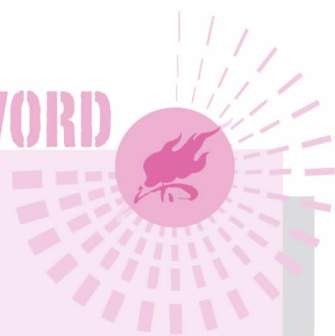




思路决定出路

(代前言)

思路决定出路,创路决定活路。

不同的教学思路,就有不同的教学效果。不同的编写思路,就有不同的教辅用书。

正确的教学思路能使你好学乐学、如沐春风。科学的思维模式,能使你左右逢源、绝处逢生。基于这种思考,我们深入研究了最新的课改精神和高考动态,吸收了最先进的教研成果,汇集了大批实力派名家名师全力打造、倾心推出了这套《导学大课堂》系列丛书。

丛书采用大单元、小课时的编写模式,设置“课前预习、课堂互动、课后集训”三大板块,充分体现“导学”的思想。“情境导学”设置学生熟悉的情境,以激发其自主学习的兴趣和动力;“问题导学”本着“教材内容问题化,基本知识能力化”的原则,将教材内容设置成一系列的问题,引导学生自主探究,并在探究的过程中体验到成功的喜悦和学习的快乐;“案例导学”通过经典案例的剖析来突破重难点,打通思维通道,掌握学习要领。本丛书具有以下特点:

● **科学设计 全程优化** 丛书与课堂教学同步,并在宏观上进行了科学安排,以达到“堂堂达标、单元过关”的目标。这不仅符合学生的认知规律和学习特点,还符合大多数地方的教学实际,尤其适合有教师指导下的课堂教学使用。

● **问题立意 激活思维** 学生解决问题的过程就是思考的过程、提高认识的过程。丛书通过对教材知识的挖掘和梳理,将知识设置成了一个一个问题。学生在探究问题的过程中,不仅激活了思维,挖掘出了潜能,还能改变传统的学习方式,提高学习的效率。



FOREWORD

● **源于基础 构建网络** 丛书在深入挖掘学科知识点的基础上,还特别注意梳理各部分知识间的内在联系,使零散、孤立的知识汇聚在一起,并形成了具有系统性、条理性的网络结构,供学生在解决问题时迅速地检索、提取和应用。

● **循序渐进 逐级提升** 丛书遵循由浅入深、由易到难、由简到繁的原则,例题和习题都设置了科学、合理的梯度与坡度,最大限度地兼顾了不同层次和不同水平的学生,既能让一般水平的学生吃饱、吃好,又能使学有余力的学生胃口大开。

● **一种思想 万千气象** 丛书的各学科既遵循统一的指导思想和编写理念,又根据各自的特点和创编者的个性,在栏目设置、体例设计、布局谋篇上形成自己独特的风格,使各学科分册在呈现出异彩纷呈、百花争妍态势的同时,又与其他学科自然和谐地组成一个有机的整体。

愿《导学大课堂》成就你的梦想!

丛书编委会



CONTENTS 目录

第1章 三角函数	1
1.1 任意角和弧度制	1
1.1.1 任意角	1
1.1.2 弧度制	5
1.2 任意角的三角函数	8
1.2.1 任意角的三角函数	8
1.2.2 同角三角函数的基本关系	12
1.3 三角函数的诱导公式	15
1.4 三角函数的图象与性质	20
1.4.1 正弦函数、余弦函数的图象	20
1.4.2 正弦函数、余弦函数的性质(周期性)	23
1.4.3 正弦函数、余弦函数的性质(单调性和奇偶性)	26
1.4.4 正切函数的图象与性质	31
1.5 函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象	34
1.6 三角函数模型的简单应用	39
整合提升	44
第2章 平面向量	49
2.1 平面向量的实际背景及基本概念	49
2.2 平面向量的线性运算	53
2.2.1 向量加法运算及其几何意义	53
2.2.2 向量减法运算及其几何意义	56
2.2.3 向量数乘运算及其几何意义	60
2.3 平面向量的基本定理及坐标表示	63
2.3.1 平面向量基本定理	63
2.3.2 平面向量的坐标表示及运算	67
2.3.3 平面向量共线的坐标表示	70
2.4 平面向量的数量积	73
2.4.1 平面向量数量积的物理背景及其含义	73
2.4.2 平面向量数量积的坐标表示、模、夹角	77



用智慧和爱心铸造中国教辅第一品牌

CONTENTS



2.5 平面向量应用举例	81
2.5.1 平面几何中的向量方法	81
2.5.2 平面向量在物理中的应用举例	84
整合提升	88
第3章 三角恒等变换	92
3.1 两角和与差的正弦、余弦和正切公式	92
3.1.1 两角差的余弦公式	92
3.1.2 两角和与差的正弦、余弦和正切公式(一)	95
3.1.2 两角和与差的正弦、余弦和正切公式(二)	99
3.1.2 两角和与差的正弦、余弦和正切公式(三)	102
3.1.3 二倍角的正弦、余弦、正切公式(一)	105
3.1.3 二倍角的正弦、余弦、正切公式(二)	109
3.2 简单的三角恒等变换(一)	112
3.2 简单的三角恒等变换(二)	115
整合提升	119
模块智能测评(一)	123
模块智能测评(二)	125
参考答案	127



第1章 三角函数

本章概览

内容提要

在本章中,我们将通过旋转将角的概念推广到任意角,并进一步学习角的另一种度量——弧度制.在此基础上,进一步研究任意角的三角函数、同角三角函数关系、诱导公式、三角函数的图象和性质,最后研究三角函数的应用.

三角函数本质上是对单位圆圆周上一点运动的动态描述.单位圆是研究三角函数的重要工具.三角函数的种种性质和公式都是和单位圆的几何性质密切关联的,这是研究三角函数的重要思想和方法.

