

专题提升训练一 函数

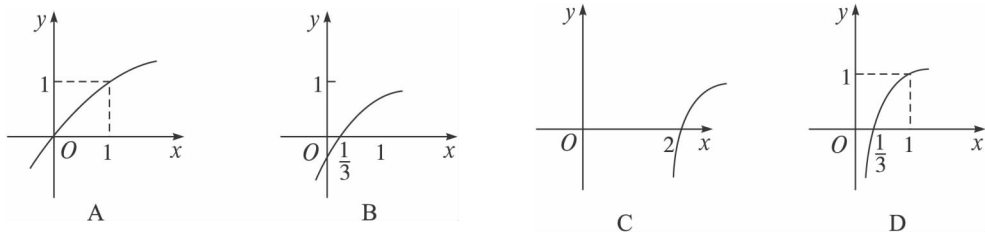
班级: _____ 姓名: _____ 得分: _____

【说明】本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,满分150分,考试用时120分钟。

第I卷(选择题,共60分)

一、选择题(10个小题,每小题6分,共60分)

- 1 由下列各组命题构成“ p 或 q ”“ p 且 q ”“非 p ”形式的复合命题,其中“ p 或 q ”为真,“ p 且 q ”为假,“非 p ”为真的是
- A. p :3是偶数, q :4是奇数
B. p : $3+2=6$, q : $5>3$
C. p : $a \in \{a,b\}$, q : $\{a\} \subseteq \{a,b\}$
D. p : $\mathbf{Q} \subseteq \mathbf{R}$, q : $\mathbf{N} = \{\text{正整数}\}$
- 2 设 $f: x \rightarrow x^2$ 是集合 A 到集合 B 的映射,如果 $B = \{1, 2\}$,则 $A \cap B$ 一定是
- A. $\emptyset$
B. $\emptyset$ 或 $\{1\}$
C. $\{1\}$
D. $\emptyset$ 或 $\{2\}$
- 3 已知函数 $f(x) = 2x^2 - mx + 3$,当 $x \in (-2, +\infty)$ 时是增函数,当 $x \in (-\infty, -2)$ 时是减函数,则 $f(1)$ 等于
- A. -3
B. 13
C. 7
D. 含有 m 的变量
- 4 已知函数 $f(x) = 3^{x-1}$,则它的反函数 $y = f^{-1}(x)$ 的图象是



- 5 2006 山东质检(一), 7 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 & 0 \leq x \leq 1, \\ -x+2 & 1 < x \leq 2, \end{cases}$ 是周期为4的偶函数,则 $f(6.6)$ 等于
- A. 0.36
B. 0.4
C. 0.24
D. 0.6
- 6 已知函数 $f(x) = \log_{\sin 1}(x^2 - 6x + 5)$ 在 $(a, +\infty)$ 上是减函数,则实数 a 的取值范围为
- A. $(5, +\infty)$
B. $(3, +\infty)$
C. $(-\infty, 3)$
D. $[5, +\infty)$
- 7 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,且 $f(x+4) = f(x)$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 成立,如果当 $x \in [0, 1]$ 时, $f(x) = 2^x$,则 $f(\log_{\frac{1}{2}} 23)$ 的值是
- A. 23
B. $-\frac{23}{16}$
C. $\frac{23}{16}$
D. $-\frac{16}{23}$
- 8 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y = f(x)$ 不恒为零,同时满足 $f(x+y) = f(x)f(y)$,且当 $x > 0$ 时, $f(x) > 1$,则当 $x < 0$ 时,一定有
- A. $f(x) < -1$
B. $-1 < f(x) < 0$
C. $f(x) > 1$
D. $0 < f(x) < 1$
- 9 若一系列函数的解析式相同,值域相同,但其定义域不同,则称这些函数为“同族函数”,那么函数解析式为

$y=x^2$, 值域为 $\{1, 4\}$ 的“同族函数”共有

- A. 7 个 B. 8 个 C. 9 个 D. 10 个

10 若关于 x 的方程 $9^x + (4+a) \cdot 3^x + 4 = 0$ 有解, 则实数 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, -8] \cup [0, +\infty)$ B. $(-\infty, -4)$
C. $[-8, 4)$ D. $(-\infty, -8]$

答 题 栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

第 II 卷(非选择题, 共 90 分)

