

教 辅 精 品

创 新 改 版



高中数学精练800题系列

■ 俞颂莹 主编

高中数学

立体几何精练800题
(创新版)

800题



上海交通大学出版社
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY PRESS

高中数学 · 立体几何精练 800 题
(创新版)

主编 俞颂萱
编者 邓本标

上海交通大学 出版社

内 容 提 要

本书依据高中数学教学大纲和各省市高考数学试卷,精选了高中数学中 800 多道立体几何练习题,所编题目题型规范,有一定难度,包括近年各省市高考试卷中不断出现的新题型,具有较强的针对性和实战性。全书共分八个单元,每一单元均设置知识点梳理、重点与难点、基础训练题、提高拓展题等栏目,书末附有全部练习题的参考答案和解题步骤。

本书可供广大高中学生,特别是高中毕业生参考使用。

图书在版编目(CIP)数据

高中数学:创新版. 立体几何精练 800 题/俞颂萱主编. —上海:上海交通大学出版社,2012
(高中数学精练 800 题系列)
ISBN 978-7-313-07711-0

I. ①高… II. ①俞… III. ①立体几何课—高中—习题集 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2011)第 183492 号

高中数学·立体几何精练 800 题

(创新版)

俞颂萱 主编

上海交通大学出版社出版发行

(上海市番禺路 951 号 邮政编码 200030)

电话: 64071208 出版人: 韩建民

上海春秋印刷厂印刷 全国新华书店经销

开本: 850mm × 1168mm 1/32 印张: 10.5 字数: 287 千字

2012 年 1 月第 1 版 2012 年 1 月第 1 次印刷

印数: 1 ~ 5030

ISBN 978-7-313-07711-0/G 定价: 20.00 元

版权所有 侵权必究

告读者:如发现本书有印装质量问题请与印刷厂质量科联系
联系电话:021-33854186

前 言

“高中数学精练 800 题”系列是依据教育部新制订的《国家基础教育阶段数学课程标准》，参照近年来各省市新编的高中数学教材以及高等院校招生考试说明编写的。本系列自 2006 年陆续出版问世以来，因其选题典型而全面，题解准确而精妙，具有较强的实用性、针对性和启迪性，深受广大读者的好评和热捧，曾多次加印以满足市场之急需。为了使本系列与时俱进，更加契合当前二期课改和满足使用新教材的学生的需求，本社经过广泛的市场调研，认真听取一线教师和学生使用本系列图书的意见，隆重推出“高中数学精练 800 题”系列的“创新版”。

根据高中数学知识点的分类，本系列共分以下九册：《函数精练 800 题》、《三角函数精练 800 题》、《不等式精练 800 题》、《数列与数学归纳法精练 800 题》、《复数与向量精练 800 题》、《立体几何精练 800 题》、《解析几何精练 800 题》、《排列、组合、概率精练 800 题》、《高考热点问题精解与剖析》，内容和题型涵盖了现行高中数学教材的全部知识点和高考考试说明中的全部考点。

参加本系列编写工作的作者均为在教学第一线上课、具有丰富高考复习经验的重点中学特级、高级教师。他们通过广泛调查研究，认真分析、研究教材的特点和数学高考试题的新动向、新趋势，力求将本系列编成一套能全面提高高中学生数学综合能力和高考成绩的分专题练习用书。

除《高考热点问题精解与剖析》外，本系列其他各书具有以下特点：

(1) 在每一单元前均列出本单元知识框图、重点和难点，旨在帮助读者对该单元的知识点和内容作提纲挈领式的总结、归纳和梳理。



(2) 精选具有典型性、代表性和启迪性的练习题 800 多题,书中还较多编选了近几年各省市高考数学试题和其他创新型试题,目的是让高中同学尽早熟悉高考试题中出现的各种新题型,通过练习掌握解题方法和技巧。

(3) 在安排练习内容时遵循由浅入深、先易后难的学习规律步步递进,每一单元的练习均分为基础练习题和提高拓展题两类,前者属于基本要求,后者具有一定难度或有一定的综合性。

