

美国有个叫摩根的人,善于导引学生学习,把教材内容设计成一个个问题,让学生试着去做,结果学生不仅学得好而且乐意学,后来他竟成为美国著名的教育家。近年来“洋思中学”的名字几乎响彻了中国大地,在这个学校,老师将课本知识转化成问题,让学生通过解决问题来掌握知识,形成能力,取得了较好的教学。这里,我们不想去探究摩根的教育思想和洋思的课改经验,但却悟出了一个浅显而又深刻的道理:那就是学生自己思索得出的东西,比老师直接灌输的东西印象要深刻得多,效果要好得多。

目前围绕新课标教材编写的教辅书,可算的上琳琅满目,但内容方面却大同小异,真正“编”出特色和新意的并不多见。教辅书就如同一个身边的老师,他能告诉你问题的结果、答题的步骤、解题的思路和方法,帮助你理解知识、学会运用、提升能力。但这也和老师上课一样,不同的授课方式,上课效果是不同的。好的授课方式能使你记忆犹新,轻松乐学,事半功倍。基于这种思考,我们深入研究了最新的课改方向和高考动态,汇集了最先进的教研成果及课标教材使用情况,全力打造出一套完全体现新课标理念,透彻解读高中新课标教材,重在培养学生学科素养和学习能力的全新式助学用书——**导学大课堂新课标版**。

本丛书按照“教材内容问题化,基本知识能力化”的编写思路,将“导学”与“学案”特点并重凸显,力图体现这样的理念:一是立足于学生自主学习、自主探索,以学案方式将教材内容问题化,通过一系列问题的解决使学生的学习能力得到升华;二是重在方法立说和学法指导,目的是教会学生学习——会读、会记、会想(思)、会练(做),最终达到会考的目的。丛书主体栏目在对教材内容的处理上,采用大量的图表、材料、网络等,设计情景问题,注重形式创新,并采用大单元、小课时(或节)的编写模式,做到与课堂教学同步,起到堂堂达标、单元过关的作用。

本丛书具有以下特点：

深入挖掘教材的基础知识和基本能力点，并梳理知识间的内在联系，使零散、孤立的知识交汇，编制成具有系统性、条理性的网络结构，便于学生学习、记忆、检索、提取和应用。

丛书内容及难度贴近学生的实际水平，贴近学生的经验和心理。各科内容以本学科为核心，将触角伸向其他学科和现实社会，联系当前生产和生活实际，拓宽学生的认知领域和思维空间，挖掘知识技能并激活潜在的智力因素。

本丛书遵循由浅入深、由易到难的原则，例题和练习题设置合理、注重梯度，能够兼顾不同层面和水平的学生，既让一般学力水平的“吃好”，又能使学有余力的“吃饱”。尊重个体，照顾差异，是现代教育理念下人本思想的一个重要体现。

各科既遵循统一的设计思想和编写理念，又在突出核心栏目的基础上彰显学科特点，在栏目组合、体例设置、布局谋篇上形成各自独特的风格，使九科分册异彩纷呈、百花争妍，又自然和谐地组成一个有机的整体。

总之，本丛书以超前的理念、创新的品质、高效的策略、实用的价值，引领广大师生进入学习的最佳境界。也许当您用过这本书后才会知道：原来学习竟可以这样轻松、有趣！

诚然，我们还不成熟，我们正在成长；因为成长，我们才具有生命力！因为成长，才更需要大家的呵护！请把您使用过程中发现的欠缺和不足记录下来，告诉我们，我们会虚心倾听，努力改进。请记住，您的意见对我们很重要噢。

编 者
2006 年 1 月

第一章 算法初步	1
1.1 算法与程序框图	1
1.1.1 算法的概念	1
1.1.2 程序框图	3
1.2 基本算法语句	6
1.2.1 ~ 1.2.2 输入、输出、赋值、条件语句	6
1.2.3 循环语句	10
1.3 算方案例	14
第二章 统计	22
2.1 随机抽样	22
2.2 用样本估计总体	27
2.2.1 用样本的频率分布估计总体分布	27
2.2.2 用样本的数字特征估计总体的数字特征	31
2.3 变量间的相关关系	35
第三章 概 率	42
3.1 随机事件的概率	42
3.1.1 ~ 3.1.2 随机事件的概率、概率的意义	42
3.1.3 概率的基本性质	45
3.2 古典概型	48
3.3 几何概型	50
模块综合测评 (一)	56
模块综合测评 (二)	59
模块综合测评 (三)	63
模块综合测评 (四)	67

第一章 算法初步

本章要览

目标导航

1. 通过对解决具体问题过程与步骤的分析(如二元一次方程组求解等问题),体会算法思想,了解算法含义,能用自然语言描述解决具体问题的算法.
2. 通过模仿、操作、探索、经历通过设计流程图表达解决问题的过程. 在具体问题的解决过程中,理解流程图的三种基本逻辑结构——顺序结构、条件结构、循环结构.
3. 经历将具体问题的流程图转化为伪代码的过程,理解几种基本的算法语句——输入语句、输出语句、赋值语句、条件语句、循环语句,进一步体会算法的基本思想.
4. 通过阅读古代数学中的算法案例,体会中国古代数学对世界数学发展的贡献.

内容提要

算法思想是现代入应具备的一种数学素养.

本章主要介绍了算法、程序框图、算法语句三大块内容. 教科书从二元一次方程组的求解过程出发,引出算法的描述性的定义及算法的主要特征. 而程序框图能够更加直观、清楚地描述算法步骤,程序框图包括三种基本的逻辑结构,教材分别用简单的例子对三种结构作了详细地阐述. 用算法语句描述算法是用计算机解决问题的前提条件,一般的操作顺序是先设计算法,接着用程序框图表示算法,然后将程序框图转化为算法语句. 经典的算法案例有助于学生深入理解算法的特征和进一步体会算法的思想.

1.1 算法与程序框图

1.1.1 算法的概念



案例探究

一个人带三只狼和三只羚羊过河. 只有一条船,同船可以容一个人和两只动物. 没有人在的时候,如果狼的数量不少于羚羊的数量就会吃羚羊. 问如何安全渡河呢?

这是一个设计算法的问题.



自学导引

通过对解决具体问题过程与步骤的分析(如二元一次方程组求解等问题),体会算法的思想,

了解算法的含义.

1. 在数学中,现代意义上的“算法”通常指:

2. 算法的程序或步骤应具有 _____、
_____ 和 _____.



