



第四章 三角函数

高一数学同步检测一	1
角的概念的推广和弧度制	
高一数学同步检测二	8
任意角的三角函数及同角三角函数的基本关系式	
高一数学同步检测三	16
正弦、余弦的诱导公式	
高一数学同步检测四	23
任意角的三角函数测试 (A 卷)	
高一数学同步检测五	32
任意角的三角函数测试 (B 卷)	
高一数学同步检测六	41
两角和与差的三角函数 (A 卷)	
高一数学同步检测七	50
两角和与差的三角函数 (B 卷)	
高一数学同步检测八	59
正、余弦函数及函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ 的图象和性质	
高一数学同步检测九	68
正切函数的图象和性质及已知三角函数值求角	
高一数学同步检测十	75
三角函数的图象和性质测试 (A 卷)	
高一数学同步检测十一	86
三角函数的图象和性质测试 (B 卷)	

目 录

期中检测

高一数学同步检测十二	98
期中检测 (A 卷)	
高一数学同步检测十三	107
期中检测 (B 卷)	

第五章 平面向量

高一数学同步检测十四	117
向量及其线性运算	
高一数学同步检测十五	125
平面向量的坐标运算及线段的定比分点	
高一数学同步检测十六	134
平面向量的数量积及运算律、坐标表示与平移	
高一数学同步检测十七	142
向量及其运算测试 (A 卷)	
高一数学同步检测十八	150
向量及其运算测试 (B 卷)	
高一数学同步检测十九	158
解斜三角形 (A 卷)	
高一数学同步检测二十	166
解斜三角形 (B 卷)	
高一数学同步检测二十一	175
第五章单元测试 (A 卷)	
高一数学同步检测二十二	183
第五章单元测试 (B 卷)	

期末检测

高一数学同步检测二十三	192
期末检测 (A 卷)	
高一数学同步检测二十四	200
期末检测 (B 卷)	

高一数学同步检测一

角的概念的推广和弧度制

说明 本试卷分为第Ⅰ、Ⅱ卷两部分,请将第Ⅰ卷选择题的答案填入题后括号内,第Ⅱ卷可在各题后直接作答.

第Ⅰ卷(选择题)

一、选择题(本大题共 10 小题,在每小题给出的四个选项中,选择一个符合题目要求的选项)

1 与 -457° 角终边相同的角的集合是 ()

- A. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 457^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
- B. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 97^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
- C. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ + 263^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$
- D. $\{\alpha | \alpha = k \cdot 360^\circ - 263^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$

答案 C

解析一: $-457^\circ = -2 \times 360^\circ + 263^\circ$, 所以应选 C 项.

解析二: 因为 -457° 角与 -97° 角终边相同, 又 -97° 角与 263° 角终边相同, 所以 -457° 角应与 $k \cdot 360^\circ + 263^\circ$ 角终边相同, 故应选 C 项.

解析三: 由于 -457° 角与 -97° 角终边相同, 易知应排除选项 A、B、D, 故选 C 项.

2 设 $A = \{\theta | \theta \text{ 为锐角}\}$, $B = \{\theta | \theta \text{ 为小于 } 90^\circ \text{ 的角}\}$, $C = \{\theta | \theta \text{ 为第一象限角}\}$, $D = \{\theta | \theta \text{ 为小于 } 90^\circ \text{ 的正角}\}$, 则 ()

- A. $A=B$
- B. $B=C$
- C. $A=C$
- D. $A=D$

答案 D

解析 $A = \{\theta | 0^\circ < \theta < 90^\circ\}$, $B = \{\theta | \theta < 90^\circ\}$,

$C = \{\theta | k \cdot 360^\circ < \theta < 90^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, $D = \{\theta | 0^\circ < \theta < 90^\circ\}$, 显然, $A=D$.

