

黄冈兵法·同步学案

高中数学必修②(人教A版)

主 编	曾祥友			
编 者	胡国书	唐绍斌	程志鸿	胡联敏
	范道文	刘劲松	李景清	王昭胜
	丁评虎	梅 艳	鲁晓波	戴从情
	阳爱国	鲍光荣	鲍文奎	戴 威
	乐瑞芳	程治友	张德志	刘杰锋
	程万里	蔡坤芳	管一新	郑金华
	罗学良	彭元炳	饶水平	郭小红
	冯军民	汪正龙	陈文意	吴振铎

陕西师范大学出版社



目 录

第一章 空间几何体	1
1.1 空间几何体的结构	1
1.1.1 柱、锥、台、球的结构特征	1
1.1.2 简单组合体的结构特征	1
1.2 空间几何体的三视图和直观图	14
1.2.1 空间几何体的三视图	14
1.2.2 空间几何体的直观图	14
1.2.3 中心投影与平行投影	14
1.3 空间几何体的表面积与体积	31
1.3.1 柱体、锥体、台体的表面积与体积	31
1.3.2 球的体积和表面积	46
单元知识归纳与测试	60
第二章 点、直线、平面之间的位置关系	76
2.1 空间点、直线、平面之间的位置关系	76
2.1.1 平面	76
2.1.2 空间中直线与直线之间的位置关系	94
2.1.3 空间中直线与平面之间的位置关系	117
2.1.4 平面与平面之间的位置关系	117
2.2 直线、平面平行的判定及其性质	127





2.2.1	直线与平面平行的判定	127
2.2.2	平面与平面平行的判定	127
2.2.3	直线与平面平行的性质	139
2.2.4	平面与平面平行的性质	139
2.3	直线、平面垂直的判定及其性质	153
2.3.1	直线与平面垂直的判定	153
2.3.2	平面与平面垂直的判定	153
2.3.3	直线与平面垂直的性质	173
2.3.4	平面与平面垂直的性质	173
	单元知识归纳与测试	188
第三章	直线与方程	210
3.1	直线的倾斜角与斜率	210
3.1.1	倾斜角与斜率	210
3.1.2	两条直线平行与垂直的判定	225
3.2	直线的方程	236
3.2.1	直线的点斜式方程	236
3.2.2	直线的两点式方程	249
3.2.3	直线的一般式方程	249
3.3	直线的交点坐标与距离公式	266
3.3.1	两条直线的交点坐标	266
3.3.2	两点间的距离公式	266
3.3.3	点到直线的距离	285
3.3.4	两条平行直线间的距离	285
	单元知识归纳与测试	304
第四章	圆与方程	321
4.1	圆的方程	321



4.1.1 圆的标准方程	321
4.1.2 圆的一般方程	334
4.2 直线、圆的位置关系	350
4.2.1 直线与圆的位置关系	350
4.2.2 圆与圆的位置关系	370
4.2.3 直线与圆的方程的应用	386
4.3 空间直角坐标系	405
4.3.1 空间直角坐标系	405
4.3.2 空间两点间的距离公式	405
单元知识归纳与测试	418





第一章 空间几何体

1.1 空间几何体的结构

1.1.1 柱、锥、台、球的结构特征

1.1.2 简单组合体的结构特征

问题 · 思考 · 研讨

问题 观察下面的图片,这些图片中的物体具有什么几何结构特征?
你能对它们进行分类吗?分类依据是什么?