疑难剖析

【例 1】任意给定两个实数,设计一个算法判断它们的平方的大小关系.

算法分析 设任意给定两个实数 a, b , 要比较 a^2 与 b^2 的大小关系,只需要比较 $a^2 - b^2$ 与 0 的大小关系

第一步 任意给定两个实数 a, b .

第二步 计算 $a^2 - b^2$ 的值.

第三步 若 $a^2 - b^2 < 0$, 则 $a^2 < b^2$;

若 $a^2 - b^2 = 0$, 则 $a^2 = b^2$;

第一章 算法初步

若 $a^2 - b^2 > 0$, 则 $a^2 > b^2$.

思维启示 写一个具体问题的算法, 必须给出明确而有效的步骤, 并能在有限步之内完成.

【例2】 有一批大小不等, 形状相同的工艺品, 下部是一个正方体, 上部是一个球体, 且正方体的边长是球的半径的2倍, 现在要求工艺品的体积不超过 100 cm^3 , 请设计一个算法, 检验工艺品是否合格.

算法分析 先测出正方体的边长 a , 再计算出工艺品的体积 V , 最后与 100 cm^3 比较, 即可判断工艺品是否合格.

第一步 测出正方体的边长 $a \text{ cm}$, 则球的半径为 $\frac{a}{2} \text{ cm}$.

第二步 计算出体积:

$$V = a^3 + \frac{4}{3} \pi \times \left(\frac{a}{2}\right)^3 = a^3 + \frac{1}{6} \pi a^3 \text{ cm}^3.$$

第三步 若 $V \leq 100$, 则工艺品合格; 否则, 工艺品不合格.

思维启示 此算法是一个判断每一个工艺品是否合格的程序化方法, 这就像做石膏雕塑时向模具里灌石膏一样. 通过此例, 可以很好地体会算法思想.



拓展迁移

【拓展点】 设计一个求解一般二元一次方程组的算法.

设一般的二元一次方程组为:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1, & \text{①} \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2. & \text{②} \end{cases}$$

说明 x_1, x_2 是方程组的两个未知数, a_{11} 表示方程组中的第一个方程第一个未知数 x_1 的系数, a_{12} 表示方程组中第一个方程第二个未知数 x_2 的系数, a_{21} 表示方程组中第二个方程第一个未知数 x_1 的系数, a_{22} 表示方程组中第二个方程第二个未知数 x_2 的系数, b_1 表示第一个方程的常数项, b_2 表示第二个方程的常数项.

算法分析 因为是二元一次方程组, 所以方程组中 a_{11}, a_{21} 不能同时为0.

第一步 假定 $a_{11} \neq 0$ (如果 $a_{11} = 0$, 可将第一个方程与第二个方程互换).

$$\text{①} \times \left(-\frac{a_{21}}{a_{11}}\right) + \text{②}, \text{得到:}$$

$$\left(a_{22} - \frac{a_{21}a_{12}}{a_{11}}\right)x_2 = b_2 - \frac{a_{21}b_1}{a_{11}}, \text{即方程组可}$$

化为:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1, & \text{③} \\ \left(a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}\right)x_2 = a_{11}b_2 - a_{21}b_1. & \text{④} \end{cases}$$

第二步 如果 $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} \neq 0$, 解方程④

$$\text{得到 } x_2 = \frac{a_{11}b_2 - a_{21}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}, \quad \text{⑤}$$

第三步 将⑤代入③, 整理得到:

$$x_1 = \frac{a_{22}b_1 - a_{12}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}. \quad \text{⑥}$$

第四步 输出结果 x_1, x_2 (如果 $a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12} = 0$, 则从④可以看出, 方程组无解或有无穷多组解).

关于算法的体会:

(1) 写出的算法, 必须能解决一类问题 (例如解任一个二元一次方程组), 并且能重复使用;

(2) 算法过程要能一步一步执行, 每一步执行的操作, 必须确切, 不能含混不清, 而且经过有限步后能得出结果.



自我检测

基础达标

- 下列对算法的理解不正确的是 ()
A. 一个算法应包含有限的操作步骤, 而不能是无限的
B. 算法的每一个步骤都应当是确定的
C. 算法的每一个步骤都应当能有效地执行, 并得到确定的结果.
D. 一个问题只能设计出一种算法

答案 D

- 计算下列各式中的 S 的值, 能设计算法求解的是 ()
① $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 100$ ② $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 100 + \cdots$ ③ $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + n$ ($n \geq 1$ 且 $n \in \mathbb{N}$)
A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

答案 B

- 设计一个算法, 将 70 分解成因数的乘积.
算法分析: (1) 若 70 是素数, 则分解结束.
(2) 若 70 不是素数, 则确定 70 的最小素因数 2, 得 $70 = 2 \times 35$.
(3) 若 35 是素数, 则分解结束; 否则, 重复 (2) 的过程;
(4) $70 = 2 \times 5 \times 7$.

更上一层楼

- 设计一个算法, 求已知三边为 a, b, c 的三角形中 c 边上的高线长.

解: (1) 计算三角形半周长 $p = \frac{a+b+c}{2}$;

(2) 求三角形面积

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)};$$

(3) 求高线长 $h_c = \frac{2S}{c}$.

5. 已知直角坐标系中的两点 A(1,0), B(-3,2), 写出求直线 AB 的方程的一个算法.

解: (1) 求直线 AB 的斜率 $k = \frac{2-0}{-3-1} = -\frac{1}{2}$;

(2) 用点斜式写出直线 AB 的方程, 得 $y = -\frac{1}{2}(x-1)$.

6. 设计一个算法, 求圆外一点到该圆的切线长.

解: (1) 求圆心与该点之间的距离 d ;

(2) 利用勾股定理, 计算切线长 $l = \sqrt{d^2 - r^2}$.

7. 一把石子, 3 个 3 个地数, 最后余下 2 个; 5 个 5 个地数, 最后余下 3 个; 7 个 7 个地数, 最后余下 4 个. 请设计一个算法, 求出这把石子至少有多少个.

解: (1) 首先确定最小的除以 7 余 4 的正整数 4;

(2) 依次加上 7 就得到所有除以 7 余 4 的正整数 4, 11, 18, 25, 32, 39, 46, 53, 60, ...

(3) 在第 (2) 步得到的一系列数中确定最小的除以 5 余 3 的正整数 18;

(4) 然后依次加上 35, 得到 18, 53, 88, ...

(5) 在第 (4) 步中得到的一系列数中找出最小的满足除以 3 余 2 的正整数 53.