3 若角 α 与 β 终边相同, 则一定有 ()

- A. $\alpha + \beta = 180^\circ$

备
课
札
记





轻轻告诉你

学问以荡涤心灵污垢、端正行为为本。——中江藤树

备
课
札
记

B. $\alpha + \beta = 0^\circ$

C. $\alpha - \beta = k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

D. $\alpha + \beta = k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

答案 C

解析 因为 α 与 β 终边相同, 所以有 $\alpha = \beta + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

4 已知 α 为第二象限的角, 则 $\frac{\alpha}{2}$ 所在的象限是 …………… ()

A. 第一或第二象限

B. 第二或第三象限

C. 第一或第三象限

D. 第二或第四象限

答案 C

解析 因为 α 在第二象限, 可知 $90^\circ + k \cdot 360^\circ < \alpha < 180^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$, 所以 $45^\circ + k \cdot 180^\circ < \frac{\alpha}{2} < 90^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

因为 $k = 2n$ 或 $2n + 1, n \in \mathbb{Z}$, 所以当 $k = 2n$ 时, $45^\circ + n \cdot 360^\circ < \frac{\alpha}{2} < 90^\circ + n \cdot 360^\circ, n \in \mathbb{Z}$, 此时 $\frac{\alpha}{2}$ 在第一象限; 当 $k = 2n + 1$ 时, $225^\circ + n \cdot 360^\circ < \frac{\alpha}{2} < 270^\circ + n \cdot 360^\circ, n \in \mathbb{Z}$, 此时

$\frac{\alpha}{2}$ 在第三象限. 故选 C.

5 在半径不等的两个圆内, 1 弧度的圆心角 …………… ()

A. 所对的弧长相等

B. 所对的弦长相等

C. 所对弧长等于各自的半径

D. 所对的弧长为 $\frac{57^\circ 18' R}{180^\circ}$

答案 C

解析 由弧度制的定义, 知半径为 R 的圆上, 1 弧度的圆心角所对的弧长等于半径 R .

6 角 $\frac{16\pi}{3}$ 化为 $\alpha + 2k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}, 0 < \alpha < 2\pi$) 的形式是 … ()

A. $5\pi + \frac{\pi}{3}$

B. $4\pi + \frac{4\pi}{3}$

C. $6\pi - \frac{2\pi}{3}$

D. $3\pi + \frac{7\pi}{3}$

答案 B



解析 $\frac{16}{3}\pi = \frac{4\pi}{3} + 2 \times 2\pi = 4\pi + \frac{4\pi}{3}$.

7 下列各角中与 $\frac{7\pi}{12}$ 终边相同的角为 ()

- A. 435° B. 465° C. 225° D. -435°

答案 B

解析 $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{12} = 7 \times 15^\circ = 105^\circ$. $435^\circ = 360^\circ + 75^\circ$, $465^\circ = 360^\circ + 105^\circ$, $225^\circ = 360^\circ - 135^\circ$, $-435^\circ = -360^\circ + (-75^\circ)$.

8 下列各式不正确的是 ()

- A. 终边在 x 轴上角的集合是 $\{\alpha | \alpha = k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 B. 终边在 y 轴上角的集合是 $\{\alpha | \alpha = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
 C. 终边在坐标轴上角的集合是 $\{\alpha | \alpha = k \cdot \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$
 D. 终边在直线 $y = x$ 上角的集合是 $\{\alpha | \alpha = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

答案 D

解析 终边在直线 $y = x$ 上的角包括终边在第一象限和第三象限两部分, 所以正确表示为 $\{\alpha | \alpha = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

9 在半径为 2 cm 的圆中, 有一条弧长为 $\frac{\pi}{3}$ cm, 它所对的圆心角为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

答案 A

解析 设圆心角为 θ , 则 $\theta = \frac{\frac{\pi}{3}}{2} = \frac{\pi}{6}$.

10 如果一扇形的圆心角为 72° , 半径等于 20 cm, 则扇形的面积为 ()

- A. $40\pi \text{ cm}^2$ B. $80\pi \text{ cm}^2$ C. 40 cm^2 D. 80 cm^2

答案 B

解析 先把角度化为弧度, 然后利用弧度制下的扇形面积公

备
课
札
记





式即可求出结果.

$$72^\circ = \frac{2\pi}{5}, S = \frac{1}{2} |\alpha| r^2 = \frac{1}{2} \times \frac{2\pi}{5} \times 20^2 = 80\pi \text{ (cm}^2\text{)}.$$

第 II 卷 (非选择题)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 答案需填在题中横线上)

- 11 在半径为 1 的单位圆中, 一条弦 AB 的长度为 $\sqrt{3}$, 则弦 AB 所对圆心角 α 是_____.