三角函数作为描述周期现象的重要数学模型,与其他学科(特别是物理学、地理学)有紧密联系,在生活中应用也相当广泛.

学法指导

在解决三角函数的有关问题中,应自觉运用单位圆中的三角函数线和三角函数的图象,以形助数,数形结合.

现实世界中具有周期性变化的现象无处不在.三角函数作为描述周期现象的重要数学模型,在其他学科(特别是物理学、地理学)及生活中有着广泛的应用,学习中应注意培养数学应用能力.

在应用过程中,熟练掌握一些基本技能,要重视运算、作图、推理以及科学计算器的使用等基本技能训练,但要避免过于繁杂的运算.

1.1

1.1 任意角和弧度制

1.1.1 任意角



课前导引



问题导入

角的产生来源于人们在日常生活中对于几何图形的观察(如支架、房顶等形成的图形).角的发展同样源于生产、生活的需要.初中我们学习过锐角、直角、钝角、周角等概念.请同学们思考下面的角度如何表示.

(1)你的手表慢了5分钟,想将它校准,分针应该旋转多少度?

(2)假如你的手表快了2.5小时,想将它校准,分针旋转多少度?

思路分析:在生活中钟表的时针与分针都是按顺时针方向旋转的,为了区分转动方向,规定按顺时针方

向转动的角度为负数.这样手表慢了5分钟,想要校准,分针转过 -30° ,手表快了2.5小时,想要校准它,则分针旋转 900° .



知识预览

1. 角是一条射线绕其端点从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形.按_____方向旋转形成的角叫正角.按顺时针方向旋转形成的角叫_____.如果一条射线没作任何旋转,我们称它形成了一个_____.其中正角、负角、零角统称为_____.
2. 在直角坐标系中研究角时,如果角的顶点与

轻轻告诉你 不惜千金买宝刀，貂裘换酒也堪豪。一腔热血勤珍重，洒去犹能化碧涛。——秋瑾

_____, 角的始边与 _____, 那么角的终边落在第几象限, 我们就说这个角是第几象限角. 若角的终边落在坐标轴上, 就认为这个角 _____.

3. 所有与角 α 终边相同的角, 连同角 α 在内, 可构成一个集合, $\{\beta | \beta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, 即任一与角 α 终边相同的角, 都可以表示成角 α 与整数个周角的和.

4. 终边落在 x 轴非负半轴的角的集合为: _____;

终边落在 y 轴非负半轴的角的集合为: _____;

终边落在 x 轴负半轴的角的集合为: _____;

终边落在 y 轴负半轴的角的集合为: _____;

5. 第一象限角的集合为: _____;

第二象限角的集合为: _____;

第三象限角的集合为: _____;

第四象限角的集合为: _____.



三点剖析

1. 任意角的概念和象限角的概念

【例1】若 α 是第四象限角, 那么 $\frac{\alpha}{2}$ 是第几象限角?

思路分析: 运用直角坐标系内角的表示及不等式性质, 先用不等式把第四象限的角表示出来, 然后再确定 $\frac{\alpha}{2}$ 的范围.

解: $\because \alpha$ 是第四象限角, $\therefore 270^\circ + k \cdot 360^\circ < \alpha < 360^\circ + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z})$, 则有, $135^\circ + k \cdot 180^\circ < \frac{\alpha}{2} < 180^\circ + k \cdot 180^\circ (k \in \mathbb{Z})$. 当 $k = 2n (n \in \mathbb{Z})$ 时, $135^\circ + n \cdot 360^\circ < \frac{\alpha}{2} < 180^\circ + n \cdot 360^\circ$, $\therefore \frac{\alpha}{2}$ 是第二象限角.

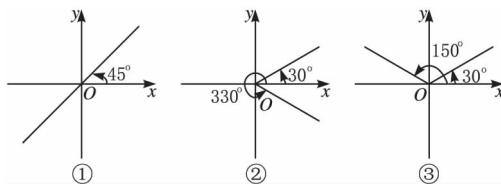
当 $k = 2n + 1 (n \in \mathbb{Z})$ 时, $315^\circ + n \cdot 360^\circ < \frac{\alpha}{2} < 360^\circ + n \cdot 360^\circ$, $\therefore \frac{\alpha}{2}$ 是第四象限角. 综上所述, $\frac{\alpha}{2}$ 是第二或第四象限角.

温馨提示

准确表示第四象限角, 再分 k 为奇数、偶数两种情况讨论. 不要认为 α 为第四象限角, $\frac{\alpha}{2}$ 是第二象限角. 类似地, $\frac{\alpha}{3}$ 、 $\frac{\alpha}{4}$ 都应分 k 为奇数、偶数讨论.

2. 把终边相同的角用集合和符号语言正确表示

【例2】用集合的形式表示与下图中的角的终边相同的角的集合.



各个击破

类题演练 1

如果 α 是第三象限角, 那么 $\frac{\alpha}{2}$ 的终边落在何处?

变式提升 1

若 α 是第二象限角, $\frac{\alpha}{3}$ 是第几象限角?

类题演练 2

已知 $\alpha = 1690^\circ$,

(1) 把 α 改写成 $\beta + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbb{Z}, 0^\circ \leq \beta < 360^\circ)$ 的形式;

(2) 求 θ , 使 θ 的终边与 α 相同, 且 $-360^\circ < \theta < 360^\circ$, 并判断 θ 属于第几象限.



思路分析: 运用两角关系及终边相同角解决.

解: (1) 从图①中看出, 图中两个角的终边在一条直线上.