(4) 全部练习题均附有参考答案与提示,其中解答题一般还给出解题过程;对于难度较大的题目,更是给出具体的解题步骤,方便读者自测自查。

《高考热点问题精解与剖析》一书精选了高中数学 300 多道热点问题和重点难题,其中不乏各省市高考数学试卷中的压卷之题。每道例题均有详尽的解答步骤和答案,有的例题还提供一题多解,并附有提炼总结和举一反三的精妙剖析。

本书由俞颂萱主编,邓本标编写。倪和松、王晓青、陆志丽、陈晓莉、张轶平、黄芳芳、张齐、杨文、向贤祥、杨亦欣等为本书的编写和出版提供了各种帮助,谨此致谢。

由于编者水平所限,书中难免有疏漏之处,敬请广大读者不吝指正。

编 者

2011 年 11 月

目录

MULU

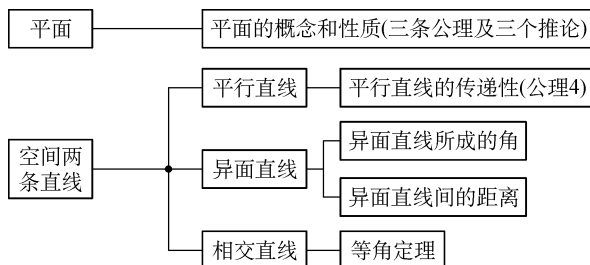
▶▶ 第一章 直线与平面	1
第一单元 平面的基本性质,两直线的位置关系	1
第二单元 直线和平面的位置关系	23
第三单元 平面和平面的位置关系	53
▶▶ 第二章 多面体与旋转体	85
第四单元 棱柱、棱锥、棱台	85
第五单元 球	115
▶▶ 第三章 空间直角坐标系	120
第六单元 空间向量	120
第七单元 空间角和距离	146
▶▶ 第四章 立体几何综合运用	162
第八单元 立体几何综合题	162
▶▶ 答案与提示	228

第一章 直线与平面

第一单元 平面的基本性质， 两直线的位置关系

【知识点梳理】

本单元知识框图



重点:① 平面的基本性质(公理和推论);

② 空间直线与直线的位置关系;

③ 异面直线所成的角.

难点:① 直线与直线位置关系的判定和证明;

② 异面直线所成的角.

【基础训练题】

一、填空题

1. 几何里所说的平面,就是从一些物体中抽象出来的,几何里



的平面是无限_____的.

2. 如果一条直线上有两个点在一个平面内,那么这条直线上的所有的点都在这个平面内.这个公理的符号语言是_____.

3. 直线 l 在平面 α 内的定义是如果直线 l 上所有的点都在_____,就说直线 l 在平面 α 内,或者说平面 α 经过_____,记作_____.否则,就说直线 l 在平面_____,记作_____.

4. 空间中, A, B, C, D, E 五点不共面. 已知 A, B, C, D 在同一平面内,点 B, C, D, E 在同一平面内. 那么 B, C, D 三点一定_____.

5. 空间五个点中的任意三点都不共线且仅有四个点共面. 则这五个点最多可以确定_____个平面.

6. 两条异面直线是既不_____又不_____.

7. 过空间任意一点分别引两条异面直线的_____,那么这两条_____直线所成的_____角(或_____角)叫做这两条异面直线所成的角,若记这个角为 θ ,则 $\theta \in$ _____.

8. 如果空间三条直线 a, b, c 两两成异面直线,那么与 a, b, c 都相交的直线有_____条.

9. 已知 A, B, C, D 是空间四点. 且 AB 和 CD 是异面直线,则 AD 与 BC 也是_____.

10. 空间两个角的两边分别平行,则这两个角的大小关系是_____.

11. 已知直线 m, n 及平面 α , 其中 $m \parallel n$, 那么在平面 α 内到两条直线 m, n 距离相等的点的集合可能是:①一条直线;②一个平面;③一个点;④空集. 其中正确的是_____.

