



contents
目录

.....

单元测试卷一	1	单元测试卷十	37
集合与简易逻辑	1	排列、组合和概率	37
单元测试卷二	5	单元测试卷十一	41
函数的性质	5	统计与导数	41
单元测试卷三	9	单元测试卷十二	45
数列	9	随机变量、极限与复数	45
单元测试卷四	13	综合测试卷一	49
三角函数	13	集合与简易逻辑、函数与导数专题	49
单元测试卷五	17	综合测试卷二	53
平面向量	17	数列与极限、不等式专题	53
单元测试卷六	21	综合测试卷三	57
不等式	21	三角函数、平面向量专题	57
单元测试卷七	25	综合测试卷四	61
直线和圆的方程	25	解析几何专题	61
单元测试卷八	29	综合测试卷五	65
圆锥曲线	29	立体几何专题	65
单元测试卷九	33	参考答案	69
直线、平面、简单几何体	33		

单元测试卷一

集合与简易逻辑

(满分: 分 时间: 分)

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 得分 _____

一、选择题:(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1. 已知集合 $P = \{x | x = a^2 + 2a + 4, a \in \mathbf{R}\}$, $Q = \{y | y = b^2 - 4b + 6, b \in \mathbf{R}\}$, 则 P, Q 之间的关系是()
(A) $P \subseteq Q$ (B) $P \supseteq Q$ (C) $P = Q$ (D) P 与 Q 无包含关系
2. 设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 若 $A \cap B = \{2\}$, $(\complement_U A) \cap B = \{4\}$, $(\complement_U A) \cap (\complement_U B) = \{1, 5\}$, 则下列结论中正确的是()
(A) $3 \notin A, 3 \notin B$ (B) $2 \notin A, 3 \in B$
(C) $3 \in A, 3 \notin B$ (D) $3 \in A, 3 \in B$
3. 设全集 $U = \mathbf{R}$, $M = \{x | f(x) > 0\}$, $N = \{x | g(x) < 0\}$, 且 $\emptyset \subsetneq N \subsetneq M \subsetneq \mathbf{R}$, 那么集合 $P = \{x | f(x) \leq 0 \text{ 且 } g(x) \geq 0\}$ 等于()
(A) $\complement_U M$ (B) $\complement_U N$
(C) \emptyset (D) $\complement_U M \cup \complement_U N$
4. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 5x + 4 > 0\}$, $B = \{x | |x - 3| < 4\}$, 则 $A \cap B$ 是()
(A) \emptyset (B) $(-1, 1) \cup (4, 7)$
(C) $(-\infty, -1) \cup (7, +\infty)$ (D) $(-1, 7)$
5. 若 $a > 0$, 使不等式 $|x - 4| + |x - 3| < a$ 在 \mathbf{R} 上的解集不是空集, 则 a 适合的条件是()
(A) $0 < a < 1$ (B) $0 < a \leq 1$ (C) $a > 1$ (D) $a \geq 1$
6. 已知集合 $M = \{(x, y) | y = \sqrt{9 - x^2}\}$, $N = \{(x, y) | y = x + b\}$, 且 $M \cap N = \emptyset$, 则 b 应满足的条件是()
(A) $|b| \geq 3\sqrt{2}$ (B) $0 < b < \sqrt{2}$
(C) $-3 \leq b \leq 3\sqrt{2}$ (D) $b > 3\sqrt{2}$ 或 $b < -3$
7. 下列四个命题:
①“若 $x^2 + y^2 = 0$, 则实数 x, y 均为零”的逆命题;
②“相似三角形的面积相等”的否命题;
③“若 $A \cap B = A$, 则 $A \subseteq B$ ”的逆否命题;

④“末位数不是零的数可被3整除”的逆否命题.

