, -3] \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$
D. $(-\infty, -3) \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$

分析一 $\because A = (-\infty, -2] \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$, $B = (-\infty, -3) \cup [0, +\infty)$, $\therefore A \cap B = (-\infty, -3) \cup [\frac{5}{2}, +\infty)$, $\therefore$ 选 D.

分析二 显然 $-3 \notin B$, 则 $-3 \notin (A \cap B)$, 故舍去 C.

又 $-2 \notin B \Rightarrow -2 \notin (A \cap B)$, 故舍去 A、B. $\therefore$ 选 D.

答案 D

点评 分式不等式的解法注意“=”的取得, 作为选择题, 排除法的确是一种不错的方法.

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

- 已知集合 $M = \{x | x^2 - 3x - 28 \leq 0\}$, $N = \{x | x^2 - x - 6 > 0\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()
A. $\{x | -4 \leq x < -2 \text{ 或 } 3 < x \leq 7\}$
B. $\{x | -4 < x \leq -2 \text{ 或 } 3 \leq x < 7\}$
C. $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } x > 3\}$
D. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x \geq 3\}$
- 设集合 $M = \{x | -1 \leq x < 2\}$, 集合 $N = \{x | x \leq a\}$, 若 $M \cap N \neq \emptyset$, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $(-\infty, -2)$ B. $(-1, +\infty)$
C. $[-1, +\infty)$ D. $[-1, 1]$
- 不等式 $\begin{cases} x > 0 \\ \frac{3-x}{3+x} > \frac{2-x}{2+x} \end{cases}$ 的解集是 ()
A. $\{x | 0 < x < 2\}$ B. $\{x | 0 < x < 2.5\}$
C. $\{x | 0 < x < \sqrt{6}\}$ D. $\{x | 0 < x < 3\}$
- 函数 $y = |x| - |x+1|$ 的值域是 ()
A. $(-\infty, -1]$ B. $(-\infty, 0)$
C. $(-\infty, 1]$ D. $[-1, 1]$
- 集合 $A = \{x | \frac{x-1}{x+1} < 0\}$, $B = \{x | |x-b| < a\}$, 若“ $a=1$ ”是

$A \cap B \neq \emptyset$ 的充分条件, 则 b 的取值范围可以是 ()

- A. $-2 \leq b < 0$ B. $0 < b \leq 2$
C. $-3 < b < -1$ D. $-1 \leq b < 2$

6. 若集合 $M = \{x | |x| \leq 2\}$, $N = \{x | x^2 - 3x = 0\}$, 则 $M \cap N$ 等于 ()

- A. $\{3\}$ B. $\{0\}$ C. $\{0, 2\}$ D. $\{0, 3\}$

7. 已知集合 $A = \{x | x^2 + (p+2)x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$, 且 $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$, 则实数 p 的取值范围是 ()

- A. $p \geq -1$ B. $p \geq 0$
C. $-4 < p < 0$ D. $p > -4$

8. 已知 $a, b \in \mathbf{N}^*$, 方程 $x^2 + ax + 2b = 0$ 和方程 $x^2 + 2bx + a = 0$ 都有实根, 则 $a+b$ 的最小值是 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

- 若 $0 < a < 1$, 则不等式 $(a-x)(x-\frac{1}{a}) > 0$ 的解集是 _____.
- 不等式 $|x+2| \geq |x|$ 的解集是 _____.
- 已知关于 x 的不等式 $ax^2 - 2ax + 2a + 3 > 0 (a \neq 0)$ 无实数解, 则 a 的取值范围是 _____.
- 不等式 $||x+1| - |x-1|| < 1$ 的解集为 _____.
- 满足 $|p| \leq 2$ 的不等式 $x^2 + px + 1 > 2x + p (x, p \in \mathbf{R})$ 恒成立的 x 的取值范围是 _____.

三、解答题(每小题 10 分, 共 50 分)

- 解不等式 $\frac{x^2 - 5x - 17}{-x^2 + 2x - 2} > 1$.
- 已知全集为 $\mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | \log_{\frac{1}{2}}(3-x) \geq -2\}$, $B = \{x | \frac{5}{x+2} \geq 1\}$, 求 $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B$.