二、填空题(4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

- 11 函数 $f(x) = 3ax + 2b - 2 - a, x \in [-1, 1]$, 若 $f(x) \geq 1$ 恒成立, 则 b 的最小值为 _____.
- 12 关于 x 的方程 $|x^2 - 4x + 3| - a = x$ 有三个不相等的实数根, 则实数 a 的值是 _____.
- 13 在经济学中, 定义 $Mf(x) = f(x+1) - f(x)$, 称 $Mf(x)$ 为函数 $f(x)$ 的边际函数, 某企业的一种产品的利润函数 $P(x) = -x^3 + 30x^2 + 1\,000 (x \in [10, 25] \text{ 且 } x \in \mathbf{N}^*)$, 则它的边际函数 $MP(x) =$ _____.
- 14 已知函数 $f(x) = |x^2 - 2ax + b| (x \in \mathbf{R})$. 给出下列命题:
- ① $f(x)$ 必是偶函数;
 - ② 当 $f(0) = f(2)$ 时, $f(x)$ 的图象必关于直线 $x=1$ 对称;
 - ③ 若 $a^2 - b \leq 0$, 则 $f(x)$ 在区间 $[a, +\infty)$ 上是增函数;
 - ④ $f(x)$ 有最大值 $|a^2 - b|$.
- 其中正确命题的序号是 _____.

三、解答题(15~19 题每小题 12 分, 20 题 14 分, 共 74 分)

- 15 2006 上海奉贤高三期末, 22 函数 $y = f(x), x \in \mathbf{R}$ 满足 $f(x+1) = af(x), a$ 是不为 0 的常数, 当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $f(x) = x(1-x)$,
- (1) 若函数 $y = f(x), x \in \mathbf{R}$ 是周期函数, 写出符合条件 a 的值;
 - (2) 求 $n \leq x \leq n+1 (n \geq 0, n \in \mathbf{Z})$ 时, 求 $y = f(x)$ 的表达式 $y = f_n(x)$;
 - (3) 若函数 $y = f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上的值域是闭区间, 求 a 的取值范围;

专题提升训练一 函 数

- 16 2006 山东青州一模, 20 因居民住房拆迁的需要, 准备在某小区建造总面积为 $40\,000\text{ m}^2$ 完全相同的住房若干栋. 已知面积为 M 的一栋房子, 其造价是由地面部分造价和基础部分造价组成, 地面部分的造价与 M 成正比, 基础部分的造价与 $\sqrt{M}$ 成正比. 据统计, 一栋面积为 $1\,600\text{ m}^2$ 的住房造价是 176.8 万元, 其中地面部分的费用是基础部分的 36%, 试确定: 建造多少栋房子, 可使总费用最少? 并求出总费用.

- 17 定义在 $(-1, 1)$ 上的函数 $f(x)$ 满足: 对任意 $x, y \in (-1, 1)$ 都有 $f(x) + f(y) = f\left(\frac{x+y}{1+xy}\right)$.

(1) 求证: 函数 $f(x)$ 是奇函数;

(2) 如果当 $x \in (-1, 0)$ 时, 有 $f(x) > 0$, 求证: $f(x)$ 在 $(-1, 1)$ 上是单调递减函数;

(3) 在 (2) 的条件下解不等式: $f\left(x + \frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{1}{1-x}\right) > 0$.

- 18 函数 $f(x) = \log_a(x - 3a)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 当点 $P(x, y)$ 是函数 $y = f(x)$ 图象上的点时, $Q(x - 2a, -y)$ 是函数 $y = g(x)$ 图象上的点.

(1) 写出函数 $y = g(x)$ 的解析式;

(2) 当 $x \in [a + 2, a + 3]$ 时, 恒有 $|f(x) - g(x)| \leq 1$, 试确定 a 的取值范围.

19 已知方程 $x^2 + px + q = 0$ 有两个相异的实根.

求证:若 $k \neq 0$, 则方程 $x^2 + px + q + k(2x + p) = 0$ 也有两个相异的实根, 并且仅有一个根在前一个方程的两根之间.

20 设 $f(x)$ 的定义域为 $x \in \mathbf{R}$ 且 $x \neq \frac{k}{2}, k \in \mathbf{Z}$, 且 $f(x+1) = -\frac{1}{f(x)}$, 如果 $f(x)$ 为奇函数, 当 $0 < x < \frac{1}{2}$ 时, $f(x) = 3^x$.