在 $0^\circ \sim 360^\circ$ 范围内, 且另一个角为 225° , 故所求集合为:

$$S = \{\beta | \beta = 45^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\beta | \beta = 225^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$$

$$= \{\beta | \beta = 45^\circ + 2k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\beta | \beta = 45^\circ + 180^\circ + 2k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$$

$$= \{\beta | \beta = 45^\circ + 2k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\beta | \beta = 45^\circ + (2k+1) \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$$

$$= \{\beta | \beta = 45^\circ + n \cdot 180^\circ, n \in \mathbb{Z}\}$$

(2) 从图②中看出, 图中两个角的终边关于 x 轴对称, 故所求集合为:

$$S = \{\beta | \beta = 30^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\beta | \beta = 330^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$$

$$= \{\beta | \beta = 30^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\beta | \beta = -30^\circ + 360^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$$

$$= \{\beta | \beta = 30^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\beta | \beta = -30^\circ + (k+1) \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$$

$$= \{\beta | \beta = \pm 30^\circ + n \cdot 360^\circ, n \in \mathbb{Z}\}.$$

(3) 从图③中看出, 图中两个角的终边关于 y 轴对称, 故所求集合为:

$$S = \{\beta | \beta = 30^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\beta | \beta = 150^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$$

$$= \{\beta | \beta = 30^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\beta | \beta = -30^\circ + 180^\circ + 2k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$$

$$= \{\beta | \beta = 30^\circ + 2k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\beta | \beta = -30^\circ + (2k+1) \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}\}.$$

$$= \{\beta | \beta = (-1)^n \cdot 30^\circ + n \cdot 180^\circ, n \in \mathbb{Z}\}.$$

3. 任意角的概念

【例3】 设集合 $M = \{\text{小于 } 90^\circ \text{ 的角}\}$, $N = \{\text{第一象限的角}\}$, 则 $M \cap N$ 等于

- A. {锐角}
- B. {小于 90° 的角}
- C. {第一象限角}
- D. 以上均不对

解: 小于 90° 的角由锐角、零角、负角组成.

而第一象限角包括锐角及终边在第一象限的角.

$M \cap N$ 由锐角及其终边在第一象限的负角组成. 故选 D.

温馨提示

(1) 上述几个概念用起来容易混淆, 要加以辨别, 搞清它们之间的关系.

(2) 角的集合还常与集合的交、并、补运算联合起来命题, 是知识点的交汇, 欲引起注意.

变式提升 2

(1) 与 -457° 角终边相同角的集合是 ()

- A. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 457^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
- B. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 97^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
- C. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 263^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
- D. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ - 263^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

(2) 已知角 α, β 的终边相同, 那么 $\alpha - \beta$ 的终边在

- A. x 轴的非负半轴上
- B. y 轴的非负半轴上
- C. x 轴的非正半轴上
- D. y 轴的非正半轴上

类题演练 3

用集合表示下列各角: “ 0° 到 90° 的角” “第一象限角” “锐角” “小于 90° 的角” “ $0^\circ \sim 90^\circ$ 的角”.

变式提升 3

下列命题中, 正确的是

- A. 终边相同的角一定相等
- B. 锐角都是第一象限角
- C. 第一象限的角都是锐角
- D. 小于 90° 的角都是锐角

轻轻告诉你 成败利钝不计较，但持铁血主义报祖国。——秋瑾



课后集训



基础达标

- 下列命题中正确的是 ()
A. 终边在 y 轴非负半轴上的角是直角
B. 第二象限角一定是钝角
C. 第四象限角一定是负角
D. 若 $\beta = \alpha + k \cdot 360^\circ (k \in \mathbf{Z})$, 则 α 与 β 终边相同
- 若 α 是第四象限角, 则 $180^\circ - \alpha$ 是 ()
A. 第一象限角
B. 第二象限角
C. 第三象限角
D. 第四象限角
- 终边与坐标轴重合的角 α 的集合是 ()
A. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
B. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
C. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 90^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
D. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 180^\circ + 90^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$
- 集合 $M = \{x | x = k \cdot 90^\circ \pm 45^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ 与 $P = \{x | x = k \cdot 45^\circ, k \in \mathbf{Z}\}$ 之间的关系是 ()
A. $M \subsetneq P$
B. $P \subsetneq M$
C. $M = P$
D. $M \cap P = \emptyset$
- 若角 $\alpha = -20^\circ + k \cdot 180^\circ$ 在 $-720^\circ \sim 360^\circ$ 间, 则整数 k 的取值是_____.
- 与 -1778° 角的终边相同且绝对值最小的角是_____.



综合运用

- 若角 α 和 β 的终边关于 y 轴对称, 则有 ()
A. $\alpha + \beta = 90^\circ$
B. $\alpha + \beta = 90^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}$
C. $\alpha + \beta = k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}$
D. $\alpha + \beta = 180^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbf{Z}$
- 已知角 2α 的终边在 x 轴的上方 (不与 x 轴重合), 则 α 的终边在 ()
A. 第一象限
B. 第二象限
C. 第三象限
D. 第一象限或第三象限

- 如果角 α 与 35° 角的终边相同, 角 β 与 -55° 角的终边相同, 那么 α 与 β 之间的关系是 ()
A. $\alpha + \beta = 0^\circ$
B. $\alpha - \beta = 0^\circ$
C. $\alpha + \beta = k \cdot 360^\circ$
D. $\alpha - \beta = k \cdot 360^\circ + 90^\circ (k \in \mathbf{Z})$



拓展探究

- 若今天是星期一,
 - $7k (k \in \mathbf{Z})$ 天后的一天是星期几?
 - $7k (k \in \mathbf{Z})$ 天前的一天是星期几?
 - 158 天后的一天是星期几?



1.1.2 弧度制

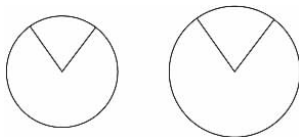


课前导引



问题导入

下图是半径不等的两个圆,在每圆上取长等于半径的一条弧,连结圆心与弧的两个端点,得到两个角,你认为这两个角是否相等?



思路分析:将其中一个圆上得到的角剪下来,放到另一个圆上,结果两个角完全相同.实际上,这两个角就是我们这一节课要学习的弧度的角,不管在半径多大的圆上,两个1弧度的角是相等的.