8. 设计一个算法, 用二分法求方程 $\ln x + 2x - 6 = 0$ 的根 (精确度为 0.01).

算法分析: 由于函数 $f(x) = \ln x + 2x - 6$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调递增函数, 且 $f(2) < 0$, $f(3) > 0$, 所以方程 $\ln x + 2x - 6 = 0$ 只有一根, 且在 $(2, 3)$ 内, 步骤如下:

第一步: 令 $f(x) = \ln x + 2x - 6$, 因为 $f(2) < 0$, $f(3) > 0$, 所以设 $x_1 = 2$, $x_3 = 3$.

第二步: 令 $m = \frac{x_1 + x_3}{2}$, 判断 $f(m)$ 是否为 0. 若是, 则 m 为所求; 否则, 则继续判断 $f(x_1) \cdot f(m)$ 大于 0 还是小于 0.

第三步: 若 $f(x_1) \cdot f(m) > 0$, 则令 $x_1 = m$; 否则, 令 $x_3 = m$.

第四步: 判断 $|x_1 - x_3| < 0.01$ 是否成立? 若是, 则 x_1, x_3 之间的任意取值均为满足条件的近似根; 若否, 则返回第二步.

1.1.2 程序框图



案例探究

日常生活中, 地图能让我们更直观地了解某地的地形、地理位置.

同样, 图形可以使算法的程序或步骤表达得

更加直观. 表示算法的图形叫做程序框图.

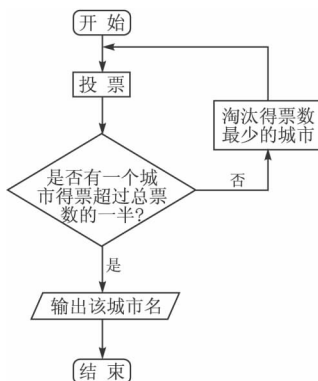
例如, 北京获得了 2008 年第 29 届奥林匹克运动会主办权. 国际奥委会是通过预选出的 5 个申办城市进行表决而决定主办权的. 表决的操作程序是: 首先进行第一轮投票, 如果一个城市得票超过总票数的一半, 那么该市将获得举办权. 如果所有申办城市得票数都不超过总票数的一半, 则将得票最少的城市淘汰, 然后重复上述过程, 直到选出一个申办城市为止. 请设计一个算法表述上面过程, 并画出程序框图.

解 算法: (1) 投票;

(2) 统计票数, 如果有一个城市得票超过总票数的一半, 那么该城市就获得主办权. 否则淘汰得票数最少的城市, 转 (1);

(3) 宣布主办城市.

程序框图:



自学导引

通过模仿、操作、探索、经历通过设计程序框图表达解决问题的过程. 在具体问题的解决过程中, 理解程序框图的三种基本逻辑结构: 顺序、结构、条件结构和循环结构.

1. 程序框图又称 _____, 是一种用规定的 _____ 及 _____ 来准确、直观地表示算法的图形.

2. 通常, 程序框图由 _____ 和 _____ 组成.

3. 基本的程序框有 _____、_____、_____.

4. 基本逻辑结构有 _____、_____ 和 _____.



疑难剖析

【例 1】输入 3 个数 a, b, c , 要求输出最大值. 设计一个算法, 并画出流程图.

第一章 算法初步

算法分析 先比较 2 个数,取其中大者与第三个数比较得出较大者为最大数,记为 max.

步骤如下:

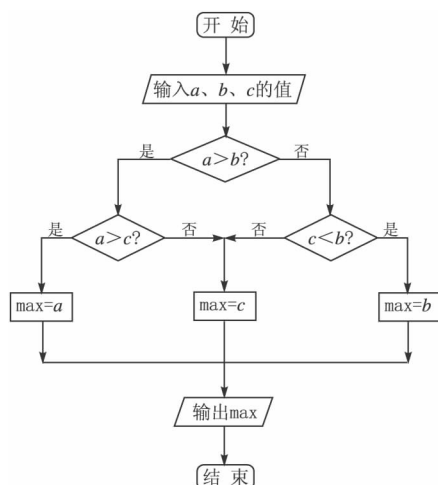
第一步 输入 a、b、c.

第二步 比较 a、b. 若 $a > b$, 则执行第三步 否则, 执行第四步.

第三步 比较 a 与 c. 若 $a > c$, 则输出最大数 $\max = a$ 否则输出最大数 $\max = c$.

第四步 比较 b 与 c, 若 $b > c$, 则输出最大数 $\max = b$ 否则, 输出最大数 $\max = c$.

流程图:

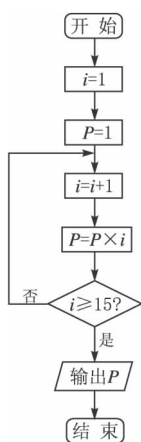


思维启示 自然语言与流程图是表示算法的两种方法,显然流程图更直观、更准确.此算法中包含了顺序和条件两种结构,注意其中条件结构的嵌套(条件分支中含有条件结构)的使用.

【例 2】设计一个算法求 $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 15$.

算法分析 只需要一个累乘变量 P 和一个计数变量 i, 将 P 的初值设为 1, i 从 1 到 15.

流程图:



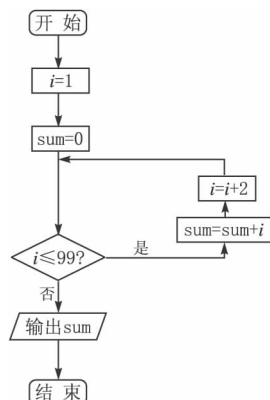
思维启示 当算法需要反复执行某一步骤时, 就应选择循环结构. 实现循环的方法通常是结合条件对一个起循环作用的计数变量反复赋值.



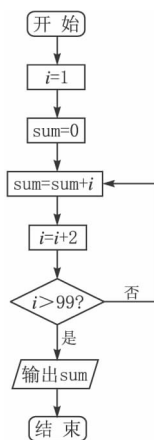
拓展迁移

【拓展点】根据对条件的不同处理,循环结构分别为当型(While 型)和直斜型(Until 型). 如:

求 $1 + 3 + \cdots + 99$ 的值的程序框图为:



(1) While 型循环;



(2) Until 型循环.