12. 若直线 a, b 与直线 c 相交成等角,则 a, b 的位置关系是_____.

13. 如果一条直线上有一个点不在平面上,则这条直线与这个平面的公共点最多有_____个.

14. 空间一条直线及不在这条直线上的两个点,如果连接这两点的直线与已知直线_____,则它们在同一平面内.



15. 三角形、四边形、正六边形、圆,其中一定是平面图形的有_____个.

16. 三条平行直线可以确定_____个平面.

17. 在四面体 $ABCD$ 中,若 AC 与 BD 成 60° ,且 $AC = BD = a$,则连接 AB, BC, CD, DA 的中点的四边形的面积为_____.

18. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = 3, AA_1 = 4$,则异面直线 AB_1 与 A_1D 所成角的余弦值为_____.

19. 把边长为 a 的正方形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折起,使 $A'C$ 的距离等于 a ,如图 1-1 所示,则异面直线 $A'C$ 和 BD 的距离为_____.

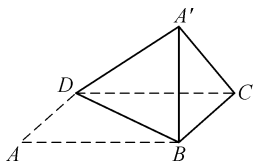


图 1-1

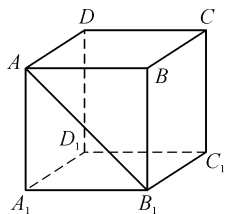


图 1-2

20. 如图 1-2 所示,在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中选出两条棱和两条面对角线,使这四条线段所在的直线两两都是异面直线,如果选定一条面对角线 AB_1 ,那么另外三条线段可以是_____.(只需写出一种情况)

21. 小明想利用树影测树高,他在某一时刻测得长为 1 m 的竹竿影长 0.9 m ,但当他马上测树高时,因树靠近一幢建筑物,影子不全落在地面上,有一部分影子上了墙,如图 1-3 所示.他测得留在地面部分的影子长 2.7 m ,留在墙壁部分的影高 1.2 m ,求树的高度_____.(太阳光线可看作为平行光线)



图 1-3

22. 设直线 a 上有 6 个点,直线 b 上有 9 个点,则这 15 个点最



多能确定_____个不同的平面.

23. 如图 1-4 所示, 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a , 那么

(1) 哪些棱所在直线与直线 BA_1 成异面直线? _____;

(2) 直线 BA_1 与 CC_1 所成角的大小为 _____;

(3) 直线 BA_1 与 B_1C 所成角的大小为 _____;

(4) 异面直线 BC 与 AA_1 的距离为 _____;

(5) 异面直线 BA_1 与 CC_1 的距离为 _____.

24. 正六棱柱 $ABCDEF - A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 的底面边长为 1, 侧棱长为 $\sqrt{2}$, 则这个棱柱的侧面对角线 E_1D 与 BC_1 所成的角为 _____.

25. 如图 1-5, 在四面体 $ABCD$ 中, E, F 分别是 AC, BD 的中点, 若 $CD = 2AB = 2$, $EF \perp AB$, 则 EF 与 CD 所成的角等于 _____.

26. 在正四棱锥 $P - ABCD$ 中, 若侧面与底面所成二面角的大小为 60° , 则异面直线 PA 与 BC 所成角的大小为 _____. (结果用反三角函数值表示)

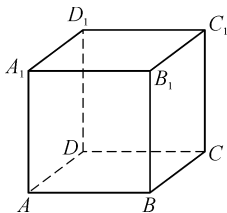


图 1-4

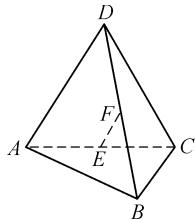


图 1-5

二、选择题

27. 若直线上有两个点在平面外, 则 ()

- (A) 直线上至少有一个点在平面内;
- (B) 直线上有无穷多个点在平面内;
- (C) 直线上所有点都在平面外;
- (D) 直线上至多有一个点在平面内.