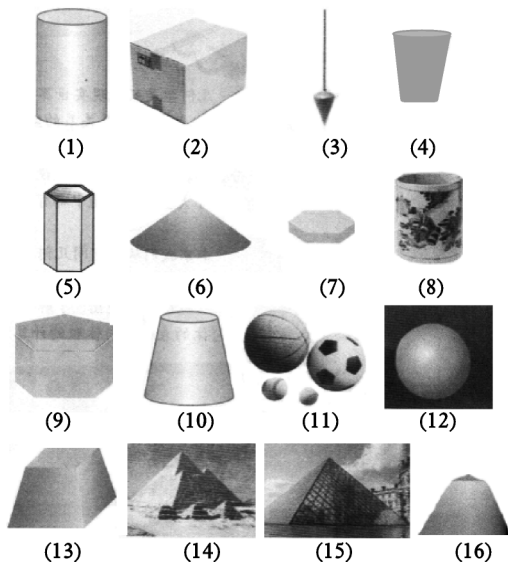


图 1 - 1 - 1

思考与研讨: _____

知识 · 运用 · 归纳

知识点1 棱柱的结构特征

一般地,有两个面互相平行,其余各面都是四边形,并且每相邻两个四边形的公共边都互相平行,则这些面所围成的几何体叫做棱柱.

棱柱中,两个互相平行的面叫做棱柱的底面,简称底;其余各面叫做棱柱的侧面;相邻侧面的公共边叫做棱柱的侧棱;侧面与底面的公共顶点叫做棱柱的顶点.

棱柱的分类:按底面多边形的边数可分为:三棱柱、四棱柱、五棱柱…… n 棱柱;按侧棱与底面是否垂直可分为:直棱柱、斜棱柱.棱柱的表示方法:

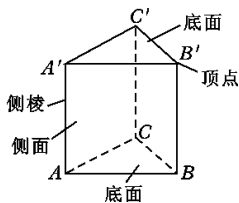


图 1-1-2

以上、下底面多边形的顶点来表示,如 $ABC-A'B'C'$ 为三棱柱,四棱柱可表示为 $ABCD-A'B'C'D'$.

【例1】在棱柱中()

- A. 只有两个面平行 B. 所有的棱都相等
C. 所有的面都是平行四边形 D. 两底面平行、且各侧棱也平行

【解析】对于选项 A,只有两个面平行是错误的,如长方体.对于选项 B,所有的棱是指侧棱与底棱.棱柱的侧棱相等,不要求底棱与侧棱相等,所以 B 是错误的.对于选项 C,也是错误的,如底面可为三角形、五边形等多边形.根据定义知选项 D 是正确的. 选 D.

思维点拨 概念题的判断可采用反例和特例来处理或紧扣定义来处理.

【例2】下列说法中,正确的是()

- A. 棱柱的侧面都是矩形
B. 棱柱的侧棱都相等
C. 由六个大小一样的正方形组成的图形是正方体的展开图
D. 棱柱的侧棱总与底面垂直

【解答】选项 A 是错误的,因为侧面可以是平行四边形.选项 B 是正确的,由定义可知侧面是平行四边形,所有侧棱都相等;对于选项 C,可以组

成正方体,所以 C 是错误的.对于选项 D,侧棱可以与底面垂直,也可以不垂直,所以 D 是错误的.所以选 B.

思维点拨 对于棱柱应了解其主要特征,如侧面为平行四边形,侧棱相等,当侧棱与底面垂直时为直棱柱,底面是正多边形的直棱柱为正棱柱等.

知识点 2 棱锥的结构特征

一般地,有一个面是多边形,其余各面都是有一个公共顶点的三角形,由这些面所围成的几何体叫做棱锥.这个多边形叫做棱锥的底面或底;有公共顶点的各个三角形面叫做棱锥的侧面;各侧面的公共顶点叫做棱锥的顶点;相邻侧面的公共边叫做棱锥的侧棱.棱锥的分类:底面是三角形、四边形、五边形…… n 边形的棱锥分别叫做三棱锥、四棱锥、五棱锥…… n 棱锥,其中三棱锥又叫四面体.棱锥的表示:棱锥用表示顶点和底面各顶点的字母.如三棱锥可表示为 $V-ABC$,四棱锥表示为 $S-ABCD$ 等.

