黄冈兵法·同步学案

八年级数学（人教版·上）

主　编　汪　兴

编　委　刘　毅　倪文涛　刘宗才　孙黄校
熊怀忠　王　琳　胡良英　吕园满
李冠军　陈正福　顾艳香　吕小燕
吴三堂　王禾华　吴玉容　吕光明
孙莲花　龙凤英　熊　辉　何立志
张勇超　石国清　万小华　黎　杰
常定勇　任家贤　李少斌

陕西师范大学出版社

MU LU

目　录

第十一章　一次函数

11.1　变量与函数

变量与函数（一）

问题·思考·研讨

问题 如图 11.1 - 1 所示是武汉地区十月的某一天 24 h 气温变化图. 你能看懂图象吗？

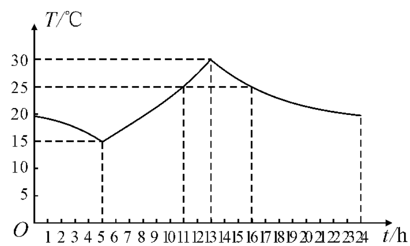


图11.1–1

思考与研讨

1. 这天的 5 h、13 h 和 16 h 的气温分别为多少？

______________________________.

2. 任意给出这天中的某一时刻，你能说出这一时刻的气温吗？

______________________________.

3. 这张图是怎样来展示这天各时刻的温度和刻画这天的气温变化规律的？

______________________________.

知识·运用·归纳

知识点1　常量与变量

在某一变化过程中,可以取不同数值的量叫做变量,取值始终保持不变的量叫做常量.

【例1】　分别指出下列各关系式中的常量与变量.

(1)圆的面积公式$S=\pi r^2$(S表示面积,r表示半径);

(2)匀速运动公式$s=vt$(v表示速度,t表示时间,s表示在时间t内所走的路程);

(3)以固定的速率v_0(m/s)向上抛一个小球,小球的高度h(m)与小球运动的时间t(s)之间的关系式是$h=v_0t-4.9t^2$.

【解析】　(1)中圆周率π是保持不变的量,是常量,而s和r是可以取不同数值的量;(2)中因为是匀速运动,所以v保持不变,s和t可以取不同的数值;(3)中v_0,4.9是保持不变的量,h和t是可以取不同数值的量.

【解答】　(1)常量为π,变量为S,r.

(2)常量为v,变量为s,t.

(3)常量为v_0,4.9,变量为h,t.

> **方法技巧**
> 判断一个关系式中的常量与变量,一般依据它们的定义.

延伸思维

常量和变量是相对而言的.如在汽车行驶的过程中,有三个量:路程s、行驶时间t、速度v,当速度v一定时,路程s与时间t是变量,速度v是常量;当时间t一定时,则路程s与速度v是变量,时间t是常量;当路程s一定时,速度v与时间t是变量,路程s是常量.

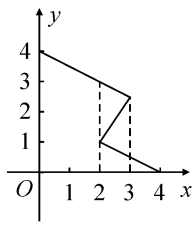
知识点2　函数的概念

一般地,在一个变化过程中,如果有两个变量x与y,并且对于x的每一个确定的值,y都有唯一确定的值与其对应,那么我们就说x是自变量,y是x的函数.

函数的表示方法有三种:解析法、列表法、图象法.其中,用来表示函数关系的数学式子叫做函数解析式.用解析式表示函数关系的方法叫解析法.

用表格来表示函数的方法叫列表法. 用图象来表示函数的方法叫图象法.

【例 2】 如图 11.1 - 2 所示的各种表达方式中,能表示变量 y 与变量 x 之间的函数关系式的有(　　)



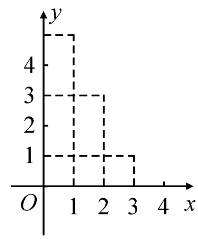
①

x	1	2	3	4
y	3	3	1	6

②

$y^2=x+1$

③



④

图 11.1 - 2

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

【解析】 ①错误,当 x 取 2 或 3 时,对应 y 的值分别有两个,不符合函数的概念;②正确;③错误,当 x 取 0 时,对应 y 的值是 1 或 - 1,不符合函数的概念;④正确.