28. 在空间中, 下列命题中正确的是 ()

- (A) 对边相等的四边形一定是平面图形;



- (B) 四边相等的四边形一定是平面图形;
 (C) 有一组对边平行且相等的四边形是平面图形;
 (D) 有一组对角相等的四边形是平面图.

29. 在空间四点中,无三点共线是四点共面的 ()

- (A) 充分,不必要条件; (B) 必要,不充分条件;
 (C) 充分,必要条件; (D) 既不充分,又不必要条件.

30. 用一个平面去截正方体,则截面形状不可能是 ()

- (A) 正三角形; (B) 正方形;
 (C) 正五边形; (D) 正六边形.

31. 如图 1-6 所示的正四面体 $S-ABC$ 中,如果 E, F 分别是 SC, AB 的中点,那么异面直线 EF 与 SA 所成的角等于 ()

- (A) 90° ;
 (B) 45° ;
 (C) 60° ;
 (D) 30° .

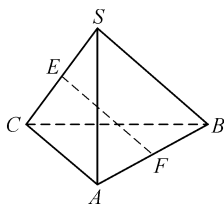


图 1-6

32. 一条直线与两条平行线中的一条是异面直线,那么它与另一条直线的位置关系是 ()

- (A) 相交; (B) 异面;
 (C) 平行; (D) 相交或异面.

33. 在梯形 $ABCD$ 中 $AB \parallel CD$, $AB \subset$ 平面 α , $CD \not\subset$ 平面 α , 则直线 CD 与平面 α 内的直线的位置关系只能是 ()

- (A) 平行; (B) 平行或异面;
 (C) 平行或相交; (D) 异面或相交.

34. 在空间四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别为 AB, AD 上的点, 且 $AE : EB = AF : FD = 1 : 4$, 又 H, G 分别为 BC, CD 的中点, 则 ()

- (A) $BD \parallel$ 平面 $EFGH$ 且 $EFGH$ 是矩形;
 (B) $EF \parallel$ 平面 BCD 且 $EFGH$ 是梯形;
 (C) $HG \parallel$ 平面 ABD 且 $EFGH$ 是菱形;



(D) $HE \parallel$ 平面 ADC 且 $EFGH$ 是平行四边形.

35. 已知 a, b, c, d 是四条直线, 如果 $a \perp c, a \perp d, b \perp c, b \perp d$, 则结论“ $a \parallel b$ ”与“ $c \parallel d$ ”中成立的情况是 ()

- (A) 一定同时成立; (B) 至多一个成立;
(C) 至少一个成立; (D) 可能同时不成立.

36. 如图 1-7 所示, 在下列四个正方体中, 能得出 $AB \perp CD$ 的是 ()

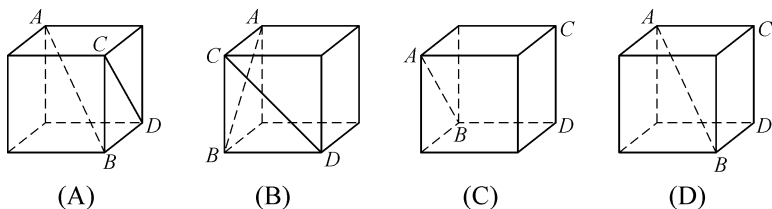


图 1-7

37. 图 1-8 所示是正方体或正四面体, P, Q, R, S 分别是所在棱的中点, 这四个点中不共面的一幅图是 ()

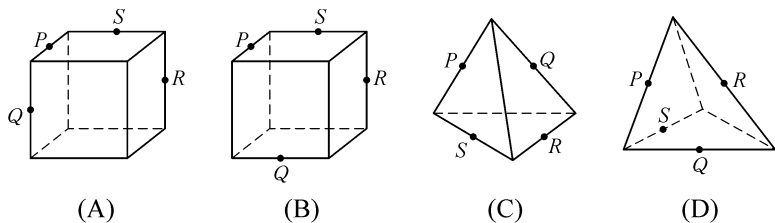


图 1-8

38. 空间三条直线互相平行, 由每两条平行线确定一个平面, 则可确定平面的个数为 ()

- (A) 3; (B) 1 或 2; (C) 1 或 3; (D) 2 或 3.