其中真命题有()

- (A)①② (B)②③ (C)①③ (D)③④

8. 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $a > b$ 与 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 同时成立的充分而不必要条件是()

- (A) $a > b > 0$ (B) $a > b > 0$ 或 $b < a < 0$
(C) $b > a > 0$ (D) $a > b$ 且 $b < 0$

9. “ $a \cdot b < 0$ ”是方程 $ax^2 + by^2 = p$, ($p \in \mathbf{R}$) 表示双曲线的()

- (A) 充要条件 (B) 必要但不充分条件
(C) 充分但不必要条件 (D) 既不充分又不必要条件

10. 若数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和 $S_n = 2^n + c$, 则“ $c = -1$ ”是“数列 $\{a_n\}$ 为等比数列”的()

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 既不充分又不必要条件 (D) 充要条件

11. 设 $|x-2| < a$ 时, 不等式 $|x^2-4| < 1$ 成立, 则正数 a 的取值范围是()

- (A) $a > \sqrt{5} - 2$ (B) $0 < a \leq \sqrt{5} - 2$
(C) $a \geq \sqrt{5} - 2$ (D) 以上均不正确

12. 若关于 x 的方程 $9^x + (4+a) \cdot 3^x + 4 = 0$ 有解, 则实数 a 的取值范围为()

- (A) $(-\infty, -8) \cup [0, +\infty)$ (B) $(-\infty, -4)$
(C) $(-\infty, -4]$ (D) $(-\infty, -8]$

二、填空题:(本大题共4小题,每小题4分,共16分)

13. 如果命题“ p 或 q ”与命题“非 p ”都是真命题, 那么 q 为_____命题(填“真”或“假”).

14. 集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, 集合 $B \subseteq A$, 并且 $1 \in A \cap B, 6 \notin A \cap B$, 则集合 B 的个数是_____.

15. 若 $A = \{x | -2 < x < -1 \text{ 或 } x > 1\}$, $B = \{x | a \leq x \leq b\}$, $A \cup B = \{x | x > -2\}$, $A \cap B = \{x | 1 < x \leq 3\}$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

16. 关于 x 的方程 $x^2 - (2a-1)x + a^2 - 2 = 0$ 至少有一个非负实根的充要条件是_____.

三、解答题：

17. (本小题满分 12 分) 设原命题为：“若 $x+y < 5$, 则 $x < 2$ 或 $y < 3$ ”, 叙述其逆命题, 否命题及逆否命题, 并判断真假.

18. (本小题满分 12 分) 集合 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x | \log_2(x^2 - 5x + 8) = 1\}$, $C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$, 求当 a 取什么实数时, $A \cap B \neq \emptyset$ 和 $A \cap C = \emptyset$ 同时成立, 并求出集合 A .

19. (本小题满分 12 分) 已知命题 $p: x^2 - 8x - 20 \leq 0$, $q: x^2 - 2x + 1 - a^2 \leq 0$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要而不充分条件, 求实数 a 的取值范围.

20. (本小题满分 12 分) 设集合 $A = \{(x, y) \mid y = 2x - 1, x \in \mathbf{N}^*\}$, $B = \{(x, y) \mid y = ax^2 - ax + a, x \in \mathbf{N}^*\}$, 问是否存在非零整数 a , 使 $A \cap B \neq \emptyset$? 若存在, 请求出 a 的值及 $A \cap B$.

21. (本小题满分 12 分) 若 $a \in \mathbf{R}$, 且 $a \neq 0$, 解关于 x 的不等式 $\frac{|x-a|}{a} < a-1$.

22. (本小题满分 14 分) 设关于 x 的方程 $x^2 + 2(a-1)x + 2a + 6 = 0$,

(1) 有两个都大于 1 的实数根, 求实数 a 的取值范围;

(2) 至少有一个正实数根, 求实数 a 的取值范围.

单元测试卷二

函数的性质

(满分: 分 时间: 分)