知识预览

1. 我们把长度等于半径长的弧所对的圆心角叫做_____,即用弧度制度量时,这样的圆心角等于_____.
2. 如果角 α 是一个负角,那么它的弧度数是一个_____;零角的弧度数是_____;正角的弧度数是一个_____.角 α 的弧度数的绝对值是_____ (其中 l 是以角 α 作为圆心角时所对的弧长, r 是圆半径).
3. 角度制和弧度制的换算关系是: $1^\circ = \frac{\pi}{180} (\text{rad})$.

$$1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ.$$

4. 弧长计算公式: _____ (其中 n 是扇形圆心角度数) 或 _____ (α 是圆心角的弧度数); 扇形面积公式: _____ (n 是圆心角度数) 或 $S =$ _____ (α 是弧度数).

5. 填写下表中各角度的弧度数.

度 数	360°	180°	1°	$\left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$
弧度数				

6. (1) 若 α, β 是终边相同的角, 则 _____.
- (2) 第一象限角的集合: _____;
第二象限角的集合: _____;
第三象限角的集合: _____;
第四象限角的集合: _____.
- (3) 终边在 x 轴的非负半轴上的角的集合为: _____;
终边在 x 轴的非正半轴上的角的集合为: _____;
终边在 x 轴上的角的集合为: _____;
终边在 y 轴的非负半轴上的角的集合为: _____;
终边在 y 轴的非正半轴上的角的集合为: _____;
终边在 y 轴上的角的集合为: _____;
终边在坐标轴上的角的集合为: _____.
- (4) 若 α 与 β 终边关于 x 轴对称, 则 _____;
若 α 与 β 终边关于 y 轴对称, 则 _____;
若 α 与 β 终边关于原点对称, 则 _____;
若 α 与 β 终边在一条直线上, 则 _____.



课堂导学



三点剖析

1. 理解弧度的意义, 角度与弧度的换算

【例1】 设角 $\alpha_1 = -570^\circ$, $\alpha_2 = 750^\circ$, $\beta_1 = \frac{3}{5}\pi$ 弧度, $\beta_2 =$

类题演练 1

- (1) 把 $112^\circ 30'$ 化成弧度 (精确到 0.001);
- (2) 把 $112^\circ 30'$ 化成弧度 (用 π 表示);



各个击破

轻轻告诉你 民存则社稷存,人亡则社稷亡。——《群书治要·申鉴》

$-\frac{7}{3}\pi$ 弧度.

(1) 将 α_1, α_2 用弧度表示出来,并指出它们各自所在的象限;

(2) 将 β_1, β_2 用角度制表示出来,并在 $-720^\circ \sim 0^\circ$ 之间找出与它们有相同终边的所有角.

思路分析: 涉及到角度与弧度的互化关系和终边相同的角的概念,其基本公式 $360^\circ = 2\pi$ 弧度在解题中起关键作用.

解: (1) $\because 180^\circ = \pi$ 弧度, $\therefore -570^\circ = -\frac{570}{180}\pi = -\frac{19}{6}\pi$.

$\therefore \alpha_1 = -2 \times 2\pi + \frac{5}{6}\pi$, 同理 $\alpha_2 = 2 \times 2\pi + \frac{\pi}{6}$,

$\therefore \alpha_1$ 在第二象限, α_2 在第一象限.

(2) $\because \frac{3}{5}\pi = \frac{3}{5} \times 180^\circ = 108^\circ$,

设 $\theta = k \cdot 360^\circ + \beta_1 (k \in \mathbb{Z})$,

由 $-720^\circ \leq \theta < 0^\circ$, $\therefore -720^\circ \leq k \cdot 360^\circ + 108^\circ < 0^\circ$,

$\therefore k = -2$ 或 $k = -1$, $\therefore$ 在 $-720^\circ \sim 0^\circ$ 之间与 β_1 有相同终边的角是 -612° 和 -252° .

同理 $\beta_2 = -360^\circ - 60^\circ = -420^\circ$, 且在 $-720^\circ \sim 0^\circ$ 间与 β_2 有相同的终边的角是 -420° 和 -60° .

温馨提示

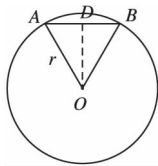
迅速进行角度与弧度的互化,准确判明角所在的象限是学习三角函数知识的必备基本功.若需要在某一指定范围内求具有某种特性的角,通常可象上例一样化为解不等式去求对应的 k 值.

2. 弧度制的概念及与角度的关系

【例2】 一条弦的长度等于半径 r , 求: (1) 这条弦所对的劣弧长; (2) 这条弦和劣弧所组成的弓形的面积.

思路分析: 由已知可知圆心角的大小为 $\frac{\pi}{3}$, 然后用公式求解.

解: (1) 如下图所示, 半径为 r 的 $\odot O$ 中弦 $AB = r$, 则 $\triangle OAB$ 为等边三角形, 所以 $\angle AOB = \frac{\pi}{3}$, 则弦 AB 所对的劣弧长为 $\frac{\pi}{3}r$.



(2) $\because S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} \times |AB| \times |OD| = \frac{1}{2} \times r \times \frac{\sqrt{3}r}{2} = \frac{\sqrt{3}r^2}{4}$

$S_{\text{扇形} OAB} = \frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times \frac{\pi r}{3} \times r = \frac{\pi r^2}{6}$

$\therefore S_{\text{弓形}} = S_{\text{扇形} OAB} - S_{\triangle OAB} = \frac{\pi}{6}r^2 - \frac{\sqrt{3}}{4}r^2 = (\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4})r^2$.

(3) 把 $-\frac{5\pi}{12}$ 化成度.

变式提升 1

判断下列各角所在的象限:

(1) 9 ; (2) -4 ; (3) $-\frac{1999\pi}{5}$.