39. 若 a, b 为异面直线, 直线 $c \parallel a$, 则 c 与 b 的位置关系是 ()

- (A) 相交; (B) 异面;



(C) 平行;

(D) 异面或相交.

40. 如图 1-9 所示,在正方体 $A_1B_1C_1D_1-ABCD$ 中, AC 与 B_1D 所成的角的大小为 ()

(A) $\frac{\pi}{6}$;

(B) $\frac{\pi}{4}$;

(C) $\frac{\pi}{3}$;

(D) $\frac{\pi}{2}$.

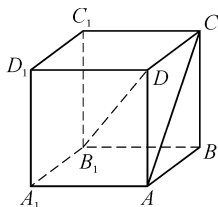


图 1-9

41. 如图 1-10 所示,点 P, Q, R, S 分别在正方体的四条棱上,并且是所在棱的中点,则直线 PQ 与 RS 是异面直线的一幅图是 ()

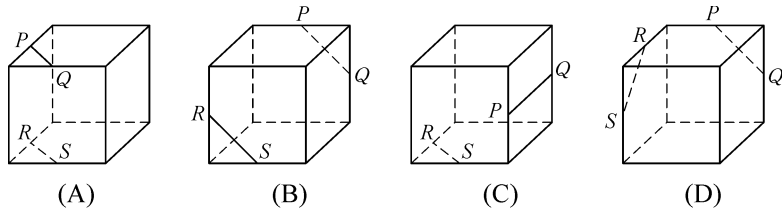


图 1-10

42. 若 a, b 是异面直线,则只需具备的条件是 ()

(A) $a \subset \text{平面 } \alpha, b \not\subset \text{平面 } \alpha, a$ 与 b 不平行;

(B) $a \subset \text{平面 } \alpha, b \subset \text{平面 } \beta, \alpha \cap \beta = l, a$ 与 b 无公共点;

(C) $a \parallel \text{直线 } c, b \cap c = A, b$ 与 a 不相交;

(D) $a \perp \text{平面 } \alpha, b$ 是 α 的一条斜线.

43. 如图 1-11,直线 a, b 相交于点 O 且 a, b 成 60° 角,过点 O 与 a, b 都成 60° 角的直线有 ()

(A) 1 条;

(B) 2 条;

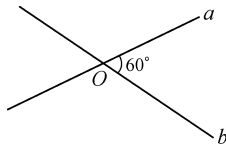


图 1-11



- (C) 3 条; (D) 4 条.

44. 如图 1-12, 在正四面体 $S-ABC$ 中, D 为 SC 的中点, 则 BD 与 SA 所成角的余弦值是

()

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; (B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$;
(C) $\frac{\sqrt{3}}{6}$; (D) $\frac{\sqrt{2}}{6}$.

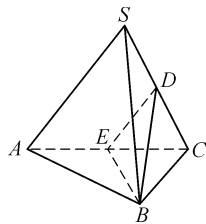


图 1-12

45. 两条相交直线 l, m 都在平面 α 内且都不在平面 β 内. 命题甲: l 和 m 中至少有一条与 β 相交; 命题乙: 平面 α 与 β 相交, 则甲是乙的 ()

- (A) 充分不必要条件; (B) 必要不充分条件;
(C) 充要条件; (D) 非充分非必要条件.

46. 如图 1-13, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, O 是底面 $ABCD$ 的中心, E, F 分别是 CC_1, AD 的中点, 那么异面直线 OE 和 FD_1 所成角的余弦值等于 ()

- (A) $\frac{\sqrt{10}}{5}$;
(B) $\frac{\sqrt{15}}{5}$;
(C) $\frac{4}{5}$;
(D) $\frac{2}{3}$.

