图书在版编目（CIP）数据

黄冈学霸．数学．九年级 新课标北师大版/南秀全主编．—青岛：
青岛出版社，2004
ISBN 978-7-5436-3081-9

Ⅰ．黄…　Ⅱ．南…　Ⅲ．数学课—初中—教学参考资料
Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2004）第 028088 号

书　　名　黄冈学霸（新课标版）·九年级数学（全一册）
　　　　　（适用于北师大版新课标教材使用地区）
主　　编　南秀全
本册主编　张　缔　肖一鸣　余曙光
出版发行　青岛出版社
社　　址　青岛市徐州路 77 号（266071）
本社网址　http：//www. qdpub. com
邮购电话　13335059110　（0532）85814750（兼传真）　80998664
责任编辑　郭东明
装帧设计　申尧
照　　排　青岛新华出版照排有限公司
印　　刷
出版日期　2007 年 7 月第 3 版　2007 年 7 月第 6 次印刷
开　　本　16 开（787mm×960mm）
印　　张　20.75
字　　数　400 千字
书　　号　ISBN 978 - 7 - 5436 - 3081 - 9
定　　价　22.00 元
编校质量、盗版监督电话　（0532）80998671
青岛版图书售出后如发现印装质量问题，请寄回青岛出版社印刷物资处调换。
电话　（0532）80998826

《黄冈学霸（新课标版）》

编　委　会

目　　录

上　　册

下　　册

上　　　册

第一章　证明(二)

1.1　你能证明它们吗?

【新课标导航点】

一、知识要点

1. 全等三角形的判定

(1) 边边边(SSS)公理:三边对应相等的两个三角形全等.

(2) 边角边(SAS)公理:两边及其夹角对应相等的两个三角形全等.

(3) 角边角(ASA)公理:两角及其夹边对应相等的两个三角形全等.

(4) 角角边(AAS)推论:两角及其中一角的对边对应相等的两个三角形全等.

2. 全等三角形的性质

公理:全等三角形的对应边相等、对应角相等.

3. 等腰三角形(含等边三角形)的性质

(1) 定理:等腰三角形的两个底角相等. 简述为:等边对等角.

(2) 推论:等腰三角形顶角的平分线、底边上的中线、底边上的高互相重合,也叫等腰三角形三线合一定理.

(3) 推论:等边三角形的三个角都相等,并且每个角都等于 60°. 这实际上是等边三角形的性质.

4. 等腰三角形(含等边三角形)的判定

(1) 定理:有两个角相等的三角形是等腰三角形. 简述为:等角对等边.

(2) 定理:有一个角等于 60°的等腰三角形是等边三角形. 这实质是等边三角形的判定.

(3) 定理:三个角都相等的三角形是等边三角形. 这也是等边三角形的判定.

5. 有一个角是 30°的直角三角形的性质

定理:在直角三角形中,如果一个锐角等于 30°,那么它所对的直角边等于斜边的一半.

6. 反证法:先假设命题的结论不成立,然后推导出了矛盾的结果,从而证明命题的结论一定成立. 这种证明方法称为反证法.

二、重点难点

本节的重点是掌握并运用全等三角形的判定和性质定理、等腰三角形(含等边三角形)

的判定和性质定理进行证明或计算,难点是探索证明的思路与方法.

三、学法建议

学习本节先要通过画图等方法体会全等三角形的性质与判定公理的正确性,要用折叠的方法体会等腰三角形的性质和判定定理的正确性.要用折叠等边三角形的方法发现并证明有一个角是30°的直角三角形的性质定理.要从现在起,努力锻炼自己探索证明的思路和方法的能力.反证法虽是初步接触,但要努力体会它的正确性.

【经典题速递站】

例1　如图1-1-1,△ABC与△ABD中,AD与BC相交于O点,∠1=∠2,请你添加一个条件(不再添加其他线段,不再标注或使用其他字母),使AC=BD,并给出证明.

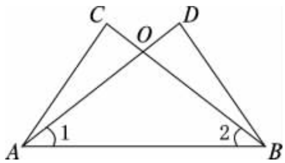

图1-1-1

你添加的条件是:________.

分析　通过观察图形,要使AC=BD,则需要得到△ACB≌△BDA或△ACD≌△BDO,从而利用三角形全等的判定条件进行探讨,找出一个使三角形全等的条件即可.

解　添加条件举例:AD=BC;OC=OD;∠C=∠D;∠CAD=∠DBC等.

证明举例(以添加条件AD=BC为例):

AB=AB,∠1=∠2,BC=AD,

,　△ABC≌△BAD.　,　AC=BD.