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 得分 _____

一、选择题:(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1. 已知: $f: A \rightarrow B$ 是从集合 A 到集合 B 的一个对应关系, $x \in A, y \in B, f(x) = \log_2 x = y$, 则 A 和 B 可以是()
- (A) $A = \mathbf{R}^+, B = \mathbf{R}^+$ (B) $A = \mathbf{R}^+, B = [0, +\infty)$
(C) $A = [0, +\infty), B = \mathbf{R}$ (D) $A = \mathbf{R}^+, B = \mathbf{R}$
2. 已知集合 $M = \{(x, y) | x + y = 1\}$, 映射 $f: M \rightarrow N$, 在映射 f 作用下点 (x, y) 的像是 $(2^x, 2^y)$, 则集合 N 为()
- (A) $\{(x, y) | x + y = 2, x > 0, y > 0\}$ (B) $\{(x, y) | xy = 1, x > 0, y > 0\}$
(C) $\{(x, y) | xy = 2, x < 0, y < 0\}$ (D) $\{(x, y) | xy = 2, x > 0, y > 0\}$
3. 若 $g(x) = 1 - 2x, f[g(x)] = \frac{1-x^2}{x^2} (x \neq 0)$, 则 $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 等于()
- (A) 1 (B) 3 (C) 15 (D) 30
4. 已知 $f(x) = x + 1$, 若 $f(x+1)$ 的图象关于直线 $x = 2$ 的对称图象对应的函数为 $g(x)$, 则 $g(x)$ 等于()
- (A) $6 - x$ (B) $x - 6$ (C) $x - 2$ (D) $-x - 2$
5. 设函数 $f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & (x \leq -1) \\ 2x+2, & (-1 < x < 1) \\ \frac{1}{x}-2, & (x \geq 1) \end{cases}$ 已知 $f(a) > 1$, 则 a 的取值范围是()
- (A) $(-\infty, -2) \cup \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ (B) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
(C) $(-\infty, -2) \cup \left(-\frac{1}{2}, 1\right)$ (D) $\left(-2, -\frac{1}{2}\right) \cup (1, +\infty)$
6. 已知函数 $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 的定义域为 A , 函数 $y = f[f(x)]$ 的定义域为 B , 则()
- (A) $A \cup B = B$ (B) $A \subsetneq B$ (C) $A = B$ (D) $A \cap B = B$

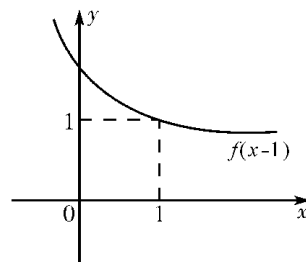
7. 已知 $f(x) = \log_2(4x) + \frac{1}{\log_2 \sqrt{x}}$ 的定义域为 $(0, 1)$, 则 $f(x)$ 有()
- (A) 最小值 $2 + 2\sqrt{2}$ (B) 最大值 $2 - 2\sqrt{2}$
 (C) 最小值 $2 - 2\sqrt{2}$ (D) 最大值 $2 + 2\sqrt{2}$
8. 若 $f(x) = ax^3 + b\log_2(x + \sqrt{x^2 + 1}) + 2$ 在 $(-\infty, 0)$ 上有最小值 -5 , a, b 为常数, 则 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上()
- (A) 有最大值 5 (B) 有最小值 5
 (C) 有最大值 3 (D) 有最大值 9
9. 设 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(-x) = -f(x)$, $f(x+d) < f(x)$ ($d > 0$), 当 $f(a) + f(a^2) < 0$ 成立时, a 的取值范围是()
- (A) $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$ (B) $(-1, 0)$
 (C) $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$ (D) $(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
10. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x)$ 是奇函数, 又是以 2 为周期的周期函数, 那么 $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) + f(6) + f(7)$ 的值等于()
- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

11. 定义在 \mathbf{R} 上的函数 $y = f(x-1)$ 是单调递减函数, 其图象如图所示, 给出四个结论:

- (1) $f(0) = 1$ (2) $f(1) < 1$
 (3) $f^{-1}(1) = 0$ (4) $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) > 0$

其中正确结论的个数是()

- (A) 1 个 (B) 2 个
 (C) 3 个 (D) 4 个



12. 函数 $f(x) = \frac{2a}{a^2 - 1}(a^x - a^{-x})$, $[a \in (0, 1)]$ 是()
- (A) 奇函数且为减函数 (B) 奇函数且为增函数
 (C) 偶函数且为减函数 (D) 偶函数且为增函数

二、填空题:(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. 已知 $f(x) = 3x - 1$, $f[h(x)] = 2x + 3$, $h(x)$ 为 x 的一次函数, 则 $h(x)$ 为_____.
14. 若奇函数 $f(x)$ 在定义域 $(-1, 1)$ 上是减函数, 则满足 $f(1-m) + f(1-m^2) < 0$ 的实数 m 的取值范围是_____.
15. 在区间 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 上, 函数 $f(x) = x^2 + px + q$ 与 $g(x) = 2x + \frac{1}{x^2}$ 在同一点取得相同的最小值, 那么 $f(x)$ 在 $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 上的最大值是_____.