(1) 求 $f(\frac{2001}{4})$;

(2) 当 $2k + \frac{1}{2} < x < 2k + 1 (k \in \mathbf{Z})$ 时, 求 $f(x)$;

(3) 是否存在这样的正整数 k , 使得当 $2k + \frac{1}{2} < x < 2k + 1 (k \in \mathbf{Z})$ 时, $\log_3 f(x) > x^2 - kx - 2k$ 有解?

专题提升训练二 数 列

班级: _____ 姓名: _____ 得分: _____

【说明】本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试用时 120 分钟。

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题(10 个小题,每小题 6 分,共 60 分)

- 1 2006 山东枣庄调研(一),文 11 数列 $\{a_n\}$ 前 n 项的和为 S_n , 如果 $S_n + S_{n+1} = a_{n+1} (n \in \mathbb{N}^*)$, 那么
- A. $a_{n+1} > a_n$
 B. $a_{n+1} < a_n$
 C. $a_{n+1} = a_n$
 D. 以上都不正确
- 2 函数 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & (|x| \leq 1) \\ |x| & (|x| > 1) \end{cases}$ 如果方程 $f(x) = a$ 有且只有一个实根, 那么 a 满足
- A. $a < 0$
 B. $0 \leq a < 1$
 C. $a = 1$
 D. $a > 1$
- 3 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_3 + a_{17} = 10$, 则 S_{19} 的值
- A. 是 55
 B. 是 95
 C. 是 100
 D. 不能确定
- 4 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 2, 若 a_1, a_3, a_4 成等比数列, 则 a_2 等于
- A. -4
 B. -6
 C. -8
 D. -10
- 5 若方程 $2a \cdot 9^{\sin x} + 4a \cdot 3^{\sin x} + a - 8 = 0$ 有解, 则 a 的取值范围是
- A. $a > 0$ 或 $a \leq -8$
 B. $a > 0$
 C. $0 < a \leq \frac{8}{31}$
 D. $\frac{8}{31} \leq a \leq \frac{72}{23}$
- 6 2006 山东淄博一模, 6 计算机是将信息转换成二进制数进行处理的, 二进制就是“逢二进一”。如 $(1101)_2$ 表示二进制数, 将它转换成十进制数就是 $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13$, 那么将二进制数 $\underbrace{[111 \cdots 11]}_{32 \text{ 位}}_2$ 转换成十进制数是
- A. $2^{33} - 2$
 B. $2^{32} - 2$
 C. $2^{32} - 1$
 D. $2^{31} - 1$
- 7 记 n 项正项数列为 $a_1, a_2, \cdots, a_n, \pi_n$ 为其前 n 项的积, 定义 $\sqrt[n]{\pi_1 \pi_2 \cdots \pi_n}$ 为“叠乘积”。如果有 2 005 项的正项数列 $a_1, a_2, \cdots, a_{2\,005}$ 的“叠乘积”为 $2^{2\,006}$, 则有 2 006 项的数列 $2, a_1, a_2, \cdots, a_{2\,005}$ 的“叠乘积”为
- A. $2\,006^2$
 B. $2^{2\,006}$
 C. $2\,005^{2\,006}$
 D. $2\,006^{2\,005}$
- 8 在下面的表格中, 每格填上一个数字后, 使每一横行成等差数列, 每一纵列成等比数列, 则 $a+b+c$ 的值为

1	2		
0.5	1		
	a		
		b	
			c

A. $\frac{9}{8}$

B. 2

C. 3

D. 4

- 9 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的首项为 8, S_n 是其前 n 项的和, 某同学经计算得 $S_2=20, S_3=36, S_4=65$, 后来该同学发现了其中一个数算错了, 则该数为
 A. S_1 B. S_2 C. S_3 D. S_4
- 10 设 $f(x)(x \in \mathbf{R})$ 为偶函数, 且 $f(x-\frac{3}{2})=f(x+\frac{1}{2})$ 恒成立, $x \in [2, 3]$ 时, $f(x)=x$, 则 $x \in [-2, 0]$ 时, $f(x)$ 等于
 A. $|x+4|$ B. $|2-x|$ C. $3-|x+1|$ D. $2+|x+1|$

答 题 栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

第 II 卷(非选择题, 共 90 分)

二、填空题(4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

- 11 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1, a_2=2$, 且 $a_{n+2}-a_n=1+(-1)^n (n \in \mathbf{N}^*)$ 则 $S_{100} =$ _____.
- 12 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $\frac{a_{2n}}{a_n} = \frac{4n-1}{2n-1}$, 则 $\frac{S_{2n}}{S_n} =$ _____.
- 13 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 公差为 d, S_n 为前 n 项和, 则有等式 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$ 成立. 类比上述性质: 相应地在等比数列 $\{b_n\}$ 中, 公比为 q, T_n 为前 n 项积, 则有等式 _____ 成立.
- 14 2006 广东综合测试, 15 如果函数 $y=f(x+1)$ 是偶函数, 那么函数 $y=f(x)$ 的图象关于 _____ 对称.