点拨　本例是一道开放性的证明题。解这类题时,应注重分析题设已有条件和结论,找出一个解决问题的突破口,显然,这类题的答案不唯一,只要合适即可.

例2　(枣庄市课标卷,2006)两个全等的含30°,60°角的三角板ADE和三角板ABC如图1-1-2所示放置,E,A,C三点在一条直线上,连接BD,取BD的中点M,连接ME,MC.试判断△EMC的形状,并说明理由.

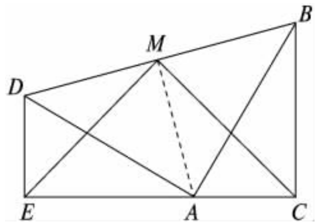

图1-1-2

分析　观察图形可以发现△EMC为等腰直角三角形,而由条件易知△ADB为等腰直角三角形,只要连AM,则不难得到△EDM≌△CAM,从而问题得以解决.

解　△EMC是等腰直角三角形.证明:由题意,得DE=AC,∠DAE+∠BAC=90°.

∠DAB=90°.连接AM.　DM=MB,,　MA $=\frac{1}{2}$DB=DM,∠MDA=∠MAB=45°.

,　∠MDE=∠MAC=105°,,　△EDM≌△CAM,,　EM=MC,∠DME=∠AMC,又∠EMC=∠EMA+∠AMC=∠EMA+∠DME=90°,,　CM⊥EM,所以△EMC是等腰直角三角形.

点拨　本题要得到△EMC为等腰直角三角形还可以通过证明△BCM≌△AEM得到,同学们不妨试试.

例3　(临沂市)如图1-1-3,已知AD和BC交于点O,且△OAB和△OCD均为等边三角形,以OD和OB为边作平行四边形ODEB,连接AC,AE和CE,和AD相交于点F.

求证:△ACE 为等边三角形.

分析 要证明△ACE 为等边三角形,可以先证它是等腰三角形,再证它的某一个内角为 60°即可.这时可通过证明△ABE≌△EDC 得到 EA = EC,再借助▱ODEB 得∠EBO = ∠EDO = 60°,从而∠AEC = 60°,得到结论.

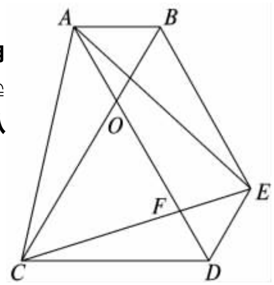

图 1 - 1 - 3

证明 △OAB 和△OCD 为等边三角形,

, CD = OD,OB = AB,∠ADC = ∠ABO = 60°.

四边形 ODEB 是平行四边形,

, OD = BE,OB = DE,∠CBE = ∠EDO.

, CD = BE,AB = DE,∠ABE = ∠CDE.

, △ABE≌△EDC.

, AE = CE,∠AEB = ∠ECD.

BE∥AD,

, ∠AEB = ∠EAD.

, ∠EAD = ∠ECD.

在△AFE 和△CFD 中

又 ∠AFE = ∠CFD,

, ∠AEC = ∠ADC = 60°,

, △ACE 为等边三角形.

点拨 本例是等边三角形性质和判定的综合应用题,解题关键在于理清等边三角形性质与判定方法,以便合理选用所需结论进行证明.

例 4 (兰州市课改区,2006) 如图 1 - 1 - 4 所示,在△ABC 中,D,E 分别是 AC 和 AB 上的一点,BD 与 CE 交于点 O,给出下列四个条件:①∠EBO = ∠DCO;②∠BEO = ∠CDO;③BE = CD;④OB = OC.

(1) 上述四个条件中,哪两个条件可以判定△ABC 是等腰三角形(用序号写出所有的情形)?

(2) 选择(1)小题中的一种情形,证明△ABC 是等腰三角形.

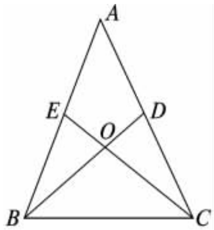

图 1 - 1 - 4

分析 在(1)中不难发现以①③,①④,②③,②④均能得到△ABC 为等腰三角形,在(2)中以(1)中某一个为例予以证明则水到渠成.

证明 (1) ①③,①④,②③,②④

(2) 以①,③为例证明如下.

在△EBO 与△DCO 中,

$$\begin{cases} EB = DC, \\ \angle EBO = \angle DCO, \\ \angle EOB = \angle DOC, \end{cases}$$, △EBO≌△DCO. , BO = CO.