> **解题方法**
>
> 判断两个变量之间是否存在函数关系,主要依据是函数的概念.

【解答】 B.

【例 3】 (1)(四川广元·2003)函数 $y=3x+2$ 中自变量 x 的取值范围是(　　)

A. $x\neq -\frac{2}{3}$　　B. $x\geq -\frac{2}{3}$

C. $x< -\frac{2}{3}$　　D. 全体实数

(2)(湖北武汉·2003)函数 $y=\frac{1}{x+1}$中自变量 x 的取值范围是(　　)

A. $x\neq -1$　　B. $x>-1$　　C. $x\neq 1$　　D. $x\neq 0$

【解析】 (1)中无论自变量 x 取何值,函数 $y=3x+2$ 都有意义,故自变量 x 的取值范围是全体实数;(2)中当 $x+1=0$ 即 $x=-1$ 时,函数 $y=\frac{1}{x+1}$没有意义,所以自变量 x 的取值范围是 $x\neq -1$.

【解答】 (1) D. (2) A.

方法技巧

求函数解析式中自变量的取值范围，一般根据函数各部分有意义的要求，列出限制自变量 x 的条件的不等式（组）求出其解集，即可得到自变量的取值范围.

知识点 3　函数值

对于一个函数，当自变量 $x=a$ 时，可以求出与它对应的 y 的值，这个值叫做 $x=a$ 时的函数值.

【例 4】　求下列函数当 $x=2$ 时的函数值：

(1) $y=2x-5$；(2) $y=-3x^2$；(3) $y=\frac{2}{x-1}$.

【解析】　函数值是当自变量取某一给定的值时函数表达式所取的一个对应值，解题时先代入，再计算求值.

【解答】　(1) 当 $x=2$ 时，$y=2\times2-5=-1$.

(2) 当 $x=2$ 时，$y=-3\times2^2=-12$.

(3) 当 $x=2$ 时，$y=\frac{2}{2-1}=2$.

解题方法

求函数值一般转化为求代数式的值.

【同类变式一】　(北京海淀·2002) 根据如图 11.1-3 所示的程序计算函数值，若输入的 x 值为 $\frac{3}{2}$，则输出的结果是(　　)

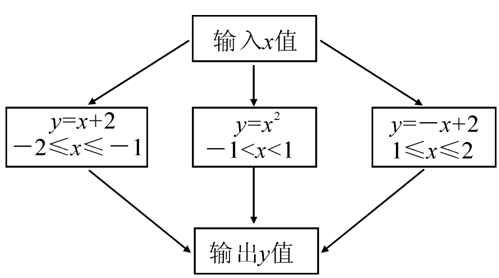


图 11.1-3

A. $\frac{7}{2}$　　B. $\frac{9}{4}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{9}{2}$

【解析】 因为输入的 x 值 $\frac{3}{2}$ 在 $1\leqslant x\leqslant 2$ 的范围内，故应将 $x=\frac{3}{2}$ 代入 $y=-x+2$ 来求函数值，当 $x=\frac{3}{2}$ 时，$y=-x+2=-\frac{3}{2}+2=\frac{1}{2}$.

【解答】 C.

【同类变式二】 已知 $y=\frac{1}{3}x+1$，求：(1) 当 $x=-1,0$ 时的函数值；(2) 当 $y=0,2$ 时 x 的值.

【解析】 (1) 题实质是求代数式的值；(2) 题就是解关于 x 的方程.

【解答】 (1) 当 $x=-1$ 时，$y=\frac{1}{3}\times(-1)+1=\frac{2}{3}$；

当 $x=0$ 时，$y=\frac{1}{3}\times 0+1=1$.

(2) 当 $y=0$ 时，$\frac{1}{3}x+1=0$，解得 $x=-3$；

当 $y=2$ 时，$\frac{1}{3}x+1=2$，解得 $x=3$.

> **思维延伸**
>
> 已知函数值及函数解析式，求自变量的值时，实质是解关于自变量的方程.