三、解答题(15~19 题每小题 12 分, 20 题 14 分, 共 74 分)

- 15 2006 山东淄博高三期末考试, 文 21 二次函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1)-f(x)=2x$ 且 $f(0)=1$.
- (1) 求 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 在区间 $[-1, 1]$ 上, $y=f(x)$ 的图象恒在 $y=2x+m$ 的图象上方, 试确定实数 m 的范围.

专题提升训练二 数 列

16 已知递增等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2 + a_3 + a_4 = 28$, 且 $a_3 + 2$ 是 a_2, a_4 的等差中项.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n ;

(2) 若 $b_n = a_n \log_{\frac{1}{2}} a_n$, $S_n = b_1 + b_2 + \cdots + b_n$, 求 $S_n + n \cdot 2^{n+1} > 30$ 成立的 n 的最小值.

17 已知函数 $f(x)$ 是函数 $y = \frac{2}{10^x + 1} - 1 (x \in \mathbf{R})$ 的反函数, 函数 $g(x)$ 的图象与函数 $y = \frac{4-3x}{x-1}$ 的图象关于直线 $y = x - 1$ 成轴对称图形, 记 $F(x) = f(x) + g(x)$.

(1) 求函数 $F(x)$ 的解析式及定义域;

(2) 试问在函数 $F(x)$ 的图象上是否存在两个不同的点 A, B , 使直线 AB 恰好与 y 轴垂直, 若存在, 求出 A, B 两点的坐标; 若不存在, 说明理由.

- 18 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n , 且 a_n 是 S_n 与 2 的等差中项; 数列 $\{b_n\}$ 中, $b_1 = 1$, 点 $P(b_n, b_{n+1})$ 在直线 $x - y + 2 = 0$ 上.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 B_n , 试比较 $\frac{1}{B_1} + \frac{1}{B_2} + \cdots + \frac{1}{B_n}$ 与 2 的大小;

(3) 设 $T_n = \frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \cdots + \frac{b_n}{a_n}$, 求满足 $T_n < c$ 的最小整数 c .

- 19 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 4$, $a_{n+1} = \frac{4a_n - 2}{a_n + 1}$, 是否存在这样的数列 $\{b_n\}$, $b_n = \frac{Ba_n + C}{a_n + A}$, 其中 A, B, C 为实常数, 使得 $\{b_n\}$ 是等比数列而不是等差数列? 证明你的结论.

- 20 2006 陕西西安联考(二). 理 22 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = a (a > 0)$, $a_{n+1} = a_n - \frac{1}{a_n} (n \in \mathbf{N}^*)$.

(1) 若 $a_3 > 0$, 求 a 的取值范围;

(2) 当 $a > 1$ 时, 求 $f(a) = a(a_3 - 5a)$ 的最大值, 并求此时 a 的值;

(3) 是否存在正数 a , 使 $a_n a_{n+1} > 0$ 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ 恒成立?

专题提升训练三 三角函数

班级: _____ 姓名: _____ 得分: _____

【说明】本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试用时 120 分钟。

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题(10 个小题,每小题 6 分,共 60 分)