, ∠OBC = ∠OCB,, ∠ABC = ∠ACB,, AB = AC.

点拨 解类似于本题的探索性问题的关键在于挖掘图形中的所有信息,以及需解决的

问题所需要的条件,则不难得到问题的解.

例5　如图1-1-5所示,AB∥CD,直线EF与AB相交于P.

求证:EF与CD相交.

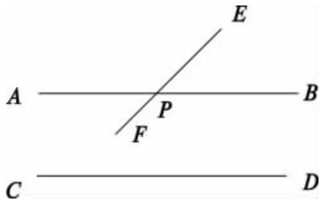

图1-1-5

分析　从图形直观上来看,EF与CD必然相交,但直接无法说清楚,这是因为平面几何中没有提供两直线相交的定理,故考虑用反证法.

证明一　假设EF与CD不相交,

则EF∥CD.

AB∥CD,

, EF∥AB.

这与已知条件EF与AB相交相矛盾.

, 假设EF与CD不相交不成立,

, EF与CD相交.

证明二　如图1-1-5所示,假设EF与CD不相交,

则EF∥CD.

AB∥CD,AB与EF交于P,

, 过P点有两条直线AB,EF与CD都平行.

这与平行公理 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线的平行相矛盾.

, 假设EF与CD不相交不成立.

, EF与CD相交.

点拨　在反证法推导矛盾的过程中,由推导的思路不同,所推出的矛盾形式也不同,因此在用反证法证题时,一定要弄清楚推出的矛盾形式是什么,不要不分情况一律说与已知条件相矛盾,更不要根本就没有推出矛盾,硬说与条件矛盾,本例向我们展示了在同一命题中,用反证法证明,其过程并不唯一,只要合理即可.

【高能力演练场】

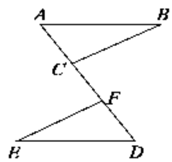

图1-1-6

1. 如图1-1-6,△ABC≌△DEF,∠A=50°,∠E=20°,则∠B=________,∠DFE=________.

2. 有一个内角为40°的等腰三角形的另外两个内角为________.

3. △ABC,∠C=90°,∠B=60°,AB=10cm,CD⊥AB于D,则BD=________.

4. 如果△ABC中,AB=AC,它的两边长为2cm和4cm,那么它的周长为________.

5. 如果等腰三角形的三边均为整数且它的周长为10cm.那么它的三边长为________.

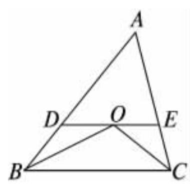

图1-1-7

6. 如图1-1-7,△ABC中,∠ABC与∠ACB的平分线相交于O点,过O点作DE∥BC,分别交AB,AC于D,E两点,AB=10cm,AC=8cm,则

△ADE 的周长是________ cm.

7. 在 Rt△ABC 中,∠C = 90°,∠A = 30°,若 BC = 3cm,则 AB = ________.

8. (山东济南,2004) 如图 1 - 1 - 8,△ABE 和△ADC 是△ABC 分别沿着 AB,AC 边翻折 180°形成的. 若∠1: ∠2: ∠3 = 28: 5: 3,则∠a 的度数为________.

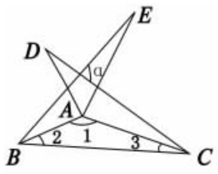

图 1 - 1 - 8

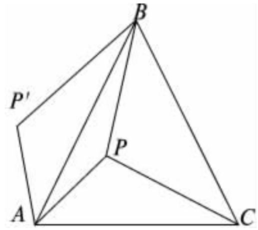

图 1 - 1 - 9

9. (山东省青岛市课标卷,2006) 如图 1 - 1 - 9,P 是正三角形 ABC 内的一点,且 PA = 6,PB = 8,PC = 10. 若将△PAC 绕点 A 逆时针旋转后,得到△P'AB,则点 P 与点 P'之间的距离为________,∠APB = ________°.

10. 如图 1 - 1 - 10,AB = CD,AD,BC 相交于点 O,要使△ABO≌△DCO,应添加的条件为________. (添加一个条件即可)

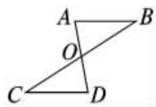

图 1 - 1 - 10

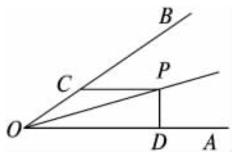

图 1 - 1 - 11

11. 如图 1 - 1 - 11 所示,∠AOP = ∠BOP = 15°,PC∥OA,PD⊥OA,若 PC = 4,则 PD 等于(　　).