知识点 4　构建函数关系式

【例 5】 已知池中有 600 m^3 的水，每小时抽 50 m^3.

(1) 写出剩余水的体积 Q (m^3) 与时间 t (h) 之间的函数关系式；

(2) 写出自变量 t 的取值范围；

(3) 8 h 后，池中还有多少立方米的水？

(4) 几小时后，池中还有 100 m^3 的水？

【解析】 由条件不难得出 $Q=600-50t$，由 $Q\geqslant 0$，$t\geqslant 0$ 可确定 t 的取值范围，利用 Q 与 t 的函数关系式易解答 (3)、(4) 中的问题.

【解答】 (1) $Q=600-50t$.

(2) 依题意，得

$\begin{cases} t\geqslant 0, \\ 600-50t\geqslant 0, \end{cases}$ 解得 $0\leqslant t\leqslant 12$.

(3)当 $t=8$ 时，$Q=600-50\times8=200$.

即 8 h 后，池中还有水 200 m^3.

(4)当 $Q=100$ 时，$600-50t=100$，解得 $t=10$.

即 10h 后，池中还有水 100 m^3.

思维拓展

求实际问题中函数自变量的取值范围，除需使所列函数关系式有意义外，还要使实际问题有意义. 如本题中的 $Q\geqslant0$，$t\geqslant0$.

方法技巧

根据实际问题构建函数关系式与列方程解应用题类似，由题意中的等量关系列出关于两个变量的二元方程，再用含一个变量（如 x）的代数式表示另一个变量（如 y），最后写出自变量的取值范围.

【同类变式一】　现有练习本 600 本分发给学生，每人 6 本. 试求余下练习本 y（本）与学生数 x（个）之间的函数关系式，并求自变量 x 的取值范围.

【解析】　由所给条件不难得到 $y=600-6x$，再由 x，y 均为非负整数可确定自变量 x 的范围.

【解答】　依题意，得　$y=600-6x$.

因为　x，y 均为非负整数，

所以 $\begin{cases} x\geqslant0, \\ 600-6x\geqslant0. \end{cases}$

所以　$0\leqslant x\leqslant100$，且 x 为整数.

误区警示

解题时，一般能注意到 $0\leqslant x\leqslant100$，但极易忽略 x 为整数.

【同类变式二】　（四川·2000）某小汽车的油箱可装汽油 30 L，原装有汽油 10 L，现再加汽油 x L，如果每升汽油 2.6 元，求油箱内汽油总价 y（元）与 x（L）之间的函数关系式，并写出自变量 x 的取值范围.

【解析】　可利用油箱内汽油总价等于油箱内汽油总升数乘以单价列出函数关系式，再由油箱内原有汽油 10 L，油箱总共能装 30 L，可确定再加汽油 x 升的范围.

【解答】　依题意，得　$y=2.6(x+10)$，

即　$y=2.6x+26$.

因为　油箱内已有汽油 10 L，油箱一共能装 30 L，

故　自变量 x 的取值范围是 $0\leqslant x\leqslant20$.

【例 6】　如图 11.1-4，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=6$，$BC=8$，设 P

为 BC 上任一点，P 点不与 B、C 重合，且 $CP = x$，若 $y = S_{\triangle APB}$.

⑴ 求 y 与 x 之间的函数关系式；

⑵ 求自变量 x 的取值范围.

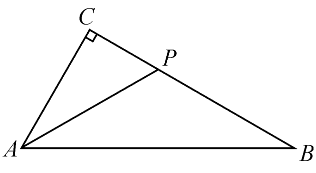


图 11.1 - 4

【解析】 需求的△APB 是一个任意三角形，不易直接求其面积，需将图形分割，转化为求特殊三角形的面积，即 $S_{\triangle APB} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle APC}$，由 P 点不与 B、C 重合易求出 x 的取值范围.

【解答】 ⑴ 因为 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$，$S_{\triangle APC} = \frac{1}{2}AC \cdot PC = \frac{1}{2} \times 6 \times x = 3x$，所以 $S_{\triangle APB} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle APC} = 24 - 3x$.

⑵ 因为 P 点不与 B、C 重合，$BC = 8$，所以 $0 < x < 8$.