类题演练 2

一个半径为 r 的扇形, 若它的周长等于弧所在的半圆的长, 那么扇形的圆心角是多少弧度? 扇形的面积是多少?

变式提升 2

一扇形周长为 20 cm, 问扇形的半径和圆心角各取什么值时, 才能使扇形面积最大?



3. 弧度制表示角及终边相同的角

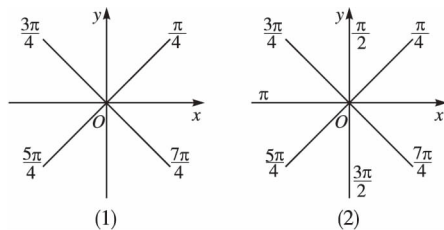
【例3】集合 $M = \{x | x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$, 则有

- ()
 A. $M=N$ B. $M \supsetneq N$
 C. $M \subsetneq N$ D. $M \cap N = \emptyset$

思路分析: 本题是考查用弧度制表示角的集合之间的关系. 可以用取特殊值法分别找到集合 M 、 N 所表示的角的终边的位置.

解: 对集合 M 中的整数 k 依次取 $0, 1, 2, 3$, 得角 $\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$. 于是集合 M 中的角与上面 4 个角的终边相同, 如图(1)

所示. 同理, 集合 N 中的角与 $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{4}, 2\pi$ 角的终边相同, 如下图(2)所示.



故 $M \subsetneq N$. $\therefore$ 选 C.

答案: C

温馨提示

在今后表示角时, 常常使用弧度制. 但要注意, 弧度制与角度制不能混用, 例如 $\alpha = 2k\pi + 30^\circ (k \in \mathbb{Z})$, $\beta = k \cdot 360^\circ + \frac{3}{2}\pi (k \in \mathbb{Z})$ 都不正确.

类题演练 3

已知 α 角的终边与 $\frac{\pi}{3}$ 的终边相同, 在 $[0, 2\pi)$ 内哪些角的终边与 $\frac{\alpha}{3}$ 角的终边相同?

变式提升 3

若 α 是第四象限角, 则 $\pi - \alpha$ 是 ... ()

- A. 第一象限角
 B. 第二象限角
 C. 第三象限角
 D. 第四象限角



课后集训



基础达标

1 下列各对角终边相同的是

- ()
 A. $(2k+1)\pi$ 与 $(4k\pm 1)\pi (k \in \mathbb{Z})$
 B. $\frac{k\pi}{2}$ 与 $k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$
 C. $k\pi + \frac{\pi}{6}$ 与 $2k\pi \pm \frac{\pi}{6} (k \in \mathbb{Z})$
 D. $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ 与 $\frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$

2 把 $\frac{92\pi}{7}$ 化成 $\alpha + 2k\pi (0 \leq \alpha < 2\pi, k \in \mathbb{Z})$ 的形式为 ()

- A. $\frac{\pi}{7} + 13\pi$

B. $\frac{8\pi}{7} + 12\pi$

C. $-\frac{6\pi}{7} + 14\pi$

D. 以上都不对

3 下列命题中, 假命题是

- ()
 A. “度”与“弧度”是度量角的两种不同的度量单位
 B. 一度的角是周角为 $\frac{1}{360}$, 一弧度的角是周角的 $\frac{1}{2\pi}$
 C. 根据弧度的定义, 180° 一定等于 π 弧度
 D. 不论是用角度还是弧度制度量角, 它们均与圆的

轻轻告诉你 科学没有国界,科学家却有国界。——巴甫洛夫

半径长短有关

- 4 时钟经过一小时,时针转过了 ()

A. $\frac{\pi}{6}$ rad B. $-\frac{\pi}{6}$ rad
C. $\frac{\pi}{12}$ rad D. $-\frac{\pi}{12}$ rad

- 5 集合 $A = \{\alpha | \alpha = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{\alpha | \alpha = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$ 的关系是 ()

A. $A=B$ B. $A \subseteq B$
C. $B \subseteq A$ D. 以上都不对

- 6 圆的半径变为原来的 $\frac{1}{2}$, 而弧长不变, 则该弧所对的圆心角是原来的 _____ 倍.



综合运用

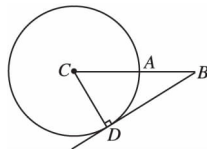
- 7 已知集合 $A = \{\alpha | 2k\pi \leq \alpha \leq (2k+1)\pi, k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{\alpha | -4 \leq \alpha \leq 4\}$, 则 $A \cap B$ 为 ()

A. $\emptyset$
B. $\{\alpha | -4 \leq \alpha \leq \pi\}$
C. $\{\alpha | 0 \leq \alpha \leq \pi\}$
D. $\{\alpha | -4 \leq \alpha \leq -\pi\} \cup \{\alpha | 0 \leq \alpha \leq \pi\}$

- 8 一个半径为 R 的扇形, 它的周长是 $4R$, 则这个扇形所含弓形的面积是 ()

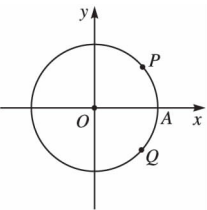
A. $\frac{R^2}{2}(2 - \sin 1 \cos 1)$ B. $\frac{R^2}{2} \sin 1 \cos 1$
C. $\frac{1}{2}R^2$ D. $(1 - \sin 1 \cos 1)R^2$

- 9 如右图, 已知点 B 是 $\odot C$ 外一点, BD 是圆 C 的切线, B, C 的连线交 $\odot C$ 于点 A . 若 $\triangle BCD$ 的面积被 $\widehat{AD}$ 平分, $\angle BCD = \theta$, 则 $\tan \theta =$ _____.