A. 4　　B. 3　　C. 2　　D. 1

12. 如图 1 - 1 - 12,△ABC 中,AB = AC,∠A = 36°,BD,CE 分别是∠ABC = ∠ACB 的平分线,且相交于 F 点,则图中等腰三角形有(　　)个.

A. 6　　B. 7　　C. 8　　D. 9

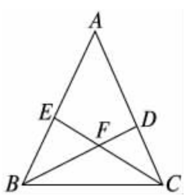

图 1 - 1 - 12

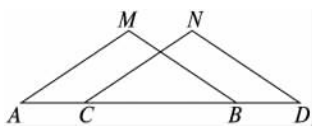

图 1 - 1 - 13

13. (常州市,2006)如图1-1-13,已知 $MB=ND$,$\angle MBA=\angle NDC$,下列添加的条件中,不能用于判定$\triangle ABM\cong\triangle CDN$的是(　　).

A. $\angle M=\angle N$　B. $AB=CD$　C. $AM=CN$　D. $AM\parallel CN$

14. 如图1-1-14所示,$\angle C=\angle D$,$\angle 1=\angle 2$,AC与BD相交于E,则下列结论:① $\angle DAE=\angle CBE$;② $CE=DE$;③ $\triangle DAE$与$\triangle CBE$不全等;④ $\triangle AEB$为等腰三角形,正确的个数有(　　)个.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

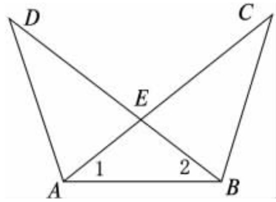

图1-1-14

15. 下列命题正确的有(　　)个.

①等腰三角形的两底角的平分线相等. ②等腰三角形一腰上的高与中线重合. ③有两个角为60°的三角形是等边三角形. ④等腰三角形底边中点到两腰距离相等.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

16. 在平面直角坐标系内,直线 $y=\frac{3}{4}x+3$ 与两坐标轴交于A,B两点,点O为坐标原点,若在该坐标平面内有以点P(不与点A,B,O重合)为顶点的直角三角形与Rt$\triangle ABO$全等,且这个以点P为顶点的直角三角形与Rt$\triangle ABO$有一条公共边,则所有符合条件的P点个数为(　　).

A. 9个　　B. 7个　　C. 5个　　D. 3个

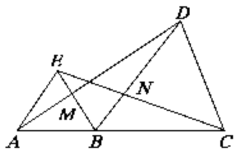

图1-1-15

17. 已知 如图1-1-15,A,B,C在同一直线上,且$\triangle ABE$与$\triangle BCD$都是等边三角形.

求证:$AD=CE$.

18. (江苏泰州,2004)已知 如图1-1-16,点D,E在$\triangle ABC$的边BC上,$AD=AE$,$BD=EC$.

求证:$AB=AC$.

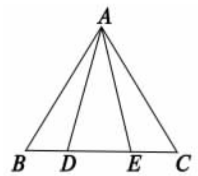

图1-1-16

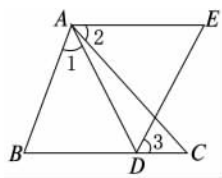

图1-1-17

19. 如图1-1-17所示,D是$\triangle ABC$的边BC上一点,E为$\triangle ABC$外一点,若$\angle 1=\angle 2=\angle 3$,$AB=AD$,求证:$BC=DE$.

20. 已知 如图1-1-18,点C,D在线段AB上,$PC=PD$. 请你添加一个条件,使图中存在全等三角形,并给予证明. 条件为________________,一对全等三角形是________$\cong\triangle$________.

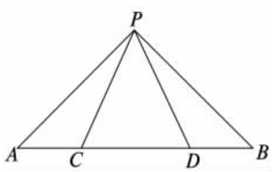

图1-1-18

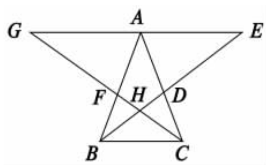

图1-1-19

21.(浙江宁波,2005)如图1-1-19,$\triangle ABC$中,$AB=AC$,过点A作$GE\parallel BC$,角平分线BD,CF相交于点H,它们的延长线分别交GE于E,G.试在图中找出3对全等三角形,并对其中的一对全等三角形给出证明.