16. 已知 $f(x) = x^2 - bx + c$ 且 $f(0) = 3, f(2-x) = f(x) (x \in \mathbf{R})$, 则 $f(b^x)$ 与 $f(c^x)$ 的大小关系为

_____.

三、解答题:

17. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{ax^2 + 1}{bx + c}$ 是奇函数且 a, b, c 均为整数, 又 $f(1) = 2$ 且 $f(2) < 3$.

(1) 求 a, b, c 的值;

(2) 判断函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, -1)$ 上的单调性并证明.

18. (本小题满分 12 分) 设定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $y = f(x)$, 满足 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 且 $x > 1$ 时, $f(x) > 0$. 解不等式 $f(x+1) - f(x-1) > 0$.

19. (本小题满分 12 分) 有一个自来水厂, 蓄水池有水 450 吨. 水厂每小时可向蓄水池注水 80 吨, 同时蓄水池又向居民小区供水, t 小时内供水量为 $160\sqrt{5}t$ 吨. 现在开始向池中注水并同时向居民供水.

(1) 多少小时后蓄水池中水量最少?

(2) 若蓄水池中水量少于 150 吨时, 就会出现供水紧张现象, 问每天有几个小时供水紧张?

20. (本小题满分 12 分) 已知定义在实数集 \mathbf{R} 上的奇函数 $f(x)$ 有最小正周期 2, 且当 $x \in (0, 1)$ 时,

$$f(x) = \frac{2^x}{4^x + 1}.$$

- (1) 求函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的解析式;
- (2) 证明 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上是减函数;
- (3) 当 λ 取何值时, 方程 $f(x) = \lambda$ 在 $[-1, 1]$ 上有实数解?

21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = a^x - 2\sqrt{4 - a^x} - 1$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$).

- (1) 求函数 $f(x)$ 的定义域、值域;
- (2) 求实数 a 的取值范围, 使得函数 $f(x) \geq 0$ 在 $(2, +\infty)$ 上恒成立.

22. (本小题满分 14 分) 设 $f(x)$ 是定义在 $[-1, 1]$ 上的偶函数, $g(x)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称, 且当 $x \in [2, 3]$ 时, $g(x) = 2a(x - 2) - 4(x - 2)^3$.

- (1) 求 $f(x)$;
- (2) $f(x)$ 在 $(0, 1]$ 上递增, 求 a 的范围;
- (3) 是否存在 $a \in \mathbf{N}^*$, 使 $f(x)_{\max} = 12$? 若存在, 求出 a ; 若不存在, 说明理由.

单元测试卷三

数 列

(满分: 分 时间: 分)

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 得分 _____

一、选择题:(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1. 等差数列 $\{a_n\}$ 有 12 项,奇数项的和与偶数项的和分别是 30 与 90,那么公差 d 的值是($n \in \mathbf{N}^*$)
()
(A)5 (B)10 (C)-5 (D)-10
2. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_2 = 162$, $a_3 + a_4 = 18$,则 $a_4 + a_5$ 等于()
(A)6 (B)-6 (C) ± 2 (D) ± 6
3. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,已知 $S_6 = 36$, $S_n = 324$, $S_{n-6} = 144$ ($n > 6, n \in \mathbf{N}^*$),则 n 等于
()
(A)15 (B)16 (C)17 (D)18
4. 已知数列前 n 项和 $S_n = 2^n - 1$ ($n \in \mathbf{N}^*$),则此数列奇数项的前 n 项和为()
(A) $\frac{1}{3}(2^{n+1} - 1)$ (B) $\frac{1}{3}(2^{n+1} - 2)$
(C) $\frac{1}{3}(2^{2n} - 1)$ (D) $\frac{1}{3}(2^{2n} - 2)$
5. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 4, a_2 = 2, a_3 = 1$,又数列 $\{a_{n+1} - a_n\}$ 成等差数列,则 a_n 等于()
(A) $n - 3$ (B) $\frac{1}{2}(n^3 - 8n^2 + 13n + 2)$
(C) $\frac{1}{2}(2n^3 - 17n^2 + 33n - 10)$ (D) $\frac{1}{2}(n^2 - 7n + 14)$
6. 数列 $1, 1+2, 1+2+4, \dots, 1+2+2^2+\dots+2^{n-1}, \dots$ 的前 n 项和 $S_n > 1020$,那么 n 的最小值是()
(A)9 (B)8 (C)10 (D)11
7. 若 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_n > 0$ ($n \in \mathbf{N}^*$),且 $a_3 \cdot a_6 \cdot a_9 = 4$,则 $\log_2 a_2 + \log_2 a_4 + \log_2 a_8 + \log_2 a_{10}$ 等于
()
(A)8 (B) $\frac{8}{3}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D)4
8. 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $\frac{1}{2}$, $S_{100} = 145$,则 $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{99}$ 的值为()