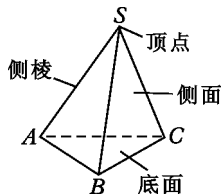


图 1-1-3

【例 3】五棱锥是由多少个面围成的()

- A. 6 B. 7 C. 6 D. 11

【解答】根据定义,侧面有 5 个三角形,底面是一个五边形.,选 6.

思维点拨 在开始学习立体几何时,要学会观察、分析,并记住一些特殊的物体或图形和有关定义,以便于我们做题.

【例 4】判断右图所示物体是否为锥体,为什么?

【解答】因为棱锥定义中要求:各侧面有一个公共顶点,但图中侧面 ABC 与侧面 CDE 没有公共顶点,故该物体不是锥体.

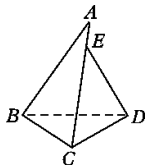


图 1-1-4

思维点拨 定义是学习的基础,本节概念多,要注意对比记忆.

知识点3 圆柱的结构特征

以矩形的一边所在直线为旋转轴,其余三边旋转形成的曲面所围成的几何体叫做圆柱.旋转轴叫做圆柱的轴;垂直于轴的边旋转而成的圆面叫做圆柱的底面;平行于轴的边旋转而成的曲面叫做圆柱的侧面;无论旋转到什么位置,不垂直于轴的边都叫做圆柱侧面的母线.

圆柱的表示方法:圆柱用表示它的轴的字母表示为圆柱 OO' .圆柱和棱柱统称为柱体.

【例5】下列命题中正确的命题有()

- ①圆柱的轴截面是过母线的截面中面积最大的一个.
②圆柱不是旋转体.
③圆柱的任意两条母线所在的直线是互相平行的.
④在圆柱的上、下底面的圆周上各取一点,则这两点的连线是圆柱的母线.
- A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

【解答】命题①是正确的,命题②是错误的,命题③是正确的,命题④是错误的.

思维点拨 根据圆柱的定义进行判断,了解各部分的名称.(如母线、底面、轴、轴截面等)

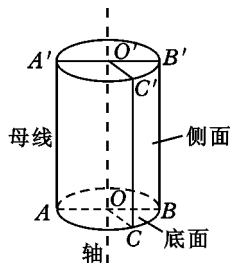


图 1-1-5

知识点4 圆锥的结构特征

圆锥也可以看作是由平面图形旋转而成的,以直角三角形的一条直角边所在直线为旋转轴,其余两边旋转形成的曲面所围成的几何体叫做圆锥.旋转轴叫做圆锥的轴 SO ;垂直于轴的边旋转所成的圆面叫做圆锥的底面;三角形的斜边绕轴旋转所形成的曲面叫做圆锥的侧面;无论旋转到什么位置,斜边所在的边都叫做圆锥的母线.

圆锥的表示方法:用表示它的轴的字母表示,即圆锥 SO .圆锥与棱锥统称为锥体.

【例6】下列命题正确的是()

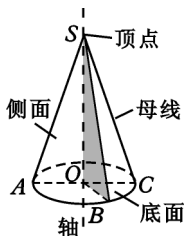


图 1-1-6

- A. 圆锥是直角三角形绕其一边旋转而成的
- B. 圆锥所有的轴截面是全等的等腰三角形
- C. 圆锥的轴截面是所有过顶点的截面中面积最大的一个
- D. 圆锥顶点与底面圆周上任意一点的连线是圆锥的母线

【解答】 对于选项 A, 当绕其斜边旋转时就不是圆锥, 所以错误; 对于选项 C 当圆锥的轴截面的顶角大于 90° 时, 所有过顶点的截面中面积最大的不是轴截面, 而是顶角为 90° 的一个截面. 所以命题错误; 对于选项 D 根据母线的定义可知是错误的, 所以选 B.