- 已知角 α 的终边上一点的坐标为 $(\sin \frac{2\pi}{3}, \cos \frac{2\pi}{3})$, 则角 α 的最小值为
A. $\frac{5\pi}{6}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{5\pi}{3}$ D. $\frac{11\pi}{6}$
- 2006 江西高三联考(二),理 2 函数 $y = |2\sin^2 x - 1|$ 的最小正周期是
A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{2}$ C. π D. 2π
- 函数 $y = \sqrt{\sin x \cos x}$ 的单调减区间是
A. $[k\pi - \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{\pi}{4}] (k \in \mathbb{Z})$ B. $[k\pi + \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{3}{4}\pi] (k \in \mathbb{Z})$
C. $[2k\pi + \frac{\pi}{4}, 2k\pi + \frac{\pi}{2}] (k \in \mathbb{Z})$ D. $[k\pi + \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{\pi}{2}] (k \in \mathbb{Z})$
- 已知奇函数 $f(x)$ 在 $[-1, 0]$ 上为单调减函数, 又 α, β 为锐角三角形的内角, 则
A. $f(\cos \alpha) > f(\cos \beta)$ B. $f(\sin \alpha) > f(\sin \beta)$
C. $f(\sin \alpha) < f(\cos \beta)$ D. $f(\sin \alpha) > f(\cos \beta)$
- 2006 山东淄博高三素质测试, 10 五个函数 ① $f(x) = |\sin x|$; ② $f(x) = \cos 2x$; ③ $f(x) = \sin 2x$; ④ $f(x) = \tan(x + \pi)$; ⑤ $f(x) = \cos 2x + \sin 2x$ 中, 同时满足 $f(x + \frac{\pi}{2}) = -f(x)$ 且 $f(-x) = -f(x)$ 的函数的序号为
A. ②③ B. ①④ C. ③④ D. ③⑤
- 将函数 $y = f(x) \sin x$ 的图象向右移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位后, 再作关于 x 轴的对称变换得到的函数 $y = 1 - 2\sin^2 x$ 的图象, 则 $f(x)$ 可以是
A. $-2\cos x$ B. $2\cos x$ C. $-2\sin x$ D. $2\sin x$
- A, B, C 是 $\triangle ABC$ 的三个内角, 且 $\tan A, \tan B$ 是方程 $3x^2 - 5x + 1 = 0$ 的两个实数根, 则 $\triangle ABC$ 是
A. 钝角三角形 B. 锐角三角形 C. 等腰三角形 D. 等边三角形
- $\triangle ABC$ 中, A, B, C 对应边分别为 a, b, c . 若 $a = x, b = 2, B = 45^\circ$, 且此三角形有两解, 则 x 的取值范围为
A. $(2, 2\sqrt{2})$ B. $2\sqrt{2}$ C. $(\sqrt{2}, +\infty)$ D. $(2, 2\sqrt{2}]$
- 曲线 $\begin{cases} x = \cos \theta \\ y = \sin \theta \end{cases}$ (θ 为参数) 上的点到两坐标轴的距离之和的最大值是

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 1

D. $\sqrt{2}$

- 10 曲线 $y=2\sin(x+\frac{\pi}{4})\cos(x-\frac{\pi}{4})$ 和直线 $y=\frac{1}{2}$ 在 y 轴右侧的交点按横坐标从小到大依次记为 $P_1, P_2, P_3, \dots$, 则 $|P_2P_4|$ 等于

A. π

B. 2π

C. 3π

D. 4π

答 题 栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

第 II 卷(非选择题, 共 90 分)

二、填空题(4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

- 11 已知 $0 < \theta < \pi$, 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = \sin\theta + \cos\theta$, $a_3 = 1 + \sin 2\theta$, 则 $\frac{3+4\sin 2\theta - \cos 4\theta}{2}$ 是数列 $\{a_n\}$ 中的第 _____ 项.

- 12 定义运算 $a * b$ 为: $a * b = \begin{cases} a (a \leq b) \\ b (a > b) \end{cases}$, 例如, $1 * 2 = 1$, 则函数 $f(x) = \sin x * \cos x$ 的值域为 _____.

- 13 设 $\omega > 0$, 函数 $f(x) = 2\sin \omega x$ 在 $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}]$ 上为增函数, 那么 ω 的取值范围是 _____.

- 14 2006 四川川北三市 3 月联考, 15 给出下列命题:

① 存在实数 x , 使得 $\sin x + \cos x = \frac{3}{2}$;

② 函数 $y = \cos(x + \frac{7}{2}\pi)$ 是奇函数;

③ 将函数 $y = \sin 2x$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位, 得到函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$ 的图象;

④ 在 $\triangle ABC$ 中, $A > B \Leftrightarrow \sin A > \sin B$. 其中正确命题的序号为 _____.

三、解答题(15~19 题每小题 12 分, 20 题 14 分, 共 74 分)

- 15 2006 广州 10 月联考, 1 设函数 $f(x) = 4\sin x \cdot \sin^2(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}) + \cos 2x$, 条件 $p: \frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$; 条件 $q: |f(x) - m| < 2$, 若 p 是 q 的充分条件, 求实数 m 的取值范围.

专题提升训练三 三角函数

16 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c 且 $a+c=10, C=2A, \cos A=\frac{3}{4}$.

求:(1) $\frac{c}{a}$ 的值;(2) b 的值.

