

## 图书在版编目(CIP)数据

黄冈学霸. 八年级数学. 全一册 / 新课标北师大版 / 南秀全主编, 南秀全编. — 青岛 : 青岛出版社, 2004. 7

ISBN 978 - 7 - 5436 - 2625 - 6

I. 黄... II. ①南... ②南... III. 数学课—初中—教学参考资料  
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 056507 号

书 名 黄冈学霸(新课标版):八年级数学(全一册)  
(适用于北师大版新课标教材使用地区)

主 编 南秀全

本册主编 南秀全 张 文

出版发行 青岛出版社

社 址 青岛市徐州路 77 号(266071)

本社网址 <http://www.qdpub.com>

邮购电话 13335059110 (0532)80998664 传真 (0532)85814750

责任编辑 郭东明 电话 (0532)80998631

装帧设计 申 尧

责任校对 程兆军

照 排 青岛海讯科技有限公司

印 刷

出版日期 2007 年 7 月第 4 版 2007 年 7 月第 6 次印刷

开 本 16 开(787mm×960mm)

印 张 20.75

字 数 400 千字

书 号 ISBN 978 - 7 - 5436 - 2625 - 6

定 价 22.00 元

编校质量、盗版监督电话 (0532)80998671

青岛版图书售出后如发现印装质量问题,请寄回青岛出版社印刷物资处调换。  
电话 (0532)80998826

本书建议陈列类别 教育

# 《黄冈学霸(新课标版)》

## 编 委 会

主 编	南秀全				
编 委	余曙光	王莉芬	库乐畅	马莲红	张立新
	孟 强	咸余银	汤芝云	赵 丽	吕修功
	方 超	柯锦林	杨 波	段柱云	肖一鸣
	金 源	沈 圆	魏 岚	陈 颖	王先平
	段昌其	中 流	张 蒙	迟玉枕	查建章
	胡安武	张晓晓	张 文	徐纵绅	李 浩
	王 桢	王 立	肖 岗	张 缔	王精华
	张军旗	张敦礼	许松华	姜东志	方 炜
	高 烈	李定章	陈汉楚	肖益鸣	柯友亮
	付志奎	柯小丹	江明星	李志宏	刘均海
	查立志	余胜林	兰 润	肖 珂	王一飞
	林世海				

---

# 目 录

---

## 上 册

第一章 勾股定理	(3)	4.4 矩形、正方形	(66)
1.1 探索勾股定理	(3)	4.5 梯形	(71)
1.2 能得到直角三角形吗	(7)	4.6 探索多边形的内角和 与外角和	(75)
1.3 蚂蚁怎样走最近	(10)	4.7 中心对称图形	(78)
第二章 实数	(15)	第五章 位置的确定	(81)
2.1 数怎么又不够用了	(15)	5.1 确定位置	(81)
2.2 平方根	(19)	5.2 平面直角坐标系	(85)
2.3 立方根	(23)	5.3 变化的鱼	(89)
2.4 公园有多宽	(26)	第六章 一次函数	(96)
2.5 用计算器开方	(29)	6.1 函数	(96)
2.6 实数	(31)	6.2 一次函数	(99)
第三章 图形的平移与旋转	(35)	6.3 一次函数的图像	(103)
3.1 生活中的平移	(35)	6.4 确定一次函数表达式	(107)
3.2 简单的平移作图	(38)	6.5 一次函数图像的应用	(112)
3.3 生活中的旋转	(41)	第七章 二元一次方程组	(117)
3.4 简单的旋转作图	(44)	7.1 谁的包裹多	(117)
3.5 它们是怎样变过来的	(47)	7.2 解二元一次方程组	(120)
3.6 简单的图案设计	(50)	7.3 鸡兔同笼	(124)
第四章 四边形性质探索	(54)	7.4 增收节支	(127)
4.1 平行四边形的性质	(54)	7.5 里程碑上的数	(131)
4.2 平行四边形的判别	(58)	7.6 二元一次方程与一次函数	(134)
4.3 菱形	(62)		

第八章 数据的代表	(138)	8.2 中位数与众数	(143)
8.1 平均数	(138)	8.3 利用计算器求平均数	(147)

参考答案	(150)
------	-------

## 下 册

第一章 一元一次不等式和一元一次不等式组	(165)	3.2 提公因式法	(221)
1.1 不等关系	(165)	3.3 运用公式法	(224)
1.2 不等式的基本性质	(169)	第四章 分式	(228)
1.3 不等式的解集	(174)	4.1 分式	(228)
1.4 一元一次不等式	(179)	4.2 分式的乘除法	(235)
1.5 一元一次不等式与一次函数	(184)	4.3 分式的加减法	(242)
1.6 一元一次不等式组	(188)	4.4 分式方程	(250)
第二章 相似图形	(193)	第五章 数据的收集与处理	(257)
2.1 线段的比	(193)	5.1 每周干家务活的时间	(257)
2.2 黄金分割	(196)	5.2 数据的收集	(260)
2.3 形状相同的图形	(198)	5.3 频数与频率	(264)
2.4 相似多边形	(201)	5.4 数据的波动	(270)
2.5 相似三角形	(204)	第六章 证明(一)	(276)
2.6 探索三角形相似的条件	(207)	6.1 你能肯定吗?	(276)
2.7 测量旗杆的高度	(211)	6.2 定义与命题	(281)
2.8 相似多边形的周长比和面积比	(213)	6.3 为什么它们平行	(286)
2.9 图形的放大与缩小	(215)	6.4 如果两条直线平行	(293)
第三章 分解因式	(218)	6.5 三角形内角和定理的证明	(300)
3.1 分解因式	(218)	6.6 关注三角形的外角	(307)

