

目录 CONTENTS

第一章 集 合	1
1.1 集合与集合的表示方法	1
1.1.1 集合的概念	1
1.1.2 集合的表示方法	5
1.2 集合之间的关系与运算	8
1.2.1 集合之间的关系	8
1.2.2 集合的运算	11
第一课时 交集与并集	11
第二课时 补 集	14
复习巩固	17
第二章 函 数	20
2.1 函 数	21
2.1.1 函 数	21
第一课时 变量与函数的概念	21
第二课时 映射与函数	25
2.1.2 函数的表示方法	28
第一课时 函数的表示方法	28
第二课时 分段函数	31
2.1.3 函数的单调性	35
2.1.4 函数的奇偶性	38
2.2 一次函数和二次函数	42
2.2.1 一次函数的性质与图象	42
2.2.2 二次函数的性质与图象	45
2.2.3 待定系数法	49
2.3 函数的应用(I)	53
2.4 函数与方程	57
2.4.1 函数的零点	57
2.4.2 求函数零点近似解的一种计算方法——二分法	60
复习巩固	63

CONTENTS

第三章 基本初等函数 (I)	65
3.1 指数与指数函数	66
3.1.1 有理指数幂及其运算	66
3.1.2 指数函数	69
3.2 对数与对数函数	72
3.2.1 对数及其运算	72
第一课时 对数概念及常用对数	72
第二课时 积、商、幂的对数	75
第三课时 换底公式与自然对数	78
3.2.2 对数函数	81
3.2.3 指数函数与对数函数的关系	84
3.3 幂函数	88
3.4 函数的应用 (II)	92
复习巩固	97

活页测试卷

第一章过关检测	99
第二章过关检测	103
第一、二章滚动训练	107
第三章过关检测	111
第一、二、三章滚动训练	115
模块综合测评	119
参考答案	123

第一章 集合

本章概览

内容提要

1. 集合是基本的数学语言,是提高数学交流能力所必备的知识.在高中数学中,集合的语言将贯彻始终,用集合的思想去揭示事物的内涵与外延,成为认识事物、解决问题的重要思想方法.
2. 本章共包括两个单元,分别为“集合与集合的表示方法”和“集合之间的关系与运算”.第一单元包括集合的概念和集合的表示方法两节.教材根据小学和初中的数学知识,在对集合有感性认识的基础上给出了集合的描述性定义,进而给出了集合的两种表示方法:列举法和特征性质描述法.第二单元包括集合间的关系和集合的运算两节.教材从例子入手,给出了子集的概念,从而讨论了集合间的包含与相等关系,定义了集合的运算:交集、并集、补集.
3. 集合的有关概念、集合的运算是本章的重点.有关集合的各个概念的含义以及这些概念间的联系与区别、集合的符号语言是本章的难点.学习本章内容,要多联系现实生活中的例子,联系初中学过的代数、几何知识,以帮助我们认识和理解集合及集合间的关系.善于用类比的方法找出相关概念的区别与联系.韦恩图是帮助我们直观认识集合有关概念的有力工具.以上方法是帮助我们突破难点的有效策略.

学法指导

1. 认真理解、反复推敲思考本章各知识点的含义及各种表示方法.容易混淆的知识应仔细辨析、区别,达到熟练掌握,逐步建立与集合知识相适应的理论体系与思想方法.
2. 注意和初中数学知识的衔接,这就需要重新整理初中数学知识,形成良好的知识基础,如一元二次方程、二元一次方程组、平面几何中常见的平面图形等.在此基础上,再根据本章特点,较快地吸收新知识,形成新的知识结构.
3. 本章常用的数学思想方法有:数形结合的思想,如常借助于数轴、韦恩图解决问题;分类讨论的思想,如一元二次方程根的讨论、集合间的包含关系等.
4. 通过本章的学习,努力培养自己观察、比较、抽象、概括的能力.初步形成运用集合知识准确地表述数学问题和实际问题的意识和能力.逐步培养用集合的思想来分析问题、解决问题的能力.同时培养科学的、严谨的学习态度,为树立辩证唯物主义世界观,认识世界打下基础.

1.1 集合与集合的表示方法

1.1.1 集合的概念



课前导引



情境导入

你经常会谈论你的家庭、你的班级,其实在讲到家庭、班级的时候,你必定在联想构成家庭、班级的成员.例如,家庭成员就是被你称呼为父亲、母亲、哥哥、妹妹……的人.班级成员就是与你同在一个教室里一起上课一起

学习的人,一些具有特定属性的人构成的群体,在数学上就是一个集合,你体会到什么是集合了吗?



数学



知识预览

- 一般地,把一些能够_____的对象看成一个整体,就说这个整体是由这些对象的全体构成的集合(或集),构成集合的每一个对象叫做这个集合的_____(或_____).
- 一般地,我们把_____的集合叫做空集,记作_____.
- 如果 a 是集合 A 中的元素,就说_____,记作_____. 如果 a 不是集合 A 中的元素,就说_____,记作_____. 集合中的元素具有_____和_____.
- 常见数集的表示符号:自然数集_____,正整数

集_____,整数集_____,有理数集_____,实数集_____.

5. 集合
- 集合的概念
 - 元素的性质
 - 确定性
 - 互异性
 - 无序性
 - 集合与元素的关系
 - 属于
 - 不属于
 - 集合的分类
 - 有限集
 - 无限集
 - 常见数集的记法
 - 空集
 - 意义
 - 符号



课堂导学



三点剖析

一、集合的概念

【例1】判断下列语句能否确定一个集合?如果能表示一个集合,指出它是有限集还是无限集.

- 申办 2008 年奥运会的所有城市.
- 举办 2008 年奥运会的城市.
- 举办 2016 年奥运会的城市.
- 在 2004 年 12 月 26 日印度洋地震海啸中遇难的人的全体.
- 大于零且小于 1 的所有的整数.
- 大于零且小于 1 的所有的实数.

思路分析 紧扣“集合”“有限集”“无限集”的定义解决问题.

解: (1) 申办 2008 年奥运会的是几个确定的不同的城市,能组成一个集合,且为有限集.

(2) 举办 2008 年奥运会的城市也能组成一个集合且为有限集.

(3) 因为举办 2016 年奥运会的城市现在还不确定,因此它不能构成一个集合.

(4) 在 2004 年 12 月 26 日印度洋地震海啸中遇难的人是确定的、不同的. 这些人的全体能组成一个集合,且为有限集.

(5) 大于零且小于 1 的所有整数能组成一个集合. 这个集合中不含任何元素,即为空集,它是有限集.

(6) 大于零且小于 1 的实数也是确定的,因此这样的所有的实数也能组成一个集合,且为无限集.

二、元素与集合的关系

【例2】用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空.