17 已知 A, B, C 的坐标分别为 $A(3, 0), B(0, 3), C(\cos \alpha, \sin \alpha), \alpha \in (\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$.

(1)若 $|\overrightarrow{AC}|=|\overrightarrow{BC}|$,求角 α 的值;

(2)若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = -1$,求 $\frac{2\sin^2 \alpha + \sin 2\alpha}{1 + \tan \alpha}$ 的值.

- 18 2006 山东威海一模,18 把函数 $f(x) = \sin^2 x - 2\sin x \cos x + 3\cos^2 x (x \in \mathbf{R})$ 的图象沿 x 轴向左平移 m 个单位 ($m > 0$) 所得函数的图象关于直线 $x = \frac{17}{8}\pi$ 对称.

(1) 求 m 的最小值;

(2) 证明: 当 $x \in (-\frac{17}{8}\pi, -\frac{15}{8}\pi)$ 时, 经过函数 $y = f(x)$ 的图象上任意两点的直线斜率为负数.

- 19 关于 x 的方程 $x^2 + x \cdot \sin 2\theta - \sin \theta \cot \theta = 0$ 的两根为 α, β , 且 $0 < \theta < 2\pi$, 若数列 $1, (\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}), (\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta})^2, \dots$ 的前 100 项和为 0, 求 θ 的值.

- 20 已知向量 $\mathbf{a} = (2\sin x, \cos x)$, $\mathbf{b} = (\sqrt{3}\cos x, 2\cos x)$, 定义函数 $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} - 1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调减区间;

(3) 画出函数 $g(x) = f(x)$, $x \in [-\frac{7\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}]$ 的图象, 由图象研究并写出 $g(x)$ 的对称轴和对称中心.

专题提升训练四 平面向量

班级: _____ 姓名: _____ 得分: _____

【说明】本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试用时 120 分钟。

第 I 卷(选择题,共 60 分)

一、选择题(10 个小题,每小题 6 分,共 60 分)

- 1 $\frac{2\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\cos 2\alpha}$ 等于
A. $\tan \alpha$ B. $\tan 2\alpha$ C. 1 D. $\frac{1}{2}$
- 2 2006 江苏调研,3 若平面向量 b 与 $a=(1,-2)$ 的夹角是 180° ,且 $|b|=3\sqrt{5}$,则 b 等于
A. $(-3,6)$ B. $(3,-6)$ C. $(6,-3)$ D. $(-6,3)$
- 3 已知 $|a|=2$, $|b|=3$, $|a-b|=\sqrt{7}$,则 $|a+b|$ 等于
A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{15}$ C. $\sqrt{17}$ D. $\sqrt{19}$
- 4 向量 $a=(x_1, y_1)$, $b=(x_2, y_2)$, $c=(x_3, y_3)$,定义运算“ $*$ ”为 $a*b=(x_1y_2, x_2y_1)$,则对命题① $a=(1,2)$, $b=(3,4)$,则 $a*b=(6,4)$;② $a*b=b*a$;③ $(a*b)*c=a*(b*c)$;④ $(a+b)*c=(a*c)+(b*c)$ 的判断中,真命题是
A. ①或② B. ①且③ C. ②且③ D. ②或④
- 5 O 是平面上一点, A, B, C 是该平面上不共线的三个点,一动点 P 满足 $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\lambda(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$, $\lambda \in (0, +\infty)$,则直线 AP 一定通过 $\triangle ABC$ 的
A. 内心 B. 外心 C. 重心 D. 垂心
- 6 已知 D 是 $\triangle ABC$ 中 AC 边上一点,且 $\frac{AD}{DC}=2+2\sqrt{3}$, $\angle C=45^\circ$, $\angle ADB=60^\circ$,则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DB}$ 等于
A. 2 B. 0 C. $\sqrt{3}$ D. 1
- 7 已知 O, A, B 三点的坐标分别为 $O(0,0)$, $A(3,0)$, $B(0,3)$,点 P 在线段 AB 上且 $\overrightarrow{AP}=t\overrightarrow{AB}$ ($0 \leq t \leq 1$) 则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OP}$ 的最大值为
A. 3 B. 6 C. 9 D. 12
- 8 已知 $k \in \mathbb{Z}$, $\overrightarrow{AB}=(k,1)$, $\overrightarrow{AC}=(2,4)$,若 $|\overrightarrow{AB}| \leq \sqrt{10}$,则 $\triangle ABC$ 是直角三角形的概率是
A. $\frac{1}{7}$ B. $\frac{2}{7}$ C. $\frac{3}{7}$ D. $\frac{4}{7}$
- 9 将函数 $y=2x$ 的图象按向量 a 平移后得到 $y=2x+6$ 的图象,给出以下四个命题:① a 的坐标可以是 $(-3,0)$;② a 的坐标可以是 $(-3,0)$ 和 $(0,6)$;③ a 的坐标可以是 $(0,6)$;④ a 的坐标可以有无数种情况,其中真命题的个数是
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 10 2006 江苏天一中学模拟,8 把曲线 $C_1: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{k} = 1$ 按向量 $a=(1,2)$ 平移后得曲线 C_2 , C_2 有一条准线