16. 已知 $f(x) = x^2 + 2(a-2)x + 4$.

(1) 如果对一切 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

(2) 如果对 $x \in [-3, 1]$, $f(x) > 0$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

17. 设 n 个实数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的算术平均数为 $\bar{x}$, 若 $a \neq \bar{x}$, 记 $p = (\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \dots + (\bar{x} - x_n)^2$, $q = (x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + \dots + (x_n - a)^2$, 试比较 p 与 q 的大小.

18. 已知函数 $f(x) = (m-2)x^2 - 4mx + 2m - 6$ 的图象与 x 轴的负半轴有交点, 求实数 m 的取值范围.

四、思考与讨论(共 11 分)

19. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + 1$ ($a, b \in \mathbf{R}, a > 0$). 设 x_1, x_2 为方程 $f(x) = x$ 的两根, 如果 $|x_1| < 2, |x_2 - x_1| = 2$, 求 b 的取值范围.

题型示例

函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x \in P, \\ -x, & x \in M, \end{cases}$ 其中 P, M 为实数集 $\mathbf{R}$ 的两个非空子集, 又规定 $f(P) = \{y | y = f(x), x \in P\}$, $f(M) = \{y | y = f(x), x \in M\}$, 给出下列四个判断:

- ① 若 $P \cap M = \emptyset$, 则 $f(P) \cap f(M) = \emptyset$;
 - ② 若 $P \cap M \neq \emptyset$, 则 $f(P) \cap f(M) \neq \emptyset$;
 - ③ 若 $P \cup M = \mathbf{R}$, 则 $f(P) \cup f(M) = \mathbf{R}$;
 - ④ 若 $P \cup M \neq \mathbf{R}$, 则 $f(P) \cup f(M) \neq \mathbf{R}$.
- 其中正确的判断有 ()
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

分析 $f(P)$ 和 $f(M)$ 实际上是两个函数 $y = x (x \in P)$ 和 $y = -x (x \in M)$ 的值域, 通过画图分析可得②、④正确, 故选 B.

答案 B

点评 探求一个命题是否成立, 实质是探求其必要条件; 而最终证明这个命题是否成立, 则是证明其条件的充分性.

一、选择题(每小题 3 分, 共 24 分)

1. 设集合 A, B 是全集 U 的两个子集, 则 $A \subseteq B$ 是 $\complement_U A \cup B = U$ 的 ()
 - A. 充分而不必要条件
 - B. 必要而不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
2. 下列判断错误的是 ()
 - A. 命题“ p 且 q ”的否定命题是“ $\neg p$ 或 $\neg q$ ”
 - B. 条件 $|a| < 1$ 且 $|b| < 2$ 是 $|a+b| < 3$ 的充要条件
 - C. 集合 $A = \{a, b, c\}$, 集合 $B = \{0, 1\}$, 则从集合 A 到集合 B 的不同的映射个数有 8 个
 - D. 命题 p : 若 $M \cup N = M$, 则 $N \subseteq M$, 命题 q : $5 \notin \{2, 3\}$, 则命题“ p 且 q ”为假
3. 给出命题: “已知 a, b, c, d 是实数, 若 $a = b, c = d$, 则 $a + c = b + d$.” 对原命题、逆命题、否命题、逆否命题而言, 真命题有 ()
 - A. 0 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
4. 已知 $p: |2x-3| < 1, q: x(x-3) < 0$, 则 p 是 q 的 ()
 - A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. 设集合 $M = \{x | x > 2\}, P = \{x | x < 3\}$, 那么“ $x \in M$ 或 $x \in P$ ”是“ $x \in M \cap P$ ”的 ()
 - A. 充分而不必要条件
 - B. 必要而不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分又不必要条件

6. 给出下列三个命题:

① 若 $a \geq b > -1$, 则 $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$;

② 若正整数 m 和 n 满足 $m \leq n$, 则 $\sqrt{m(n-m)} \leq \frac{n}{2}$;

③ 设 $P(x_1, y_1)$ 为圆 $O_1: x^2 + y^2 = 9$ 上任意一点, 圆 O_2 以 $Q(a, b)$ 为圆心且半径为 1. 当 $(a-x_1)^2 + (b-y_1)^2 = 1$ 时, 圆 O_1 与圆 O_2 相切.