参考答案	(314)
------	-------

# 上 册

# 第一章 勾股定理

## 1.1 探索勾股定理

### 【新课标导航点】

#### 一、知识要点

1. 勾股定理 如果直角三角形两直角边分别为  $a$ 、 $b$  斜边为  $c$  那么  $a^2 + b^2 = c^2$ . 即直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方. 由于我国古代把直角三角形中较短的直角边称为勾, 较长的直角边称为股, 斜边称为弦. 因此上述结论被习惯上称为“勾股定理”.

2. 勾股定理的验证 勾股定理的验证方法, 据说已有 400 种之多. 对于同学们来说, 只需掌握下列两种常用方法: (1) 拼图验证; (2) 通过构造图形, 利用面积相等来证明.

#### 二、重点难点

本节的重点是勾股定理及其应用, 难点是勾股定理的验证.

#### 三、学法建议

学习本节要体验探索勾股定理及验证勾股定理的过程, 体会数形结合的思想. 要熟记几组常见的勾股数: 3, 4, 5; 6, 8, 10; 5, 12, 13; 8, 15, 17; 12, 16, 20; 7, 24, 25; 10, 24, 26; 20, 21, 29; 16, 30, 34; 9, 40, 41 等.

### 【经典题速递站】

例 1 (2004, 昆明) 如图 1-1-1, 已知  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ , 以  $\triangle ABC$  的各边为边在  $\triangle ABC$  外作三个正方形  $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ , 分别表示这三个正方形的面积,  $S_1 = 81$ 、 $S_3 = 225$ , 则  $S_2 =$  \_\_\_\_\_.

分析 根据勾股定理有  $AC^2 + BC^2 = AB^2$ . 又因为  $S_1 = AC^2$ ,  $S_2 = BC^2$ ,  $S_3 = AB^2$ , 所以有  $S_1 + S_2 = S_3$ , 即可求出  $S_2 = S_3 - S_1 = 225 - 81 = 144$ .

解 填 144

点拨 本例将勾股定理与正方形面积公式结合起来, 通过勾股定理解决正方形面积, 充分体现了它们内在的联系.

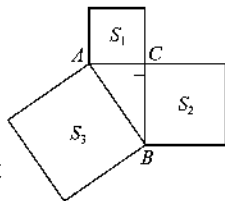


图 1-1-1

例2 (2006 湘西自治州)如图 1-1-2,在一块平地上,张大爷家屋前 9 米远处有一棵大树,在一次强风中,这棵大树从离地面 6 米处折断倒下,量得倒下部分的长是 10 米.出门在外的张大爷担心自己的房子被倒下的大树砸到,大树倒下时能砸到张大爷家的房子吗?请你经过计算、分析后给出正确的回答( ).

- A. 一定不会                      B. 可能会  
C. 一定会                         D. 以上答案都不对

分析 只要计算图中 AC 的长度就能判断这棵大树能否砸到房子.



图 1-1-2

解 在 Rt $\triangle ABC$  中,  $BC=6$ ,  $AB=10$ ,

根据勾股定理得  $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$ (米)而这棵大树离张大爷家的房子有 9 米远,故大树倒下时不会砸到房子.

故选 A.

点拨 大树与地面是垂直的,即  $\angle ACB = 90^\circ$ .

### 【高能力演练场】

1. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  的对边分别是  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

- (1)若  $a=8$ ,  $b=6$ , 则  $c = \underline{\hspace{2cm}}$ .  
 (2)若  $c=20$ ,  $b=12$ , 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ .  
 (3)若  $a:b=3:4$ ,  $c=10$ , 则  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2. 若线段  $a$ ,  $b$ ,  $c$  能构成直角三角形, 则它们之比为( ).

- A. 2: 3: 4                      B. 3: 4: 6                      C. 5: 12: 13                      D. 4: 6: 7

3. 已知 Rt $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 若  $a + b = 14\text{cm}$ ,  $c = 10\text{cm}$ , 则 Rt $\triangle ABC$  的面积为( ).

- A.  $24\text{cm}^2$                       B.  $36\text{cm}^2$                       C.  $48\text{cm}^2$                       D.  $60\text{cm}^2$

4. 放学以后, 小红和小颖从学校分手, 分别沿东南方向和西南方向回家, 若小红和小颖行走的速度都是 40 米/分钟, 小红用 15 分钟到家, 小颖用 20 分钟到家, 则小红家和小颖家的距离为( ).

- A. 600 米                      B. 800 米                      C. 1000 米                      D. 不能确定

5. (2005 福州)同学们对公园的滑梯很熟悉吧! 如图 1-1-3 是某公园六一前新增设的一台滑梯, 该滑梯高度  $AC = 3\text{m}$ , 滑梯着地点 B 与梯架之间的距离  $BC = 4\text{m}$ . 求滑梯 AB 的长.