【开放创新点击】

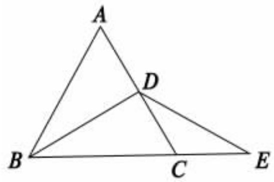

图1-1-20

例6 (四川眉山,2004)已知 如图1-1-20,$\triangle ABC$是等边三角形,BD是中线,延长BC到E,使$CE=CD$,不添加辅助线,请你写出尽可能多的结论.

分析 要写出尽可能多的结论,应从已知条件和图形特征入手,分角,边,全等、相似、面积等几方面来考虑.

解 ①角

$\angle BDC=\angle BDA=90°$,

$\angle DBE=\angle DBA=\angle CED=\angle CDE=30°$,

$\angle A=\angle ABC=\angle ACB=\angle E+\angle CDE=60°$,

$\angle BDE=\angle ECD=\angle A+\angle ABC=120°$;

②边

$AB=BC=CA$,

$AD=DC=CE=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{3}BE$,

$BD=DE=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=\sqrt{3}CD=\frac{\sqrt{3}}{3}BE$;

③$\triangle ABD\cong\triangle CBD$;

④$\triangle BDE\backsim\triangle ECD$;

⑤面积 $S_{\triangle CED}=\frac{1}{2}S_{\triangle BCD}=\frac{1}{3}S_{\triangle BDE}=\frac{1}{4}S_{\triangle ABC}$.

点拨 这是一道开放性题,解决这类题时,一是要读懂题意,从多个方面来考虑,不但要能写出直接结论,也要写出间接的结论,做到不重不漏.

例7 某校计划将一块形状为等边三角形的土地分成四块形状为等腰三角形的土地,每一块地种植一种花草,请你设计两种不同的分割方案,并在图中标明每个等腰三角形底角的度数.

解 如图1-1-21是符合要求的几种方案:

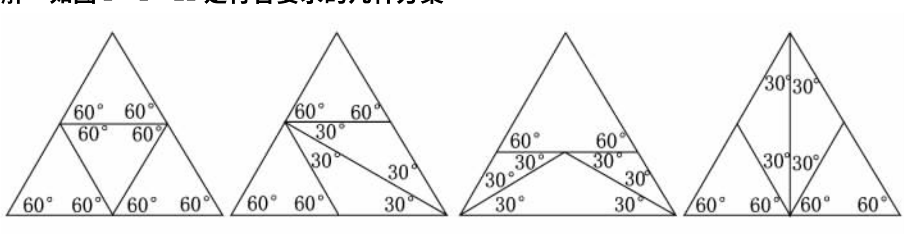

图1-1-21

【自主探究平台】

1. 如图1-1-22,$\angle A=15°$,$AB=BC=CD=DE=EF$,那么$\angle FEM=$________度.

2. 如图1-1-23(1),在$\triangle ABC$中,D,E分别是AB,AC的中点,将$\triangle ADE$沿线段DE向

下折叠,得到图⑵.下列关于图⑵的四个结论中,不一定成立的是(　　).

A. 点A落在BC边中点　　B. $\angle B+\angle C+\angle 1=180°$

C. $\triangle DBA$是等腰三角形　　D. $DE\parallel BC$

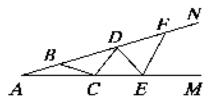

图1-1-22

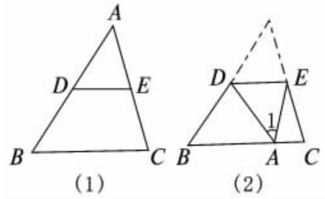

图1-1-23

3. 如图1-1-24,已知:在$\triangle ABC$中,$\angle B=2\angle C$,AD为BC边上的高.

求证:$CD=AB+BD$.

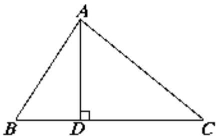

图1-1-24

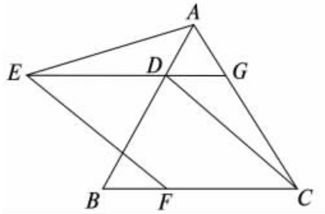

图1-1-25

4. (成都市,2006)已知:如图1-1-25,$\triangle ABC$是等边三角形,过AB边上的点D作$DG\parallel BC$,交AC于点G',在GD的延长线上取点E,使$DE=DB$,连接AB,CD.

⑴求证:$\triangle AGE\cong\triangle DAC$;

⑵过点E作$EF\parallel DC$,交BC于点F,请你连接AF.并判断$\triangle AEF$是怎样的三角形,试证明你的结论.

5. (绍兴市,2006)我们知道,两边及其中一边的对角分别对应相等的两个三角形不一定全等,那么在什么情况下,它们会全等?