人的影响短暂而微弱,书的影响则广泛而深远。——普希金

$x=5$, 则 k 的值

A. ± 3

B. ± 2

C. 3

D. -3

答 题 栏

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案										

第 II 卷(非选择题, 共 90 分)

二、填空题(4 个小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

11 已知向量 $\overrightarrow{OA} = (k, 12)$, $\overrightarrow{OB} = (4, 5)$, $\overrightarrow{OC} = (-k, 10)$ 且 A, B, C 三点共线, 则 $k =$ _____.

12 已知向量 $a = (-2, 2)$, $b = (5, k)$. 若 $|a+b|$ 不超过 5, 则 k 的取值范围是 _____.

13 直角坐标平面 xOy 中, 若定点 $A(1, 2)$ 与动点 $P(x, y)$ 满足 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} = 4$, 则点 P 的轨迹方程是 _____.

14 若 $f(x)$ 在定义域 $(-1, 1)$ 内可导, 且 $f'(x) < 0$, 点 $A(1, f(a))$; $B(f(-a), 1)$, 对任意 $a \in (-1, 1)$ 恒有 $\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OB}$ 成立, 试在 $(-\pi, \pi)$ 内求满足不等式 $f(\sin x \cos x) + f(\cos^2 x) > 0$ 的 x 的取值范围为 _____.

三、解答题(15~19 题每小题 12 分, 20 题 14 分, 共 74 分)

15 2006 山东淄博测试, 16 已知 $A(3, 0)$, $B(0, 3)$, $C(\cos \alpha, \sin \alpha)$.

(1) 若 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = -1$, 求 $\sin 2\alpha$ 的值;

(2) 若 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}| = \sqrt{13}$, 且 $\alpha \in (0, \pi)$, 求 $\overrightarrow{OB}$ 与 $\overrightarrow{OC}$ 的夹角.

16 已知向量 $a = (\cos \alpha, \sin \alpha)$, $b = (\cos \beta, \sin \beta)$, $|a-b| = \frac{2\sqrt{5}}{5}$.

(1) 求 $\cos(\alpha - \beta)$ 的值;

(2) 若 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$, 且 $\sin \beta = -\frac{5}{13}$, 求 $\sin \alpha$ 的值.

专题提升训练四 平面向量

- 17 已知向量 $m = (1, 1)$, 向量 n 与向量 m 夹角为 $\frac{3}{4}\pi$, 且 $m \cdot n = -1$,
- (1) 求向量 n ;
- (2) 若向量 n 与向量 $q = (1, 0)$ 的夹角为 $\frac{\pi}{2}$, 向量 $p = (\cos A, 2\cos^2 \frac{C}{2})$, 其中 A, C 为 $\triangle ABC$ 的内角, 且 A, B, C 依次成等差数列, 试求 $|n + p|$ 的取值范围.
- 18 某公司生产的 A 型商品通过租赁柜台进入某商场销售. 第一年, 商场为吸引厂家, 决定免收该年管理费, 因此, 该年 A 型商品定价为每件 70 元, 年销售量为 11.8 万件. 第二年, 商场开始对该商品征收比率为 $p\%$ 的管理费 (即销售 100 元要征收 p 元), 于是该商品的定价上升为每件 $\frac{70}{1 - \frac{p}{100}}$ 元, 预计年销售量将减少 p 万件.
- (1) 将第二年商场对该商品征收的管理费 y (万元) 表示成 p 的函数, 并指出这个函数的定义域;
- (2) 要使第二年商场在此项经营中收取的管理费不少于 14 万元, 则商场对该商品征收管理费的比率 $p\%$ 的范围是多少?
- (3) 第二年, 商场在所收管理费不少于 14 万元的前提下, 要让厂家获得最大销售金额, 则 p 应为多少?