- (1) $2\sqrt{3}$ _____ $\{x|x < \sqrt{11}\}$, $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ _____

各个击破

类题演练 1

给出下列表述:①联合国常任理事国;②充分接近 $\sqrt{2}$ 的实数的全体;③方程 $x^2 + x - 1 = 0$ 的实数根;④全国著名的高等院校. 以上能够构成集合的是…

()

- A. ①③ B. ①②
C. ①③④ D. ①②③④

变式提升 1

下列各组对象能否构成集合?

- (1) 所有好人; (2) 小于 2 003 的数; (3) 和 2 003 非常接近的数.

类题演练 2

用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

$$\{x|x \leq 2 + \sqrt{3}\}.$$

$$(2) 3 \underline{\hspace{1cm}} \{x|x = n^2 + 1, n \in \mathbb{N}\},$$

$$(-1, 1) \underline{\hspace{1cm}} \{y|y = x^2\}.$$

$$(3) \text{ 设 } x = \frac{1}{3 - 5\sqrt{2}}, y = 3 + \sqrt{2}\pi, M = \{m|m = a + b\sqrt{2},$$

$$a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q}\}, \text{ 则 } x \underline{\hspace{1cm}} M,$$

$$y \underline{\hspace{1cm}} M.$$

思路分析 看所要判断的元素是否能化成集合中元素的形式,方能判定它们的关系.

解: (1) $2\sqrt{3} = \sqrt{12} > \sqrt{11}.$

$$\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{(\sqrt{2} + \sqrt{5})^2} = \sqrt{7 + 2\sqrt{10}} <$$

$$\sqrt{7 + 2\sqrt{12}} = \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} = 2 + \sqrt{3}.$$

, 填 $\neq$.

$$(2) \text{ 设 } n^2 + 1 = 3, n = \pm\sqrt{2} \notin \mathbb{N}, \text{ 填 } \neq.$$

把 $(-1, 1)$ 代入 $y = x^2$ 成立, 但 $(-1, 1)$ 是有序实数对, 而 $\{y|y = x^2\}$ 是 y 值的集合,

, 填 $\neq$.

$$(3) x = \frac{1}{3 - 5\sqrt{2}} = -\frac{3}{41} - \frac{5\sqrt{2}}{41}, -\frac{3}{41} \in \mathbb{Q}, -\frac{5}{41} \in \mathbb{Q}.$$

, $x \in M$.

$$\pi \notin \mathbb{Q}, y \notin M.$$

, 填 $\in, \neq$.

答案: (1) $\neq$ (2) $\neq$ (3) $\in \neq$

温馨提示

判断元素与集合的关系,要明确集合中元素的特征,准确理解集合是解题的关键.

要记清常见数集的符号表示,在判断时,常需先把所给元素化简.

三、利用集合元素的性质解决问题

【例3】 已知集合 $A = \{x|ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in \mathbb{R}\}.$

(1) 若 A 只有一个元素,试求 a 的值,并求出这个元素;

(2) 若 A 是空集,求 a 的取值范围;

(3) 若 A 至多有一个元素,求 a 的取值范围.

解析: (1) 当 $a = 0$ 时,此方程为 $2x + 1 = 0$,只有一个根为 $x = -\frac{1}{2}$;

当 $a \neq 0$ 时,则 $\Delta = 0$,即 $4 - 4a = 0$,

, $a = 1$,此时方程有两个相等的实根 $x_1 = x_2 = -1$.

综上所述,当 $a = 0$ 或 $a = 1$ 时,集合 A 中分别只有一个元素为 $-\frac{1}{2}$ 或 -1 .

(2) 若 A 为空集,则 $\begin{cases} a \neq 0, \\ \Delta < 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} a \neq 0, \\ 4 - 4a < 0, \end{cases}$ 得 $a > 1$.

(3) 集合 A 至多有一个根,包括集合 A 为空集和集合 A 为只有一个元素的集合两种情况,所以 a 的取

$$(1) 0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{N}^+;$$

$$(2) (-4)^0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{N}^+;$$

$$(3) \sqrt{2} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Z};$$

$$(4) 0 \underline{\hspace{1cm}} \emptyset.$$

变式提升 2

用符号 $\in$ 或 $\notin$ 填空:

$$(1) \pi \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{Q}; (2) (-1)^0 \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{N};$$

$$(3) \sqrt{3} \underline{\hspace{1cm}} \{x \in \mathbb{Q} \mid x < \sqrt{5}\};$$

$$(4) \sqrt{2} + \sqrt{5} \underline{\hspace{1cm}} \{x \mid x \leq 2 + \sqrt{3}\};$$

$$(5) 11 \underline{\hspace{1cm}} \{x|x = n^2 + n - 1, n \in \mathbb{N}\};$$

$$(6) (-1, 1) \underline{\hspace{1cm}} \{y|y = -x, x \in \mathbb{R}\}.$$

1.1

集合与集合的表示方法

类题演练 3

集合 $\{1, a, b\}$ 与 $\{a, a^2, ab\}$ 是同一个集合,求实数 a, b .

变式提升 3

已知集合 A 中含有三个元素 $a - 2, 12, 2a^2 + 5a$, 又 $-3 \in A$,求 a 的值.

数学

值范围是 $a=0$ 或 $a \geq 1$.



课后导练



基础达标

- 下列语句能确定一个集合的是 ()
A. 实验中学高一·一班高个子同学的全体
B. 实验中学高一·一班身高最高的三位同学
C. 我国的小河流
D. $3, x, x^2$ 三个实数
- 若 $a \in R$, 但 $a \notin Q$, 则 a 可以是 ()
A. 3.14 B. -5 C. $\frac{3}{7}$ D. $\sqrt{7}$
- 给出下列关系式: $\sqrt{3} \in R, 0.5 \notin Q, 2 \in N^*$. 其中正确的个数是 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 由实数 $x, -x, |x|, \sqrt{x^2}, -\sqrt[3]{x^3}$ 所组成的集合中, 最多含有元素的个数为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5
- 设 a, b 都是非零实数, 则 $y = \frac{a}{|a|} + \frac{b}{|b|} + \frac{ab}{|ab|}$ 可能取的值组成的集合中的元素为 ()
A. 3 B. 3, 2, 1
C. 3, 1, -1 D. 3, -1
- 用“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”符号填空.
(1) $3 \frac{2}{7}$ _____ Q ; (2) 3^2 _____ N ;
(3) π _____ Q ; (4) $\sqrt{2}$ _____ R ; (5) $\sqrt{9}$ _____ Z ; (6) $(\sqrt{5})^2$ _____ N .
- 设 A 是所有亚洲国家组成的集合, B 为所有亚洲国家的首都组成的集合, 请用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空:
(1) 台湾 _____ A ;
(2) 台湾 _____ B ;
(3) 印度 _____ A ;
(4) 堪培拉 _____ B .
- 若 $x \in N$, 则 $\{5, x, x^2 - 4x\}$ 中的元素 x 必须满足什么条件?