⑴阅读与证明:

如果这两个三角形均为直角三角形,显然它们全等。

如果这两个三角形均为钝角三角形,可证明它们全等(证明略)

如果这两个三角形均为锐角三角形,它们也全等,可证明如下:

已知:$\triangle ABC$,$\triangle A_1B_1C_1$均为锐角三角形,$AB=A_1B_1$,$BC=B_1C_1$,$\angle C=\angle C_1$,证明:$\triangle ABC\cong\triangle A_1B_1C_1$.(请你将下列证明过程补充完整)

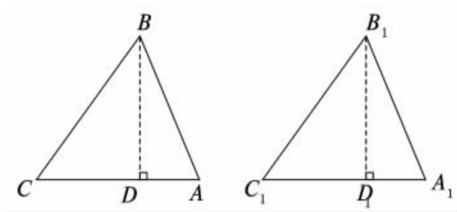

图1-1-26

证明:如图1-1-26,分别过点B,B_1,作$BD\perp CA$于D,$B_1D_1\perp C_1A_1$于D_1,则$\angle BDC=$

$\angle B_1D_1C_1=90°$, $BC=B_1C_1$, $\angle C=\angle C_1$,

∴ $\triangle BCD\cong\triangle B_1C_1D_1$, ∴ $BD=B_1D_1$.

(2) 归纳与叙述:由(1)可得到一个正确结论,请你写出这个结论.

1.2 直角三角形

【新课标导航点】

一、知识要点

1. 勾股定理:直角三角形两条直角边的平方和等于斜边的平方.

2. 直角三角形的判定定理:如果三角形两边的平方和等于第三边的平方,那么这个三角形是直角三角形.

3. 互逆命题与互逆定理

(1) 互逆命题:在两个命题中,如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的结论和条件,那么这两个命题称为互逆命题,其中一个命题称为另一个命题的逆命题.

(2) 互逆定理:如果一个定理的逆命题经过证明是真命题,那么它也是一个定理,这两个定理称为互逆定理,其中一个定理称为另一个定理的逆定理.

4. 直角三角形全等的判定定理:斜边和一条直角边对应相等的两个直角三角形全等.简述为:斜边、直角边或HL.

二、重点难点

本节的重点和难点是勾股定理及其逆定理,直角三角形全等的判定.

三、学法建议

学习本节关键是学会运用勾股定理及其逆定理、直角三角形全等的判定定理进行证明或计算,特别要学会运用这些定理解决具体的实际问题.

【经典题速递站】

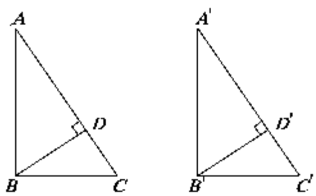

图1-2-1

例1 如图1-2-1,已知:在 $Rt\triangle ABC$ 和 $Rt\triangle A'B'C'$ 中,$\angle ABC=\angle A'B'C'=90°$,$AB=A'B'$,$BD\perp AC$,$B'D'\perp A'C'$,D,D'为垂足,$BD=B'D'$.

求证:$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$.

分析 要证$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$,已具备了两个条件,$AB=A'B'$,$\angle ABC=\angle A'B'C'$.只需再找出一对对应元素相等即可.由已知条件容易证出$\triangle ABD\cong\triangle A'B'D'$,由此可得$\angle A=\angle A'$.

证明 $BD\perp AC$,$B'D'\perp A'C'$,

∴ $\triangle ABD$和$\triangle A'B'D'$是直角三角形.

在$Rt\triangle ABD$和$Rt\triangle A'B'D'$中,$\begin{cases}AB=A'B'\text{(已知)},\\BD=B'D'\text{(已知)},\end{cases}$

∴ $Rt\triangle ABD\cong Rt\triangle A'B'D'$(HL).

∴ $\angle A=\angle A'$(全等三角形的对应角相等).

在△ABC 与△A'B'C'中，$\begin{cases}\angle A=\angle A'（已证），\\ AB=A'B'（已知），\\ \angle ABC=\angle A'B'C'（已知），\end{cases}$

，△ABC≌△A'B'C'（ASA）.

点拨　判定一个直角三角形全等有五个方法：⑴ SSS；⑵ SAS；⑶ ASA；⑷ AAS；⑸ HL.

例 2　已知三角形三边长为 m^4+n^4，m^4-n^4，$2m^2n^2$（其中 $m>n>0$），求证此三角形是直角三角形.