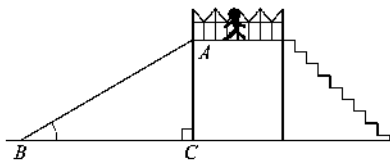


图 1-1-3

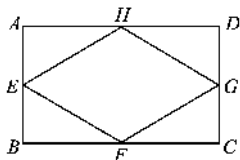


图 1-1-4

6. (2005 常州)如图 1-1-4, 长方形 ABCD,  $AB = 6\text{cm}$ ,  $BC = 8\text{cm}$ , 顺次连接正方形 ABCD 各边的中点, 得到四边形 EFGH, 求四边形 EFGH 的周长和面积.

7. 在 Rt $\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A$ ,  $\angle B$ ,  $\angle C$  的对边分别是  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

- (1) 已知  $a=15$  ,  $b=20$  , 求  $c$  .  
 (2) 已知  $c=61$  ,  $b=60$  , 求  $a$  .  
 (3) 已知  $c=8\frac{1}{2}$  ,  $b=7\frac{1}{2}$  , 求  $a$  .  
 (4) 已知  $c:a=13:5$  ,  $b=24$  , 求  $c$  ,  $a$  .

8. 如图 1-1-5 在四边形 ABCD 中 ,  $\angle BAD=90^\circ$  ,  $\angle CBD=90^\circ$  ,  $AD=4$  ,  $AB=3$  ,  $BC=12$  , 求正方形 DCEF 的面积.

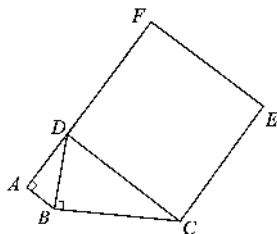


图 1-1-5

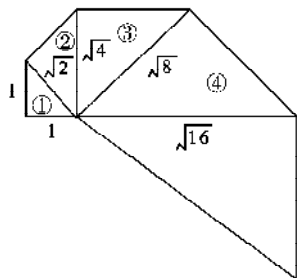


图 1-1-6

9. (2006 邵阳) 如图 1-1-6 中的螺旋形由一系列等腰直角三角形组成 , 其序号依次为 ①、②、③、④、⑤... , 试探究第  $n$  个等腰三角形的斜边长.

### 【开放创新点击】

例 3 (2005 济南) 如图 1-1-7 图(1)是用硬纸板做成的两个全等的直角三角形 , 两直角边的长分别为  $a$  和  $b$  , 斜边长为  $c$  . 图(2)是以  $c$  为直角边的等腰直角三角形 . 请你开动脑筋 , 将它们拼成一个能证明勾股定理的图形.

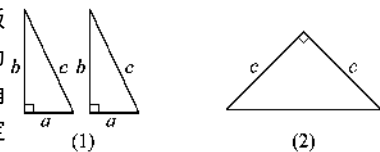


图 1-1-7

- (1) 画出拼成的这个图形的示意图 , 写出它是什么图形.  
 (2) 用这个图形证明勾股定理.

(3) 假设图(1)中的直角三角形有若干个 , 你能运用图(1)中所给的直角三角形拼出另一种能证明勾股定理的图形吗 ? 请画出拼后的示意图 . (无需证明)

分析 可根据教材所揭示的拼图方法 , 利用面积相等来证明 , 当然这里不同于课本例题 , 应结合具体图形 , 开动脑筋 , 看它们边之间的关系 , 怎样才能拼成一个所需的图形.

解 (1) 拼成的图形如图 1-1-8 所示.

$$(2) \text{ 如图 1-1-8 所示梯形面积} = \frac{(a+b)}{2} \cdot (a+b) = 2S_{\triangle \text{小直角三角形}} + S_{\triangle \text{大直角三角形}} = \frac{1}{2}ab + \frac{ab}{2} + \frac{1}{2}c^2$$

$$, \frac{a^2+b^2}{2} = \frac{c^2}{2} \text{ 即 } a^2+b^2=c^2$$

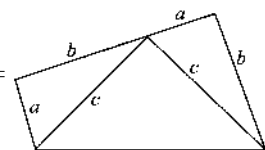


图 1-1-8

(3)能拼出的图形如图 1-1-9.

点拨 本题考查大家的观察能力和动手能力,通过拼图探索勾股定理,当然拼图的方法有时不是唯一的,但基本上都是利用面积来证明勾股定理的.

例 4 八年级学生测量一个养鱼池的深度,他们把一根竹竿插到离岸边 3 米远的水底,只见竹竿高出水面 1 米,把竹竿的顶端拉向岸边,竿顶和岸边的水面刚好相齐,求池水的深度和竹竿的长度.

分析 画出示意图如图 1-1-10 所示,用勾股定理求解.

解 如图 1-1-10,  $AB$  是竖立在水中的竹竿,  $AC$  高出水面,  $AC = 1$  米,  $BD$  是斜着的竹竿, 设  $BC = x$  米, 则  $BD = (x + 1)$  米, 而  $CD = 3$  米. 根据勾股定理, 得  $BC^2 + CD^2 = BD^2$ , 即  $x^2 + 3^2 = (x + 1)^2$ .