说明:(1) 循环体为 $i = i + 2$ 及 $\text{sum} = \text{sum} + i$;

(2) “While 型循环”控制循环的条件是 $i \leq 99$, 在每次执行循环体前先对控制此循环的条件进行判断, 当条件满足时执行循环体, 不满足则停止;

(3) “Until 型循环”控制循环的条件是 $i > 99$, 在执行了一次循环之后, 对控制此循环的条件进行判断, 当条件不满足时执行循环体, 满足则停止.



自我检测

基础达标

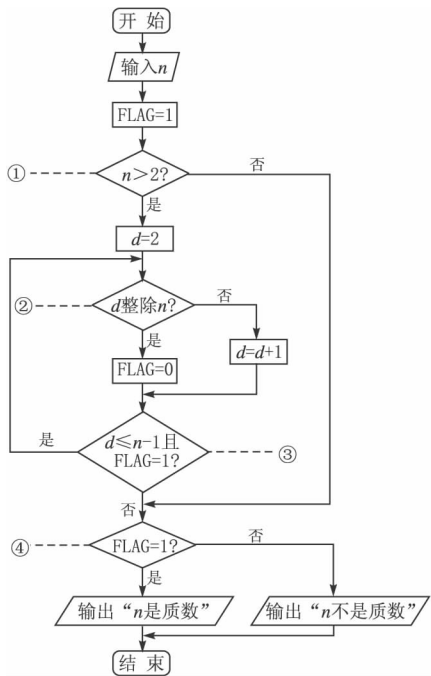
1. 流程图是描述_____的常用工具…… ()
- A. 程序 B. 算法
C. 数据结构 D. 计算规则

答案 B

2. 下列关于基本逻辑结构的说法中正确的是 ()
- A. 一个算法一定含有顺序结构
 - B. 一个算法一定含有条件结构
 - C. 一个算法一定含有循环结构
 - D. 以上说法都不对

答案 A

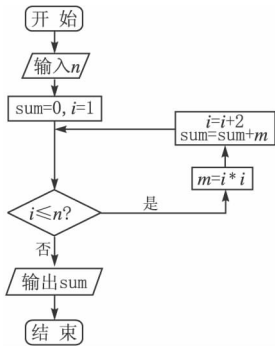
3. 下面是判断一个大于 1 的整数 n 是否为质数的流程图,读图并完成下列题目:
程序框图:



- (1) 若输入的整数 n 为 20,则程序“结束”时, d 的值为_____, $FLAG$ 的值为_____.
- (2) 若不执行判断框③,则输入的整数 n 一定为_____.
- (3) 不管输入整数 n 是多少,一定执行的判断框为 _____ ()
- A. ①② B. ①③ C. ①④ D. ②③

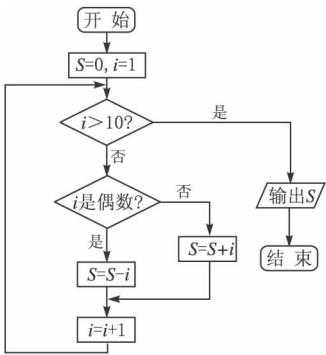
答案:(1) 2 0 (2) 2 (3) C

4. 根据算法的程序框图,当输入 $n=6$ 时,输出的结果是 _____ ()
- A. 35 B. 84 C. 49 D. 25



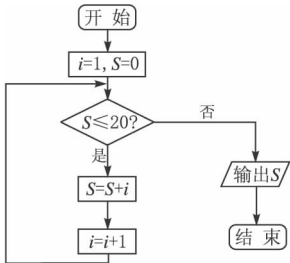
答案 A

5. 阅读下面的程序框图并判断运行结果为… ()
- A. 55 B. - 55 C. 5 D. - 5



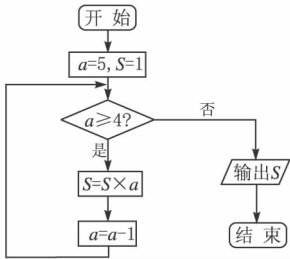
答案 D

6. 下面给出的程序框图的运行结果是_____.



答案 21

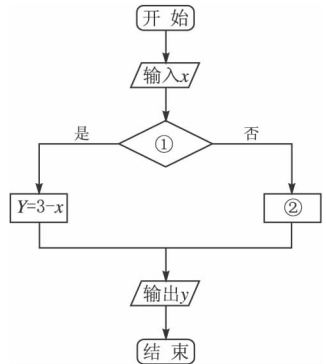
7. 下面给出的程序框图运行的结果为_____.



答案 20

● 更上一层楼

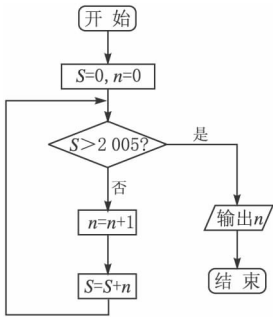
8. 已知函数 $f(x) = |x - 3|$,程序框图表示的是给定 x 的值,求其相应函数值的算法,请将该程序框图补充完整,其中①处填_____,②处填_____.



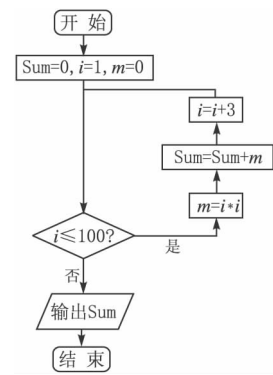
第一章 算法初步

答案 $x \leq 3 \quad y = x - 3$

9. 设计算法,求使 $1 + 2 + 3 + \cdots + n > 2\,005$ 成立的最小自然数 n 的值,并画出其程序框图.
答案:



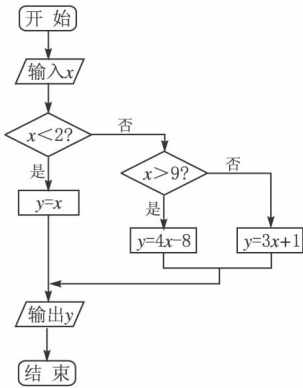
10. 设计一个算法,计算 $1^2 + 4^2 + 7^2 + \cdots + 100^2$ 的值,并画出程序框图.
算法分析 需要一个累加变量、一个计数变量和一个数值平方的变量,将累加变量的初始值设为 0,计数变量的值每次加 3,从 1 到 100.
程序框图:



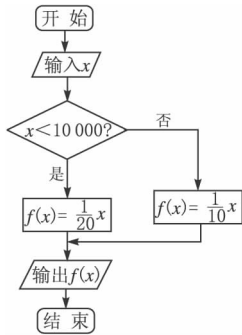
11. 函数 $y = \begin{cases} x, & (x < 2) \\ 3x + 1, & (2 \leq x \leq 9) \\ 4x - 8, & (x > 9) \end{cases}$ 设计一个算法,

当输入 x 的值时,输出相应的函数值,并画出程序框图.
算法分析 需要先对输入的 x 值进行判断,在哪个范围内则进行相应的计算,再求出函数值.