方法技巧

计算不规则几何图形的面积，常采用分割法.

思维点拨

求几何量中函数关系式中自变量的取值范围时，可将自变量所代表的几何量推到两个极端位置，求出相应自变量的值，再结合几何量的实际意义加以确定. 如本例中的自变量首先可以肯定大于 0，再假定点 P 与点 B 重合这个特殊位置，求出 CP 的长，因 P 与 B 不重合，故 x 小于特殊位置的 CP 值.

感觉 · 体验 · 探究

应用探究——建立分段函数解决实验问题

【例 7】 为了加强公民的节约用水意识，合理利用水资源，各地采用价格调控等手段达到节约用水的目的. 某市规定了如下用水收费标准. 每户每月的用水不超过 6 m^3 时，水费按每立方米 a 元收费 超过 6 m^3 时，不超过的部分仍按 a 元收费，超过的部分每立方米按 c 元收费. 该市某户今年 3 月份、4 月份的用水量和水费如下表所示：

月份	用水量/m^3	水费/元
3	5	7.5
4	9	27

设该户月用水量为 x (m^3)，应交水费为 y (元).

(1) 求 a，c 值，并写出用水量不超过 6 m^3 和超过 6 m^3 时，y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 若该户 5 月份的用水量为 8 m^3，求该户 5 月份的水费.

思维点拨

本题的函数关系为分段函数，列函数关系要特别注意自变量的取值范围.

【解答】 (1) 依题意有：

当 $x\leqslant 6$ 时，$y=ax$；

当 $x>6$ 时，$y=6a+c(x-6)$.

由上表知 $\begin{cases}7.5=5a,\\27=6a+3c,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1.5,\\c=6.\end{cases}$

所以，$y=\begin{cases}1.5x, x\leqslant 6,\\9+6(x-6)=6x-27, x>6.\end{cases}$

(2) 将 $x=8$ 代入 $y=6x-27$ ($x>6$)，得

$y=6\times 8-27=21$ (元).

即该户 5 月份的水费为 21 元.

延伸点拨

分段函数即自变量在不同范围内取值时，函数 y 和 x 有不同的对应关系，故解题时的关键是弄清自变量的取值范围，选择或求出对应的函数关系式，并要注意求解时关系式的选择应用.

延伸探究——建立函数解决几何计数类问题

【例 8】 观察下列图形 (图 11.1-5) 和所给表格中的数据后回答问题：

梯形个数	1	2	3	4	5	…
图形周长	5	8	11	14	17	…

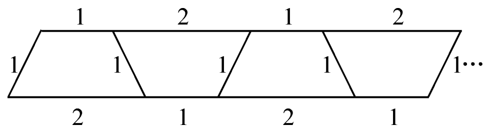


图 11.1 - 5

(1) 设图形的周长为 l,梯形的个数为 n,试写出 l 与 n 的函数关系式;

(2) 求 $n=11$ 时的图形周长.

思维点拨

梯形个数为 1 时,周长为 $1+1+1+2=5$;梯形个数为 2 时,周长为 $1+1+1+2+1+2=8$;梯形个数为 3 时,周长为 $1+1+1+2+1+2+1+2=11$,……由此可知,当梯形个数为 n 时,图形的周长为 $5+(n-1)\times3$.

【解答】 (1) $l=5+(n-1)\times3=3n+2$.

(2) 当 $n=11$ 时,$l=3\times11+2=35$,

即 $n=11$ 时的图形的周长为 35.

延伸点拨

解此类题目,先分析特殊情形,从中找出规律性的东西,进而确定两个变量之间的函数关系.

拓广探究——怎样通过比较函数值的大小来科学决策

【例 9】 (湖南湘潭·2003) 育才中学需要添置某种教学仪器,方案 1:到商家购买,每件需要 8 元;方案 2:学校自己制作,每件 4 元,另外需要制作工具的租用费 120 元. 设需要仪器 x (件),方案 1 与方案 2 的费用分别为 y_1、y_2 (元).

(1) 分别写出 y_1,y_2 的函数表达式;

(2) 当添置仪器多少件时,两种方案的费用相同?