,  $x = 4$  ,  $x + 1 = 5$  (米).

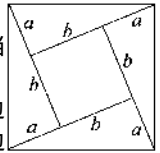


图 1-1-9

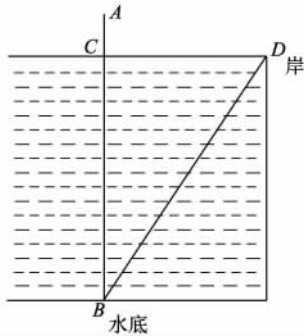


图 1-1-10

答 池水的深度为 4 米,竹竿的长度 5 米.

点拨 解本题的关键是要画出符合题意的示意图.

## 【自主探究平台】

1. (2004 黄冈)如图 1-1-11, 是一种“羊头”形图案,其作法是:从正方形①开始,以它的一边为斜边,向外作等腰直角三角形,然后再以其直角边为边,分别向外作正方形②和②',...依此类推.若正方形①的边长为 64cm,则正方形⑦的边长为\_\_\_\_\_ cm.

2. 小明的叔叔家承包了一个矩形养鱼池,已知其面积为  $48\text{m}^2$ , 其对角线长为 10m, 为建起栅栏,要计算这个矩形养鱼池的周长,你能帮助小明算一算吗?

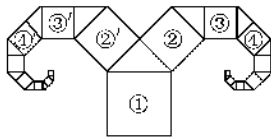


图 1-1-11

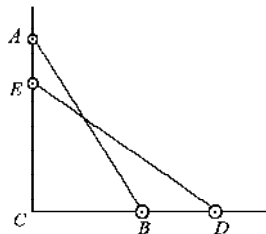


图 1-1-12

3. (2006 娄底市)如图 1-1-12, 滑竿在机械槽内运动, 已知滑竿  $AB$  的长为 2.5 米, 顶端  $A$  在  $AC$  上运动, 量得滑竿下端  $B$  距  $C$  点的距离为 1.5 米, 当端点  $B$  向右移动 0.5 米时, 求滑竿顶端  $A$  下滑了多少米?

## 1.2 能得到直角三角形吗

### 【新课标导航点】

#### 一、知识要点

1. 勾股数 满足  $a^2 + b^2 = c^2$  的三个正整数, 称为勾股数.
2. 勾股数组的寻找方法 对于任意两个正整数  $m, n (m > n)$ , 则  $m^2 + n^2, m^2 - n^2$  和  $2mn$  这三个数就是一个勾股数组.
3. 勾股定理逆定理 如果  $a^2 + b^2 = c^2$ , 那么以  $a, b, c$  为三边的三角形是直角三角形.

#### 二、重点难点

本节的重点是勾股定理的逆定理, 这也是本节的难点.

#### 三、学法建议

学习本节应用实验的方法探索出满足勾股数的三条线段构成的三角形是直角三角形, 然后归纳出勾股定理的逆定理, 最后运用这个定理及勾股定理求解.

### 【经典题速递站】

例1 如图 1-2-1, 已知  $AB = 4, BC = 12, CD = 13, DA = 3, AB \perp AD$ , 能判断  $BC \perp BD$  吗? 简述你的理由.

分析 先在  $Rt\triangle ABD$  中利用勾股定理求出  $BD$ , 再看  $BD^2 + BC^2$  是否等于  $DC^2$ . 若相等, 则  $BC \perp BD$ , 若不相等, 则  $BC$  与  $BD$  不垂直.

解 能判断  $BC \perp BD$ .

理由 在  $Rt\triangle ABD$  中,

$$BD^2 = AD^2 + AB^2,$$

$$, BD^2 = 3^2 + 4^2 = 25,$$

$$, BD = 5.$$

$$BC = 12, CD = 13,$$

$$, BC^2 + BD^2 = 12^2 + 5^2 = 169 = 13^2 = CD^2.$$

根据勾股定理的逆定理有  $BC \perp BD$ .

点拨 勾股定理的逆定理是证明两线互相垂直的又一重要方法, 一定要好好掌握.

例2 在正方形  $ABCD$  中  $E$  为  $AD$  的中点,  $G$  为  $DC$  上一点, 且  $DG = \frac{1}{4}DC$ , 判断  $BE, EG$  的位置关系.

分析 这是一道利用勾股定理的逆定理判断直线位置关系的习题, 可以考虑判断两线夹角所在的某个三角形为直角三角形. 此题可以通过连接  $BG$ , 求证  $\triangle BEG$  为直角三角形.