答案 $\frac{2\pi}{3}$

解析 $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 所以 $\frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{3}$, $\alpha = \frac{2\pi}{3}$.

- 12 角 α 小于 180° 而大于 -180° , 它的 7 倍角的终边又与自身终边重合, 则满足条件的角 α 的集合为_____.

答案: $\{-120^\circ, -60^\circ, 0^\circ, 60^\circ, 120^\circ\}$

解析 终边相同的角的大小相差 360° 的整数倍.

与角 α 终边相同的角连同角 α 在内可表示为 $\{\beta | \beta = \alpha + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

它的 7 倍角的终边与其终边相同,

$$7\alpha = \alpha + k \cdot 360^\circ,$$

解得 $\alpha = k \cdot 60^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

满足 α 的集合为 $\{-120^\circ, -60^\circ, 0^\circ, 60^\circ, 120^\circ\}$.

- 13 已知下列各个角: $\alpha_1 = -\frac{11\pi}{7}$, $\alpha_2 = \frac{511\pi}{6}$, $\alpha_3 = 9$, $\alpha_4 = -855^\circ$.

(1) 其中是第三象限的角是_____;

(2) 将它们化为另一种度量制下的数量分别是_____.

答案: (1) α_2 和 α_4 (2) $-282.86^\circ, 15\ 330^\circ, 516.66^\circ, -\frac{19\pi}{4}$

解析: (1) $\alpha_1 = -\frac{11\pi}{7} = -2\pi + \frac{3\pi}{7}$, 它是第一象限角;

$\alpha_2 = \frac{511\pi}{6} = \frac{7\pi + 504\pi}{6} = 84\pi + \frac{7\pi}{6}$, 它是第三象限角;

$\alpha_3 = 9 = (9 - 2\pi) + 2\pi$, 它是第二象限角;

$\alpha_4 = -855^\circ = -3 \times 360^\circ + 225^\circ$, 它也是第三象限角.



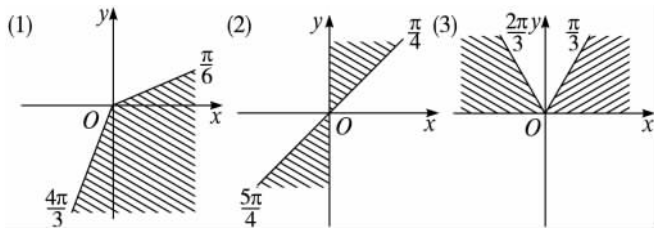
$$(2) \alpha_1 = -\frac{11\pi}{7} = -\frac{11}{7} \times 180^\circ \approx -282.86^\circ,$$

$$\alpha_2 = \frac{511\pi}{6} = \frac{511}{6} \times 180^\circ = 15330^\circ,$$

$$\alpha_3 = 9 = 9 \times \frac{180^\circ}{\pi} \approx 516.66^\circ,$$

$$\alpha_4 = -855^\circ = -855^\circ \times \frac{\pi}{180} = -\frac{19\pi}{4}.$$

14 用弧度制表示下列终边落在阴影部分的角的集合：



(1) _____ ;

(2) _____ ;

(3) _____ .

答案：(1) $\{\alpha \mid -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi < \alpha < \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

(2) $S = \{\alpha \mid \frac{\pi}{4} + k\pi < \alpha < \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

(3) $S = \{\alpha \mid 2k\pi < \alpha < \frac{\pi}{3} + 2k\pi \text{ 或 } \frac{2\pi}{3} + 2k\pi < \alpha < (2k+1)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

三、解答题 (本大题共 5 小题, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15 判断下列命题是否正确, 并说明理由.

(1) 小于 90° 的角是锐角; (2) 第一象限的角小于第二象限的角; (3) 终边相同的角一定相等; (4) 相等的角终边一定相同; (5) 若 $\alpha \in [90^\circ, 180^\circ]$, 则 α 是第二象限角.