19 已知两点 $M(-1, 0)$, $N(1, 0)$, 且点 P 使 $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}, \overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP}$ 成公差小于零的等差数列.

(1) 点 P 的轨迹是什么曲线?

(2) 若点 P 的坐标为 (x_0, y_0) , 记 θ 为 $\overrightarrow{PM}, \overrightarrow{PN}$ 的夹角, 求 $\tan \theta$.

20 已知在直角坐标平面上, 向量 $\mathbf{a} = (-3, 2\lambda)$, $\mathbf{b} = (-3\lambda, 2)$, 定点 $A(3, 0)$, 其中 $0 < \lambda < 1$. 一自点 A 发出的光线以 $\mathbf{a}$ 为方向向量射到 y 轴的 B 点处, 并被 y 轴反射, 其反射光线与自点 A 以 $\mathbf{b}$ 为方向向量的光线相交于点 P .

(1) 求点 P 的轨迹方程;

(2) 问 A, B, P, O 四点能否共圆 (O 为坐标原点), 并说明理由.

专题提升训练五 不等式

班级: _____ 姓名: _____ 得分: _____

【说明】本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试用时 120 分钟。

第Ⅰ卷(选择题,共 60 分)

一、选择题(10 个小题,每小题 6 分,共 60 分)

- 与 $\sqrt{\frac{a-x^2}{b-x}} > 1$ 同解的不等式是
 A. $a-x^2 > b-x$ B. $\frac{\sqrt{a-x^2}}{\sqrt{b-x}} > 1$ C. $|\frac{a-x^2}{b-x}| > 1$ D. $\frac{a-x^2}{b-x} > 1$
- 若 $a > b > 0$, 下列不等式中恒成立的是
 A. $\frac{2a+b}{a+2b} > \frac{a}{b}$ B. $\frac{b^2+1}{a^2+1} > \frac{b^2}{a^2}$
 C. $\sqrt{a+1}-\sqrt{a} > \sqrt{b+1}-\sqrt{b}$ D. $a+\frac{1}{a} > b+\frac{1}{b}$
- 若 $a > b > 1$, $P = \sqrt{\lg a \cdot \lg b}$, $Q = \frac{1}{2}(\lg a + \lg b)$, $R = \lg(\frac{a+b}{2})$, 则
 A. $R < P < Q$ B. $P < Q < R$ C. $Q < P < R$ D. $P < R < Q$
- 2005 福建高考,文 5 下列结论正确的是
 A. 当 $x > 0$ 且 $x \neq 1$ 时, $\lg x + \frac{1}{\lg x} \geq 2$ B. 当 $x > 0$ 时, $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2$
 C. 当 $x \geq 2$ 时, $x + \frac{1}{x}$ 的最小值为 2 D. 当 $0 < x \leq 2$ 时, $x - \frac{1}{x}$ 无最大值
- 2006 广东梅州质检 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}-1, & x \leq 0, \\ x^{\frac{1}{2}}, & x > 0. \end{cases}$ 若 $f(x_0) > 1$, 则 x_0 的取值范围是
 A. $(-1, 1)$ B. $(-1, +\infty)$
 C. $(-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$ D. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
- 点 $P(x, y)$ 是直线 $x+3y-2=0$ 上的动点, 则代数式 3^x+27^y 有
 A. 最大值 8 B. 最小值 8 C. 最小值 6 D. 最大值 6
- 一种产品的年产量第一年为 a 件, 第二年比第一年增长 $p_1\%$, 第三年比第二年增长 $p_2\%$, 且 $p_1 > 0, p_2 > 0, p_1 + p_2 = 2p$, 如果年平均增长 $x\%$, 则有
 A. $x = p$ B. $x \leq p$ C. $x \geq p$ D. $x < p$
- 不等式 $\log_a x > \sin 2x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 对任意 $x \in (0, \frac{\pi}{4})$ 都成立, 则 a 的取值范围为
 A. $(0, \frac{\pi}{4})$ B. $(\frac{\pi}{4}, 1)$ C. $(\frac{\pi}{4}, 1) \cup (1, \frac{\pi}{2})$ D. $[\frac{\pi}{4}, 1)$
- 2005 江苏无锡一模 设函数 $f(x) = x^3$ ($x \in \mathbf{R}$), 若 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 时, $f(m \cdot \sin \theta) + f(1-m) > 0$ 恒成立, 则实数