分析　先判断出最大边，再用勾股定理的逆定理证明.

证明　$(m^2-n^2)^2>0$（$m>n>0$），

，$m^4+n^4-2m^2n^2>0$，即 $m^4+n^4>2m^2n^2$.

又 $m^4+n^4>m^4-n^4$，故 m^4+n^4 是最大边.

$(m^4-n^4)^2+(2m^2n^2)^2=m^8-2m^4n^4+n^8+4m^4n^4=m^8+2m^4n^4+n^8=(m^4+n^4)^2$，

，这个三角形是直角三角形（勾股定理的逆定理）.

点拨　⑴ 判定一个三角形是否是直角三角形，首先要确定最大边，再看最大边的平方是否是另两边的平方和，如长为 3，4，5 的三角形，5 是最大边，而 $3^2+4^2=5^2$，故它是直角三角形，但 $3^2+5^2\neq4^2$，$4^2+5^2\neq3^2$，就不能说：$3^2+5^2\neq4^2$，，它不是直角三角形.

⑵ 勾股定理的逆定理是判定直角三角形的重要依据.

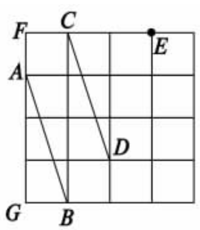

图 1-2-2

例 3　（太原市，2005）如图 1-2-2，在 4×4 的正方形网格中，每个小方形的边长都是 1. 线段 AB 和 CD 分别是图中 1×3 的两个矩形的对角线，显然 AB∥CD. 请你用类似的方法画出过点 E 且垂直于 AB 的直线，并证明.

分析　由网格特征可知，连接 EA，则应有 EA⊥AB，而 AE，AB，BD 三条线段分别在 Rt△AFE，Rt△AGB，Rt△BCE 中，由勾股定理易求出 AE，AB，BE 之长，再看 AE^2+AB^2 是否与 BE^2 相等即可.

解　如图 1-2-3 所示，直线 AE 为所画的直线.

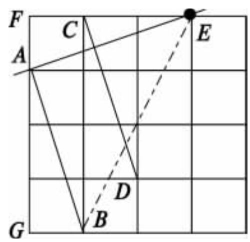

图 1-2-3

证明　连接 BE，由网格特征，得∠F=∠G=∠BCE=90°

在 Rt△AFE 中，由图可知 AF=1，FE=3.

根据勾股定理，得 $AE^2=AF^2+EF^2=1^2+3^2=10$.

在 Rt△AGB 中，由勾股定理，得 $AB^2=AG^2+BG^2=3^2+1^2=10$.

在 Rt△BCE 中，由勾股定理，得 $BE^2=BC^2+CE^2=4^2+2^2=20$.

，$AE^2+AB^2=BE^2$，由勾股定理的逆定理可知，

△EAB 为 Rt△，且∠EAB=90°，即 EA⊥AB.

点拨　解决这类题的关键是要抓住正方形网格的特征，为了简化计算，无论是运用勾股定理还是逆定理，都不必求出线段长，只要求出线段的平方即可. 同时注意到本题也可证明△EFA≌△AGB 来解决问题.

例4　如图1-2-4,已知:在四边形 ABCD 中,$AB=2cm$,$BC=\sqrt{5}cm$,$CD=5cm$,$DA=4cm$,$\angle B=90°$.

求:四边形 ABCD 的面积.

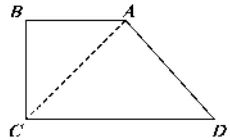

图1-2-4

分析　因为我们不知道$\angle C$是否等于$90°$,也就是说不知道四边形 ABCD 是否为梯形,所以不能够使用梯形的面积公式来求解. 那么既然不能直接求出四边形的面积,我们就要考虑到:不妨把四边形分成两个三角形再逐一求出它们的面积. 连接 AC,则三角形 ABC 的面积容易求出,又由勾股定理,知 AC 的长度. 那么由勾股定理的逆定理可判断出$\triangle ACD$也是直角三角形,那么剩下的问题就迎刃而解了.

解　连接 AC,$\angle B=90°$,

, 根据勾股定理,在 $Rt\triangle ABC$ 中,$AC^2=AB^2+BC^2$,

, $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{2^2+(\sqrt{5})^2}=3cm$.

, $AC^2+DA^2=3^2+4^2=5^2=CD^2$.

, 根据勾股定理的逆定理,$\triangle ACD$是直角三角形,其中$\angle CAD=90°$.