- 已知集合 $A = \{a \mid ma^2 + 3a + 1 = 0\}$ 只含一个元素, 求 m 的值.

- 若 $-3 \in \{a - 3, 2a - 1, a^2 - 4\}$, 求实数 a 的值.



综合运用

- 下列命题中, 正确的个数是 ()
① 集合 N 中最小的正数是 1 ② $-a \notin N$, 则 $a \notin N$
③ $x^2 - 6x + 9 = 0$ 的解集中含有 2 个元素
A. 0 B. 1
C. 2 D. 3
- 已知集合 S 中的三个元素 a, b, c 是 $\triangle ABC$ 的三边长, 那么 $\triangle ABC$ 一定不是 ()
A. 锐角三角形
B. 直角三角形
C. 钝角三角形
D. 等腰三角形
- 设集合 A 含有三个元素 2, 4, 6, 若 $a \in A$, 则 $6 - a \in A$, 那么 a 的值是 _____.
- 设 M 是由平行四边形的全体组成的集合, 若 a 是矩形, b 是梯形, 则 a _____ M , b _____ M .
- 已知集合 $A = \{x \mid x < 6 \text{ 且 } x \in N\}$, $B = \{\text{小于 } 10 \text{ 的质数}\}$, $C = \{24 \text{ 和 } 36 \text{ 的正公因数}\}$, 设 A, B, C 的元素个数分别是 a, b, c . 求:

- (1) $a+b+c$;
 (2) $\{y|y \in A, \text{且 } y \in C\}$;
 (3) $\{y|y \in B, \text{且 } y \notin C\}$.

- (1) $x=0$;
 (2) $x = \frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$;
 (3) $x = \frac{1}{2-\sqrt{3}}$;
 (4) $x_1 \in A, x_2 \in A, x = x_1 + x_2$;
 (5) $x_1 \in A, x_2 \in A, x = x_1 x_2$.



拓展探究

- 16 集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | x = a + \sqrt{3}b, a, b \in \mathbb{Z}\}$, 判断下列元素 x 与集合 A 的关系:

1.1

1.1.2 集合的表示方法



课前导引



情境导入

语言是沟通人与人之间的联系,同样的祝福又有着不同的表示方法. 例如 简体中文中的“生日快乐!”用繁体中文为生日快樂! 英文为 Happy Birthday! 法文是 Bon Anniversaire! ……那么对于一个集合,又有什么不同的表示方法呢?



知识预览

- 如果一个集合是_____,元素_____,常常把集合的所有元素都_____,写在大括号“ $\{\}$ ”内. 这种表示集合的方法叫做列举法. 用列举法表示集合时不必考虑元素的_____,这就是集合元素所具有的无序性.
- 如果在集合 A 中,属于集合 A 的任一元素 x 都具有性质 $p(x)$, 而不属于集合 A 的元素都不具有性质 $p(x)$, 则性质 $p(x)$ 叫做集合 A 的_____,集合 A 可用它的特征性质 $p(x)$ 描述为_____.
- 集合的表示方法 $\begin{cases} \text{列举法} \\ \text{特征性质描述法} \end{cases}$

集合与集合的表示方法



课堂导学



三点剖析

一、用列举法表示集合

【例1】请用列举法表示下列集合:

- 不大于 10 的非负偶数集;
- 自然数中不大于 10 的质数集;
- $A = \{x \in \mathbb{Z} | |x| \leq 2\}$;
- 方程 $(x-1)^2(x-2)=0$ 的解构成的集合.

思路分析 分别把各集合中的元素一一找出来写在括号内即可.

各个击破



类题演练 1

用列举法表示下列集合:

- $\{x|x+y=7, x \in \mathbb{N}^*, y \in \mathbb{N}^*\}$;
- $\{(x,y) | x+y=7, x \in \mathbb{N}^*, y \in \mathbb{N}^*\}$;
- $\{y|y=x^2-1, -2 < x < 3, x \in \mathbb{Z}\}$.

数 学

解：(1) 不大于 10 的非负偶数有 0, 2, 4, 6, 8, 10.

故该集合可表示为 $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$.

(2) 自然数中不大于 10 的质数有 2, 3, 5, 7.

故该集合可表示为 $\{2, 3, 5, 7\}$.

(3) 绝对值小于或等于 2 的整数有 -1, 0, 1, -2, 2.

故该集合可表示为 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$.

(4) 方程 $(x-1)^2(x-2)=0$ 的解为 $x=1$ 或 $x=2$.

故该集合可表示为 $\{1, 2\}$.

温馨提示

用列举法表示集合时, 需注意以下几点:

(1) 元素与元素之间必须用“,”隔开;(2) 不必考虑元素出现的先后顺序;(3) 列举法常用来表示有限集, 在表示无限集时, 必须把元素间的规律显示清楚后, 才能用省略号表示, 如正整数的倒数可表示为 $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \dots\}$.

二、用描述法准确地表示集合

例2 用特征性质描述法表示下列集合:

- (1) 正偶数集;
- (2) 被 3 除余 2 的正整数集合;
- (3) 坐标平面内坐标轴上的点集.

思路分析 用特征性质描述法表示集合, 需找准 x 所属的集合 I 和集合的一个特征性质 $p(x)$.

- 解：**(1) $\{x | x=2n, n \in \mathbb{N}^+\}$;
 (2) $\{x | x=3n+2, n \in \mathbb{N}\}$;
 (3) $\{(x, y) | xy=0\}$.

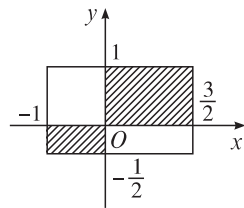
温馨提示

用特征性质描述法表示集合时应注意: ①由上下文易知代表元素 x 的范围时, $x \in \mathbb{R}$ 可简记为 x ; ②“竖线”不可省略; ③ $p(x)$ 可以是文字语言, 也可以是数学符号语言.

三、选择合适的表示方式来表示集合

例3 用特征性质描述法表示下列集合:

- (1) 所有被 5 整除的数;
- (2) 右图中阴影部分的点 (含边界) 的坐标的集合.



思路分析：(1) 中被 5 整除的数可表示为 $5n, n \in \mathbb{Z}$;
 (2) 中的元素是坐标 (x, y) .

- 解：**(1) $\{x | x=5n, n \in \mathbb{Z}\}$;
 (2) $\{(x, y) | -1 \leq x \leq \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \leq y \leq 1, \text{且 } xy \geq 0\}$.

变式提升 1

设集合 $B = \{x \in \mathbb{N} | \frac{6}{2+x} \in \mathbb{N}\}$.