- (A)60 (B)85 (C) $\frac{145}{2}$ (D)75

9. 设 $\{a_n\}$ 为等比数列, $\{b_n\}$ 为等差数列,且 $b_1=0, c_n=a_n+b_n$,若 $\{c_n\}$ 是 $1, 1, 2, \dots$,则 $\{c_n\}$ 的前10项和为()

- (A)978 (B)979 (C)557 (D)467

10. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_n \neq 0$,且满足 $a_n = \frac{3a_{n-1}}{3+2a_{n-1}} (n \geq 2)$,则数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 是()

- (A)递增等差数列 (B)递增等比数列
(C)递减数列 (D)以上都不对

11. 设等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $3a_8=5a_{13}$,且 $a_1>0$,则前 n 项和 S_n 中最大的是()

- (A) S_{10} (B) S_{11} (C) S_{20} (D) S_{21}

12. 某城市1995年年底人口数为500万,人均住房面积为6平方米,如果该市每年人口的平均增长率为1%,而每年平均新建住房面积为30万平方米,那么到2005年年底,该市的人均住房面积数大约为()

- (A)6.98平方米 (B)6.87平方米 (C)5.97平方米 (D)5.87平方米

二、填空题:(本大题4小题,每小题4分,共16分)

13. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n (n \in \mathbf{N}^*)$,若 $a_3=3S_2+2, a_4=3S_3+2$,则公比 q 的值是_____.

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+2a_2+3a_3+\dots+na_n=n(n+1)(n+2) (n \in \mathbf{N}^*)$,则 $a_n=_____$.

15. 已知 $\{a_n\}$ 是首项为50,公差为2的等差数列, $\{b_n\}$ 是首项为10,公差为4的等差数列,则以 a_k, b_k 为相邻两边的矩形内最大圆面积 $S_k=_____$.

16. 已知 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_k$ 是有限项等差数列,且 $a_4+a_7+a_{10}=17, a_4+a_5+a_6+\dots+a_{14}=77$,若 $a_k=13$,则 k 的值是_____.

三、解答题:

17. (本小题满分12分)设数列 $\{a_n\}$ 为等差数列, $\{b_n\}$ 为等比数列, $a_1=b_1=1, a_2+a_4=b_3, b_2b_4=a_3$,分别求出 $\{a_n\}$ 及 $\{b_n\}$ 的前10项和 S_n 与 T_n .

18. (本小题满分12分)设 $\{a_n\}$ 是一个公差为 $d(d \neq 0)$ 的等差数列,它的前10项和 $S_{10}=110$ 且 $a_1,$

a_2, a_4 成等比数列.

(1) 证明: $a_1 = d$;

(2) 求公差 d 的值和数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

19. (本小题满分 12 分) 已知无穷数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 对于不小于 2 的正整数 n , 满足关系: 1

$$-S_n = a_{n-1} - a_n.$$

(1) 求 a_1, a_2, a_3 ;

(2) 证明 $\{a_n\}$ 是等比数列.

20. (本小题满分 12 分) 设函数 $f(x) = x^2 - 4x + 3$, 已知在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = f(x-1)$, $a_2 = -$

$$\frac{1}{2}, a_3 = f(x).$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 $a_2 + a_5 + a_8 + \cdots + a_{26}$ 的值.