轻轻告诉你

对我来说,不学习,毋宁死。——罗蒙诺索夫

备 课 札 记

解:(1) 锐角集合是 $\{\alpha | 0^\circ < \alpha < 90^\circ\}$, 即 $\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$, 它是小于 90° 的正角, 而小于 90° 的角还可以是负角和零角, 显然 (1) 是错误的;

(2) 由于角的概念的推广, 第一、二象限的角不再局限于 $0^\circ \sim 360^\circ$ 间的 $(0^\circ, 90^\circ)$ 与 $(90^\circ, 180^\circ)$, 如 390° 是第一象限角, 120° 是第二象限角, 显然 $390^\circ > 120^\circ$, 所以 (2) 也是错误的;

(3) 终边相同的角可能彼此相差 360° 的整数倍, 显然 (3) 是错误的;

(4) 由于角的顶点是原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 所以相等的角终边一定相同, 显然 (4) 是正确的;

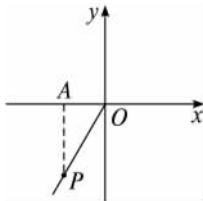
(5) 由于 90° 、 180° 都不是象限角, 显然 (5) 是错误的。

16 若角 α 的终边经过点 $P(-1, -\sqrt{3})$, 写出角 α 的集合。

解 如图, $AO = 1$, $AP = \sqrt{3}$,

所以 $\angle AOP = 60^\circ$.

所以 $\{\alpha | \alpha = 240^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.



17 已知角 $\alpha = 45^\circ$;

(1) 在区间 $[-720^\circ, 0^\circ]$ 内找出所有与角 α 有相同终边的角 β ;

(2) 集合 $M = \{x | x = \frac{k}{2} \times 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, $N = \{x | x = \frac{k}{4} \times 180^\circ + 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$, 那么两集合的关系是什么?

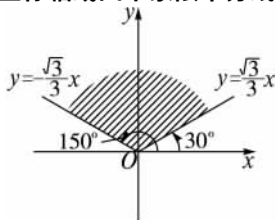
解:(1) 所有与角 α 有相同终边的角可表示为 $45^\circ + k \times 360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$), 则令 $-720^\circ \leq 45^\circ + k \times 360^\circ \leq 0^\circ$, 得 $-765^\circ \leq k \times 360^\circ \leq -45^\circ$.

解得 $-\frac{765}{360} \leq k \leq -\frac{45}{360}$, 从而 $k = -2$ 或 $k = -1$,

代回得 $\beta = -675^\circ$ 或 $\beta = -315^\circ$.

(2) 因为 $M = \{x | x = (2k+1) \times 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ 表示的是终边落在四个象限的平分线上的角的集合, 而集合 $N = \{x | x = (k+1) \times 45^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$ 表示终边落在坐标轴或四个象限平分线上的角的集合, 从而 $M \subsetneq N$.

18 如图, 若角 α 的终边落在 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ($x \geq 0$) 与 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ ($x \leq 0$) 所夹



的小区域内, 求角 α 的集合。



解 与 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ ($x \geq 0$) 终边相同的角的集合是 $\{\alpha | \alpha = 30^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$,

与 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x$ ($x \leq 0$) 终边相同的角的集合是 $\{\alpha | \alpha = 150^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$,

所以所夹的小区域内角 α 的集合是 $\{\alpha | 30^\circ + k \cdot 360^\circ < \alpha < 150^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}\}$.

19 已知扇形的周长为 30, 当它的半径 R 和圆心角各取何值时, 扇形的面积最大? 并求出扇形面积的最大值.

解 周长一定时, 扇形的面积有最大值. 其求法是把面积 S 转化为关于 R 的二次函数, 但要注明 R 的取值范围. 特别注意一个扇形的弧长必须满足 $0 < l < 2\pi R$.

$$l + 2R = 30,$$

$$S = \frac{1}{2}lR = \frac{1}{2}(30 - 2R)R = -R^2 + 15R = -(R - \frac{15}{2})^2 + \frac{225}{4}.$$

$$\text{当 } R = \frac{15}{2} \text{ 时, 扇形有最大面积 } \frac{225}{4}.$$

$$\text{此时, } l = 30 - 2R = 15, \alpha = \frac{l}{R} = 2.$$

答 当扇形半径为 $\frac{15}{2}$, 圆心角为 2 时, 扇形有最大面积

$$\frac{225}{4}.$$

备
课
札
记



考后评价

.....