程序框图:



12. 某公司为激励广大员工的积极性,规定:若推销产品价值在 10 000 元之内的年终提成 5%,若推销产品价值在 10 000 元以上(包括 10 000 元),则年终提成 10%,设计一个求公司员工年终提成 $f(x)$ 的算法的程序框图.
解 程序框图:



1.2 基本算法语句

1.2.1 ~ 1.2.2 输入、输出、赋值、条件语句

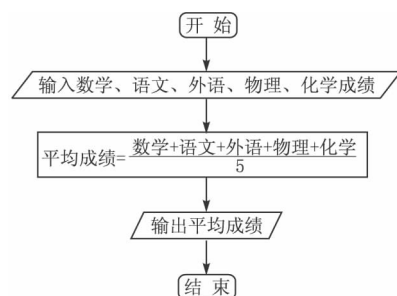


案例探究

计算机完成任何一件任务都需要算法.但是,我们用自然语言或程序框图描述的算法,计算机是无法“理解”的.因此还需要将算法用计算机能

够理解的程序设计语言翻译成计算机程序.
【例 1】某高中期中考试之后统计出了数学、语文、外语、物理、化学五门课程各自的平均分,现在需要计算出这五门课程的平均成绩.
算法分析 算法步骤:
第一步 输入数学、语文、外语、物理、化学的平均成绩分别为 a 、 b 、 c 、 d 、 e .
第二步 通过公式 $m = \frac{1}{5}(a + b + c + d + e)$ 计算平均成绩.
第三步 输出平均成绩 m .

程序框图：



以上算法、程序框图对过程的描述,计算机是无法“读懂”的,还要翻译成计算机语言：

```

Input“数学成绩” a
Input“语文成绩” b
Input“外语成绩” c
Input“物理成绩” d
Input“化学成绩” e
Print“平均成绩” ; (a + b + c + d + e) / 5
End
  
```

只有这样,计算机才能自觉地完成任务。



自学导引

经历将具体问题的程序框图转化为程序语句的过程,理解输入语句、输出语句、赋值语句、条件语句,进一步体会算法的基本思想。

1. 输入语句的格式：_____。
2. 输出语句的格式：_____。
3. 赋值语句的格式：_____。
4. 赋值语句中“=”叫做_____,计算机执行赋值语句时,先计算“=”_____表达式的值,然后把这个值赋给“=”_____的变量。
5. 条件语句表达算法中的_____结构。
6. 条件语句的一般格式是_____, If-then 语句的一般格式是_____。



疑难剖析

【例1】编程求方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的根. a, b, c 由键盘输入,设 $b^2 - 4ac > 0$.

算法分析 由于 $b^2 - 4ac > 0$,所以利用求根公式

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a},$$

选择顺序结构求方程的解. 为了方便,记：

$$p = -\frac{b}{2a}, d = b^2 - 4ac, q = \frac{\sqrt{d}}{2a}.$$

程序：

```

Input“Please input a,b,c = ” a,b,c.
  
```

```

d = b * b - 4 * a * c
p = - b / (2 * a)
q = SQR(d) / (2 * a)
x1 = p + q
x2 = p - q
Print“Two real roots x1 ” x1, “and x2 ” x2
End
  
```

思维启示 写一个顺序结构的算法的程序时,可按照算法执行步骤的先后顺序依次写出对应程序语句,程序语句是有顺序的. 其中, SQR () 是一个求平方根的函数,即 $SQR(d) = \sqrt{d}$.

【例2】读程序,说明程序的结果.

程序：

```

A = 1
A = A + 2
A = A + 3
A = A + 4
A = A + 5
Print“ A = ” A
End
  
```

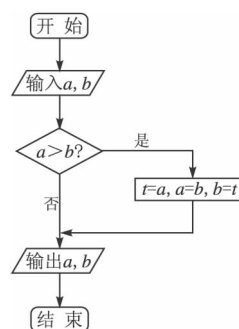
分析 这是一个计算 $1 + 2 + 3 + 4 + 5$ 的值的程序,并把值赋给了 A.

答 程序的结果为 $A = 15$.

思维启示 执行赋值语句时,先计算赋值号右边表达式的值,然后把这个值赋给赋值号左边的变量. 随着程序的逐步执行,变量 A 的值在不断地变化.

【例3】编写程序,输入两个实数,由小到大输出这两个数.

流程图：



程序：

```

Input“a,b = ” a,b
If a > b then
t = a
a = b
b = t
End if
Print a,b
End
  
```

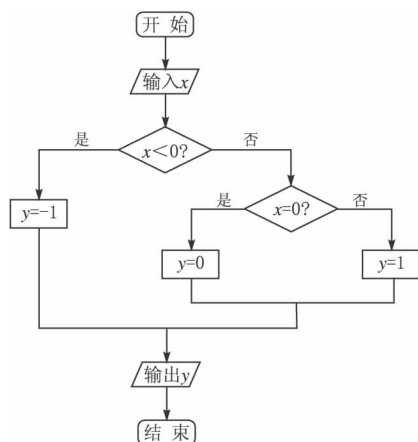
第一章 算法初步

思维启示 排序通常用到条件结构. 若两数不符合所排顺序, 通常是交换两个变量的值. 注意本例中 If-then 语句的使用.

【例 4】有一函数 $y = \begin{cases} -1 & (x < 0), \\ 0 & (x = 0), \\ 1 & (x > 0) \end{cases}$, 编写

程序, 输入一个 x 的值, 输出相应 y 的值.