拓展探究

- 10 如右图, 圆心在原点、半径为 R 的圆交 x 轴正半轴于点 A , P, Q 是圆上的两个动点, 它们同时从点 A 出发沿圆周做匀速运动. OP 逆时针方向每秒转 $\frac{\pi}{3}$, OQ 顺时针方向每秒



转 $\frac{\pi}{6}$. 试求 P, Q 出发后第五次相遇的位置及各自走过的弧长.

1.2 任意角的三角函数

1.2.1 任意角的三角函数



课前导引



问题导入

在直角坐标系中, 我们称以原点 O 为圆心, 以单位长度为半径的圆为单位圆. 由于单位圆的半径为 1,

所以正、余弦函数中的 y 与 x 可看作是 $\frac{y}{1}$ 与 $\frac{x}{1}$. 从这个意义上讲, 用单位圆定义三角函数是用角 α 终边上任意一点定义三角函数的特例.

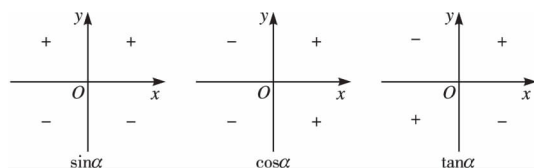


知识预览

1. 在直角坐标系中,我们称以原点 O 为圆心,以单位长度为半径的圆为_____.
2. 利用单位圆定义求任意角的三角函数. 设 α 是一个任意角,它的终边与单位圆交于点 $P(x,y)$,那么:
 - (1) y 叫做 α 的_____,记作_____,即 $\sin\alpha = y$;
 - (2) x 叫做 α 的_____,记作_____,即 $\cos\alpha = x$;
 - (3) $\frac{y}{x}$ 叫做 α 的_____,记作_____,即 $\tan\alpha = \frac{y}{x} (x \neq 0)$.
3. 正弦、余弦、正切都是以_____为自变量,以_____为函数值的函数,统称为三角函数.
4. 利用角 α 终边上任意一点的坐标定义三角函数.
直角坐标系中任意大小的角 α 终边上一点 P 的坐标 (x,y) ,它到原点的距离是 $r(r>0)$,那么任意角的三角函数定义:

三角函数	定义	定义域
$\sin\alpha$	$\frac{y}{r}$	$\mathbf{R}$
$\cos\alpha$	$\frac{x}{r}$	$\mathbf{R}$
$\tan\alpha$	$\frac{y}{x}$	$\{\alpha \alpha \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$

5. 三角函数值在各个象限的符号



注意:记忆时可只记正的,口诀为:“一全正、二正弦,三正切,四余弦”,也可结合定义进行记忆,如: α 为第四象限角,其终边上的点 $P(x,y)$ 满足 $x>0, y<0$.

0, 所以 $\sin\alpha = \frac{y}{r} < 0, \cos\alpha = \frac{x}{r} > 0$.

6. 终边相同的角的同一三角函数的值_____, 即

$$\sin(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \sin\alpha$$

$$\cos(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \cos\alpha \quad (\text{其中 } k \in \mathbf{Z})$$

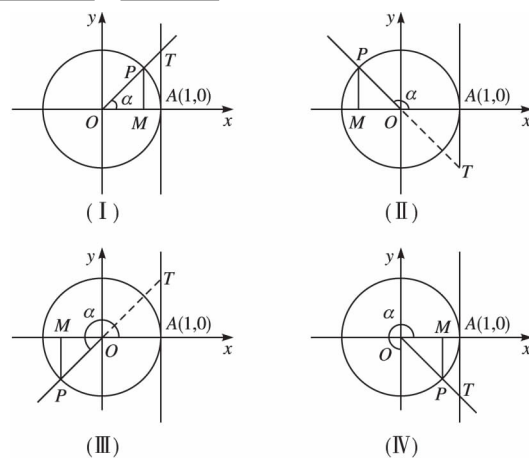
$$\tan(\alpha + k \cdot 360^\circ) = \tan\alpha$$
 或
$$\sin(\alpha + k \cdot 2\pi) = \sin\alpha$$

$$\cos(\alpha + k \cdot 2\pi) = \cos\alpha \quad (\text{其中 } k \in \mathbf{Z})$$

$$\tan(\alpha + k \cdot 2\pi) = \tan\alpha$$

7. 三角函数线

图中有向线段 MP, OM, AT 分别表示_____, _____和_____.



8. 各特殊角的三个三角函数值要熟记.

角度 α	0°	30°	45°	60°	90°	120°	150°	180°	270°	360°
弧度 α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	不存在	0



课堂导学



三点剖析

1. 三角函数的定义

【例1】 已知角 α 的终边经过点 $P(-4a, 3a) (a \neq 0)$, 求 $\sin\alpha$, $\cos\alpha$ 和 $\tan\alpha$.

思路分析: 本题考查利用三角函数定义求三角函数值. 选取角 α 终边上任意一点, 求出 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, 利用三角函数的

类题演练 1

求 $\frac{5\pi}{3}$ 的正弦、余弦和正切值.



各个击破

轻轻告诉你 履行对于祖国的天职,这是人最神圣的东西。——苏霍姆林斯基

定义便可求解.

解: 因为 $x = -4a, y = 3a$,

所以 $r = \sqrt{(-4a)^2 + (3a)^2} = 5|a|$.

当 $a > 0$ 时, $r = 5a$, 角 α 为第二象限角, 所以

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{3a}{5a} = \frac{3}{5}, \cos \alpha = \frac{x}{r} = \frac{-4a}{5a} = -\frac{4}{5},$$

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{3a}{-4a} = -\frac{3}{4};$$

当 $a < 0$ 时, $r = -5a$, 角 α 为第四象限角, 所以

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{3a}{-5a} = -\frac{3}{5}, \cos \alpha = \frac{x}{r} = \frac{-4a}{-5a} = \frac{4}{5}, \tan \alpha =$$

$$\frac{y}{x} = \frac{3a}{-4a} = -\frac{3}{4}.$$

温馨提示

当角 α 的终边上的点的坐标以参数形式给出时, 要根据问题的实际情况及解题需要对参数进行分类讨论. 已知角 α 终边上任意一点, 求 α 的三角函数值时, 我们直接用比值定义计算, 没有必要用相似三角形向教材定义转化.