, $S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AB\cdot BC+\frac{1}{2}AC\cdot AD=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{5}+\frac{1}{2}\times 3\times 4=6+\sqrt{5}$ (cm^2).

点拨　此题中,很容易把求四边形的面积按照梯形的面积公式来求解. 所以在作图过程当中,一定要审好题,弄清给出的条件和欲求的结论.

【高能力演练场】

1. 命题"如果 $a=b$,那么 $a^2=b^2$",其逆命题是________,它是一个________命题.
2. 底边为16cm,底边上的高为6cm 的等腰三角形的腰长为________.
3. 直角三角形的两边长为3,1,则另一边长为________.
4. 等腰直角三角形的斜边长为$2\sqrt{2}$,则此三角形的腰长为________.
5. 若直角三角形两直角边为8和15,则斜边上的高为________.
6. 一个三角形三个内角的度数之比为1∶2∶3,且最大边的长是8cm,则最小边的长为________cm.
7. (安徽省课改区,2006)如图1-2-5,直线 l 过正方形 ABCD 的顶点 B,点 A,C 到直线 l 的距离分别是1和2,则正方形的边长是________.

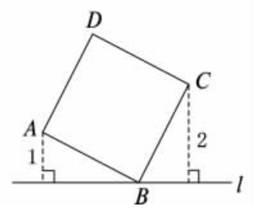

图1-2-5

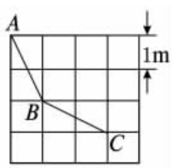

图1-2-6

8. 图1-2-6是由边长为1m的正方形地砖铺设的地面示意图,小明沿图中所示的折线从 $A\rightarrow B\rightarrow C$ 所走的路程为________m.(结果保留根号)

9. 下列命题不正确的是(　　).

A. 有两条直角边对应相等的两个直角三角形全等.

B. 有斜边对应相等的两个等腰直角三角形全等.

C. 有一条直角边和斜边的高对应相等的两个直角的三角形全等.

D. 有一条边相等的两个等腰直角三角形全等.

10. 如图1-2-7所示,$\triangle ABC$ 中,$\angle C=90°$,$AC=BC$,AD 平分 $\angle CAB$,交 BC 于 D 点,$DE\perp AB$ 于 E,且 $AB=60cm$,则 $\triangle BED$ 的周长为(　　).

A. 100cm　　B. 80cm　　C. 60cm　　D. 40cm

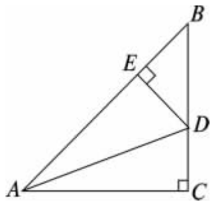

图1-2-7

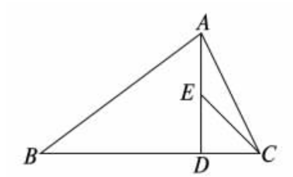

图1-2-8

11. 如图1-2-8所示:$\triangle ABC$ 中,$AD\perp BC$ 于 D 点,$BC=7$,$DE=3$,若 $\triangle ABD$ 与 $\triangle EDC$ 都是等腰三角形,则 AC 的长是(　　).

A. 7　　B. 5　　C. 4　　D. 3

12. 如图1-2-9,分别以直角 $\triangle ABC$ 的三边 AB,BC,CA 为直径向外作半圆. 设直线 AB 左边阴影部分的面积为 S_1,右边阴影部分的面积和为 S_2,则(　　).

A. $S_1=S_2$　　B. $S_1<S_2$　　C. $S_1>S_2$　　D. 无法确定

13. 在 $\triangle ABC$ 中,$AC=5$,$AB=12$,$BC=13$,求 BC 边上的高 AE 的长.

14. 已知:$\triangle ABC$ 中,$AB=25cm$,$BC=48cm$,BC 边上的中线 $AD=7cm$.

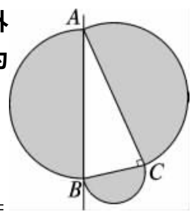

图1-2-9

求证:$\triangle ABC$ 为等腰三角形.

15. 如图1-2-10,在四边形 $ABCD$ 中,$AB=3$,$BC=4$,$CD=12$,$AD=13$,且 $AB\perp BC$. 求 四边形 $ABCD$ 的面积.

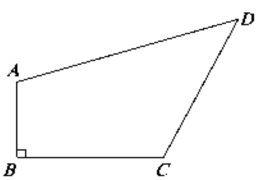

图1-2-10

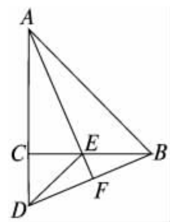

图1-2-11