分析 程序框图:



解 程序:

```
Input x
If x < 0 then
    y = -1
Else
    If x = 0 then
        y = 0
    Else
        y = 1
    End if
End if
Print y
End
```

思维启示 编写程序特别是比较复杂的程序时, 通常是先画流程图, 再根据流程图写出程序. 条件语句可以有多重嵌套, 在多重嵌套时, 应特别注意避免逻辑上的混乱. 另外, 有多重嵌套的条件语句可以用 If-then 结构避免嵌套. 如例 4 还可以用以下程序完成:

```
Input x
If x < 0 then
    y = -1
End if
If x = 0 then
    y = 0
End if
If x > 0 then
    y = 1
End if
```

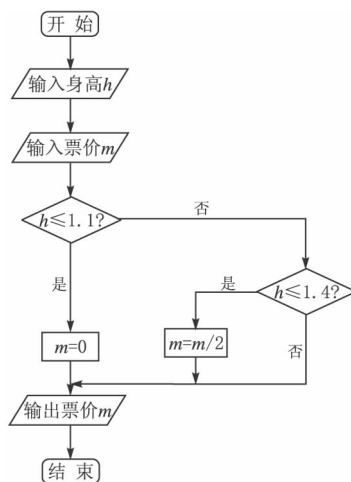
```
Print y
End if
```



拓展迁移

【拓展点】儿童乘坐火车时, 若身高不超过 1.1 m, 则无需购票; 若身高超过 1.1 m 但不超过 1.4 m, 可买半票; 若超过 1.4 m, 应买全票. 试设计一个购票的算法, 写出算法语句, 并画出流程图.

分析 先画出流程图:



解 再写出程序:

```
Input "乘客身高" h
Input "全程票价" m
If h <= 1.1 then
    m = 0
Else
    If h <= 1.4 then
        m = m/2
    End if
End if
Print "实际票价" m
End
```

思维启示 这是算法程序的实际应用, 有了程序就可以让计算机完成某些任务.



自我检测

基础达标

- 输出一个常量 5, 且电脑屏幕显示结果为: $x = 5$, 则该输出语句为: _____.
答案 Print "x = " x
- 利用输入语句可以给多个变量赋值, 下面能实现这一功能的语句是 ()

- A. Input “A,B,C” a,b,c
 B. Input “A,B,C” ;a,b,c
 C. Print “a,b,c”;A,B,C
 D. Print “A,B,C” ;a,b,c

答案 B

3. 下面是将两个数中最大者打印出来的一段程序,请把程序补充完整.

```
Input  “A=  ”;A
Input  “B=  ”;B
max = A
If _____ then
max = B
End if
Print  “The max is ”;max
End
```

答案 B > A

4. 读程序,完成下列题目:

程序:

```
Input  “x=  ”;x
y = x * x + 2 * x
Print  y
End
```

- (1) 若输入“3”,则程序执行的结果为:_____.

- (2) 若程序执行结果为3,则输入的值可能为_____.

答案:(1) 15 (2) 1 或 -3

5. 读如下两个程序,完成下列题目:

程序 I:

```
x = 1
x = x * 2
x = x * 3
Print  x
End
```

程序 II:

```
Input  x
y = x * x + 6
Print  y
End
```

- (1) 程序 I 的运行结果为:_____.

- (2) 若程序 I、II 运行结果相同,则程序 II 输入的值为:_____.

答案:(1) 6 (2) 0

● 更上一层楼

6. 读程序,完成下列题目:

程序:

```
Input  x
If  x > = 1  then
```

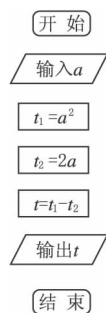
```
y = x + 1
Else
y = 2 * x + 1
End if
Print  y
End
```

- (1) 若执行程序时,没有执行语句 $y = x + 1$,则输入的 x 的范围是_____.

- (2) 若执行结果 y 的值是3,则执行的赋值语句是_____,输入的 x 值是_____.

答案:(1) $x < 1$ (2) $y = x + 1$ 2

7. 根据下面程序框图写出程序:



答案 程序:

```
Input  a
t1 = a * a
t2 = 2 * a
t = t1 - t2
Print  t
End
```

8. 设球的半径 $r = 2$,编写程序求球的体积和表面积. (π 取3)

答案 程序:

```
r = 2
V = 4/3 * 3 * r ^ 3
S = 4 * 3 * r ^ 2
Print  V,S
End
```

9. 编写程序 输入一个数,输出这个数的绝对值的立方.

答案 程序:

```
Input  a
If  a > = 0, then
a = a ^ 3
Else
a = - a ^ 3
End if
Print  a
End
```

10. 编写程序,求方程 $ax + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) 的解.

答案 程序:

第一章 算法初步

```
Input a,b
If a < > 0 then
x = - b/a
Print x
Else
If b=0 then
Print “x 取任意数”
Else
Print “方程无解”
End if
End if
End
```

11. 编写程序,输入一个三位数,把这个数的百分数字和个位数字对调,输出对调后的数.

答案 程序:

```
Input x
If x > 99 and x < = 999 then
a = x mod 10
b = (x - a) mod 100
b = b/10
c = (x - a - b * 10) / 100
x = a * 100 + b * 10 + c
Print x
Else
Print “输入有误!”
End if
End
```

12. 编写程序,对于输入的 x 值,输出相应的 y 值:

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & (x < 0), \\ -3x + 3 & (0 \leq x < 1), \\ -x^2 + 6x - 5 & (x \geq 1). \end{cases}$$

答案 程序:

```
Input x
If x < 0 then
y = x * x + 4 * x + 3
Else
If x > = 0 And x < 1 then
y = - 3 * x + 3
Else
y = - x * x + 6 * x - 5
End if
End if
Print y
End
```

13. 编写程序,对于函数

$$y = \begin{cases} (x+3)^2 & (x < 0), \\ 10 & (x = 0), \\ (x-3)^2 & (x > 0). \end{cases}$$

要求输入 x 值,输出相应的 y 值.

答案 程序:

```
Input x
If x = 0 then
y = 10
Else
If x > 0 then
y = (x - 3) ^ 2
Else
y = (x + 3) ^ 2
End if
End if
Print y
End
```

14. 给出一百分制成绩,要求输出成绩等级:A、B、C. 80 分以上为 A,60 ~ 79 分为 B,60 分以下为 C.

答案 程序:

```
Input x
If x > = 80 then
Print “A”
Else
If x > = 60 And x < = 79 then
Print “B”
Else
Print “C”
End if
End if
End
```

1.2.3 循环语句



案例探究

古代印度国王要褒奖国际象棋的发明者,问他需要什么,他说国王只要在国际象棋的棋盘第一个格子里放一粒麦子,第二个放两粒,第三个格子里放四粒,……一直到第 64 格.国王一开始不以为然,到后来就发现他根本满足不了这个人的要求.那么一个国际象棋棋盘一共能放多少麦粒?请设计一个算法帮国王计算一下.