(3) 若学校需要仪器 50 件,问采用哪种方案便宜,请说明理由.

思维点拨

根据题意易写出 y_1,y_2 与 x 的函数关系. 当 $y_1=y_2$ 时,费用相同,即解方程可求出此时的 x 值;当 $x=50$ 时,分别计算 y_1,y_2 的值并进行比较即可解决问题 (3).

【解答】 (1) 依题意,得　$y_1=8x$,$y_2=4x+120$.

(2) 依题意,得 $y_1=y_2$,即 $8x=4x+120$,

解得　$x=30$.

即　需添置的仪器为 30 件时,两种方案所需的费用相同.

(3) 当 $x=50$ 时,$y_1=8\times50=400$,$y_2=4\times50+120=320$.

显然 $y_1>y_2$,所以,当需添置 50 件仪器时,选择方案 2 费用便宜.

延伸点拨

解决此类题的关键是依题意找准题中的等量关系,列出函数关系式,再结合方程和不等式的知识求解.

双基・巩固・测评

■基础练习

1. (北京市西城区・2002) 在函数 $y=\dfrac{1}{2x-1}$ 中,自变量 x 的取值范围是______.

2. (江苏盐城・2003) 矩形的面积为 2,一条边的长为 x,另一条边的长为 y,则用 x 表示 y 的函数解析式为__________ (其中 $x>0$).

3. (江西・2003) 如图 11.1-6,一个矩形推拉窗,窗高 1.5 米,则活动窗扇的通风面积 A (m^2) 与拉开长度 b (m) 的关系式是__________.

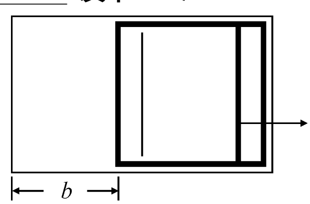


图 11.1-6

4. (四川巴中・2003) C 是线段 AB 上一点,AC、BC 的中点分别为 M、N,则 MN 的长 y 与 AB 的长 x 之间的函数关系式为______.

5. 出租车收费按路程计算,2 km 内 (包括 2 km) 收费 3 元,超过 2 km,每增加 1 km 加收 1 元,则路程 $x\geqslant2$ km 时,车费 y (元) 与 x (km) 之间的函数关系为__________.

6. 拖拉机开始工作时,油箱中有油 36 L,如果每小时耗油 4 L,那么油箱中剩余油量 y (L) 与工作时间 x (h) 之间的函数关系式是__________,自变量 x 的取值范围是__________.

7. (新疆建设兵团・2004) 为庆祝兵团成立 50 周年,某校组织合唱汇

演，初三年级排练队形为 10 排，第一排 20 人，后面每排比前排多 1 人，写出每排的人数 m 与这排的排数 n 之间的函数关系式____________，自变量 n 的取值范围是____________.

8. 函数是研究（　　）

A. 常量之间的对应关系的　　B. 常量与变量的对应关系的

C. 变量与常量的对应关系的　　D. 变量之间的对应关系的

9. 球的体积与半径之间的函数关系式为 $V=\frac{4}{3}\pi r^3$，下列各种说法中正确的有（　　）

①V，πr^3 是变量；②r 是自变量；③r^3 是自变量；④$\frac{4}{3}\pi$ 是常量.