思维点拨 根据圆锥的定义可以判断, 对于选项 C, 当圆锥的轴截面的顶角 $\alpha < 90^\circ$ 时, 过顶点的截面中面积最大的是轴截面; 当圆锥的轴截面的顶角 $\alpha \geq 90^\circ$ 时, 过顶点的截面中面积最大的是截面顶角为 90° 的截面.

知识点 5 棱台与圆台的结构特征

1. 用一个平行于棱锥底面的平面去截棱锥, 底面与截面之间的部分, 这样的几何体叫做棱台, 原棱锥的底面和截面分别叫做棱台的下底面和上底面. 棱台也有侧面、侧棱、顶点. 棱台的分类: 由三棱锥、四棱锥……截得的棱台分别叫做三棱台、四棱台……

棱台的表示方法: 一般以棱台的上、下底面多边形对应的顶点来表示. 如下图中的棱台可表示为 $ABCD - A'B'C'D'$.

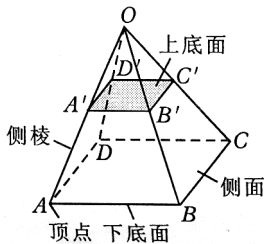


图 1-1-7

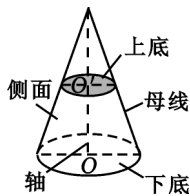


图 1-1-8

2. 用一个平行于圆锥底面的平面去截圆锥, 底面与截面之间的部分, 这样的几何体叫做圆台. 与圆柱和圆锥一样, 圆台也有轴、上下底面、侧面、母线.

圆台的表示方法: 记圆台 OO' . 棱台与圆台统称为台体.

【例 7】 下列命题正确的个数是()

- ①圆台的所有平行于底面的截面都是圆；
 - ②在圆台上、下底面圆周上各取一点，则这两点的连线是圆台的母线；
 - ③圆台是直角梯形绕其一边旋转而成的；
 - ④圆台可以看作是平行于底面的平面截一个圆锥而得到的。
- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

【解答】 命题①是正确的，命题②是错误的，两点的连线可能不在侧面内。命题③是错误的，当绕其非直角边旋转时，所得图形就不是圆台。命题④的说法比较模糊，一般学生会理解为对的，问题是平面截得的图形有两部分，一部分仍为圆锥，另一部分为圆台，按定义应添加“底面与截面之间的部分”。所以命题④不正确，选 B。

思维点拨 对于概念题的处理，一定要死扣定义，不能单凭自己的感觉和认识去判断。

知识点 6 球的结构特征

以半圆的直径所在直线为旋转轴，半圆面旋转一周形成的几何体叫做球体，简称球。半圆的圆心叫做球的球心，半圆的半径叫做球的半径，半圆的直径叫做球的直径。球的表示方法：球常用球心的字母 O 表示。

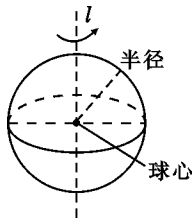


图 1-1-9

【例 8】 下列命题正确的个数为()

- ①球的半径是球面上任意一点与球心的连线段；
 - ②球的直径是球面上任意两点间的连线段；
 - ③用一个平面截一个球，得到的是一个圆；
 - ④用一个平面截一个球，得到的截面是一个圆面。
- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

【解答】 命题①是正确的，命题②是错误的，只有两点的连线段经过球心时才为直径，命题③是错误的，命题④是正确的。

思维点拨 球体是一个几何体(实的)，截面应该是一个圆面，要认真体会，不要理解为球是一个空的几何体。

知识点 7 简单组合体的结构特征

现实世界中，我们看到的物体大多是由具有柱、锥、台、球等几何结构特

征的物体组合而成的.

一般是由多面体与多面体的组合和多面体与旋转体的组合、旋转体与旋转体的组合.

【例 9】指出下列各物体的结构特征.