解  $BE \perp EG$ . 理由是 连接  $BG$ , 设正方形  $ABCD$  的边长为  $4x$ , 则  $AE = DE = 2x, DG = x, GC =$

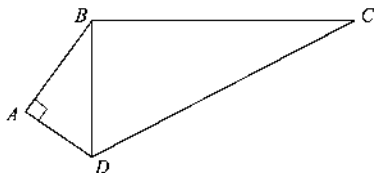


图 1-2-1

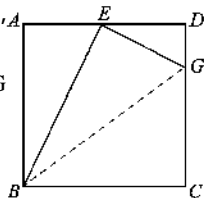


图 1-2-2

$3x$ ,  $BC=4x$  在  $\text{Rt}\triangle ABE$  中,  $BE^2 = AB^2 + AE^2 = (2x)^2 + (4x)^2 = 20x^2$  在  $\text{Rt}\triangle EDG$  中,  $EG^2 = DE^2 + DG^2 = (2x)^2 + x^2 = 5x^2$  在  $\text{Rt}\triangle BCG$  中,  $BG^2 = BC^2 + GC^2 = (4x)^2 + (3x)^2 = 25x^2$ ,  $BG^2 = EG^2 + BE^2$ ,  $\triangle BEG$  为直角三角形,  $\angle BEG=90^\circ$ ,  $BE \perp GE$ .

点拨 求两条直线的位置关系时,通常是判断两直线是否垂直,而垂直实质上是证所在的三角形为直角三角形.

### 【高能力演练场】

- 在  $\triangle ABC$  中  $a=2$ ,  $b=3$ , 则当  $c^2 =$  \_\_\_\_\_ 时,  $\angle C=90^\circ$ .
- 若一个三角形的三边长为  $m+1$ ,  $8$ ,  $m+3$ , 当  $m =$  \_\_\_\_\_ 时, 此三角形是直角三角形, 且其中  $m+3$  是斜边.
- 三角形各边(从小到大)长度的平方比如下列各组, 其中不是直角三角形的是( ).  
A. 1: 1: 2      B. 1: 3: 4      C. 9: 25: 26      D. 25: 144: 169
- 下列各组数中, 以  $a$ ,  $b$ ,  $c$  为边长的三角形不是直角三角形的是( ).  
A.  $a=1.5$ ,  $b=2$ ,  $c=3$       B.  $a=7$ ,  $b=24$ ,  $c=25$   
C.  $a=6$ ,  $b=8$ ,  $c=10$       D.  $a=3$ ,  $b=4$ ,  $c=5$
- 三角形的三边长为  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , 且满足等式  $(a+b)^2 - c^2 = 2ab$ , 则此三角形是( ).  
A. 锐角三角形      B. 直角三角形      C. 钝角三角形      D. 等边三角形
- 给出下列几组数: (1) 5, 6, 7; (2) 8, 15, 6; (3)  $n^2 - m^2$ ,  $2mn$ ,  $m^2 + m^2$  ( $n > m$ ); (4)  $n^2 - 1$ ,  $2n$ ,  $n^2 + 1$ . 其中能作为直角三角形的三条边长的有( ).  
A. 1 个      B. 2 个      C. 3 个      D. 4 个
- 适合下列条件的  $\triangle ABC$  中, 直角三角形的个数为( ).  
(1)  $a = \frac{1}{3}$ ,  $b = \frac{1}{4}$ ,  $c = \frac{1}{5}$ ; (2)  $a=b$ ,  $\angle A=45^\circ$ ; (3)  $\angle A=32^\circ$ ,  $\angle B=58^\circ$ ; (4)  $a=7$ ,  $b=24$ ,  $c=25$ ; (5)  $a=2.5$ ,  $b=2$ ,  $c=3$ .  
A. 2 个      B. 3 个      C. 4 个      D. 5 个
- 如图 1-2-3, 长方形  $ABCD$  中,  $AB=3$ ,  $BC=4$ ,  $E, F$  分别在  $AB, BC$  上, 且  $BE=BF=1$ .  $\triangle EFD$  是否是直角三角形? 说明理由.

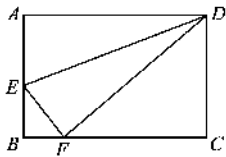


图 1-2-3

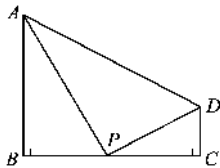


图 1-2-4

- (2004 南京) 如图 1-2-4,  $AB \perp BC$ ,  $DC \perp BC$ , 垂足分别为  $B, C$ .  $AB=4$ ,  $DC=1$ ,  $BC=4$ , 当  $P$  为  $BC$  的中心点时, 试判断  $AP$  与  $DP$  的位置关系.

- 如图 1-2-5, 四边形  $ABCD$  中,  $AB=3$ ,  $BC=4$ ,  $CD=12$ ,  $AD=13$ ,  $\angle B=90^\circ$ . 求四边形  $ABCD$  的面积.

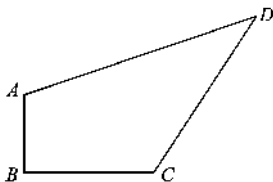


图 1-2-5

## 【开放创新点击】

例3 如图1-2-6,一个等腰三角形的周长是16cm,底边上的高是4cm,求这个三角形各边的长.

分析 作底边上的高AD,构成Rt△ABD和Rt△ACD,运用勾股定理求解.

解 如图1-2-6,△ABC中,AB=AC,作AD⊥BC于D,则AD=4cm.

$$AB = AC, AD \perp BC.$$

$$\therefore BD = DC = \frac{1}{2}BC.$$

$$AB + AC + BC = 16, \therefore AC + DC = 8.$$

设DC=x厘米,则AC=(8-x)厘米.