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

10. （山东烟台·2004）如图 11.1 - 7，下列四个图象中，不表示某一函数图象的是（　　）

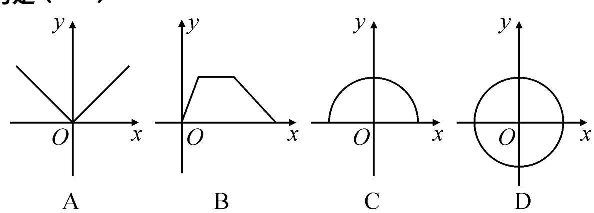


图 11.1 - 7

11. 已知函数 $y=\frac{2x-1}{x+2}$ 中，当 $x=m$ 时的函数值为 1，则 m 的值为（　　）

A. 1　　B. 3　　C. -3　　D. -1

12. 如果函数 $y=x-1$ 与 $y=3-x$ 的某个函数值相同，那么这个函数值是（　　）

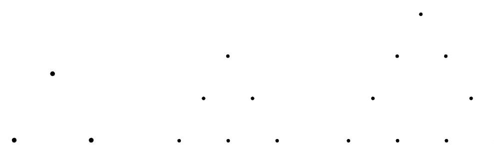
A. 1　　B. 2　　C. 0　　D. -1

13. 如果每盒圆珠笔有 12 枝，每盒售价 18 元，那么圆珠笔的售价 y（元）与圆珠笔的枝数 x（枝）之间的函数关系为（　　）

A. $y=\frac{3}{2}x$　　B. $y=\frac{2}{3}x$　　C. $y=12x$　　D. $y=18x$

14. 如图 11.1 - 8，下列每个图是由若干盆花组成的形如三角形的图

案，每条边（包括两个顶点）有 n 盆花，每个图案花盆总数是 S，按此推断 S 与 n 的关系式为（　　）



$n=2,S=3$　　$n=3,S=6$　　$n=4,S=9$

图 11.1－8

A. $S=3n$　　B. $S=3(n-1)$　　C. $S=3n-1$　　D. $S=3n+1$

15. 据调查，某自行车存车处在某星期日的存车量为 4000 辆次，其中变速车存车费是每辆一次 0.30 元，普通车存车费是每辆一次 0.20 元．若普通车存车数为 x 辆次，存车费总收入为 y 元，则 y 关于 x 的函数关系式是（　　）

A. $y=0.10x+800$，$0\leqslant x\leqslant 4000$ 且 $x\leqslant N$

B. $y=0.10x+1200$，$0\leqslant x\leqslant 4000$ 且 $x\leqslant N$

C. $y=-0.10x+800$，$0\leqslant x\leqslant 4000$ 且 $x\leqslant N$

D. $y=-0.10x+1200$，$0\leqslant x\leqslant 4000$ 且 $x\leqslant N$

16. 学校为创建多媒体教学中心备有资金 180 万元，现计划分批购进电脑 x 台，每台电脑售价 6 千元，求所剩资金与电脑台数之间的函数关系式，并指出自变量的取值范围．

■综合运用

17. 公民的月收入超过 800 元时，超过部分须依法缴纳个人收入调节税，当超过部分不足 500 元时，税率即所纳税款占超过部分的百分数相同．已知某人本月收入 1260 元，纳税 23 元．求所纳税 y（元）与该人月收入 x（元）（$800<x<1300$）间的函数关系式．

18. 在△ABC 中，∠B 与∠C 的角平分线相交于点 I，$\angle A=x°$，$\angle BIC=y°$，写出 y 与 x 之间的函数关系式，并指出 x 的取值范围．

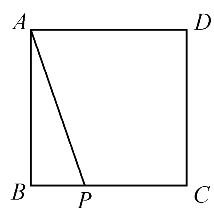


图 11.1－9

19. 如图 11.1－9 所示，正方形 ABCD 的边长为 2 cm，点 P 是边 BC 上不同于 B 与 C 的一个动点，设 BP＝x cm，四边形 APCD 的面积为 y cm^2．

(1) 写出 y 与 x 的函数关系式；

⑵ 如果 $S_{\triangle ABP}=\frac{1}{2}S_{四边形APCD}$，那么点 P 在什么地方？

■拓广探索

20. (贵州贵阳 · 2003) 某校准备在甲、乙两家公司为毕业班学生制作一批纪念册. 甲公司提出：每册收材料费 5 元，另收设计费 1500 元；乙公司提出：每册收材料费 8 元，不收设计费.

⑴ 请写出制作纪念册的册数 x 与甲公司的收费 y_1 (元) 的函数关系式；

⑵ 请写出制作纪念册的册数 x 与乙公司的收费 y_2 (元) 的函数关系式；

⑶ 如果学校派你去甲、乙两家公司订做纪念册，你会选择哪家公司？

21. (四川成都 · 2003) 东风商场文具部的某种毛笔每枝售价 25 元，书法练习本每本售价 5 元. 该商场为促销制定了两种优惠办法：

甲：买一枝毛笔就赠送一本书法练习本；

乙：按购买金额打九折付款.