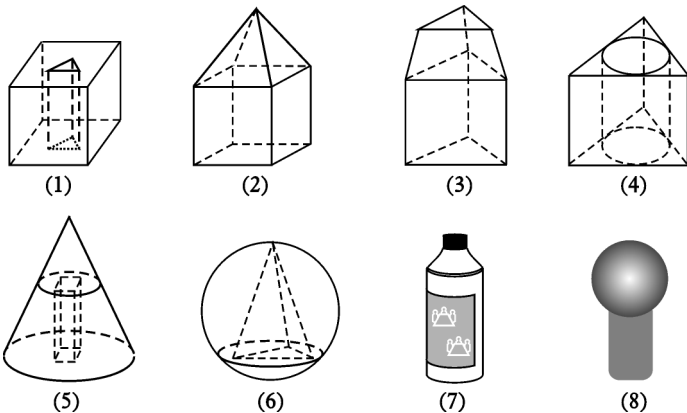


图 1 - 1 - 10

【解答】图(1)是一个四棱柱与一个三棱柱的组合体；

图(2)是一个四棱柱与一个四棱锥的组合体；

图(3)是一个三棱柱与一个三棱台的组合体；

图(4)是一个三棱柱与一个圆柱组合而成的；

图(5)是由一个圆锥与一个四棱柱组合而成的；

图(6)是由一个球与一个三棱锥组合而成的；

图(7)是由两个圆柱和两个圆台组成的；

图(8)是由一个球体和一个圆柱组成的.

思维点拨 简单组合体一般由两种或三种简单的柱、锥、台体组合而成, 请注意观察.

感受 · 体验 · 探究

■问题探究

【例 10】判断下列几何体是不是台体, 并说明为什么.

【解答】图(1)、(2)、(3)均不是台体, 图(1)中的四条侧棱不交于同

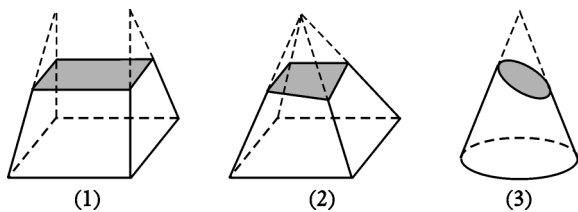


图 1 - 1 - 11

一点,图(2)中上底面与下底面不平行.图(3)中,上底圆面是一个椭圆,不与下底圆面平行,所以(1)、(2)、(3)均不是台体.

思维点拨 判断一个几何体属于柱、锥、台体中的哪一类,必须符合其定义,一般死扣定义就可以判断.

【例 11】 说出下列几何体的主要结构特征.

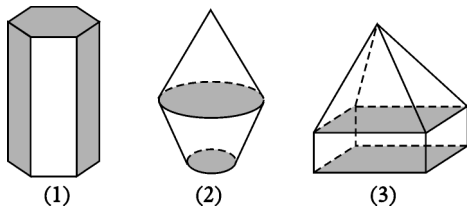


图 1 - 1 - 12

【解答】 图(1)是一个五棱柱.

图(2)是由一个圆台和一个圆锥组成的几何体.

图(3)是由一个四棱柱和一个四棱锥组成的几何体.

【例 12】 在图 1 - 1 - 13 中,图(1)是由哪个平面图形旋转得到的 ()

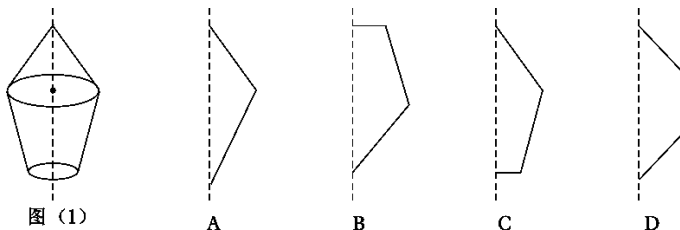


图 1 - 1 - 13

【解答】 因为图(1)为一个圆台和一个圆锥,因此平面图形应为一个直角三角形和一个直角梯形构成的.可排除 A、D,再由图形知台体上大、下小可排除 B,故选 C.