由勾股定理得  $AC^2 = AD^2 + DC^2$ .

$$\therefore (8-x)^2 = 4^2 + x^2.$$

$$\therefore x = 3.$$

$$\therefore DC = 3 \text{ 厘米}, AC = 5 \text{ 厘米}.$$

即AB=AC=5厘米,BC=6厘米.

点拨 运用勾股定理列方程求解是重要的方法,一定要仔细体会.

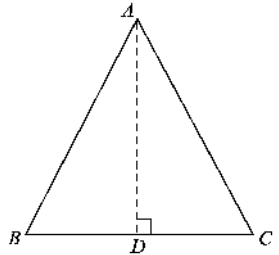


图1-2-6

## 【自主探究平台】

1. 已知如图1-2-7,在△ABC中,AC=5,AB=12,BC=13,求BC边上的高AD.

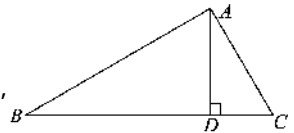


图1-2-7

2. 初春时分,两组同学到村外平坦的原野中采集植物标本,

分手后,他们向不同的两个方向前进,第一组的速度是30米/分,第二组的速度是40米/分,半小时后两组同学同时停下来,而此时两组同学相距1500米.(1)两组同学行走的方向是否成直角?(2)如果接下来两组同学以原来的速度相向而行,多长时间后能相遇?

## 1.3 蚂蚁怎样走最近

### 【新课标导航点】

#### 一、知识要点

1. 勾股定理 如果直角三角形两直角边分别为  $a$ 、 $b$ ，斜边为  $c$ ，那么  $a^2 + b^2 = c^2$ ，即直角三角形两直角边的平方和等于斜边的平方。

2. 勾股定理逆定理 如果三角形的三边长  $a$ 、 $b$ 、 $c$  满足  $a^2 + b^2 = c^2$ ，那么这个三角形是直角三角形。

#### 二、重点难点

本节的重点是勾股定理及其逆定理的应用，这也是本节的难点。

#### 三、学法建议

学习本节应复习第1节和第2节的内容，另外还要多多练习有关勾股定理及其逆定理的练习题，特别是那些典型习题。

### 【经典题速递站】

例1 有一圆柱形油罐，如图1-3-1，已知油罐的周长是12米，高  $AB=5$  米。要以  $A$  点环绕油罐建梯子，正好到  $A$  点正上方  $B$  点，问梯子最短需多少米？

分析 本题应用勾股定理及两点之间线段最短来解题。

解 假设将圆柱体的侧面沿  $AB$  剪开铺开，则  $AA'B'B$  为长方形，且  $AB=A'B'=5$  米， $AA'=BB'=12$  米， $\angle BAA' = \angle A' = \angle A'B'B = \angle B = 90^\circ$ ，因此，沿  $AB'$  建梯子最省材料，梯子最短。（如图1-3-2）

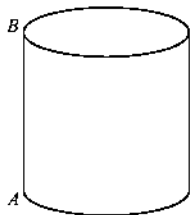


图 1-3-1

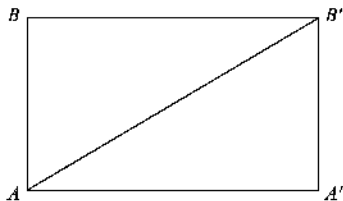


图 1-3-2

在  $Rt\triangle AA'B'$  中， $AB' = \sqrt{AA'^2 + A'B'^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$  (m)。

答 梯子最短需 13 米。

点拨 解此题的关键是把侧面展开，利用勾股定理。

例2 在一棵树的 10m 高处有两只猴子，其中一只猴子爬下树走到离树 20m 处的池塘  $A$  处，另一只爬到树顶后直接跃向池塘的  $A$  处。距离以直线计算，如果两只猴子所经过的距离相等，试问这棵树有多高？

分析 其中一只猴子从  $B \rightarrow C \rightarrow A$  共 30m，另一只猴子从  $B \rightarrow D \rightarrow A$  也共走 30m，并且树

垂直于地面,于是这个问题可化归到直角三角形解决.

解 如图 1-3-3, 设  $BD = xm$ , 由题意知  $BC + CA = BD + DA$  所以  $DA = 30 - x$ .

$$\text{在 Rt}\triangle ADC \text{ 中, } (30 - x)^2 = (10 + x)^2 + 20^2.$$

$$\text{所以 } x = 5, x + 10 = 15.$$

答 这棵树高 15m.

点拨 本题的关键是依题意正确画出图形, 在此基础上, 运用勾股定理及方程的思想, 使问题得以解决.

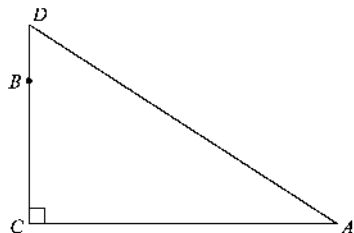


图 1-3-3

例 3 如图 1-3-4, 一只蚂蚁如果要沿长方体的表面从 A 点爬到 B 点, 那么沿哪条路爬最近? 你能帮它找出来吗? (这个长方体的长为 15cm, 宽为 10cm, 高为 20cm, 点 B 离点 C 5cm)

分析 将长方体展开如图 1-3-4 所示, 作  $BD$  垂直于对边于 D, 连  $AB$ , 则沿  $AB$  爬行路程最短.