2. 三角函数符号及用向有线段表示三角函数

【例2】 确定下列各式的符号:

(1) $\sin 105^\circ \cdot \cos 230^\circ$;

(2) $\sin \frac{7}{8}\pi \cdot \tan \frac{7}{8}\pi$;

(3) $\cos 6 \cdot \tan 6$; (4) $\sin 1 - \cos 1$.

思路分析: 先确定所给角的象限, 再确定有关的三角函数值的符号.

解: (1) $\because 105^\circ, 230^\circ$ 分别为第二、第三象限角,

$\therefore \sin 105^\circ > 0, \cos 230^\circ < 0, \therefore$ 于是 $\sin 105^\circ \cdot \cos 230^\circ < 0$.

(2) $\because \frac{\pi}{2} < \frac{7}{8}\pi < \pi, \therefore \frac{7}{8}\pi$ 是第二象限角,

则 $\sin \frac{7}{8}\pi > 0, \tan \frac{7}{8}\pi < 0$

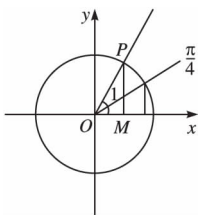
$\therefore \sin \frac{7}{8}\pi \cdot \tan \frac{7}{8}\pi < 0$.

(3) $\because \frac{3}{2}\pi < 6 < 2\pi, \therefore 6$ 是第四象限角,

$\therefore \cos 6 > 0, \tan 6 < 0$. 则 $\cos 6 \cdot \tan 6 < 0$.

(4) $\because \frac{\pi}{4} < 1 < \frac{\pi}{2}$, 如下图所示, 由三角函数线可得:

$$\sin 1 > \frac{\sqrt{2}}{2} > \cos 1, \therefore \sin 1 - \cos 1 > 0.$$



变式提升 1

已知角 α 的终边在直线 $y = -3x$ 上, 求 $\sin \alpha$.

温馨提示

一个任意角 α 的三角函数只依赖于 α 的大小, 只与终边位置有关, 而与 P 点在终边上的位置无关.

类题演练 2

判断下列各式的符号:

(1) $\tan 250^\circ \cdot \cos(-350^\circ)$;

(2) $\sin 151^\circ \cos 230^\circ$;

(3) $\sin 3 \cos 4 \tan 5$;

(4) $\sin(\cos \theta) \cdot \cos(\sin \theta)$ (θ 是第二象限角).

变式提升 2

若 $\sin 2\alpha > 0$ 且 $\cos \alpha < 0$, 试确定 α 所在的象限.



温馨提示

(1)判断各三角函数值的符号,须判断角所在的象限.(2) $\sin\theta$ 既表示角 θ 的正弦值,同时也可以表示 $[-1, 1]$ 上的一个角的弧度数.(4)中解题的关键是将 $\cos\theta, \sin\theta$ 视为角的弧度数.

3. 三角函数线的理解及应用

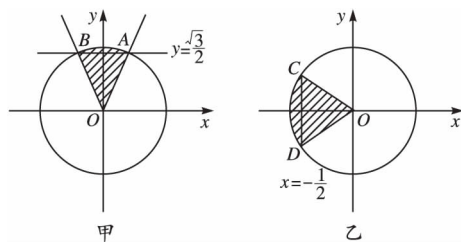
【例3】在单位圆中画出适合下列条件的角 α 终边的范围,并由此写出角 α 的集合:

(1) $\sin\alpha \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$; (2) $\cos\alpha \leq -\frac{1}{2}$.

思路分析:作出满足条件: $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos\alpha = -\frac{1}{2}$ 的角的终边,然后根据条件确定角 α 终边的范围.

解:(1)作直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 交单位圆于 A, B 两点,连结 OA, OB . 则 OA 与 OB 围成的区域(图甲中阴影部分)即为角 α 的终边范围. 故满足条件 $\sin\alpha \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$ 的角 α 的集合为 $\{\alpha | 2k\pi + \frac{\pi}{3} \leq \alpha \leq 2k\pi + \frac{2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\}$.

(2)作直线 $x = -\frac{1}{2}$ 交单位圆于 C, D 两点,连结 OC, OD . 则 OC 与 OD 围成的区域(图乙中阴影部分)即为角 α 的终边的范围. 故满足条件的角 α 的集合为 $\{\alpha | 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \leq \alpha \leq 2k\pi + \frac{4\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}\}$.



类题演练 3

利用单位圆中的三角函数线,确定满足 $\sin\alpha - \cos\alpha > 0$ 的 α 的范围.

变式提升 3

试比较 $x, \tan x, \sin x$ 的大小, $x \in (0, \frac{\pi}{2})$.

1.2



课后集训



基础达标

- 1 已知下列三角函数,其中函数值为负的有... ()
- ① $\sin(-680^\circ)$ ② $\cos(-730^\circ)$ ③ $\tan 320^\circ$
④ $\sin(-130^\circ) \cdot \cos 850^\circ$
- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个

- 2 角 θ 的终边有一点 $P(a, a) (a \neq 0)$,则 $\sin\theta$ 的值是... ()
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1
- 3 函数 $y = \sqrt{\sin x} + \sqrt{-\cos x}$ 的定义域是... ()