思维点拨 看到一个复杂几何体,应先分解一下,并想一想他们是多面体还是旋转体.若是多面体,它是哪一种,若是旋转体,它又是由什么平面图形旋转而得到的.

双基·巩固·测评

■基础练习

1. 下列图形中为圆柱体的是()

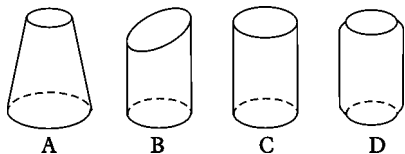


图 1 - 1 - 14

2. 四棱柱的顶点数、棱数、面数分别是()

- A. 8, 12, 6 B. 8, 10, 6 C. 6, 8, 12 D. 8, 6, 12

3. 设有四个命题,其中真命题的个数是()

- ①有两个平面互相平行,其余各面都是四边形的多面体一定是棱柱
 ②有一个面是多边形,其余各面都是三角形的多面体一定是棱锥
 ③用一个面去截棱锥,底面与截面之间的部分叫棱台
 ④侧面都是长方形的棱柱叫长方体

- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

4. 有下列四个命题:

- ①圆柱是将矩形旋转一周所得到的几何体
 ②以直角三角形的一边为旋转轴,旋转所得的几何体是圆锥
 ③圆台的任意两条母线的延长线,可能相交也可能不相交
 ④圆锥的轴截面是等腰三角形

其中错误命题的个数是()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

5. 五棱锥是由多少个面围成的()

- A. 5 B. 6 C. 10 D. 15

6. 下列说法正确的是()

- A. 棱柱的侧面可以是三角形
B. 正方体各条棱都相等
C. 棱柱的各条棱都相等
D. 由六个大小一样的正方形所组成的图形是正方体的展开图

7. 用一个平面去截一个几何体,得到的截面是一个圆面,这个几何体可能是()

- A. 圆锥 B. 圆柱
C. 球体 D. 以上都可能

8. 由若干个平面围成的几何体称为多面体,我们学过哪几种多面体
_____ ,多面体最少有几个面 _____ .

9. 由一个平面图形绕一条轴旋转而围成的几何体称旋转体,我们学过的旋转体有几种 _____ ,旋转体最少有几个面 _____ .

10. 将下列几何体按结构特征分类.

- ①集装箱 ②运油车的油罐 ③排球 ④羽毛球 ⑤橄榄球 ⑥氢原子
⑦魔方 ⑧骰子 ⑨金字塔 ⑩三棱镜 ⑪量杯 ⑫量筒 ⑬滤纸卷成的漏斗
⑭十字架 ⑮地球 ⑯一桶方便面

■综合运用

11. 对于矩形 ABCD,若 $AB=3$, $BC=4$,那么以矩形的不同边为轴旋转所形成的几何体有什么不同?

12. 直角三角形 ABC 中, $AB=3$, $BC=4$, $AC=5$. 分别以 AB、BC、AC 所在直线为轴旋转一周,分析所形成的几何体的结构特征.

13. 长方体的全面积为 11,十二条棱长度之和为 24,求这个长方体的一条对角线长.

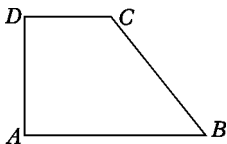
14. 四棱台的上、下底面均为正方形,它们的边长分别是 2 cm 和 8 cm,两底面之间的距离为 4 cm. 求该四棱台的侧棱长.

15. 我国首都北京位于北纬 40° ,求北纬 40° 纬线的长度(单位 km、地球半径取 6370 km).

16. 长方体中, 设对角线 AC' 和与 A 共点的各棱所成的角分别为 α, β, γ , 求证 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$.