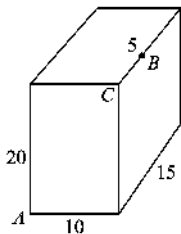


图 1-3-4

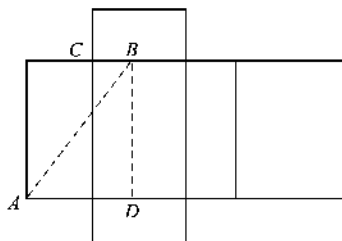


图 1-3-5

解 如图 1-3-5 蚂蚁沿  $AB$  爬行距离最短.

$$\begin{aligned} AB^2 &= AD^2 + BD^2 \\ &= (10 + 5)^2 + 20^2 \\ &= 625. \end{aligned}$$

$$AB = 25, \text{ 即最短路径为 } 25\text{cm}.$$

点拨 解这类题目的关键是要画出长方体的展开图, 然后构成直角三角形, 运用勾股定理求解.

## 【高能力演练场】

1. 等腰三角形底边上的高为 3cm, 底边为 8cm, 则它的周长是\_\_\_\_\_.
2. (2005 都匀) 文峰塔是都匀老八景之一, 小明很想知道它的高度, 一天小明和他爸爸带着测量工具来到文峰塔, 请你根据图 1-3-6 中小明所测得的数据, 算出文峰塔  $AB$  的高度是\_\_\_\_\_米.
3. 底边长 16cm, 底边上的高为 6cm 的等腰三角形的腰长为( ).

- A. 8cm  
C. 10cm

- B. 9cm  
D. 13cm

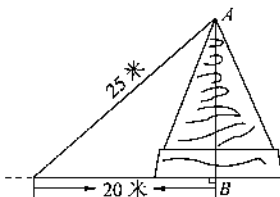


图 1-3-6

4. (2004 江苏南通)如图 1-3-7,为了求出湖两岸 A,B 两点之间的距离. 观测者从测点 A,B 分别测得  $\angle BAC = 90^\circ$ , 又量得  $BC = 160\text{m}$ ,  $AC = 96\text{m}$ , 则 A,B 两点之间的距离为 \_\_\_\_\_ m.

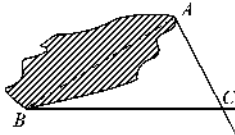


图 1-3-7

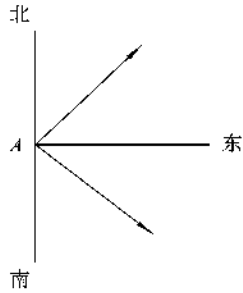


图 1-3-8

5. 如图 1-3-8, 甲、乙两船上午 11 时同时从港口 A 出发, 甲船以 20 海里/时的速度向东北方向航行, 乙船以 15 海里/时的速度向东南方向航行, 求下午 1 时两船之间的距离.

6. 如图 1-3-9, 一根旗杆于离地面 3m 处断裂, 犹如装有铰链那样倒向地面, 旗杆顶落于离旗杆底部 4m 处, 旗杆在断裂之前高多少米?

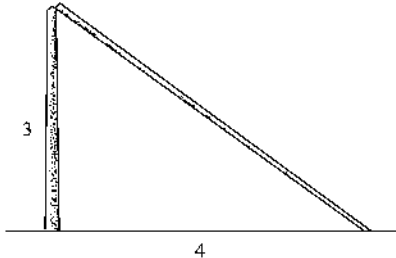


图 1-3-9

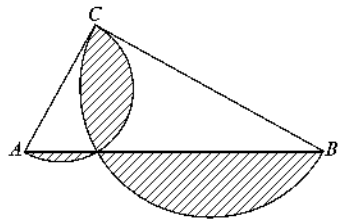


图 1-3-10

7. (2005 武汉)如图 1-3-10,  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $AC = 3$ ,  $AB = 5$ , 分别以  $AC$ ,  $BC$  为直径作半圆, 则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.

8. (2005 扬州)如图 1-3-11, 学校有一块长方形花圃, 有极少数人为了避开拐角走“捷径”, 在花圃内走出了一条“路”. 他们仅仅少走了\_\_\_\_\_步路(假设 2 步为 1 米), 却踩伤了花草.

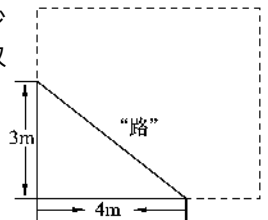


图 1-3-11

## 【开放创新点击】

例4 有一个育苗棚如图 1-3-12 棚高  $b=0.5\text{m}$ , 顶面的塑料薄膜面积为  $13\text{m}^2$ , 棚长  $d=10\text{m}$ , 可覆盖的种植面积为多少平方米?