分析 依题意知,每个格放的麦粒数分别为 $2^0, 2^1, 2^2, \dots, 2^{63}$, 问题转化为求 $1 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63}$ 的和问题. 我们可引入一个累加变量 sum, 一个计数变量 i, 程序可写出如下:

```
i = 0
sum = 0
While i < = 63
sum = sum + 2 ^ i
i = i + 1
```

```
Wend
Print sum
End
```

在这个程序中,我们运用了一个语句“While……Wend”来描述这个循环结构.计算机的这个功能是个非常大的突破,它可以解决人类无法完成的或非常繁琐的计算.

自学导引

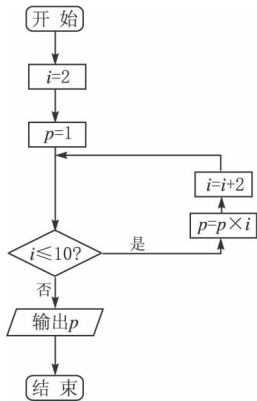
学习目标 经历将具体问题的程序框图转化为程序语句的过程,理解循环语句,进一步体会算法的思想.

- 1. 算法中循环结构是由_____来实现的,包括_____和_____两种语句结构.
- 2. While 语句的一般格式是_____,Until 语句的一般格式是_____.

疑难剖析

【例 1】编写程序,求 $2 \times 4 \times 6 \times \cdots \times 10$.
分析 此题可用循环语句完成.在循环语句中一般会选取一个计数变量用来控制累乘的运算过程和结束循环,选取一个累加变量来存储结果.可以先作出程序框图再写出程序.

解 程序框图



```
程序：
i = 2
P = 1
While i <= 10
P = P * i
i = i + 2
Wend
Print P
End
```

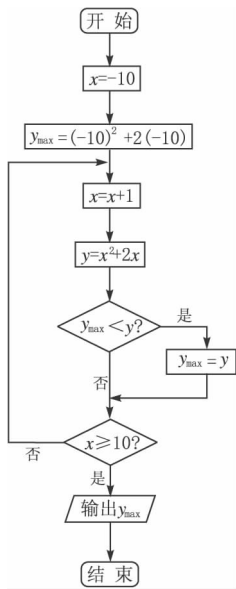
思维启示 While 语句是当条件成立时,就执

行循环体,再回到条件,如此循环往复,直到条件不成立时跳出循环体.

【例 2】已知函数 $y = x^2 + 2x$ ($x \in [-10, 10]$, $x \in \mathbb{Z}$), 编写程序,求该函数的最大值.

分析 具有某种固定运算规律的算法都可以用循环语句写出.此题可以依次算出 $x = -10, -9, -8, \cdots, 10$ 的函数值,并比较大小,求出最大值.

程序框图：



```
程序：
x = - 10
y = (- 10) * (- 10) + 2 * (- 10)
Do
x = x + 1
y_max = x * x + 2 * x
If y_max < y then
y_max = y
End if
Loop until x >= 10
Print y_max
End
```

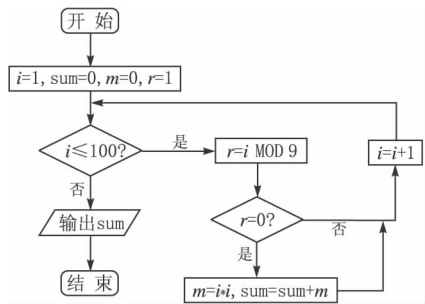
思维启示 Until 语句是直到条件满足时才跳出循环体,否则再回到循环.根据需要,循环体中可包含条件结构或循环结构.写程序时,注意找准循环体由哪些语句组成.

【例 3】设计一个算法,求 $1 \sim 100$ 范围内所有 9 的倍数的平方和,画出程序框图,写出程序.

分析 先对输入的值进行数值范围的判断,然后再判断是不是 9 的倍数,符合条件则进行平方运算,并累加,否则进行递增运算,直到数值范围不符合条件为止.

第一章 算法初步

解 程序框图：



程序：

```
i = 1
sum = 0
m = 0
r = 1
While i <= 100
    r = i MOD 9
    If r = 0 then
        i = i + 1
    Else
        m = i * i
        sum = sum + m
        i = i + 1
    End if
Wend
Print sum
End
```

思维启示 解决一个复杂问题应先找出算法，再写出详细的程序框图，才能比较容易的写出程序。



【拓展点 1】可编程用二分法求解高次方程或超越方程的近似解。

求 $\ln x + 2x - 6 = 0$ 的根 (精确度为 0.01)
分析 由于 $f(x) = \ln x + 2x - 6$ 在 $(0, +\infty)$ 上是单调递增的函数,且 $f(2) < 0, f(3) > 0$,所以 $\ln x + 2x - 6 = 0$ 只有一根,且在 $(2,3)$ 内.以下可参考第二节中程序框图.

程序：

```
x1 = 2
x2 = 3
Do
    y1 = ln x1 + 2 * x1 - 6
    m = (x1 + x2) / 2
    y = ln m + 2 * m - 6
    If y1 * y < 0 then
        x2 = m
    Else
        x1 = m
    End if
Until |y1 - y| < 0.01
```

```
If y1 * y > 0 then
    x1 = m
End if
End if
Loop until ABS (x2 - x1) < 0.01 or y = 0
Print m
End
```

【拓展点 2】可以得到一些数学中有有趣的结论.

求 π 的近似值可用如下公式 $\frac{\pi^2}{6} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots +$

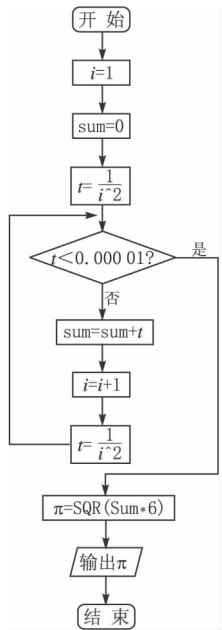
$\frac{1}{n^2}$,直到第 n 项的值小于 0.000 01 为止,最后一项

不计入求和,然后求 π 的近似值,写出程序,并画出程序框图.

分析 可以先将 $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{n^2}$ 逐项累加,

然后用其和 sum 乘以 6 再开方即可,要注意循环终止条件的作用.