■ 拓广探究

17. 如图 1-1-15, $ABCD$ 为直角梯形, 分别以边 AD 、边 AB 、边 CD 所在直线为轴旋转, 分析所形成的三个几何体的结构特征.



18. 有一个三棱锥和一个四棱锥, 棱长都相等, 问它们的一个侧面重叠后, 还有几个暴露面.

图 1-1-15

答案与点拨

问题 · 思考 · 研讨

图 1 与图 8 是圆柱, 图 2 与图 5、图 7、图 9 均为棱柱, 图 3 与图 6 为圆锥, 图 4 与图 10 为圆台, 图 11、图 12 为球, 图 13 与图 16 为棱台, 图 14 与图 15 为棱锥.

● 基础练习

1. C 2. A 3. A 点拨: 当侧棱不互相平行时, 命题①是错误的; 当三角形的顶点不交于一点时, 就不是棱锥, 所以命题②错误; 当截面不与底面平行时, 所截图形不为棱台, 所以命题③也是错误的; 当底面是菱形时, 侧面尽管都是长方形的棱柱, 仍不是长方体, 所以命题④错误. 所以没有一个命题是正确的. 应选 A.

4. C 点拨: 命题①是错误的, 因为旋转轴没有确定, 命题②同命题①一样, 旋转轴没有确定, 命题③中任意两条母线的延长线总相交于一点. 命题④是正确的, 所以错误的命题为①、②、③, 应选 C.

5. B 6. B 7. D 点拨: 因为用一个平面去截旋转体均可得到圆面, 所以应选 D.

8. 棱柱、棱锥、棱台. 其中面最少的是三棱锥, 也称四面体.

9. 圆柱、圆锥、圆台、球. 它们的曲面(包括平面)数分别是 3, 2, 3, 1, 因此球的面数最少, 为 1 个.

10. 棱柱: ①⑦⑩ 棱锥: ⑨ 圆柱: ⑫ 圆锥: ⑬ 圆台: ⑪⑯ 球: ③⑥⑮ 简单组合体: ②④⑭ 其他: ⑤

● 综合运用

11. 点拨: 以 AB 边所在直线为旋转轴, 所得几何体为圆柱, 圆柱的底面

半径为 4 , 母线长为 4 ; 以 BC 边所在直线为旋转轴 , 所得几何体也为圆柱 . 圆柱的底面半径为 3 , 母线长为 4 .

12. 点拨 : 以 AB 边所在直线为轴旋转一周所得的几何体为圆锥 , 底面圆的半径为 4 , 母线长为 5 ; 以 BC 边所在直线为轴旋转一周所得几何体也是一个圆锥 , 底面圆的半径为 3 , 母线长为 5 ; 以 AC 边所在直线为轴旋转一周所得的几何体是由两个同底圆锥构成的几何体 , 两个母线长分别为 3 和 4 , 同底圆的半径为 $\frac{12}{5}$.

13. 点拨 : 设长方体的长、宽、高为 x, y, z , 则有 $2(xy + yz + zx) = 11$, $A(x + y + z) = 24$, $x + y + z = 6$, 又长方体对角线长为 $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{(x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx)} = \sqrt{36 - 11} = 5$.

14. 点拨 : 设侧棱长为 1 , 则 1 与上底边长 a_1 , 下底边长 b 有下列关系 : $l^2 = \sqrt{\frac{1}{2}(b^2 - a^2) + h^2}$ 即 $l^2 = \sqrt{\frac{1}{2}(8^2 - 2^2) + 4^2} = \sqrt{30 + 16} = \sqrt{46}(\text{cm})$.

15. 点拨 : 由纬度的定义 , 有北纬 40° 圈上的半径为 $r = R \cos 40^\circ$, 北纬 40° 的纬线长 $C = 2\pi \cdot r = 2\pi \cdot R \cdot \cos 40^\circ = 2 \times 3.14 \times 6370 \times 0.7660 = 3.064 \times 10^4(\text{km})$.