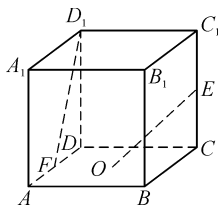


图 1-13

三、解答题

47. 如图 1-14, 已知 $\triangle ABC$ 三边所在直线分别与平面 α 交于 P, Q, R 三点. 求证: P, Q, R 三点共线.

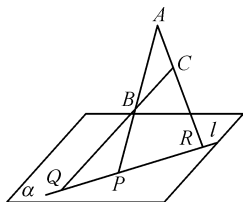


图 1-14



48. 在空间四边形 $ABCD$ 中, M, N, P, Q 分别是四边上的点, 且满足 $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{NB} = \frac{AQ}{QD} = \frac{CP}{PD} = k$. 求证: M, N, P, Q 共面.

49. 已知: 平面 $\alpha \cap$ 平面 $\beta = a, b \subset \alpha, b \cap a = A, c \subset \beta$ 且 $c \parallel a$. 求证: b, c 是异面直线.

50. 如图 1-15 所示, 已知长方体的长宽都是 4 cm, 高为 2 cm.

- (1) 求 BC 与 $A'C'$, AA' 与 BC' , $A'D$ 与 BC' 所成角的余弦值;
- (2) 求 AA' 与 BC , AA' 与 CD , AA' 与 CC' 所成角的大小.

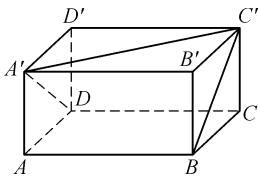


图 1-15



51. 如图 1-16 所示,在棱长为 a 的正方体 $ABCD - A'B'C'D'$ 中, E, F 分别是 $BC, A'D'$ 的中点.

- (1) 求证:四边形 $B'EDF$ 是菱形;
- (2) 求直线 $A'C$ 与 DE 所成的角.

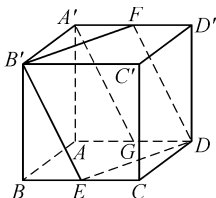


图 1-16

52. 如图 1-17 所示,在四面体 $ABCD$ 中, E, G 分别为 BC, AB 的中点, F 在 CD 上, H 在 AD 上,且有 $DF:FC = 2:3, DH:HA = 2:3$.

求证: EF, GH, BD 交于一点.

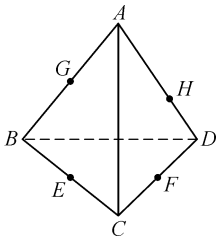


图 1-17

53. 如图 1-18 所示,设不全等的 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 不在同一平面内,且 $AB \parallel A_1B_1, BC \parallel B_1C_1, CA \parallel C_1A_1$.

求证: AA_1, BB_1, CC_1 三线共点.

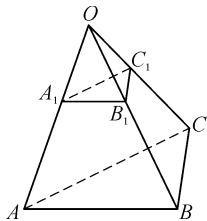


图 1-18



54. A 是 $\triangle BCD$ 平面外的一点, E, F 分别是 BC, AD 的中点.

(1) 求证: 直线 EF 与 BD 是异面直线;

(2) 若 $AC \perp BD, AC = BD$, 求 EF 与 BD 所成的角.

55. 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知 $AB = a, BC = b, AA_1 = c$, 且 $a > b$. 求:

(1) AB 与 B_1C 异面直线之间的距离.

(2) 异面直线 D_1B 与 AC 所成角的余弦值.

56. 在三棱锥 $A - BCD$ 中, $AD = BC = 2a, E, F$ 分别是 AB, CD 的中点, $EF = \sqrt{3}a$. 求 AD 与 BC 所成的角.

57. 在三棱锥 $P - ABC$ 中, $AB = AC, PB = PC, E, F$ 分别是 PC 和 AB 上的点且 $PE : EC = AF : FB = 3 : 2$.

(1) 求证: $PA \perp BC$;

(2) 设 EF 与 PA, BC 所成的角分别为 α, β , 求证: $\alpha + \beta = 90^\circ$.