轻轻告诉你 凡是不爱自己国家的人,什么都不会爱。——拜伦



- A. $[k\pi + \frac{\pi}{2}, (2k+1)\pi] (k \in \mathbb{Z})$
 B. $[2k\pi + \frac{\pi}{2}, (2k+1)\pi] (k \in \mathbb{Z})$
 C. $[k\pi + \frac{\pi}{2}, (k+1)\pi] (k \in \mathbb{Z})$
 D. $[2k\pi, (2k+1)\pi] (k \in \mathbb{Z})$
- 4 已知 α 为第二象限角,其终边上一点为 $P(x, \sqrt{5})$,
 且 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}x$, 则 $\sin \alpha$ 的值为 ()
- A. $\frac{\sqrt{10}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$
 C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ D. $-\frac{\sqrt{10}}{4}$
- 5 $y = \frac{|\sin x|}{\sin x} + \frac{\cos x}{|\cos x|} + \frac{|\tan x|}{\tan x}$ 属于 ()
- A. $\{1, -1\}$ B. $\{-1, 1, 3\}$
 C. $(-1, 3)$ D. $\{1, 3\}$
- 6 若 $-\frac{3\pi}{4} < \alpha < -\frac{\pi}{2}$, 从单位圆中的三角函数线观察
 $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$ 的大小是



综合运用

- 7 已知 θ 为第三象限角, 且 $|\cos \frac{\theta}{2}| = -\cos \frac{\theta}{2}$, 则角
 $\frac{\theta}{2}$ 属于 ()
- A. 第一象限 B. 第二象限
 C. 第三象限 D. 第四象限

- 8 若 $0 < \alpha < \pi$, 则 $10^{\sin \alpha}, \lg \sin \alpha, \sin^{10} \alpha$ 三个数之间的大
 小关系是 ()
- A. $\sin^{10} \alpha < 10^{\sin \alpha} < \lg \sin \alpha$
 B. $\lg \sin \alpha < \sin^{10} \alpha < 10^{\sin \alpha}$
 C. $10^{\sin \alpha} < \lg \sin \alpha < \sin^{10} \alpha$
 D. $\lg \sin \alpha < 10^{\sin \alpha} < \sin^{10} \alpha$
- 9 已知点 $P(\sin \alpha - \cos \alpha, \tan \alpha)$ 在第一象限, α 在 $[0, 2\pi]$ 内, α 的取值范围是



拓展探究

- 10 (1) 若 α 为锐角, 证明: $\sin \alpha + \cos \alpha > 1$.
 (2) 若 α 为锐角, 求证: $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha < 1$.

1.2.2 同角三角函数的基本关系



课前导引



问题导入

角 α 终边经过点 $P(x, -\sqrt{2})$, ($x \neq 0$), $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}x$.

你能求出 $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$ 的值吗? 根据求出的结果你能得到什么结论?

思路分析: $\because r = \sqrt{x^2 + 2}$.

又 $\because \cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{6}x, \therefore \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2}} = \frac{\sqrt{3}}{6}x$, 两边平方得

$$3x^2 + 6 = 36, \therefore x = \pm \sqrt{10}.$$

$$\text{当 } x = \sqrt{10} \text{ 时, } \sin \alpha = \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{12}} = -\frac{\sqrt{6}}{6}, \cos \alpha = \frac{\sqrt{30}}{6},$$

$$\tan \alpha = \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{10}} = -\frac{\sqrt{20}}{10} = -\frac{\sqrt{5}}{5}.$$

$$\text{此时 } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{6}{36} + \frac{30}{36} = 1, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$$

$$\text{当 } x = -\sqrt{10} \text{ 时, } \sin \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{6}, \cos \alpha = \frac{-\sqrt{10}}{\sqrt{12}} = -\frac{\sqrt{30}}{6},$$

$$\tan \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}. \text{ 此时 } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \frac{6}{36} + \frac{30}{36} = 1, \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$$



我们通过此题得到的结论： $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ ， $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ ，就是这节课要学习的同角三角函数基本关系。



知识预览

1. 同角三角函数的基本关系式包括：_____。
2. 商数关系 $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ 成立的角 α 的范围是_____。

3. 同角三角函数关系式是根据_____推导的。

4. $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ =$ _____, $\frac{\sin 135^\circ}{\cos 135^\circ} =$ _____。

5. 若 $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, α 是第二象限角, 则 $\cos\alpha =$ _____, $\tan\alpha =$ _____。

6. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ 的变形有：_____
_____. $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ 的变形有：_____
_____。



课堂导学



三点剖析

1. 同角三角函数基本关系式

【例1】已知 $\cos\theta = -\frac{3}{5}$, 求 $\sin\theta, \tan\theta$.

思路分析：先确定 θ 的象限，再求与 $\cos\theta$ 具有平方关系的 $\sin\theta$ 的值，然后利用商数关系求出 $\tan\theta$ 。

解： $\because \cos\theta = -\frac{3}{5} < 0$,

$\therefore \theta$ 为第二、三象限角。

当 θ 为第二象限角时，

$$\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5},$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = -\frac{4}{3}.$$

当 θ 为第三象限角时，

$$\sin\theta = -\sqrt{1 - \cos^2\theta} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5},$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{4}{3}.$$

温馨提示

已知某角的一个三角函数值，求该角的其他三角函数值时要注意：

- (1) 角所在的象限；
- (2) 用平方关系求值时，所求三角函数的符号由角所在的象限决定；
- (3) 用商数关系时，不要另加符号，只需用公式 $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ 代入 $\sin\alpha, \cos\alpha$ 的值即可求得 $\tan\alpha$ 。



各个击破

类题演练 1

已知 $\sin\alpha = \frac{4}{5}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\tan\alpha$ 的值等于_____ ()

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{3}{4}$
C. $\pm \frac{3}{4}$ D. $\pm \frac{4}{3}$

变式提升 1

已知 $3\sin\alpha - 2\cos\alpha = 0$, 求下列各式的值。

- (1) $\frac{\cos\alpha - \sin\alpha}{\cos\alpha + \sin\alpha} + \frac{\cos\alpha + \sin\alpha}{\cos\alpha - \sin\alpha}$;
- (2) $\sin^2\alpha - 2\sin\alpha\cos\alpha + 4\cos^2\alpha$.