- (1) 试判断元素 1, 元素 2 与集合 B 的关系;
- (2) 用列举法表示集合 B .

类题演练 2

用自然语言表示下列集合:

- (1) $\{0, 2, 4, 6, \dots\}$; (2) $\{x | x \geq 4\}$; (3) $\{x | x \text{ 是正方形}\}$.

变式提升 2

用描述法表示下列集合:

- (1) $\{-1, 1\}$;
- (2) 大于 3 的全体偶数构成的集合;
- (3) 平面直角坐标系内所有第三象限的点组成的集合;
- (4) 所有长方形构成的集合.

类题演练 3

- (1) 已知集合 $M = \{x \in \mathbb{N} | \frac{6}{1+x} \in \mathbb{Z}\}$, 求 M ;
- (2) 已知集合 $C = \{\frac{6}{1+x} \in \mathbb{Z} | x \in \mathbb{N}\}$, 求 C .

温馨提示

(1) 要写清楚集合中元素的代号,即代表元素,并写准确元素的特征性质.

(2) 要清楚集合中的元素是有序实数对 (x, y) ,而不是数集,不要漏掉 $xy \geq 0$.

变式提升 3

方程 $2x+1=0$ 的解集的元素是什么?用特征性质描述法表示这个集合.



课后导练



基础达标

- 对集合 $\{a, b, c\}$, 下列说法错误的是 ()
 - 该集合是含有 3 个元素的有限集
 - a, b, c 三个数一定全不相等
 - 该集合不能表示为 $\{c, b, a\}$
 - $a \in \{a, b, c\}$
- 下列集合能表示集合 $\{0, 1\}$ 的是 ()
 - $\{x | (x-1) = 0\}$
 - $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$
 - $\{x \in \mathbb{N} | 0 \leq x \leq 1\}$
 - $\{(x, y) | x=0, y=1\}$
- 下列表示方法中正确的是 ()
 - $3 \in \{y | y = n^2 + 1, n \in \mathbb{N}\}$
 - $0 \in \{(x, y) | x^2 + y^2 = 0, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$
 - $-3 \in \{x | x^2 - 9 = 0, x \in \mathbb{N}\}$
 - $2 \in \{x | x = \sqrt{n}, n \in \mathbb{N}\}$
- 下列表示同一个集合的是 ()
 - $M = \{(1, 2)\}, N = \{(2, 1)\}$
 - $M = \{1, 2\}, N = \{2, 1\}$
 - $M = \{(1, 2)\}, N = \{1, 2\}$
 - $M = \{y | y = x - 1, x \in \mathbb{R}\}, N = \{y | y = x - 1, x \in \mathbb{N}\}$
- 下列命题中正确的是 ()
 - 集合 $\{0\}$ 中无元素
 - 集合 $\{x \in \mathbb{Z} | 6x^2 - x - 1 = 0\}$ 中无元素
 - 集合 $\{x \in \mathbb{Q} | \frac{6}{x} \in \mathbb{Q}\}$ 中只有有限个元素
 - $M = \{m \in \mathbb{R} | m \leq \sqrt{10}\}, a = \sqrt{2} + \sqrt{10}$, 则 $a \in M$
- 集合 $A = \{x^2, 3x+2, 5y^3 - x\}$, $B = \{\text{周长等于 } 20 \text{ cm 的三角形}\}$, $C = \{x \in \mathbb{R} | x - 3 < 2\}$, $D = \{(x, y) | y = x^2 - x - 1\}$, 其中用特征性质描述法表示集合的有 _____ 个.
- 已知 $A = \{1, 0, -1, 2\}$, $B = \{y | y = |x|, x \in A\}$, 则集合 $B =$ _____.
- 用 $\in$ 或 $\notin$ 填空.
 - 若 $A = \{x | x^2 = x\}$, 则 -1 _____ A ;

- 若 $B = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$, 则 3 _____ B ;
- 若 $C = \{x \in \mathbb{N} | 1 \leq x \leq 10\}$, 则 8 _____ C ;
- 若 $D = \{x \in \mathbb{Z} | -2 < x < 3\}$, 则 1.5 _____ D .

9 (1) 改用列举法表示下列集合:

- $\{\text{自然数中五个最小的完全平方数}\}$;
- $\{x | (x+1)^2 (x+2) = 0\}$;
- $\{(x, y) | \begin{cases} 2x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}\}$.

(2) 改用描述法表示下列集合:

- $\{2, 4, 6, 8, 10\}$;
- $\{\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{5}{7}\}$;
- $\{2, 3, 4\}$.

10 用列举法表示下列方程或方程组解的集合:

- $(x-1)^2 (x-2) = 0$;
- $\begin{cases} 2x+y=8, \\ x-y=1; \end{cases}$
- $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 0$.



综合运用

- 已知 $x = 4 + \sqrt{5}$, $y = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $z = \frac{1}{\sqrt{5}+1}$, $k = 2\sqrt{5} + \pi$, 集合 $M = \{m | m = a + b \cdot \sqrt{5}, a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q}\}$, 则 ()
 - $x \notin M$
 - $y \notin M$
 - $z \in M$
 - $k \in M$

1.1

数学

- 12 已知平面内的点 $M(1,2)$ 、 $N(0,3)$, 集合 $A = \{(x,y) \mid 2x - y = 0\}$, $B = \{(x,y) \mid x + 2y = 5\}$, $C = \{(x,y) \mid 2x + 3y = 9\}$, 那么 M, N 与 A, B, C 的关系是 ()
- A. $M \in A, N \in B$ B. $M \in B, N \in A$
C. $M \in C, N \in C$ D. $M \in B, N \notin B$
- 13 集合 $\{(x,y) \mid y = x^2 - 1, |x| \leq 2, x \in \mathbb{Z}\}$, 用列举法表示该集合为_____.
- 14 集合 $A = \{x \mid ax^2 + 2x + 2 = 0\}$ 中只有一个元素, 则 a 的值的集合为_____.
- 15 数学课上, 老师让同学们任意写出一个由一些数的全体确定的集合, 老师随机地拿了三位同学所写的集合让同学们来研究. 其中 $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 5\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x \leq 2\}$, $C = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, 老师提出了以下三个问题让同学们讨论. 你能顺利地解出来吗?
- (1) 分别用列举法表示出这三个集合;
(2) 是否存在实数 a , 使得 $a \in A$ 且 $a \in B$;
(3) 是否存在实数 b , 使得 $b \in C$ 但 $b \notin A$.

拓展探究

- 16 设集合 $M = \{a \mid a = x^2 - y^2, x, y \in \mathbb{Z}\}$.
- (1) 试证明: 一切奇数属于集合 M ;
(2) 关于集合 M , 你能得出另外的一些结论吗?