其中假命题的个数为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

7. 设集合 $U = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}, A = \{(x, y) | 2x - y + m > 0\}, B = \{(x, y) | x + y - n \leq 0\}$, 那么点 $P(2, 3) \in [A \cap (\complement_U B)]$ 的充要条件是 ()

- A. $m > -1, n < 5$ B. $m < -1, n < 5$
- C. $m > -1, n > 5$ D. $m < -1, n > 5$

8. 已知 α, β 均为锐角, 若 $p: \sin \alpha < \sin(\alpha + \beta), q: \alpha + \beta < \frac{\pi}{2}$, 则

p 是 q 的 ()

- A. 充分而不必要条件
- B. 必要而不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

9. 命题“若 $a > b$, 则 $2^a > 2^b - 1$ ”的否命题为_____.
10. 命题“若 $ab = 0$, 则 a, b 中至少有一个为零”的逆否命题为_____.
11. $\neg A$ 是命题 A 的否命题, 如果 B 是 $\neg A$ 的必要而不充分条件, 那么 $\neg B$ 是 A 的_____条件.
12. 已知条件 $p: |x+1| > 2$, 条件 $q: 5x-6 > x^2$, 则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的_____条件.
13. 条件 $p: -1 < m < 5$; 条件 q : 方程 $x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0$ 的两根均大于 -2 小于 4, 则 p 是 q 的_____.

三、解答题(每小题 10 分,共 50 分)

14. 写出命题“对角线不互相垂直的平行四边形不是菱形”的逆命题、否命题、逆否命题.

15. 若 $p > 0, q > 0, p^3 + q^3 = 2$, 试用反证法证明 $p + q \leq 2$.

16. 已知下列三个方程 $x^2 + 4ax - 4a + 3 = 0, x^2 + (a-1)x + a^2 = 0, x^2 + 2ax - 2a = 0$ 中至少有一个方程有实根, 求实数 a 的取值范围.

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = p^n + q (p \neq 0, p \neq 1)$, 求数列 $\{a_n\}$ 是等比数列的充要条件.

18. 设条件甲: m 和 n 满足 $\begin{cases} 2 < m+n < 4 \\ 0 < mn < 3 \end{cases}$;

条件乙: m 和 n 满足 $\begin{cases} 0 < m < 1 \\ 2 < n < 3 \end{cases}$. 问: 甲是乙的什么条件?

四、思考与讨论(共 11 分)

19. (1) 是否存在实数 p , 使“ $4x + p < 0$ ”是“ $x^2 - x - 2 > 0$ ”的充分条件? 如果存在, 求出 p 的取值范围.
(2) 是否存在实数 p , 使“ $4x + p < 0$ ”是“ $x^2 - x - 2 > 0$ ”的必要条件? 如果存在, 求出 p 的取值范围.

题型示例

设 $M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$, $N = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$, 给出下列 4 个图形, 其中能表示以集合 M 为定义域, N 为值域的函数关系的是 ()

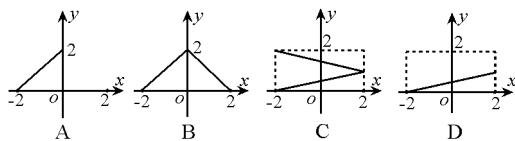


图 4-01

分析 函数的定义域应为 $M = [-2, 2]$, 排除 A; 函数的值域应为 $N = [0, 2]$, 排除 D; 函数的对应法则不允许一对多, 排除 C.

答案 B

点评 函数的定义要求: 定义域中的每个元素都必须有惟一的象, 但值域中的每个元素却可以有不同的原象.