某校欲为校书法兴趣小组购买这种毛笔 10 枝，书法练习本 x ($x\geq 10$) 本.

⑴ 写出每种优惠办法实际付款金额 $y_甲$ (元)、$y_乙$ (元) 与 x (本) 之间的函数关系式；

⑵ 比较购买同样多的书法练习本时，按哪种优惠办法付款更省钱；

⑶ 如果商场允许可以任意选择一种优惠办法购买，也可以同时用两种优惠办法购买. 请你就购买这种毛笔 10 枝和书法练习本 60 本设计一种最省钱的购买方案.

资料活页

函数的起源

在笛卡儿引入变量以后，变量和函数等概念日益渗透到科学技术的各个领域. 纵览宇宙，运算天体，探索热的传导，揭示电磁秘密，这些都和函数概念息息相关. 正是在这些实践过程中，人们对函数的概念不断深化.

最早提出函数 (function) 概念的是 17 世纪德国数学家莱布尼茨. 最初莱布尼茨用“函数”一词表示幂，如 x, x^2, x^3 都叫函数.

1718 年，莱布尼茨的学生瑞士数学家贝努利把函数定义为：“由某个变量及任意的一个常数结合而成的数量.”意思是：凡变量 x 和常量构成的式

子都叫做 x 的函数. 贝努利所强调的是函数要用公式来表示. 后来数学家觉得不应该把函数概念局限在只能用公式来表达上,只要一些变量变化,另一些变量能随之而变化就可以,至于这两个变量的关系是否要用公式来表示,就不必作为判别函数的标准了.

1755 年,瑞士数学家欧拉把函数定义为"如果某些变量以某一种方式依赖于另一些变量,即当后面这些变量变化时,前面这些变量也随着变化,我们把前面的变量称为后面变量的函数."在欧拉的定义中,就不强调函数要用公式表示了. 当时有些数学家对于不用公式来表示函数感到很不习惯,有的数学家甚至抱怀疑态度. 他们把能用公式表示的函数叫"真函数",把不能用公式表示的函数叫"假函数". 1821 年,法国数学家柯西给出了类似现在中学课本中的函数定义 在某些变数间存在着一定的关系,当一经给定其中某一变数的值,其他变数的值可随之而确定时,则将最初的变数叫自变量,其他各变数叫做函数. 在柯西的定义中,首先出现了自变量一词.

1834 年,俄国数学家罗巴契夫斯基进一步提出函数的定义:"x 的函数是这样的一个数,它对于每一个 x 都有确定的值,并且随着 x 一起变化. 函数值可以由解析式给出,也可以由一个条件给出,这个条件提供了一种寻求全部对应值的方法. 函数的这种依赖关系可以存在,但仍然是未知的."这个定义指出了对应关系(条件)的必要性,利用这个关系可以求出每一个 x 的对应值.

1837 年,德国数学家狄里克雷认为怎样去建立 x 与 y 之间的对应关系是无关紧要的,所以他的定义是:"如果对于 x 的每一个值,y 总有一个完全确定的值与之对应,则 y 是 x 的函数."这个定义抓住了概念的本质属性,变量 y 称为 x 的函数,只需有一个法则存在,使得这个函数取值范围中的每一个值有一个确定的 y 值和它对应就行了,不管这个法则是公式或图象或表格或其他形式. 这个定义比前面的定义带有普遍性,为理论研究和实际应用提供了方便. 因此,此定义曾被比较长期的使用着.

中国古代"函"字与"含"字通用,都有着"包含"的意思,我国清代数学家李善兰给出的定义是:"凡式中含天,为天之函数."中国古代用天、地、人、物 4 个字来表示 4 个不同的未知数或变量. 这个定义的含义是:"凡是公式中含有变量 x,则该式子叫做 x 的函数."所以,"函数"是指公式里含有变量的意思.

我们可以预计到,关于函数的争论、研究、发展、推广将不会完结,也正是这些因素影响着数学及其相邻学科的发展.