1.2 集合之间的关系与运算

1.2.1 集合之间的关系

课前导引

情境导入

从集合 {农夫, 狼, 羊, 菜} 中任取出两个元素, 并写出由这两个元素构成的所有集合, 由此你能否设计一个方案: 农夫用船把羊、狼、菜从河的一岸送到另一岸, 农夫每次驾船只能运一种东西, 并且农夫不在场的情况下, 狼不能和羊在一起, 羊不能和菜在一起.



思路分析 农夫先把羊运过河, 第二次再把菜运过河, 此时又将羊捎回来, 第三次放下羊再把狼运过河, 第四次将羊运过河.

知识预览

- 如果集合 A 中的_____元素都是集合 B 中的元素, 就说集合 A 是集合 B 的子集, 记作_____, 读作_____.
- 若集合 $A \subseteq B$, 且存在元素 x _____ B , 但 x _____ A , 称集合 A 是集合 B 的真子集, 记作_____, 读作_____.
- 若 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq A$, 则 A _____ B .
- 对任何集合 A, B, C , 用“ $\subsetneq$ ”或“ $\subseteq$ ”填空.
 - A _____ A ; (2) $\emptyset$ _____ A ;
 - $A \subseteq B, B \subseteq C$, 则 A _____ C ; $A \subsetneq B, B \subsetneq C$, 则 A _____ C .

5. 集合间的关系
- | | | |
|-------|-------|-----|
| 包含关系 | { | 子集 |
| | | 真子集 |
| | 不包含关系 | |
| 集合的相等 | | |



三点剖析

各个击破



一、子集、真子集、集合相等的概念

【例1】判断下列说法是否正确,如果不正确,请加以改正.

- (1) 对任意的集合 A , 有 $\emptyset \subsetneq A$
- (2) 如果 $A \supseteq B$ 且 $A \neq B$, 那么 B 必是 A 的真子集.
- (3) 如果 $A = B$, 则集合 A 是集合 B 的子集, 但一定不是 B 的真子集.
- (4) 如果对任意的 $x_0 \in A$, 都能得到 $x_0 \in B$, 则集合 A 是集合 B 的真子集.

思路分析 紧扣子集、真子集的概念, 空集的性质.

解: (1) 空集是任何集合的子集, 是任何非空集合的真子集. 此处没说集合 A 是否非空, 因此说法错误, 应有 $\emptyset \subseteq A$.

(2) 集合 B 是集合 A 的子集, 实际上有两种可能: 一是 B 是 A 的真子集; 二是集合 A 与集合 B 相等.

$A \supseteq B$, 又 $A \neq B$, B 必是 A 的真子集. 故此说法正确.

(3) 由 $A = B$ 知 $A \subseteq B$ 且 $B \subseteq A$, A, B 两集合的元素完全相同, A 中的任一元素必是集合 B 中的元素, 但集合 B 中不存在元素属于 B 但不属于 A . 故集合 A 是集合 B 的子集, 但不是 B 的真子集. 故此说法正确.

(4) 由对任意的 $x_0 \in A$, 能得到 $x_0 \in B$, 故集合 A 是集合 B 的子集, 不能确定是否为真子集. 故此说法错误.

二、根据两集合间的关系进行有关运算

【例2】已知 $A = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{y | y = 4k \pm 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 求证 $A = B$.

思路分析 根据两集合相等的定义, 欲证 $A = B$, 必须证明 $A \subseteq B$ 和 $B \subseteq A$ 两方面.

证明: (1) 设任意 $x_0 \in A$, 则 $x_0 = 2n + 1, n \in \mathbb{Z}$.

当 n 为偶数, 即 $n = 2k, k \in \mathbb{Z}$ 时, $x_0 = 2n + 1 = 4k + 1, k \in \mathbb{Z}$; 当 n 为奇数, 即 $n = 2k - 1, k \in \mathbb{Z}$ 时, $x_0 = 2n + 1 = 4k - 1, k \in \mathbb{Z}$. $\therefore x_0 \in B, \therefore A \subseteq B$.

(2) 设任意 $y_0 \in B$, 则 $y_0 = 4k \pm 1, k \in \mathbb{Z}$, 若 $y_0 = 4k + 1 = 2(2k) + 1, 2k \in \mathbb{Z}$, $y_0 \in A$.

若 $y_0 = 4k - 1 = 2(2k - 1) + 1, 2k - 1 \in \mathbb{Z}$, $y_0 \in A$. $\therefore B \subseteq A$. 综上知, $A = B$.

温馨提示

本题同学们容易出现“令 $2n + 1 = 4k \pm 1$ ”的错误做法. 两集合相等是通过两集合间的包含关系定义的, 而不仅仅是通过“它们所含元素完全相同”来定义的. 从本题可以看出, 这样定义具有很强的操作性.

类题演练 1

- (1) 已知 $A = \{m, n, d\}$, 写出 A 的所有子集, 并分别求出 A 的子集、真子集、非空真子集的个数.
- (2) 已知集合 A 满足 $\{a, b\} \subseteq A \subseteq \{a, b, c, d\}$, 求所有满足条件的集合 A .

变式提升 1

写出集合 $M = \{a, b, c, d\}$ 的所有真子集.

类题演练 2

已知集合 $A = \{x, xy, x - y\}$, 集合 $B = \{0, |x|, y\}$, 若 $A = B$, 求实数 x, y 的值.

变式提升 2

已知集合 $A = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$, $B = \{x | mx + 1 = 0\}$, 若 $B \subsetneq A$, 求由实数 m 所构成的集合 M .

数学

三、元素与集合、集合与集合之间的关系

【例3】 以下各组中的两个对象是什么关系,用适当的符号表示出来.

(1) 0 与 $\{0\}$; (2) 0 与 $\emptyset$; (3) $\emptyset$ 与 $\{0\}$; (4) $\{0,1\}$ 与 $\{0,1\}$; (5) $\{(b,a)\}$ 与 $\{(a,b)\}$.

思路分析 首先要分清是“元素与集合”的关系,还是“集合与集合”的关系.如果是集合与集合,还要分清是什么关系.

解: (1) $0 \in \{0\}$. (2) $0 \notin \emptyset$.

(3) $\emptyset$ 与 $\{0\}$ 都是集合,两者的关系是“包含与否”的关系, $\emptyset \subsetneq \{0\}$.

(4) $\{0,1\}$ 是含有两个元素 $0,1$ 的集合,而 $\{(0,1)\}$ 是表示以点 $(0,1)$ 为元素的集合,它只含有一个元素, $\{0,1\} \neq \{(0,1)\}$.

(5) 当 $a=b$ 时, $\{(a,b)\} = \{(b,a)\}$.

当 $a \neq b$ 时, $\{(a,b)\} \neq \{(b,a)\}$.