.....

.....



高一数学同步检测二

任意角的三角函数及同角三角函数的基本关系式

说明：本试卷分为第Ⅰ、Ⅱ卷两部分，请将第Ⅰ卷选择题的答案填入题后括号内，第Ⅱ卷可在各题后直接作答。

第Ⅰ卷(选择题)

一、选择题(本大题共 10 小题，在每小题给出的四个选项中，选择一个符合题目要求的选项)

1. $\sin 420^\circ$ 的值是 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

答案 B

解析： $\sin 420^\circ = \sin(360^\circ + 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. P(3, y) 为 α 终边上一点， $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ ，则 $\tan \alpha$ 等于 ()

- A. $-\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\pm \frac{3}{4}$ D. $\pm \frac{4}{3}$

答案 D

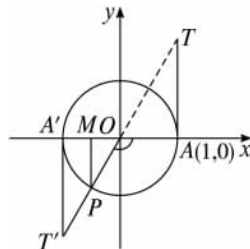
解析： $|OP| = \sqrt{3^2 + y^2}$ ，依据三角函数的定义，可知 $\cos \alpha = \frac{x}{|OP|} = \frac{3}{\sqrt{9 + y^2}} = \frac{3}{5}$ ，

解得 $y = \pm 4$ ，所以 $\tan \alpha = \frac{y}{x} = \pm \frac{4}{3}$.

3. 如图，在单位圆中，角 α 的正弦线、正切线的写法完全正确的是 ()

- A. 正弦线 MP，正切线 A'T'
B. 正弦线 PM，正切线 AT
C. 正弦线 MP，正切线 AT
D. 正弦线 PM，正切线 A'T'

答案 C





解析 由条件可知角 α 的终边在第三象限, 正弦线为 MP, 正切线为 AT.

4 如果 $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$, 那么下列各式正确的是 ()

- A. $\cos\theta < \tan\theta < \sin\theta$
- B. $\sin\theta < \cos\theta < \tan\theta$
- C. $\tan\theta < \sin\theta < \cos\theta$
- D. $\cos\theta < \sin\theta < \tan\theta$

答案 D

解析 根据 $\cos\theta$ 、 $\tan\theta$ 、 $\sin\theta$ 在 $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$ 区间的取值特点, 可比较函数值的大小.

5 下列结论能成立的是 ()

- A. $\sin\alpha = \frac{1}{2}$ 且 $\cos\alpha = \frac{1}{2}$
- B. $\tan\alpha = 2$ 且 $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1}{3}$
- C. $\tan\alpha = 1$ 且 $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- D. $\sin\alpha = 1$ 且 $\tan\alpha \cdot \cos\alpha = \frac{1}{2}$

答案 C

解析 同角三角函数的基本关系式中要注意理解“同角”的含义, 关系式是指一个角的不同三角函数值之间的关系, 这个角可以是任意角.

6 已知角 α 的终边在射线 $y = -3x (x \geq 0)$ 上, 则 $\sin\alpha \cos\alpha$ 等于 ()

- A. $-\frac{3}{10}$
- B. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$
- C. $\frac{3}{10}$
- D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

答案 A

解析 根据三角函数的定义在终边上取点求值. 在 α 终边上取一点 P (1, -3), 此时 $x=1, y=-3, r = \sqrt{1+(-3)^2} = \sqrt{10}$, $\sin\alpha = \frac{y}{r} = -\frac{3}{\sqrt{10}}, \cos\alpha = \frac{x}{r} = \frac{1}{\sqrt{10}}$.

备
课
札
记





$$, \sin\alpha\cos\alpha = -\frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{1}{\sqrt{10}} = -\frac{3}{10}.$$

7 已知 $\tan x > 0$, 且 $\sin x + \cos x > 0$, 那么角 x 是 ……… ()

- A. 第一象限角 B. 第二象限角
C. 第三象限角 D. 第四象限角

答案 :A

解析 : $\tan x > 0$, x 在第一或第三象限.

若 x 在第一象限, 则 $\sin x > 0, \cos x > 0$.

, $\sin x + \cos x > 0$.