一、选择题(每小题 3 分, 共 27 分)

- 映射 $f: A \rightarrow B$ 是一种对应, 对于这种对应, 其中说法错误的是 ()
 - A 中每一个元素都存在 B 中的元素和它对应
 - A 中的元素不能对应 B 中的一个以上的元素
 - A 中可以有二个或二个以上的元素对应 B 中的一个元素
 - B 中不可以有元素不被 A 中的元素对应
- 设 $f: x \rightarrow x^2$ 是集合 A 到集合 B 的映射, 如果 $B = \{1, 2\}$, 则 $A \cap B$ 一定是 ()
 - $\emptyset$
 - $\emptyset$ 或 $\{1\}$
 - $\{1\}$
 - $\emptyset$ 或 $\{2\}$
- 下列各组函数中表示同一函数的是 ()
 - $f(x) = x$ 与 $g(x) = (\sqrt{x})^2$
 - $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt[3]{x^3}$
 - $f(x) = x|x|$ 与 $g(x) = \begin{cases} x^2 & (x > 0) \\ -x^2 & (x < 0) \end{cases}$
 - $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}$ 与 $g(t) = t+1 \quad (t \neq 1)$

4. 给出三个等式:

- $f(x+y) = f(x) + f(y)$;
- $f(xy) = f(x) + f(y)$;
- $f(xy) = f(x) \cdot f(y)$.

则下列函数中不满足其中任何一个等式的函数是 ()

- x^2
- $2x$
- $\sin x$
- $\lg x$

5. 已知 $A = B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 从 A 到 B 的映射 f 满足:

- $f(1) \leq f(2) \leq \dots \leq f(5)$;
- f 的象有且只有 2 个. 则符合条件的映射 f 的个数是 ()

- 10
- 20
- 40
- 80

6. 已知 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{-1, 0, 1\}$, $f: A \rightarrow B$ 使得 $f(a) + f(b) + f(c) = 0$, 则映射 f 的个数是 ()

- 4 个
- 6 个
- 7 个
- 8 个

7. 对于有序实数对, 定义新运算 $(a, b) \otimes (c, d) = (ac + bd, ad + bc)$, 其中等式右边通常是加法和乘法运算. 如果对于任意实数 a, b 都有 $(a, b) \otimes (x, y) = (a, b)$ 成立, 则 (x, y) 的一个可能值为 ()

- $(1, 0)$
- $(0, 2)$
- $(3, 4)$
- $(-1, 7)$

8. 函数 $y = f(x) (f(x) \neq 0)$ 的图象与直线 $x = a$ 的交点数目是 ()

- 1 个
- 0 个
- 0 或 1 个
- 无数个

9. 设函数 $f(x) = -\frac{x}{1+|x|} (x \in \mathbb{R})$, 区间 $M = [a, b] (a < b)$, 集合 $N = \{y | y = f(x), x \in M\}$, 则使 $M = N$ 成立的实数对 (a, b) 有 ()

- 0 个
- 1 个
- 2 个
- 无数多个

二、填空题(每小题 3 分, 共 12 分)

- 若 y 是 x 的函数, $x = \sqrt{a} - 1, y = \frac{1}{\sqrt{a}} + 1$, 其中 $a > 0$, 则 y 与 x 的函数关系式是 _____.

- $f(x) = \begin{cases} 0 & (x > 0) \\ -e & (x = 0) \\ x^2 + 1 & (x < 0) \end{cases}$, 则 $f\{f[f(\pi)]\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

- 设 $M = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $N = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$, 给出如图 4-02

所示的 4 个图形,其中能表示集合 M 到集合 N 的函数关系的有 _____.

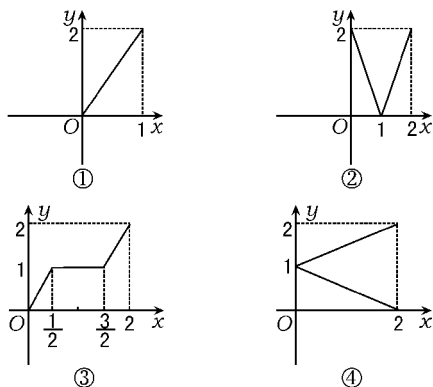


图 4-02

13. 若记号“ $*$ ”表示求两个实数 a 与 b 的算术平均数的运算,

即 $a * b = \frac{a+b}{2}$, 则两边含有运算符号“ $*$ ”和“ $+$ ”, 且对于

任意 3 个实数 a, b, c 都成立的一个等式可以是 _____.