温馨提示

(1) 要十分注意 $\in$ 与 $\subseteq$ (或 $\subsetneq$) 之间的区别: “ $\in$ ”是表示元素与集合之间的关系; “ $\subseteq$ (或 $\subsetneq$)”是表示集合与集合之间的关系.

(2) a 与 $\{a\}$ 的区别: 一般地, a 表示一个元素,而 $\{a\}$ 表示只有一个元素 a 的集合.

类题演练 3

已知 $A = \{0,1\}$, $B = \{x | x \subseteq A\}$, 则 A 与 B 的关系正确的是

A. $A \subseteq B$ B. $A \subsetneq B$ C. $B \subsetneq A$ D. $A \in B$

变式提升 3

已知集合 $A = \{x | x = a + \frac{1}{6}, a \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{x | x = \frac{b}{2} - \frac{1}{3}, b \in \mathbb{Z}\}$, $C = \{x | x = \frac{c}{2} + \frac{1}{6}, c \in \mathbb{Z}\}$. 则集合 A, B, C

满足的关系是

A. $A = B \subsetneq C$ B. $A \subsetneq B = C$
C. $A \subsetneq B \subsetneq C$ D. $B \subsetneq C \subsetneq A$



基础达标

1 下列命题: ①空集没有子集; ②任何集合至少有两个子集; ③空集是任何集合的真子集; ④若 $\emptyset \subsetneq A$, 则 $A \neq \emptyset$. 其中正确的有

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

2 集合 $\{0\}$ 和 $\emptyset$ 的关系是

A. $\{0\} = \emptyset$ B. $\emptyset \in \{0\}$
C. $\emptyset \subsetneq \{0\}$ D. $0 \subsetneq \emptyset$

3 设集合 $P = \{a, b, 2\}$, $Q = \{2a, 2, b^2\}$, 且 $P = Q$, 则 a, b 的值分别为

A. $a=0, b=1$
B. $a=\frac{1}{4}, b=\frac{1}{2}$
C. $a=0, b=1$ 或 $a=\frac{1}{4}, b=\frac{1}{2}$
D. 以上均不对

4 已知集合 $A \subseteq \{2, 3, 9\}$, 且 A 中至少有一个奇数, 则这样的集合共有

A. 2 个 B. 4 个 C. 5 个 D. 6 个

5 设集合 $M = \{x | x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x =$

$\frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$, 则

A. $M = N$ B. $M \subsetneq N$
C. $M \subsetneq N$ D. $M \supsetneq N$

6 同时满足 (1) $M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, (2) 若 $a \in M$, 则 $6-a \in M$ 的非空集合 M 有

A. 16 个 B. 15 个 C. 7 个 D. 6 个

7 2006 上海高考, 文 已知集合 $A = \{-1, 3, m\}$, 集合 $B = \{3, 4\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 $m =$

8 若 $A \subseteq B, A \subseteq C, B = \{0, 1, 2, 3\}, C = \{0, 2, 4, 8\}$, 则满足上述条件的集合 A 为

9 已知集合 $M = \{x | k+1 \leq x \leq 2k\}$, $N = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$, 且 $M \subseteq N$. 求 k 的取值范围.

- 10 已知集合 $A = \{m, m+d, m+2d\}$, 集合 $B = \{m, mq, mq^2\}$ 且 $A=B$, 求 q 的值.



综合运用

- 11 已知 $M = \{x \mid \begin{cases} 0 \leq 2-x \leq 6 \\ \frac{1}{2}x \leq 2 - \frac{1}{6}x \end{cases}\}$, $N = \{x \mid a-2x \geq$

$2a-3x\}$, 且 $M \subseteq N$, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $a \leq 4$ B. $a \leq -4$
C. $a < -4$ D. $a < 4$

- 12 2007 山东统考 对于集合 M, N , 定义 $M-N = \{x \mid x \in M, \text{且 } x \notin N\}$, $M \oplus N = (M-N) \cup (N-M)$. 设 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, 则 $A \oplus B$ 等于

- A. $\{4, 5, 6, 7\}$
B. $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
C. $\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
D. $\{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$

- 13 若集合 $P = \{x \mid x^2 + x - 6 = 0\}$, $S = \{x \mid ax + 1 = 0\}$, 且 $S \subseteq P$. 求由 a 的可取值组成的集合.

- 14 集合 $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x \mid m+1 \leq x \leq 2m-1\}$, 若 $B \subseteq A$, 求实数 m 的取值范围.

- 15 设集合 $A = \{1, 3, a\}$, $B = \{1, a^2 - a + 1\}$, 且 $B \subseteq A$, 求 a 的值.



拓展探究

- 16 2007 江苏宿迁调研 设 $I = [-1, k]$ ($k > -1$), 若 $\{y \mid y = x+1, x \in I\} = \{y \mid y = x^2, x \in I\}$, 则 $k =$ _____.

1.2.2 集合的运算

第一课时 交集与并集



课前导引



情境导入

在一起交通事故逃逸事件中, 交警对有关目击者进行询问, 有人说: “撞人的是女性.” 有人说: “我看见是一个穿红上衣的人.” 还有人说: “是一个细高个.” 假设目击者的话都是真的, 那么, 交警就应该在女人集合, 穿红上衣的人的集合, 细高个这个集合中交叉审查了. 你知道这是一种什么思想吗?

这种思想在本节课学习的“集合的运算”中有比较完美的表现.



知识预览

1. 对于两个给定的集合 A, B , 由 _____ 元素构成

的集合, 叫做 A 与 B 的交集, 记作 _____, 读作 _____, 用符号可表示为 $A \cap B =$ _____.

2. 对于两个给定的集合 A, B , 把它们 _____ 的元素并在一起构成的集合, 叫做 A 与 B 的并集, 记作 _____, 读作 _____, 用符号可表示为 _____.

3. $A \cap B =$ _____, $A \cap A =$ _____, $A \cap \emptyset =$ _____, $A \cup B =$ _____, $A \cup A =$ _____, $A \cup \emptyset =$ _____.

4. 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.

5. 集合的运算 $\begin{cases} \text{交集} \begin{cases} \text{定义} \\ \text{性质} \end{cases} \\ \text{并集} \begin{cases} \text{定义} \\ \text{性质} \end{cases} \end{cases}$



三点剖析

各个击破



一、交集、并集的概念

【例1】数学活动课上,小强说:“若 $x \notin A \cap B$, 则 $x \notin A$ 且 $x \notin B$.”小刚说:“若 $x \notin A \cup B$, 则 $x \notin A$ 且 $x \notin B$.”这两个同学说的都对吗?为什么?

思路分析 紧扣交集、并集的概念. $A \cap B$ 是由既属于 A 又属于 B 的元素确定的集合, $x \notin A \cap B$ 可分三种情况: $x \notin A$ 且 $x \in B$, $x \in A$ 且 $x \notin B$, $x \notin A$ 且 $x \notin B$, 即小强同学说的不正确. $A \cup B$ 是由属于 A 或属于 B 的元素确定的集合, 即 A, B 两集合的元素都在 $A \cup B$ 中, 若 $x \notin A \cup B$, 则必有 $x \notin A$ 且 $x \notin B$, 即小刚同学说的正确.

温馨提示

本题可借助于韦恩图来理解.

二、交集、并集的运算

【例2】已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{2, 3, 4\}$, 求 $A \cap B, A \cup B$.

思路分析 根据交集、并集的定义, 求 $A \cap B$ 只需把集合 A, B 中的公共元素找出来, 写成集合的形式, 求 $A \cup B$ 只需把集合 A, B 中的所有元素找出来, 写成集合的形式, 要注意集合中元素的互异性.

解 $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{2, 3, 4\} = \{2, 3\}$.

$A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{2, 3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$.

温馨提示

若集合 A, B 中的元素是能够一一列举出来的有限集时, 可直接求 $A \cap B, A \cup B$. 若集合较复杂, 可先化简, 再求交集. 若是无限数集, 可借助于数轴求交集.

三、有字母参数参与的交、并集运算

【例3】已知 $A = \{x | x^2 - px - 2 = 0\}$, $B = \{x | x^2 + qx + r = 0\}$, 且 $A \cup B = \{-2, 1, 5\}$, $A \cap B = \{-2\}$, 求 p, q, r 的值.

思路分析 由 $A \cap B = \{-2\}$ 知 $-2 \in A$, 代入方程 $x^2 - px - 2 = 0$, 求得 p , 再解方程求出 A , 又由 $A \cup B$ 确定集合 B 中的元素.

解: $A \cap B = \{-2\}$, $-2 \in A$, 将 $x = -2$ 代入 $x^2 - px - 2 = 0$, 得 $p = -1$.

$A = \{1, -2\}$. $A \cup B = \{-2, 1, 5\}$, $A \cap B = \{-2\}$, $B = \{-2, 5\}$.

类题演练 1

若集合 A, B, C 满足 $A \cap B = A, B \cup C = C$, 则 A 与 C 之间的关系是 ()

A. $A \subsetneq C$ B. $C \subsetneq A$ C. $A \subseteq C$ D. $C \subseteq A$

变式提升 1

设集合 $A = \{x \in \mathbb{Z} | -10 \leq x \leq -1\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} | |x| \leq 5\}$, 则 $A \cup B$ 中的元素个数是 ()

A. 11 B. 10 C. 16 D. 15

类题演练 2

2006 全国高考卷 I, 理 1 文 2 设集合 $M = \{x | x^2 - x < 0\}$, $N = \{x | |x| < 2\}$, 则 ()

A. $M \cap N = \emptyset$ B. $M \cap N = M$
C. $M \cup N = M$ D. $M \cup N = \mathbb{R}$

变式提升 2

已知 $A \subseteq B, A \subseteq C, B = \{1, 2, 3, 5\}, C = \{0, 2, 4, 8\}$. 求 A .

类题演练 3

设 $A = \{-4, 2a - 1, a^2\}$, $B = \{a - 5, 1 - a, 9\}$, 已知 $A \cap B = \emptyset$, 求 a 的值及 $A \cup B$.

, $4 - 2q + r = 0$ 且 $25 + 5q + r = 0$.

解得 $q = -3, r = -10$. 故 $p = -1, q = -3, r = -10$.

温馨提示

$A \cap B = \{-2\}$, $-2 \in B$. 若将 -2 代入集合 B 中的方程 $x^2 + qx + r = 0$, 得 $4 - 2q + r = 0$, 此路行不通.

当遇到此类问题时, 我们应尽快转换思路, 将 -2 代入集合 A 中的元素. 一般地, 代入求值问题, 代入后剩下的待定系数越少越好.

变式提升 3

已知集合 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$, a 取何实数时, $A \cap B \neq \emptyset$ 与 $A \cap C = \emptyset$ 同时成立?



1.2



基础达标

- 已知 $A = \{y | y = x^2 - 4x + 3, x \in \mathbb{R}\}$, $B = \{y | y = x - 1, x \in \mathbb{R}\}$, 则 $A \cap B$ 等于 ()
A. $\{y | y = -1 \text{ 或 } 0\}$ B. $\{x | x = 0 \text{ 或 } 1\}$
C. $\{0, -1\}$ D. $\{y | y \geq -1\}$
- 已知 $M = \{x^2, 2x - 1, -x - 1\}$, $N = \{x^2 + 1, -3, x + 1\}$, 且 $M \cap N = \{0, -3\}$, 则 x 的值为 ()
A. -1 B. 1 C. -2 D. 2
- 设集合 $A = \{(x, y) | 4x + y = 6\}$, $B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7\}$, 则满足 $C \subseteq A \cap B$ 的集合 C 的个数是 ()
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
- 满足条件 $M \cup \{1\} = \{1, 2, 3\}$ 的集合 M 的个数是 ()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
- 已知集合 $M = \{x | -1 \leq x < 2\}$, $N = \{x | x - a \leq 0\}$, 若 $M \cap N \neq \emptyset$, 则 a 的取值范围是 ()
A. $(-1, 2]$ B. $(-1, +\infty)$
C. $[-1, +\infty)$ D. $[-1, 1]$
- 设 $A = \{0, 1, 2, 4, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 6, 8, 9\}$, $C = \{3, 7, 8\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $(A \cap B) \cup C =$ _____.
- 设 $A = \{x | -1 < x \leq 2\}$, $B = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x > 3\}$, 则 $A \cap B =$ _____, $A \cup B =$ _____.
- 已知 $A = \{x | |x - a| < 4\}$, $B = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 5\}$, 且 $A \cup B = \mathbb{R}$, 求实数 a 的范围.

- 已知 $A = \{1, 4, x\}$, $B = \{1, x^2\}$, 且 $A \cap B = B$, 求 x 的值及集合 B .

- 已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 3 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - ax + a - 1 = 0\}$, $C = \{x | x^2 - mx + 1 = 0\}$, 且 $A \cup B = A$, $A \cap C = C$, 求 a, m 的值或取值范围.



综合运用

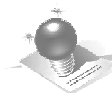
- 设 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B \subsetneq A$, $1 \in (A \cap B)$, $4 \notin (A \cap B)$, 则满足上述条件的集合 B 的个数是 ()
A. 7 B. 3 C. 16 D. 4
- 已知集合 T 是方程 $x^2 + px + q = 0$ ($p^2 - 4q > 0$) 的解组成的集合, $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, 4, 7, 10\}$, 且 $T \cap A = \emptyset$, $T \cap B = T$, 则实数 $p =$ _____, $q =$ _____.
- 设 $A = \{x | 2x^2 - px + q = 0\}$, $B = \{x | 6x^2 + (p+2)x + 5 + q = 0\}$, 若 $A \cap B = \{\frac{1}{2}\}$, 则 $A \cup B =$ _____.
- 已知集合 A, B , 给出下列四个命题:
① 若 $a \in (A \cup B)$, 则 $a \in A$;
② 若 $a \in (A \cap B)$, 则 $a \in (A \cup B)$;
③ 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = B$;

数 学

④若 $A \cup B = A$, 则 $A \cap B = B$.

以上命题中正确的有_____.

- 15 设集合 $A = \{x | -2 < x < -1\} \cup \{x | x > 1\}$, $B = \{x | a \leq x \leq b\}$, 若 $A \cup B = \{x | x > -2\}$, $A \cap B = \{x | 1 < x \leq 3\}$, 求 a, b 的值.



拓展探究

- 16 设 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$.
- (1) 若 $A \cap B = B$, 求 a 的值;
- (2) 若 $A \cup B = B$, 求 a 的值.

第二课时 补 集



课前导引



情境导入

在学习过程中对于一些比较复杂, 比较抽象, 条件和结论之间关系不明朗, 难于正面入手的问题, 在解决时, 调整思路, 从问题的反面入手, 探求已知和未知的关系, 这时能化难为易, 化隐为显, 从而将问题解决, 这就是“正难则反”的解题策略, 也是处理问题的间接化原则的体现.

本节我们要学习的补集作为一种思想方法, 为我们研究问题开辟了新思路, 今后要有意识地去体会并运用.



知识预览

1. 如果一个集合含有所研究问题中所涉及的所有元

素, 那么就称这个集合为_____, 记作_____.

2. 如果 A 是全集 U 的一个子集, 由 U 中_____元素构成的集合, 叫做 A 在 U 中的补集, 记作_____, 读作“_____”, 用符号表示为 $\complement_U A = ______$.

3. 全集通常用_____表示, 全集与它的任意一个真子集之间的关系用韦恩图可表示为_____.

4. $A \cup \complement_U A = ______$, $A \cap \complement_U A = ______$, $\complement_U (\complement_U A) = ______$.

5. 集合的运算

交集	{	定义
		性质
	并集	{
性质		
补集	{	定义
		性质



课堂导学



三点剖析

一、补集的概念

【例1】设集合 $A = \{|2a - 1|, 2\}$, $B = \{2, 3, a^2 + 2a - 3\}$, 且 $\complement_B A = \{5\}$, 求实数 a 的值.

解析 由符号 $\complement_B A$ 知 $A \subseteq B$, 由 $\complement_B A = \{5\}$ 知 $5 \in B$ 且 $5 \notin A$.



各个击破

类题演练 1

设全集 $U = \{1, 2, x^2 - 2\}$, $A = \{1, x\}$, 求 $\complement_U A$.

, $a^2 + 2a - 3 = 5$, 即 $a = 2$ 或 $a = -4$.

当 $a = 2$ 时, $A = \{3, 2\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, 满足 $\complement_B A = \{5\}$, 即 $a = 2$ 成立.

当 $a = -4$ 时, $A = \{9, 2\}$, $B = \{2, 3, 5\}$, $A \not\subseteq B$, 所以 $\complement_B A$ 无意义, $a = -4$ 舍去.

综上所述可知 $a = 2$.

温馨提示

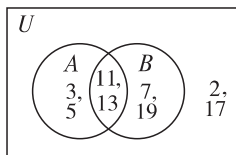
集合是一种数学语言, 如果不能从这种语言中破译出它的全部意义, 那么就会造成各种各样的错误.

二、两个集合间的综合运算

【例2】设全集 $U = \{x | x \leq 20 \text{ 的质数}\}$, $A \cap \complement_U B = \{3, 5\}$, $\complement_U A \cap B = \{7, 19\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{2, 17\}$, 求集合 A, B .

思路分析 利用列举法可求得集合 U , 然后利用韦恩图处理.

解: $U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$, 由题意, 利用韦恩图 (如图所示).



故集合 $A = \{3, 5, 11, 13\}$, $B = \{7, 11, 13, 19\}$.

温馨提示

(1) 有些集合问题比较抽象, 解题时若借助韦恩图或数轴进行分析, 往往可将问题直观化、形象化, 使问题简捷地获解.

(2) 如果集合是由一些数组成的有限集, 常利用韦恩图解决. 如果集合是用区间的形式表示的无限集, 常用数轴来解决.

(3) 补集的运算: $\complement_U A \cup \complement_U B = \complement_U (A \cap B)$,

$\complement_U A \cap \complement_U B = \complement_U (A \cup B)$.

三、已知两集合间的关系求参数的取值范围

【例3】已知集合 $A = \{x | x^2 + 6x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 3(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$, 且 $A \cup B = A$, 求实数 a 的值.

解析: $A = \{x | x^2 + 6x = 0\} = \{0, -6\}$,

由 $A \cup B = A$,

, $B \subseteq A$

(1) 当 $B = \emptyset$ 时, $x^2 + 3(a+1)x + a^2 - 1 = 0$ 中 $\Delta < 0$, 解得 $-\frac{13}{5} < a < -1$.

(2) 当 $B \neq \emptyset$ 时, ①若 $B = A$, 由根与系数的关系

变式提升 1

已知 $U = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, $M = \{x | -1 < x < 3\}$, $N = \{x | x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $P = \{x | -1 \leq x < 3\}$, 则有 ()

A. $\complement_U M = N$

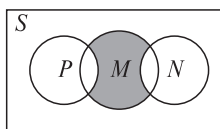
B. $\complement_U N = P$

C. $\complement_U M \supseteq P$

D. $M \supseteq P$

类题演练 2

集合 S, M, N, P 如图所示, 则图中阴影部分所表示的集合是 ()



A. $M \cap (N \cup P)$

B. $M \cap \complement_S (N \cap P)$

C. $M \cup \complement_S (N \cap P)$

D. $M \cap \complement_S (N \cup P)$

变式提升 2

设全集 $U = \{x | x \text{ 为 } 12 \text{ 的约数, 且 } x \in \mathbb{Z}\}$, $A \cap \complement_U B = \{-6, 4, -4\}$, $A \cap B = \{-2, 6\}$, $\complement_U A \cap \complement_U B = \{-3, 1, 2, 12\}$, 求集合 A 与 B .

类题演练 3

设全集 $U = \mathbb{R}$, $A = \{x | x > 1\}$, $B = \{x | x + a < 0\}$, $B \not\subseteq \complement_{\mathbb{R}} A$, 求实数 a 的取值范围.