若 x 在第三象限, 则 $\sin x < 0, \cos x < 0$.

与 $\sin x + \cos x > 0$ 矛盾. 故 x 只能在第一象限.

因此角 x 的集合是 $\{x | 2k\pi < x < 2k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$.

8 如果 $\sin\theta = m, |m| < 1, 180^\circ < \theta < 270^\circ$, 那么 $\tan\theta$ 等于 ()

- A. $\frac{m-3}{\sqrt{1-m^2}}$ B. $-\frac{m}{\sqrt{1-m^2}}$
C. $\pm \frac{m}{\sqrt{1-m^2}}$ D. $-\frac{\sqrt{1-m^2}}{m}$

答案 :B

解析 : $\sin\theta = m, |m| > 1, 180^\circ < \theta < 270^\circ$,

, $\cos\theta = -\sqrt{1-m^2}$.

$$, \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{m}{-\sqrt{1-m^2}} = -\frac{m}{\sqrt{1-m^2}}.$$

9 若角 α 的终边与直线 $y=3x$ 重合且 $\sin\alpha < 0$, 又 $P(m, n)$ 是 α

终边上一点, 且 $|OP| = \sqrt{10}$, 则 $m-n$ 等于 ……… ()

- A. 2 B. -2 C. 4 D. -4

答案 :A

解析 因为 $\sin\alpha < 0$, 所以角 α 的终边在第三或第四象限或 y 轴的非正半轴上, 而 $y=3x$ 经过原点在第一象限和第三象限内, 且角 α 的终边与 $y=3x$ 重合, 所以角 α 的终边在第三象限, 可得 $m < 0, n < 0$.

又因为 $P(m, n)$ 在直线 $y=3x$ 上, 所以满足 $n=3m$ 同时



$$|OP| = \sqrt{10}, \text{ 可是 } m^2 + n^2 = 10,$$

$$\text{即 } \begin{cases} n = 3m, \\ m^2 + n^2 = 10. \end{cases}$$

$$\text{解之, 得 } \begin{cases} m = -1, \\ n = -3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m = 1, \\ n = 3 \end{cases} \text{ (舍).}$$

$$\text{所以 } m - n = -1 - (-3) = 2.$$

10 若角 α 的终边落在直线 $x + y = 0$ 上, 则 $\frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} +$

$$\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha} \text{ 的值为 } \dots\dots\dots ()$$

A. -2 B. 2 C. -2 或 2 D. 0

答案 D

解析: 角 α 的终边在 $x + y = 0$ 上,

$$\text{, 当 } \alpha \text{ 在第二象限时, } \sin \alpha = -\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{当 } \alpha \text{ 在第四象限时, } \sin \alpha = -\cos \alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{, 原式} = \frac{\sin \alpha}{|\cos \alpha|} + \frac{|\sin \alpha|}{\cos \alpha} = 0.$$

第 II 卷 (非选择题)

二、填空题 (本大题共 4 小题, 答案需填在题中横线上)

11 $\sin(-1320^\circ) \cos 1110^\circ + \cos(-1020^\circ) \sin 750^\circ + \tan 495^\circ =$

答案 0

$$\begin{aligned} \text{解析 原式} &= \sin(-4 \times 360^\circ + 120^\circ) \cos(3 \times 360^\circ + 30^\circ) + \\ &\cos(-3 \times 360^\circ + 60^\circ) \sin(2 \times 360^\circ + 30^\circ) + \tan(360^\circ + 135^\circ) \end{aligned}$$

$$= \sin 120^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \cdot \sin 30^\circ + \tan 135^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} - 1 = 0.$$

12 设 $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{4}{5}$, 且 α 是第二象限角, 则 $\tan \frac{\alpha}{2} =$ _____.