即北纬 40° 的纬线长为 $3.064 \times 10^4 \text{ km}$.

16. 点拨 : 设长方体的长、宽、高分别为 x, y, z , 设过 A 的三条棱 AB、AD、AA' 与 AC' 的夹角分别为 α, β, γ , 连 BC'、DC'、A'C' ,

则 $\angle BAC' = \alpha$, $\angle DAC' = \beta$, $\angle A'AC' = \gamma$

$$\cos \alpha = \frac{AB}{AC'} = \frac{x}{AC'} \quad \cos \beta = \frac{AD}{AC'} = \frac{y}{AC'} \quad \cos \gamma =$$

$$= \frac{AA'}{AC'} = \frac{z}{AC'}$$

$$\therefore \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = \frac{1}{AC'^2}(x^2 + y^2 + z^2) = \frac{AC'^2}{AC'^2} = 1$$

$$\therefore \cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$

● 拓广探究

17. 点拨 : 以 AD 所在直线为旋转轴 , 旋转一周后所得几何体如图 1 - 1 - 17(1)

以 AB 所在直线为旋转轴 , 旋转一周所得几何体如图 1 - 1 - 17(2)

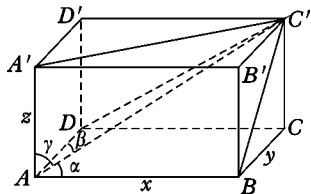


图 1 - 1 - 16

以 CD 所在直线为旋转轴, 旋转一周所得几何体如图 1-1-17(3)

其中图(1)为圆台, 图(2)为圆柱和圆锥的组合体, 图(3)是将一个大圆柱挖去一个圆锥而得到的几何体.

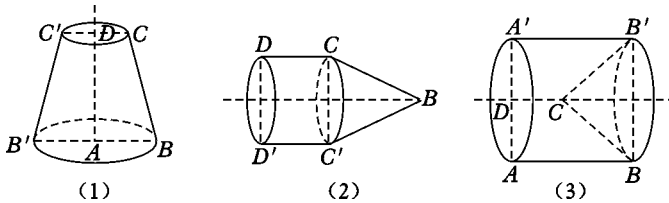


图 1-1-17

18. 点拨 如图(1), 三棱锥 $S-A'B'C'$ 有四个暴露面; 如图(2), 四棱锥 $V-ABCD$ 有五个暴露面, 且它们的侧面都是完全相同的三角形.

如图(3), 当三棱锥 $S-A'B'C'$ 的侧面 $A'B'C'$ 与四棱锥 $V-ABCD$ 的侧面 AMD 完全重合后, 四点 S, A, B, V 共面, 同样四点 S, D, C, V 也共面, 新几何体共有 5 个面.

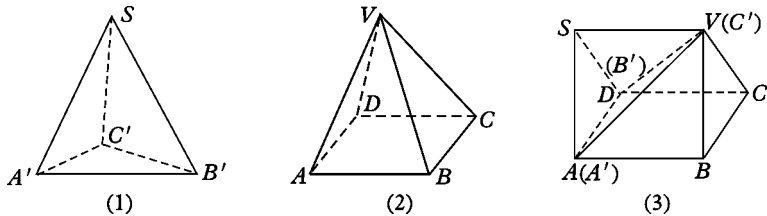


图 1-1-18

资料活页

用数学书写的人生格言(一)

数学不仅用来写科学, 而且可以用来描写人生, 下面介绍几位古今中外名人的人生格言, 他们都是用很简单的“数学”来表达的, 并且深刻、绝妙.

一、用数字的格言

1. 我国科学家王菊珍对待实验失败有句格言, 叫做“干下去还有 50% 成功的希望, 不干便是 100% 的失败”.

2. 俄国大文豪托尔斯泰在谈到人的评价时, 把人比作一个分数, 他说: