

21世纪新概念教辅

高中同步基础训练

数学高一上

(配人教B版)

本书编写组 编

必修2

华东师范大学出版社
齐 鲁 书 社

图书在版编目(CIP)数据

高中同步基础训练. 数学高一上/本书编写组编.
—上海: 华东师范大学出版社, 2005. 7
ISBN 7-5617-4277-0

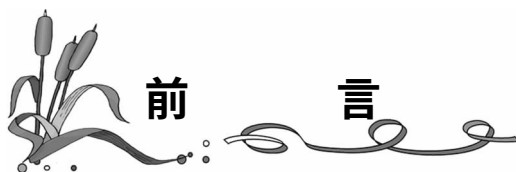
I. 高... II. 本... III. 数学课-高中-习题
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 075726 号

普通高中课程标准实验教科书(人教 B 版)
高中同步基础训练 数学高一上·必修(1) (2)

编 者 本书编写组
项目编辑 徐红瑾
组稿编辑 徐惟简
文字编辑 王爱峰 陈信漪
封面设计 郭 颀
版式设计 蒋 克
出 版 华东师范大学出版社 齐鲁书社
发 行 山东省新华书店
电 话 021-62865537 0531-82098502
业务传真 021-62860410 0531-82906811
网 址 www.ecnupress.com.cn www.sdpress.com.cn
社 址 上海市中山北路 3663 号 济南市经九路胜利大街 39 号
邮 编 200062 (上海) 250001 (济南)
印 刷
开 本 787×1092 16 开
印 张 17.25
字 数 395 千字
版 次 2006 年 7 月第 2 版
印 次 2006 年 7 月第 1 次
书 号 ISBN 7-5617-4277-0/G·2473
定 价 16.50 元(必修①:6.70 元必修②:9.80 元)

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回印刷厂调换)



为了贯彻《中共中央国务院关于深化教育改革全面推进素质教育的决定》、《国务院关于基础教育改革与发展的决定》和教育部《普通高中课程方案(实验)》精神,经教育部批准,自2004年秋季起,广东、山东、宁夏、海南作为全国首批省(市、自治区)参加国家普通高中新课程实验。为切实贯彻新课改精神,配合课堂教学,巩固基础知识,培养学生的创新精神和实践能力,我们结合实验区一年来的课改教学经验、教材使用和课程设置情况,特组织教育教学专家和有丰富教学经验的教师编写这套供广大师生教学和练习使用的《高中同步基础训练》。

这套系列图书覆盖高中阶段所有学科的主要版本。作者主要是山东、江苏、广东等省市各学科的教育专家,长期担任该学科教学并有丰富教学经验的特级教师、高级教师。他们把自己先进的教学思想和科学的教学方法融入了这套系列图书之中。

本套书是与现行教材完全同步编写的,其主要目的是注重基础知识的掌握和综合能力的培养。这也是素质教育和新课程标准对我们的要求。

本册以章为单位,大致由学习指导、典型例题、基础训练、拓展提高等四部分组成。

(一) 学习指导 用简明扼要的语言点明本课的重点、难点,根据新课标的要求,指出学生应当掌握的主要内容和学习方法。

(二) 典型例题 作为本节教学内容的补充例题,列举了与本节相关的各类习题,方便学生在实践中把握学习方法,其中的高考直通车选取历年高考题加以分析,让学生对高考的考查要点、考查方法、命题思路有一个切实可感的印象,从而突出该书的实用性特点。

(三) 基础训练 提供与本节知识要求相关的训练题,便于学生巩固所学知识。

(四) 拓展提高 提供开拓学生视野,培养他们探究意识和发现问题、解决问题的能力训练。

在选题的典型性、题型的新颖性、能力与素质的渗透性等方面,编者们是

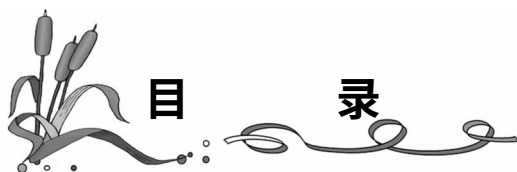


下了一番苦功的。我们编辑出版这套书的意图是帮助学生提高学习效率,究竟效果如何,还得通过读者的实践来检验。愿编者们的辛劳,能帮助读者得到真正的收获。

本册为《高中同步基础训练数学高一上必修2》(配人教B版必修2),由李庆胜、石磊主编,石磊、朱强、范佳、周广庆、徐成周、隋慧青、郭红星、林宝磊、刘婷婷等编写。如有不当之处,请读者指正。

华东师范大学出版社
齐 鲁 书 社





第一章 立体几何初步	1
1.1 空间几何体	1
1.1.1 构成空间几何体的基本元素	1
1.1.2 棱柱、棱锥和棱台的结构特征	4
1.1.3 圆柱、圆锥、圆台和球	13
1.1.4 投影与直观图	19
1.1.5 三视图	23
1.1.6 棱柱、棱锥、棱台和球的表面积	29
1.1.7 柱、锥、台和球的体积	34
1.2 点、线、面之间的位置关系	42
1.2.1 平面的基本性质与推论	42
1.2.2 空间中的平行关系	49
1.2.3 空间中的垂直关系	57
单元测试题(一)	69
 第二章 平面解析几何初步	 73
2.1 平面直角坐标系中的基本公式	73
2.1.1 数轴上的基本公式	73
2.1.2 平面直角坐标系中的基本公式	77
2.2 直线的方程	83
2.2.1 直线方程的概念与直线的斜率	83
2.2.2 直线方程的几种形式	87
2.2.3 两条直线的位置关系	94



2.2.4 点到直线的距离	104
2.3 圆的方程	111
2.3.1 圆的标准方程	111
2.3.2 圆的一般方程	116
2.3.3 直线与圆的位置关系	120
2.3.4 圆与圆的位置关系	128
2.4 空间直角坐标系	132
2.4.1 空间直角坐标系	132
2.4.2 空间两点的距离公式	135
单元测试题(二)	138
 巩固训练题	 142
参考答案	145





第一章 立体几何初步

1.1 空间几何体

1.1.1 构成空间几何体的基本元素

一、学习指导

[重点难点]

- 重点** 1. 了解线段、曲线段、平面、曲面、柱面、锥面的概念,并能进行区别、判断;
2. 初步认识点、线、面、体的概念及生成关系.

难点 点、线、面、体之间的生成关系.

[方法指导]

1. 空间图形是指几何体所占有空间的一部分的图形,几何体把空间分成三部分:内部、外部和表面.课本从长方体这一几何构成入手,分析体的生成和构成体的基本元素.

(1) 面围成体:长方体由六个矩形(包括它的内部)围成.要了解长方体的展开图.另外,长方体有六个面、十二条棱、八个顶点.

(2) 面动成体:水平放置的矩形 $ABCD$ (包括它的内部)上各点沿铅垂线向上移动相同距离到矩形 $A'B'C'D'$ 所形成的几何体为长方体.

2. 从不同的角度认识及正确理解平面与曲面.平面可以由一条直线沿另一条直线平行移动形成,也可以由平面曲线沿与它共面的一条直线平行移动形成;柱面可以由直线沿与它不共面的平面曲线平行移动形成,也可以由平面曲线沿与之不共面的直线平行移动形成.平面与曲面是不加定义的概念,平面的本质在于一“平”、二“大”、三“薄”.“平”即经过平面上两点的直线,其所有点都在平面内;“大”即可无限延展,平面可以用平行四边形来表示,但不能把平面理解为平行四边形;“薄”即直线与平面相交仅有一个公共点而已.

3. 学习时应充分联系生活中的其他实例,也可结合计算机软件观察点、线、面、体的概念及它们的生成关系,将生活与理论、直观与抽象结合起来,以加深理解.明确:



(1) 点动成线;(2) 线动成面;(3) 面动成体;(4) 面围成体.

4. 会从点集的角度认识几何图形. 以点作为元素, 直线和平面都是由点构成的集合. 正确理解符号“ $A \in \alpha$ ”、“ $A \notin \alpha$ ”、“ $l \subset \alpha$ ”、“ $l \not\subset \alpha$ ”的意义.

二、典型例题

1. 概念理解

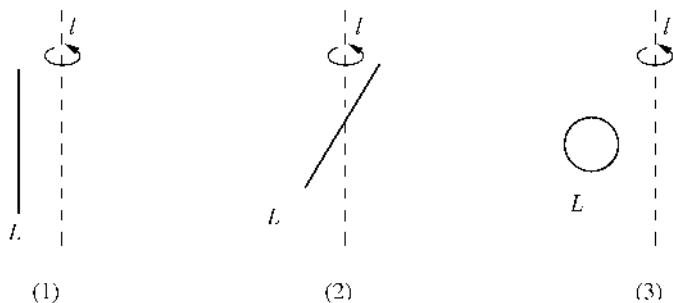
【例 1】 判断题:

- (1) 一个平面长是 3 cm, 宽是 4 cm. ()
 (2) 两个平面重叠在一起, 比一个平面厚. ()
 (3) 一个矩形 $ABCD$ 上各点沿同一方向移动相同距离, 得到矩形 $A'B'C'D'$, 一定生成长方体. ()
 (4) 通过改变直线的位置, 可以把直线放在某个平面内. ()
 (5) 曲面上一定无直线. ()

【解】 (1) $\times$ (2) $\times$ (3) $\times$ (4) $\checkmark$ (5) $\times$

2. 点、线、面、体之间的生成关系

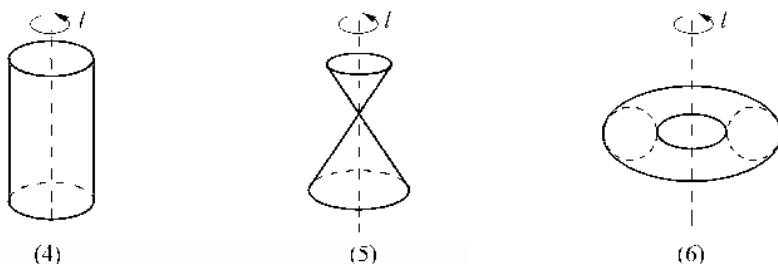
【例 2】 如图, 画出图(1)、(2)、(3)中曲线(包括直线) L 围绕直线 l 旋转一周形成的面.



【解】 (1) 中 L 与 l 平行, 旋转过程中 L 上各点与 l 的距离均相等, 产生的曲面是圆柱面(图(4));

(2) 中 L 与 l 相交, 旋转产生的曲面是以 L 与 l 的交点为顶点的圆锥面(图(5));

(3) 中 L 是封闭的曲线, 绕 l 旋转产生一个封闭的曲面是环面(图(6)).



【分析】 线运动可以形成平面或曲面, 根据曲线 L 和直线 l 的位置关系可以产生不

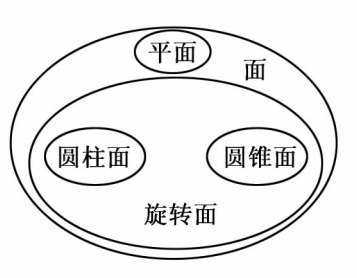


同的曲面.

【例 3】 (1) 一条直线绕着它的一条平行线旋转会形成怎样的曲面？

(2) 一条直线绕与它斜交的直线旋转会形成怎样的曲面？

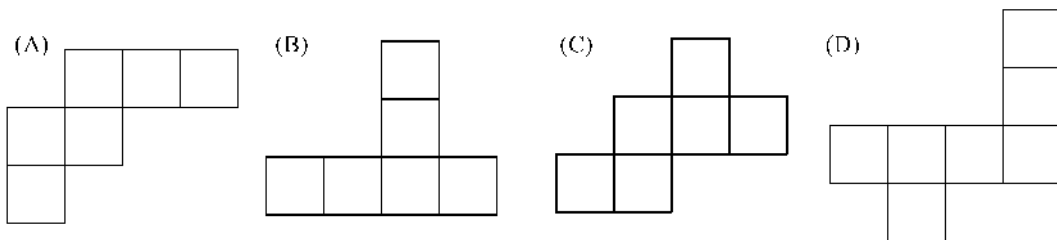
(3) 一条平面曲线绕一条与它共面的直线旋转会形成怎样的曲面？



以上三种曲面间有何关系？

【解】 (1) 圆柱面；(2) 圆锥面；(3) 旋转曲面. 它们之间的关系如上图.

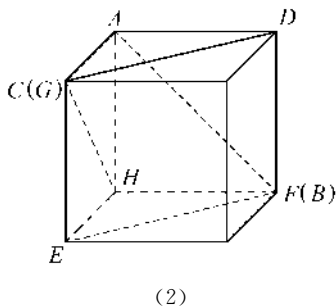
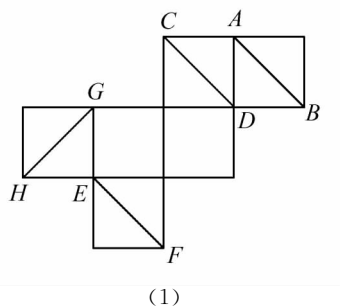
【例 4】 下面四个平面图形中, 每个小四边形皆为正方形, 其中可以沿两个相邻正方形的公共边折叠而围成一个正方体的图形是().



【解】 固定其中一个小正方形作为底面, 将其他相邻的正方形沿公共边折叠, 对于 (A)、(B)、(D) 的图形在折叠过程中总有两个面会重合在一起, 不能围成一个正方体; 只有 (C) 能围成一个正方体. 故选 (C).

高考直通车 空间想象力是高考必然考查的能力, 如:

(2002 年上海试题) 图(1)表示一个正方体表面的一种展开图, 图中的四条线段 AB 、 CD 、 EF 和 GH 在原正方体中不在同一平面内的有 _____ 对.



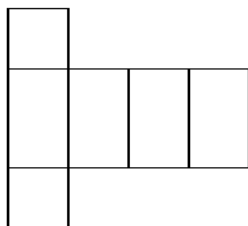
读过题目后, 我们首先应考虑将展开图恢复为正方体, 如图(2), 然后观察正方体发现: AB 与 CD 、 AB 与 GH 、 EF 与 GH 三对线段分别不在同一平面内. 故有三对.

三、基础训练

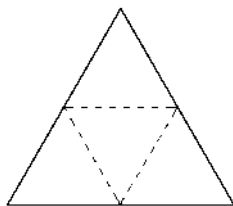
1. 一条直线平行移动, 生成的面一定是().



- (A) 平面 (B) 曲面
(C) 平面或曲面 (D) 锥面
2. 下列关于长方体的叙述不正确的是().
- (A) 将一个矩形沿铅直方向平移一段距离可形成一个长方体
(B) 长方体中相对的面都相互平行
(C) 长方体中某一底面上的高的长度就是两平行底面间的距离
(D) 长方体两对面之间的棱互相平行且等长
3. 根据所给出的平面图形图(1)、(2), 折叠成几何模型, 并画出空间图形.



(1)



(2)

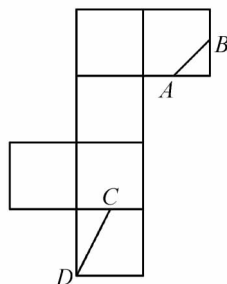
(第3题)

4. 判断以下结论是否正确:

- (1) 平面的形状是平行四边形. ()
(2) 直线的平移只能形成平面. ()
(3) 曲线的平移一定形成曲面. ()
(4) 直线绕定直线旋转形成柱面. ()
(5) 直线绕定点旋转可以形成锥面. ()

四、拓展提高

5. 如图是一个正方体的表面展开图, A 、 B 、 C 均为所在棱的中点, D 为正方体的顶点. 若正方体的棱长为 2, 则封闭折线 $ABCD$ 的长为 _____.



(第5题)

1.1.2 棱柱、棱锥和棱台的结构特征

一、学习指导

[重点难点]

重点 多面体、棱柱、棱锥和棱台的结构特征以及它们之间的关系.

难点 平行六面体、直平行六面体、长方体、正四棱柱、正方体的结构特征和从属关系.



[方法指导]

1. 通过对生活中的实例进行观察分析,归纳出有关概念.制作由展开图粘成的模型,以加深对有关概念的理解.

2. 棱柱、棱锥、棱台不仅是常见的几何体,更是研究线线、线面、面面位置关系和数量关系的最佳载体;研究棱柱、棱锥、棱台需要把握以下几个方面:

(1) 定义(其中台可理解为“平截锥”).

(2) 有关面:底面、侧面、对角面、平行于底面的截面、直截面;特别要掌握平行于底面的截面:

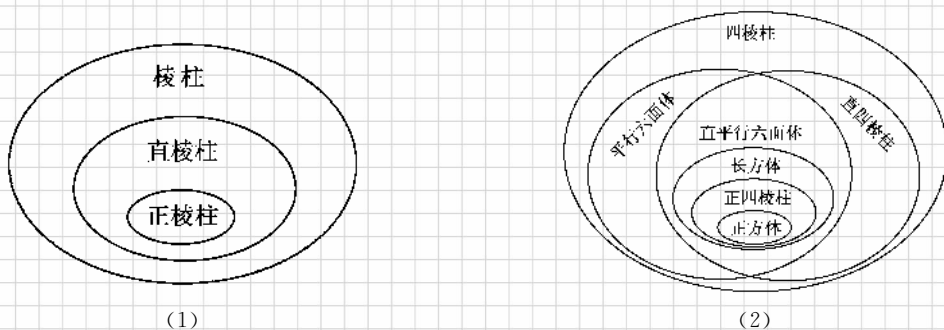
① 棱柱的平行于底面的截面与两个底面是对应边互相平行的全等的多边形;

② 棱锥的平行于底面的截面与底面相似,相似比等于顶点到截面的距离与棱锥高的比.

(3) 有关线段:棱(底面边、侧棱)、对角线、面对角线.

3. 应了解棱柱、棱锥、棱台的分类,还要掌握四棱柱的分类.

(1) 棱柱的分类如图(1).故判定一个棱柱是否是正棱柱,需首先判断它是否是直棱柱,即“欲正先直”.



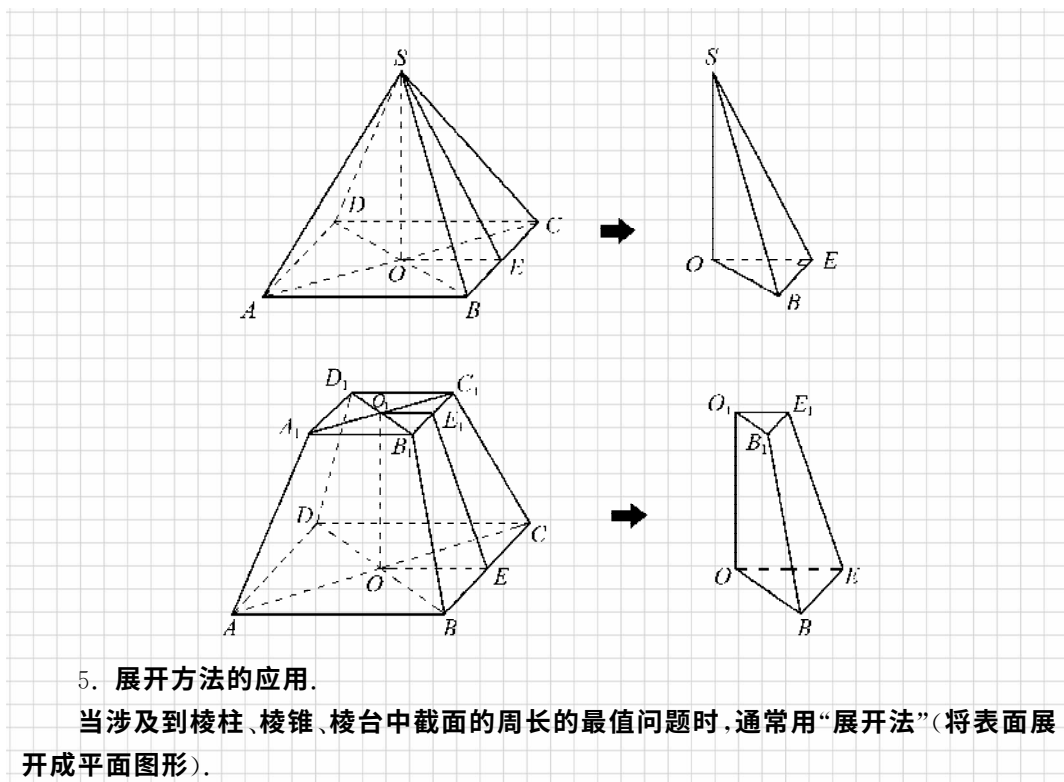
(2) 四棱柱的从属关系如图(2).

平行六面体的底面、侧面、对角面均是平行四边形;平行六面体的对角线交于一点且互相平分,各对角线平方之和等于各棱平方之和;长方体的各面及对角面均是矩形,对角线的平方等于长、宽、高的平方之和(三度平方和).

4. 掌握正棱锥、正棱台元素之间的数量关系,抓住能集中反映数量关系的最基本的三棱锥、三棱台.

如图, $S-ABCD$ 为正棱锥, O 是底面的中心, E 是 BC 的中点,那么在三棱锥 $S-OBE$ 中, $\triangle SOB$ 、 $\triangle SOE$ 、 $\triangle OEB$ 、 $\triangle SEB$ 均为直角三角形.类似地, $A_1B_1C_1D_1-ABCD$ 为正棱台, O_1 、 O 是上、下底面的中心, E_1 、 E 分别是 B_1C_1 、 BC 的中点,那么在三棱台 $O_1B_1E_1-OBE$ 中, $\triangle O_1B_1E_1$ 与 $\triangle OBE$ 为直角三角形,梯形 O_1E_1EO 、梯形 O_1B_1BO 、梯形 E_1B_1BE 均为直角梯形.





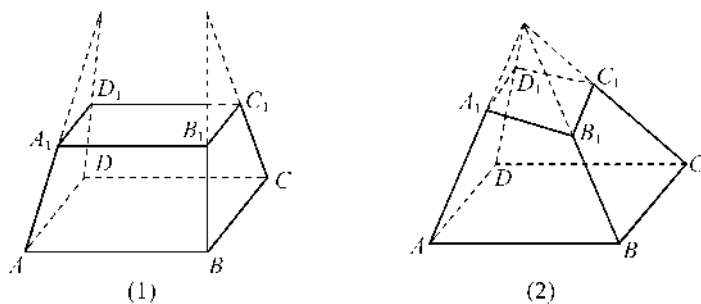
5. 展开方法的应用.

当涉及到棱柱、棱锥、棱台中截面的周长的最值问题时,通常用“展开法”(将表面展开成平面图形).

二、典型例题

1. 有关概念、性质的应用

【例 1】 判断下列两图所示的几何体 $A_1B_1C_1D_1 - ABCD$ 是不是棱台,为什么?



【解】 以上两图均不是棱台.

图(1)中 AA_1 与 DD_1 的交点,与 BB_1 与 CC_1 的交点不重合,所以这个几何体不是由锥体截得,故不是棱台;

图(2)中面 $ABCD$ 与面 $A_1B_1C_1D_1$ 不平行,故也不是棱台.

【例 2】 (1) 关于棱柱的性质说法不正确的是().

(A) 侧棱都相等,侧面都是平行四边形



(B) 两个底面与平行于底面的截面是全等的多边形

(C) 过不相邻的两条侧棱的截面是平行四边形

(D) 棱都相等,侧面都是平行四边形

(2) 已知下列四个命题:

① 棱台的侧棱延长后必交于一点;

② 上、下底面为相似的正多边形的棱台一定是正棱台;

③ 棱台的上、下底面边长之比等于棱台的高与截得此棱台的棱锥的高的比;

④ 棱台的中截面面积等于上、下底面积之和的一半.

其中正确命题的个数是().

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

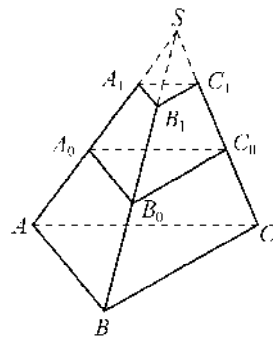
【解】 (1) D, (2) A.

【分析】 (1) 说法不正确的是(D). 棱柱的棱包括侧棱与底面的边,而底面的边与侧棱不一定相等,所以(D)不正确.

(2) 仅有命题①是正确的,从而选(A).

对于命题④,若设棱台的中截面面积为 S_0 ,上底面面积为 S_1 ,下底面面积为 S_2 ,则正确的结论应是 $\sqrt{S_0} = \frac{\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2}}{2}$. 证明时用到“还台为锥”的方法,过程如下:

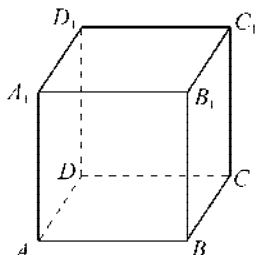
如图,因为 $\frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_0}} = \frac{SC_1}{SC_0}$, $\frac{\sqrt{S_2}}{\sqrt{S_0}} = \frac{SC}{SC_0}$, 所以 $\frac{\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2}}{\sqrt{S_0}} = \frac{SC_1 + SC}{SC_0} = \frac{SC_1 + SC_1 + 2C_1C_0}{SC_0} = \frac{2SC_0}{SC_0} = 2$. 故有 $\sqrt{S_0} = \frac{\sqrt{S_1} + \sqrt{S_2}}{2}$.



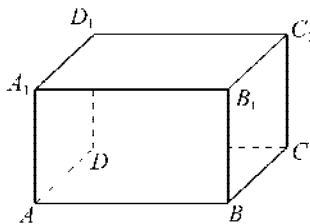
2. “展开”法的应用

【例 3】 (1) 如图,一个救援机器人要沿着一个正方体形建筑物的表面,从点 A 出发到 C_1 ,已知这个正方体的棱长为 1,求最短线路长.

(2) 如图,一个救援机器人要沿着一个长方体形建筑物的表面,从点 A 出发到 C_1 ,已知在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 3, AD = 4, AB = 5$,求最短线路长.



(1)



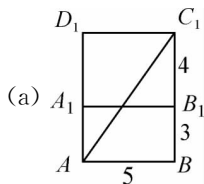
(2)



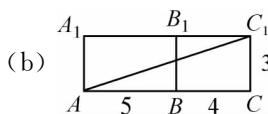
【解】 (1) 无论怎样展开, A, C_1 两点必在两个正方形拼成的矩形的对顶点上(如右图), 所以最短线路长 $AC_1 =$

$$\sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}.$$

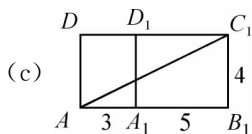
(2) 可分三类展开:



$$|AC_1| = \sqrt{(3+4)^2 + 5^2} = \sqrt{74};$$



$$|AC_1| = \sqrt{(5+4)^2 + 3^2} = 3\sqrt{10};$$



$$|AC_1| = \sqrt{(3+5)^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}.$$

所以最短线路长为 $\sqrt{74}$.

3. 有关计算问题

【例 4】 (1) 若长方体的对角线长为 $\sqrt{70}$, 有公共顶点的三条棱长之和为 14, 求长方体的表面积.

(2) 已知正三棱台上、下底面的边长和侧棱长分别是 a, b, c , 求这个棱台的高和斜高.

【解】 (1) 设长方体长、宽、高分别为 a, b, c , 则

$$\begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 70, & \text{①} \\ a + b + c = 14. & \text{②} \end{cases}$$

②² - ① 得:

$$2(ab + ac + bc) = 126,$$

故

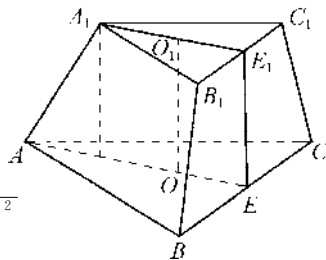
$$S = 126.$$

(2) 如图, 因为 $OA = \frac{\sqrt{3}}{3}b, OE = \frac{\sqrt{3}}{6}b, O_1A_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}a,$

$O_1E_1 = \frac{\sqrt{3}}{6}a$, 所以

$$\begin{aligned} \text{棱台的高 } OO_1 &= \sqrt{AA_1^2 - (OA - O_1A_1)^2} \\ &= \frac{1}{3} \sqrt{9c^2 - 3(b-a)^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{棱台的斜高 } EE_1 &= \sqrt{OO_1^2 + (OE - O_1E_1)^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{4c^2 - (b-a)^2}. \end{aligned}$$



1. (2005 年全国 II 理 12) 将半径都为 1 的 4 个钢球完全装入形状为正四面体的容器里,这个正四面体的高的最小值为().

(A) $\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{3}$

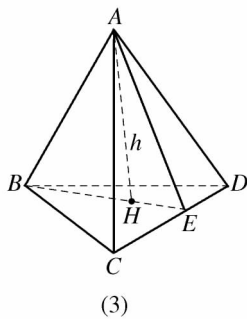
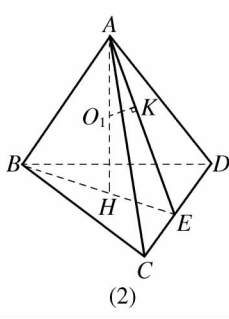
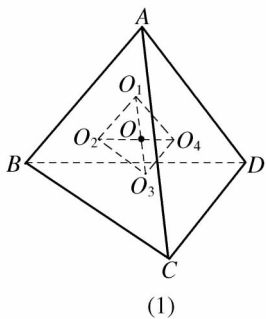
(B) $2+\frac{2\sqrt{6}}{3}$

(C) $4+\frac{2\sqrt{6}}{3}$

(D) $\frac{4\sqrt{3}+2\sqrt{6}}{3}$

【解】 C.

【分析】 (方法一) 设此正四面体 $A-BCD$ 边长为 a , 4 个钢球球心分别为 O_1, O_2, O_3, O_4 , 则易知四面体 $O_1-O_2O_3O_4$ 是边长为 2 的正四面体, 其高为 $\frac{2}{3}\sqrt{6}$ (见说明). 平面 $O_2O_3O_4$ 到平面 BCD 的距离为 1, 如图(1). 又设点 A 在底面上的射影点为 H , BH 交 CD 于 E , 则 O_1 在 AH 上, 球 O_1 与面 ACD 的切点在 AE 上, 记为 K . 如图(2).



因为 $\triangle AO_1K \sim \triangle AEH$, $O_1K = 1$, $AE = \frac{\sqrt{3}}{2}a$, $EH = \frac{\sqrt{3}}{6}a$, 所以 $AO_1 = \frac{AE}{EH}$.

$O_1K = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{\frac{\sqrt{3}}{6}a} \cdot 1 = 3$. 故所求这个正四面体的高的最小值为 $\frac{2}{3}\sqrt{6} + 1 + 3 = 4 + \frac{2}{3}\sqrt{6}$.

【说明】 棱长为 a 的正四面体的高 h 的计算可有多种方法:

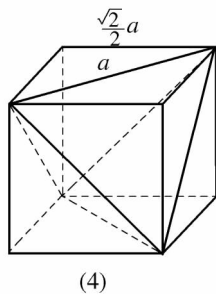
(1) 截面法: 如图(3), $AE = BE = 3HE$, 由勾股定理知: $h = 2\sqrt{2}HE = 2\sqrt{2} \times \frac{1}{3} \times$

$\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{6}}{3}a$.

(2) 体积法: $V = \frac{1}{3}hS = \frac{1}{3}h \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \dots \textcircled{1}$, 又正四面体的体积

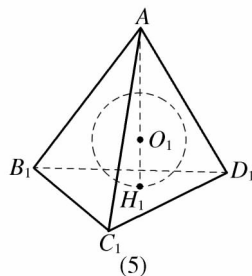
等于其外接正方体体积的 $\frac{1}{3}$, 其外接正方体的棱长是 $\frac{\sqrt{2}}{2}a$ (如图

(4)), 故 $V = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^3 \dots \textcircled{2}$.



由①、②知: $h = \frac{\sqrt{6}}{3}a$.

(方法二) 如方法一所述, $h = \frac{2\sqrt{6}}{3} + 1 + O_1A$. 考察球 O_1 的外切正四面体 $AB_1C_1D_1$, 设其体积为 V_1 , 高为 $AH_1 = h_1$, 底面积为 S_1 , 球 O_1 的半径为 1, 如图(5), 则 $V = \frac{1}{3}h_1S_1$, 又 $V = 4 \cdot \frac{1}{3}S_1$. 故 $h_1 = 4$, 即 $AH_1 = 4$, 因此 $O_1A = AH_1 - OH_1 = 4 - 1 = 3$. 所以 $h = \frac{2\sqrt{6}}{3} + 1 + 3 = 4 + \frac{2}{3}\sqrt{6}$.



(方法三) 四面体 $O_1O_2O_3O_4$ 与正四面体 $ABCD$ 的四个面对应平行且距离为 1, 关于它们的公共中心 O 位似. (设对应点为 P 与 P' , 则 $\overrightarrow{OP} = k\overrightarrow{OP'}$, k 为定值.) 作 $OH \perp$ 面 $O_1O_2O_3$ 交面 $O_1O_2O_3$ 于 R , 交面 ABC 于 R' , 则 OR 即四面体 $O_1O_2O_3O_4$ 之内切球半径 r , $OR' = r + 1$.

在四面体 $O_1O_2O_3O_4$ 中, 设其高为 h , 则 $h = \frac{2\sqrt{6}}{3}$ 且 $h = 4r$, 则所求四面体的高 $h' = h \times \frac{OR'}{OR} = h \times \frac{r+1}{r} = 4(r+1) = 4\left(\frac{h}{4} + 1\right) = h + 4 = \frac{2\sqrt{6}}{3} + 4$.

2. (2005 年全国 II 文理 16) 下面是关于三棱锥的四个命题:

- ① 底面是等边三角形, 侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥.
- ② 底面是等边三角形, 侧面都是等腰三角形的三棱锥是正三棱锥.
- ③ 底面是等边三角形, 侧面的面积都相等的三棱锥是正三棱锥.
- ④ 侧棱与底面所成的角相等, 且侧面与底面所成的二面角都相等的三棱锥是正三棱锥.

其中, 真命题的编号是 _____. (写出所有真命题的编号)

【解】 ①④

【分析】 对①, 侧面与底面所成的二面角都相等, 则顶点在底面上的射影为底面三角形的内心, 又底面为等边三角形, 所以顶点在底面上的射影为底面三角形的中心, 故①真.

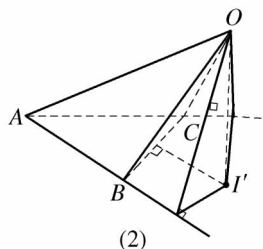
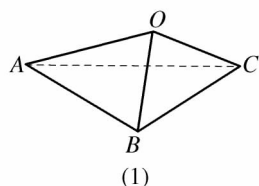
对②, 若三个侧面中有两个等腰三角形(非正三角形)的底边是第三个侧面的两个腰, 如图(1), $AB = BC = CA = OA = 2$, $OB = OC = 1.5$, 则 $O-ABC$ 不是正三棱锥. 故②假.

对③, 三侧面的高相等, 故顶点在底面上的射影到底面的三边距离相等, 故为底面三角形的内心或旁心. 当顶点在底面上的射影是底面三角形的旁心时, (如图(2), I' 是正三角形 $\triangle ABC$ 的旁心, $OI' \perp$ 平面 ABC .) 则棱锥不是正三棱锥, 故③假.

对④, 则侧棱与底面所成的角相等可知, 顶点在底面上的射影点为底面三角形的外心; 又由侧面与底面所成的二面角都相等可知, 顶点在底面上的射影点为底面三角形的内

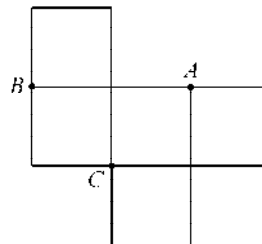


心. 故底面三角形的内外心重合, 所以底面是正三角形且顶点在底面上的射影点是底面三角形的中心. 此三棱锥为正三棱锥. 故④真.



三、基础训练

- 下列命题中正确的是().
 (A) 四棱柱是平行六面体 (B) 直平行六面体是长方体
 (C) 六个面都是矩形的六面体是长方体 (D) 底面是矩形的四棱柱是长方体
- 下列命题中正确的是().
 (A) 有一个侧面是矩形的棱柱是直棱柱
 (B) 有两个侧面是矩形的棱柱是直棱柱
 (C) 有相邻两个侧面是矩形的棱柱是直棱柱
 (D) 底面是正多边形的棱柱是直棱柱
- 下列命题中正确的是().
 (A) 各侧面都是矩形的棱柱是长方体
 (B) 若正棱锥的底面边长与侧棱长相等, 则该棱锥一定不是正六棱锥
 (C) 各侧面都是等腰三角形的四棱锥是正四棱锥
 (D) 有两个面互相平行, 其余四个面都是等腰梯形的六面体是正四面体
- 棱长都为 1 的正三棱锥的表面积是().
 (A) $\sqrt{3}$ (B) 2 (C) 3 (D) $\frac{3}{4}\sqrt{3}$
- 已知棱台的上、下底面积之比为 1 : 2, 棱台的高为 6 cm, 则截得此棱台的棱锥的高是().
 (A) $6\sqrt{2}$ cm (B) $3\sqrt{2}$ cm
 (C) $12+6\sqrt{2}$ cm (D) 12 cm
- 一个无盖的正方体盒子展开后的平面图如图所示, A、B、C 是展开图上的三点, 则在正方体盒子中, $\angle ABC$ 的大小为().
 (A) 60° (B) 90°
 (C) 30° (D) 45°
- 长方体的全面积是 11, 所有棱长度之和为 24, 则这个长方体的一条对角线长是_____.



(第 6 题)