备
课
札
记



答案： $\frac{4}{3}$ 解析： α 是第二象限角， $\frac{\alpha}{2}$ 是第一、三象限角。又 $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{4}{5} > 0$ ， $\frac{\alpha}{2}$ 是第一象限角。

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \frac{3}{5}.$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{4}{3}.$$

13 已知 $\tan \alpha = 2$ ，则 (1) $\frac{2\sin \alpha - 3\cos \alpha}{4\sin \alpha - 9\cos \alpha} =$ _____；

$$(2) \frac{2\sin^2 \alpha - 3\cos^2 \alpha}{4\sin^2 \alpha - 9\cos^2 \alpha} = \text{_____}.$$

答案：(1) -1 (2) $\frac{5}{7}$ 解析：(1) $\cos \alpha \neq 0$ ，分子分母同除 $\cos \alpha$ ，得 $\frac{2\sin \alpha - 3\cos \alpha}{4\sin \alpha - 9\cos \alpha} = \frac{2\tan \alpha - 3}{4\tan \alpha - 9} =$

$$\frac{2 \times 2 - 3}{4 \times 2 - 9} = -1.$$

(2) $\cos^2 \alpha \neq 0$ ，分子分母同除 $\cos^2 \alpha$ ，得

$$\frac{2\sin^2 \alpha - 3\cos^2 \alpha}{4\sin^2 \alpha - 9\cos^2 \alpha} = \frac{2\tan^2 \alpha - 3}{4\tan^2 \alpha - 9} = \frac{2 \times 2^2 - 3}{4 \times 2^2 - 9} = \frac{5}{7}.$$

14 已知角 α 的终边上一点 P 与点 A(-3, 2) 关于 y 轴对称，角 β 的终边上一点 Q 与点 A 关于原点对称，那么 $\sin \alpha + \sin \beta$ 的值等于_____。

答案 0

解析 与点 A(-3, 2) 关于 y 轴对称点 P 的坐标为 (3, 2)，所

$$\text{以 } \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}.$$

点 Q 与点 A(-3, 2) 关于原点轴对称，其坐标为

$$(3, -2), \text{ 所以 } \sin \beta = -\frac{2}{\sqrt{13}} = -\frac{2\sqrt{13}}{13}.$$



所以 $\sin\alpha + \sin\beta = 0$.

三、解答题 (本大题共 5 小题, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

15 化简: (1) $\sqrt{1 - 2\sin 40^\circ \cos 40^\circ}$;

$$(2) \sin^2\alpha + \sin^2\beta - \sin^2\alpha \sin^2\beta + \cos^2\alpha \cos^2\beta.$$

$$\text{解: (1)} \quad \sqrt{1 - 2\sin 40^\circ \cos 40^\circ} = \sqrt{(\sin 40^\circ - \cos 40^\circ)^2} = |\sin 40^\circ - \cos 40^\circ|.$$

$$\sin 40^\circ < \cos 40^\circ,$$

$$, \quad |\sin 40^\circ - \cos 40^\circ| = \cos 40^\circ - \sin 40^\circ.$$

$$(2) \sin^2\alpha + \sin^2\beta - \sin^2\alpha \sin^2\beta + \cos^2\alpha \cos^2\beta$$

$$= \sin^2\alpha (1 - \sin^2\beta) + \sin^2\beta + \cos^2\alpha \cos^2\beta = \sin^2\alpha \cos^2\beta + \cos^2\alpha \cos^2\beta + \sin^2\beta$$

$$= (\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) \cos^2\beta + \sin^2\beta = \cos^2\beta + \sin^2\beta = 1.$$

16 求证: $\frac{\tan\alpha \cdot \sin\alpha}{\tan\alpha - \sin\alpha} = \frac{\tan\alpha + \sin\alpha}{\tan\alpha \cdot \sin\alpha}$.

$$\text{证法一: 右边} = \frac{\tan^2\alpha - \sin^2\alpha}{(\tan\alpha - \sin\alpha) \tan\alpha \cdot \sin\alpha} =$$

$$\frac{\tan^2\alpha - \tan^2\alpha \cos^2\alpha}{(\tan\alpha - \sin\alpha) \tan\alpha \cdot \sin\alpha}$$

$$= \frac{\tan^2\alpha (1 - \cos^2\alpha)}{(\tan\alpha - \sin\alpha) \tan\alpha \cdot \sin\alpha} = \frac{\tan^2\alpha \sin^2\alpha}{(\tan\alpha - \sin\alpha) \tan\alpha \cdot \sin\alpha} =$$

$$\frac{\tan\alpha \sin\alpha}{\tan\alpha - \sin\alpha}.$$

$$\text{证法二 左边} = \frac{\tan\alpha \cdot \sin\alpha}{\tan\alpha - \tan\alpha \cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}.$$

$$\text{右边} = \frac{\tan\alpha + \tan\alpha \cos\alpha}{\tan\alpha \sin\alpha} = \frac{1 + \cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{1 - \cos^2\alpha}{\sin\alpha (1 - \cos\alpha)} =$$

$$\frac{\sin^2\alpha}{\sin\alpha (1 - \cos\alpha)} = \frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}.$$

所以左边 = 右边, 原等式成立.