三、解答题(每小题 10 分, 共 50 分)

14. 设 $A = \{x | 1 \leq x \leq 9, x \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{(a, b) | a, b \in A\}$, 定义 B 在 $\mathbb{Z}$ 上的映射 $f: (a, b) \rightarrow ab + a - b$. 求:

- (1) 元素 $(1, 3)$ 在映射 f 下的象;
- (2) 满足 $(a, b) \rightarrow 16$ 的原象.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $|AB| = 4$, $|AC| = 2$, P, Q 分别是 AB, AC 上的动点, 且满足 $S_{\triangle APQ} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$, 若 $|AP| = x$, $|AQ| = y$.

- (1) 写出 x 的取值范围.
- (2) 求 $y = f(x)$ 的解析式.

16. 判断下列对应是不是从 A 到 B 的映射, 是不是从 A 到 B 上的一一映射.

- (1) 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 5, 7, 9\}$, 对应法则 f : “ x 乘以 2 加 1”;
- (2) 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, 对应法则 f : “ x 乘以 2 加 1”;
- (3) 设 $A = \{\text{矩形}\}$, $B = \{\text{实数}\}$, 对应法则 f : 矩形与它的面积的对应.

17. A, B 两地相距 150 km, 某汽车以 50 km/h 的速度从 A 地到 B 地, 在 B 地停留 2 h 之后, 又以 60 km/h 的速度返回 A 地, 写出该车离开 A 地的距离 s (km) 关于时间 t 的函数关系并作出该函数的图象.

18. 用长度为 l 的铁丝弯成下部为矩形, 上部为半圆形的框架如图 4-03 所示, 若矩形底边长为 $2x$, 求此框架围成的面积 y 与 x 的函数关系式, 并写出它的定义域.

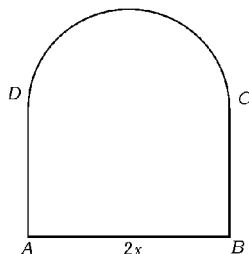


图 4-03

四、思考与讨论(共 11 分)

19. 魔术师猜牌的表现过程是这样的: 表演者手里持有 6 张扑克牌(不含王牌和牌数相同的牌), 叫 6 位观众每人从他手里摸 1 张, 并嘱咐摸牌者看清自己的牌号数. 牌号数是这样规定的: A 为 1, J 为 11, Q 为 12, K 为 13, 其余的牌以牌上的数字为准. 然后表演者叫他们按如下的方法进行计算: 将自己的牌号数乘 2 加 3 后乘 5, 再减去 25, 把计算结果告诉表演者(要求数值绝对准确), 表演者便能立即准确地猜出你拿的什么牌, 请你利用所学的函数知识解释这种现象.

题型示例

已知函数 $f(x) + 2f(\frac{1}{x}) = x$, 则 $f(x) =$ _____.

分析 用 $\frac{1}{x}$ 代换条件方程中的 x , 得 $f(\frac{1}{x}) + 2f(x) = \frac{1}{x}$,

把它与原条件式联立.

$$\begin{cases} f(x) + 2f(\frac{1}{x}) = x & ① \\ f(\frac{1}{x}) + 2f(x) = \frac{1}{x} & ② \end{cases}$$

② $\times 2 -$ ① 得: $f(x) = \frac{2-x^2}{3x}$.

答案 $\frac{2-x^2}{3x}$

点评 这里②式的获得, 充分利用了条件的特征.

一、选择题(每小题 4 分, 共 24 分)

1. $g(x) = 1 - 2x$, $f[g(x)] = \frac{1-x^2}{x^2} (x \neq 0)$, 则 $f(\frac{1}{2})$ 等于

()

- A. 1 B. 3
C. 15 D. 30

2. 在一定范围内, 某种产品的购买量 y t 与单价 x 元之间满足一次函数关系. 如果购买 1 000 t, 每吨为 800 元, 如果购买 2 000 t, 每吨为 700 元. 若一客户购买 400 t, 单价应该是

()

- A. 820 元 B. 840 元
C. 860 元 D. 880 元

3. 函数 $f(x) = \begin{cases} \sin(\pi x^2) & (-1 < x < 0), \\ e^{x-1} & (x \geq 0). \end{cases}$ 若 $f(1) + f(a) = 2$,