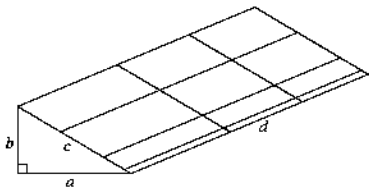


图 1-3-12

分析 育苗棚的横截面为直角三角形, 而所要求的覆盖面  $S=ad$ , 那么是否可以在这个直角三角形中求得  $a$  的长? 在横截面的直角三角形中, 已知  $b=0.5\text{m}$ , 能否通过顶面面积和  $d$  的长求出  $c$  呢?

解 因为顶面面积为  $13\text{m}^2$ , 即  $cd=13$ , 而  $d=10\text{m}$ , 所以  $c=1.3(\text{m})$

在横截面的直角三角形中, 根据勾股定理有  $a^2=c^2-b^2=1.3^2-0.5^2=1.44$ .

所以  $a=1.2(\text{m})$ .

故覆盖面积为  $S=ad=1.2\times 10=12(\text{m}^2)$ .

点拨 勾股定理在实际生活和生产实践中有广泛的应用, 对于这类问题, 关键是选择和构造直角三角形, 在直角三角形中找到或求出两条已知的边, 运用勾股定理, 求第三边.

例5 如图 1-3-13,  $A, B$  两点都与平面镜相距  $4\text{m}$ , 且  $A, B$  两点相距  $6\text{m}$ , 一束光由  $A$  点射向平面镜反射之后恰巧经过  $B$  点, 求  $B$  点到入射点的距离?

分析 根据平面镜成像原理, 作  $B$  关于平面镜的对称点  $B'$ , 连  $AB'$  交平面镜于  $O$ , 构成  $\text{Rt}\triangle BOD$ , 运用勾股定理求  $BO$  的长.

解 作出  $B$  点关于  $CD$  的对称点  $B'$ , 连  $AB'$  交  $CD$  于  $O$  点, 则  $O$  点就是光的入射点.

$B'D=DB$ ,  $B'D=AC$ .

又  $\angle B'DO=\angle OCA=90^\circ$ ,

$\angle B'=\angle CAO$ ,  $\triangle B'DO\cong\triangle ACO$ ,

$OC=OD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 6=3$ .

连接  $OB$ , 在  $\text{Rt}\triangle ODB$  中,  $OD^2+BD^2=OB^2$ .

$OB=\sqrt{OD^2+BD^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{m})$ .

答  $B$  点到入射点的距离是  $5\text{m}$ .

点拨 本题是以光的反射知识为背景的一道综合题, 它涉及勾股定理、全等三角形、轴对称等数学知识, 是一道跨学科数学题.

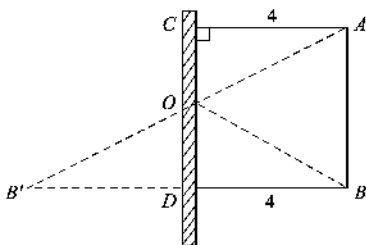


图 1-3-13

【自主探究平台】

1. (2004, 山西)如图 1-3-14, 已知点 A 到棱 EF 的距离是 3cm, 点 B 到棱 EF 的距离为 4cm, 且 A、B 两点在正方体互相垂直的两个面上如图所示, 一只蚂蚁在盒子表面由 A 处向 B 处爬行, 所走的最短路程是( ).

- A. 4cm      B. 5cm      C. 6cm      D. 7cm

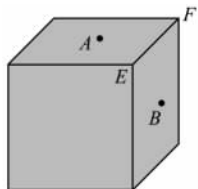


图 1-3-14

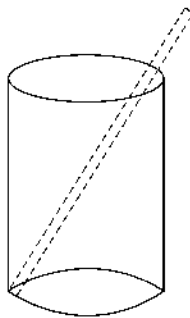


图 1-3-15

2. 如图 1-3-15, 有一个透明的圆柱状玻璃杯, 由内部测得其底面半径为 3cm, 高为 8cm, 今有一支 12cm 的吸管任意斜放于杯中, 若不考虑吸管的粗细, 则吸管露出杯口外的长度最少为多少?

3. 如图 1-3-16, 假期中, 王强和同学到某海岛上玩探宝旅游, 按照探宝图, 他们登陆后先往东走 8km, 又往北走 2km, 遇到障碍后又往西走 3km, 再折向北走到 6km 处往东一拐, 仅走 1km 就找到宝藏. 问登陆点 A 到埋藏点 B 的直线距离是多少千米?

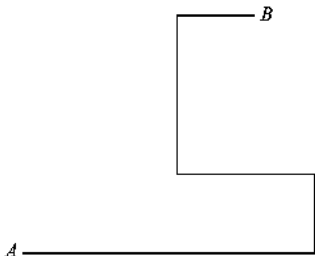


图 1-3-16

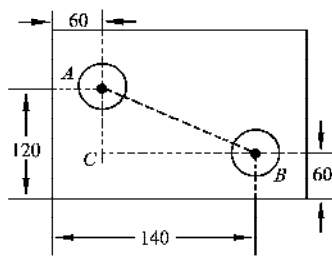


图 1-3-17

4. 如图 1-3-17, 是一个外部轮廓为矩形的机器零件平面示意图, 根据图中标出的尺寸(单位: mm)计算两孔中心 A 和 B 的距离.