17 已知 $f(x) = \begin{cases} \sin\pi x, & x < 0, \\ f(x-1) + 1, & x \geq 0, \end{cases}$ $g(x) =$

备
课
札
记





$$\begin{cases} \cos \pi x, x < \frac{1}{2}, \\ g(x-1) + 1, x \geq \frac{1}{2}, \end{cases}$$

求 $g(\frac{1}{4}) + f(\frac{1}{3}) + g(\frac{5}{6}) + f(\frac{3}{4})$ 的值.

$$\begin{aligned} \text{解: } & g(\frac{1}{4}) + f(\frac{1}{3}) + g(\frac{5}{6}) + f(\frac{3}{4}) \\ &= \cos \frac{\pi}{4} + [f(\frac{1}{3} - 1) + 1] + [g(\frac{5}{6} - 1) + 1] + \\ & [f(\frac{3}{4} - 1) + 1] \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} + f(-\frac{2}{3}) + g(-\frac{1}{6}) + f(-\frac{1}{4}) + 3 \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} + \sin(-\frac{2\pi}{3}) + \cos(-\frac{\pi}{6}) + \sin(-\frac{\pi}{4}) + 3 \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 = 3. \end{aligned}$$

18 已知角 α 的顶点在原点,始边为 x 轴的非负半轴.若角 α 终边过点 $P(-\sqrt{3}, y)$, 且 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}y$ ($y \neq 0$), 判断角 α 所在的象限, 并求 $\cos \alpha$ 和 $\tan \alpha$ 的值.

解 依题意, P 到原点 O 的距离为 $|OP| = \sqrt{(-\sqrt{3})^2 + y^2}$,

$$\sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{y}{\sqrt{3+y^2}} = \frac{\sqrt{3}}{4}y.$$

$$y \neq 0,$$

$$9 + 3y^2 = 16.$$

$$y^2 = \frac{7}{3}, y = \pm \frac{\sqrt{21}}{3}.$$

点 P 在第二或第三象限.

$$\text{当点 } P \text{ 在第二象限时, } y = \frac{\sqrt{21}}{3}, \cos \alpha = \frac{x}{r} = -\frac{3}{4},$$

$$\tan \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{3};$$



当点 P 在第三象限时, $y = -\frac{\sqrt{21}}{3}$, $\cos\alpha = \frac{x}{r} = -\frac{3}{4}$,

$$\tan\alpha = \frac{\sqrt{7}}{3}.$$

19 已知 $\theta \in [0, 2\pi)$, 而 $\sin\theta, \cos\theta$ 是方程 $x^2 - kx + k + 1 = 0$ 的两实数根, 求 k 和 θ 的值.

解: $\sin\theta, \cos\theta$ 是方程 $x^2 - kx + k + 1 = 0$ 的两实数根,

$$\begin{cases} \sin\theta + \cos\theta = k, \\ \sin\theta \cdot \cos\theta = k + 1. \end{cases}$$

代入 $(\sin\theta + \cos\theta)^2 = 1 + 2\sin\theta\cos\theta$ 中整理可得 $k^2 = 1 + 2(k + 1)$, 即 $k^2 - 2k - 3 = 0$.

, $k = -1$ 或 $k = 3$ (舍).

代回原方程组得 $\begin{cases} \sin\theta + \cos\theta = -1, \\ \sin\theta\cos\theta = 0. \end{cases}$

, $\begin{cases} \sin\theta = 0, \\ \cos\theta = -1 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} \sin\theta = -1, \\ \cos\theta = 0, \end{cases}$ 即 $\theta = \pi$ 或 $\theta = \frac{3\pi}{2}$.

备
课
札
记



考后评价

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