解 程序框图



程序：

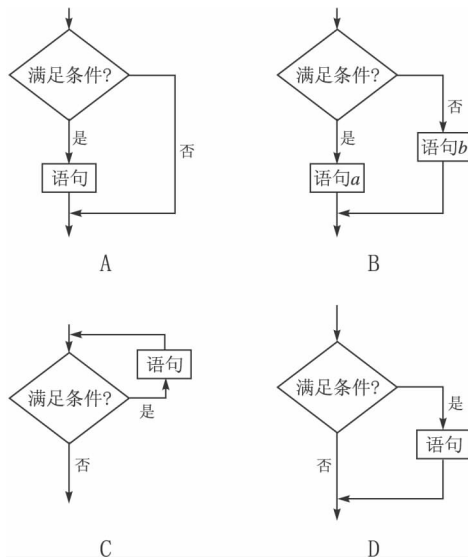
```
i = 1
sum = 0
t = 1 / i ^ 2
While t >= 0.000 01
    sum = sum + t
    i = i + 1
    t = 1 / i ^ 2
Wend
pi = SQR (sum * 6)
Print "pi = " ; pi
End
```



自我检测

● 基础达标

1. 下列所示框图中表示循环结构的是 ()



答案 C

2. 下列程序段的执行结果是 ()

```
sum = 0
i = 2
While i <= 12
sum = sum + i
i = i + 3
Wend
Print sum
End
```

- A. 38 B. 26
C. 11 D. 24

答案 B

3. 下列程序的运行结果是 ()

```
i = 1
sum = 0
While i <= 5
sum = sum + 1/i
i = i + 1
Wend
Print sum
End
```

- A. 2.083 334
B. 2.283 334
C. 2.45
D. 2.592 857

答案 B

● 更上一层楼

4. 将下面的程序补充完整：

```
n = 1
S = 0
t = 1
While n <= 10
t = t * n
_____
n = n + 1
Wend
Print "1! + 2! + 3! + ... + 10! = ";
_____
End
```

答案 S = S + t S

5. 思考 While 型和 Until 型语句的区别, 根据程序段填写运行结果：

sum = 0	sum = 0
Input i	Input i
While i <= 10	Do
sum = sum + i	sum = sum + i
i = i + 1	i = i + 1
Wend	Loop until i > 10
Print sum	Print sum
End	End

运行情况：

输入 11 (回车)

输入 11

输出 55

输出 55

输入 11

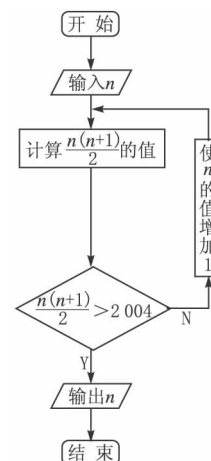
输入 11

输出：_____

输出：_____

答案 11

- 6.



上图输出的是_____

答案 63

1.3 算案例



案例探究

现有 1 克, 2 克, 4 克, 8 克, 16 克的砝码各一枚, 问用天平能称多少种不同重量的物体?

此问题可以用枚举法解决: 1, 2, $1+2=3$, 4, $1+4=5$, $2+4=6$, $1+2+4=7$, $\dots$, $1+2+4+\dots+16=31$, 故可以称 1~31 克共 31 种不同重量的物体. 但枚举法的缺点是显而易见的: 繁琐、易错. 我们可以进一步研究一下此题的更优的算法.

由题设可知, 砝码的克数正好是二进制的各数位的基数的幂 $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4$, 用他们表示的最大数是 $11111(2) = 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1 + 2^0 = 31$, 所以不大于 31 的所有自然数都可以表示, 因此可以称 1~31 克共 31 种不同重量的物体.

从此题可看出, 一个问题算法有多种, 算法之间有优劣, 而这节主要介绍几种经典算法.



自学导引

- 辗转相除法的基本步骤是用_____的数(用变量 m 表示)除以_____的数(用变量 n 表示), 得到除式:_____. 反复执行这一步骤的次数由_____决定.
- 更相减损术的步骤为, 第一步:_____, 第二步:_____.
- 秦九韶算法用于求_____, 算法中反复执行的一个递推公式为_____.
- 排序的两种常用方法是_____.
- 满几进一就是_____, 几进制的_____就是几.
- 把十进制数转化为二进制的数的算法为_____. 把十进制数转化为 K 进制的数的算法为_____.



疑难剖析

【例 1】利用辗转相除法求 7 252 与 5 328 的最大公约数, 并用 basic 语言写出计算机程序.

分析 辗转相除法的主要步骤是: (1) 用小的一个数除大的一个数, 得第一个余数; (2) 用第一个余数除小的一个数, 得第二个余数; (3) 用第二个余数除第一个余数, 得第三个余数; (4) 逐次用

后一个余数去除前一个余数, 直到余数为 0 为止. 那么最后一个除数就是所求的最大公约数.

解 根据上述步骤得:

$$7\,252 = 5\,328 \times 1 + 1\,924$$

$$5\,328 = 1\,924 \times 2 + 1\,480$$

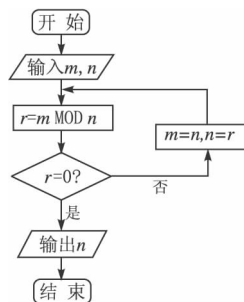
$$1\,924 = 1\,480 \times 1 + 444$$

$$1\,480 = 444 \times 3 + 148$$

$$444 = 148 \times 3 + 0$$

最后得到的除数 148, 即 7 252 与 5 328 的最大公约数为 148.

要写出程序, 先作出程序框图:



程序:

```

Input "m, n = "; m, n
r = m MOD n
While r < > 0
    m = n
    n = r
    r = m MOD n
Wend
Print "最大公约数", n
End
  
```

思维启示 通过例题可以看出这是一个具有反复执行特点的算法, 即其有循环结构, 所以这是一个优秀的可用计算机执行的一个算法.

【例 2】编写程序, 用秦九韶算法计算 n 次多项式 $f(x) = x^n + x^{n-1} + \dots + x + 1$, 当 $x = x_0$ (x_0 是任意实数) 时的值.

分析 根据秦九韶算法, 把多项式改写成如下形式 $f(x) = (\dots((x+1)x+1)x+\dots+1)x+1$. 求多项式值的时候先求最内层括号内一次多项式的值. 即 $V_1 = a_n x + a_{n-1}$, 然后再向外计算, $V_2 = V_1 x + a_{n-2}$, $\dots$, $V_n = V_{n-1} x + a_0$, 即得到规律: $V_0 = a_n$, $V_k = V_{k-1} x + a_{n-k}$ ($k=1, 2, \dots$) 这是一个在秦九韶算法中反复执行的步骤, 因此可用循环结构实现.