则 a 的所有可能值为

()

- A. 1 B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $1, -\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $1, \frac{\sqrt{2}}{2}$

4. 已知函数 $y = f(x)$ 的图象如图 5-01 所示, 那么 $f(x)$ 等于

()

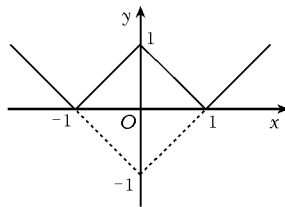


图 5-01

- A. $\sqrt{x^2 - 2x - 1}$ B. $\sqrt{x^2 - 2|x| + 1}$
C. $|x^2 - 1|$ D. $x^2 - 2|x| + 1$

5. 设 $f(x) = \begin{cases} |x-1| - 2 & (|x| \leq 1), \\ \frac{1}{1+x^2} & (|x| > 1), \end{cases}$ 则 $f[f(\frac{1}{2})]$ 等于

()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{4}{13}$ C. $-\frac{9}{5}$ D. $\frac{25}{41}$

6. 已知函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的图象如图 5-02 所示, 则

()

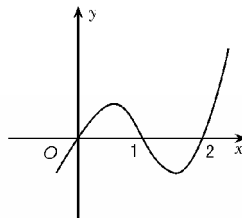


图 5-02

- A. $b \in (-\infty, 0)$ B. $b \in (0, 1)$
C. $b \in (1, 2)$ D. $b \in (2, +\infty)$

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

7. 已知 $f(x)$ 对于定义域内的任何 x, y 都有关系式: $f(x+y) = f(x) + f(y)$ 成立, 那么 $f(\frac{1}{2}x) - \frac{1}{2}f(x) =$ _____.

8. 已知 $f(x) = ax^2 + bx$ ($ab \neq 0$), 若 $f(x_1) = f(x_2)$, 且 $x_1 \neq x_2$, 则 $f(x_1 + x_2) =$ _____.

9. 在测量某物理量的过程中, 因仪器和观察的误差使得 n 次测量分别得到 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 共 n 个数据, 我们规定所测物

理量的“最佳近似值” a 是这样一个量,与其他近似值比较, a 与各数据的差的平方和最小,依此规定,从 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 中推出的 $a =$ _____.

10. 若 $f(e^x) = \sin x$,则 $f(\frac{\pi}{2}) =$ _____.

11. 一圆柱形容器的底面直径为 10 cm,高为 20 cm,现以 $4 \text{ cm}^3/\text{s}$ 的速度向容器内注入某种溶液,则容器内溶液高度 $y(\text{cm})$ 与注入时间 $x(\text{s})$ 的函数关系式为_____.

三、解答题(第 12、15 小题各 10 分,第 13、14 小题各 15 分,共 50 分)

12. 已知二次函数 $f(x)$ 的对称轴是 $x=2$,其图象顶点为 A ,并且与 x 轴交于 B, C 两点, B 点坐标为 $(-1, 0)$, $\triangle ABC$ 的面积是 18,求 $f(x)$.

13. 已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 和一次函数 $g(x) = -bx$,其中 a, b, c 满足 $a > b > c, a + b + c = 0(a, b, c \in \mathbb{R})$.
(1)求证:两函数的图象交于不同的两点 A, B .
(2)求线段 AB 在 x 轴上的射影 A_1B_1 的长的取值范围.

14. 已知某电视机每台价格降低 x 成(1 成为 10%),那么售出数量就增加 mx 成($m \in \mathbb{R}^+$).

(1)试建立当现在定价为每台 a 元售出 b 台的情况下,降价后的营业额 y 与每台降价 x 成的函数关系式,并求出当 $m = \frac{5}{4}$,每台降价多少时,营业额最大.

(2)为使营业额增加,求 m 的取值范围.

15. 若函数 $f(x) = \frac{2}{2-x}, f(a) = b, f(b) = c, f(c) = d(a \neq 0, a \neq 1, a \neq 2)$,求证: $f(d) = a$.

四、思考与讨论(共 11 分)

16. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{N}^*$ 上的函数,并满足 $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2) + x_1x_2$,且 $f(1) = 1$,求 $f(x)$.