21. (本小题满分 14 分) 设数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1 = 1$, $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$, 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列,

$$T_n = b_1 + b_2 + \cdots + b_n, \text{ 若 } a_3 = b_2, S_5 = 2T_2 - 6, \text{ 且 } \lim_{n \rightarrow \infty} T_n = 9.$$

(1) 求数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 当自然数 n 取何值时, $S_n > T_n$?

22. (本小题满分 12 分) 设 $\{a_n\}$ 为正项数列, S_n 为其前 n 项和, 且 a_n, S_n, a_n^2 成等差数列.

(1) 求 a_n ;

(2) 设 $f(n) = \frac{S_n}{(n+50)S_{n+1}}$, 求 $f(n)$ 的最大值.

单元测试卷四

三角函数

(满分: 分 时间: 分)

班级 _____ 姓名 _____ 学号 _____ 得分 _____

一、选择题:(本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分)

1. 设 $a = \sin(-1)$, $b = \cos(-1)$, $c = \tan(-1)$, 则有()

- (A) $a < b < c$ (B) $b < a < c$ (C) $c < a < b$ (D) $a < c < b$

2. 已知 $\theta \in [0, 2\pi)$, $|\cos\theta| < |\sin\theta|$, 且 $\sin\theta < \tan\theta$, 则 θ 的取值范围是()

- (A) $(0, \pi) \cup \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$ (B) $\left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$
(C) $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right)$ (D) $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right)$

3. 若 $\cot\theta = 3$, 则 $\cos^2\theta - \frac{1}{2}\sin 2\theta$ 的值是()

- (A) $-\frac{5}{6}$ (B) $\frac{4}{5}$ (C) $-\frac{3}{5}$ (D) $\frac{3}{5}$

4. 若 $\alpha \in [0, 2\pi)$ 且 $\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} + \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} = \sin\frac{\alpha}{2} - \cos\frac{\alpha}{2}$, 则 α 的取值范围是()

- (A) $[0, 2\pi)$ (B) $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ (C) $[0, \pi]$ (D) $[\pi, 2\pi)$

5. 已知函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + m$ 的最大值为 4, 最小值为 0, 最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$, 直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 是其图象的一条对称轴, 则下列各式中符合条件的解析式是()

- (A) $y = 4\sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right)$ (B) $y = 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$
(C) $y = 2\sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right)$ (D) $y = 2\sin\left(4x + \frac{\pi}{6}\right) + 2$

6. 下列函数中同时满足“①在区间 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 上是增函数, ②以 π 为周期, ③是偶函数”三个条件的是

()

- (A) $y = \tan x$ (B) $y = e^{-\cos x}$ (C) $y = \sin|x|$ (D) $y = |\sin x|$

7. 把函数 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 3x - \sin 3x)$ 的图象适当移动, 就可得到函数 $y = -\sin 3x$ 的图象, 这种移动可以

是()

(A) 沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{12}$

(B) 沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{12}$

(C) 沿 x 轴向左平移 $\frac{\pi}{4}$

(D) 沿 x 轴向右平移 $\frac{\pi}{4}$

8. 函数 $y = \sqrt{2\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1}$ 的单调增区间为()

(A) $\left[k\pi + \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{5\pi}{12}\right] (k \in \mathbf{Z})$

(B) $\left[k\pi - \frac{\pi}{12}, k\pi + \frac{5\pi}{12}\right] (k \in \mathbf{Z})$

(C) $\left[k\pi + \frac{\pi}{4}, k\pi + \frac{17\pi}{12}\right] (k \in \mathbf{Z})$

(D) $\left[k\pi + \frac{\pi}{6}, k\pi + \frac{5\pi}{12}\right] (k \in \mathbf{Z})$

9. $\tan 70^\circ \cos 10^\circ (\sqrt{3} \tan 20^\circ - 1)$ 等于()

(A) -2

(B) -1

(C) 2

(D) 1

10. 设 $\alpha, \beta, \gamma \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 且 $\sin \alpha + \sin \gamma = \sin \beta$, $\cos \beta + \cos \gamma = \cos \alpha$, 则 $\beta - \alpha$ 等于()

(A) $\frac{\pi}{3}$ 或 $-\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{6}$

(D) $-\frac{\pi}{3}$

11. 函数 $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$ 具有性质()

(A) 图象关于点 $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 对称, 最大值为 $\sqrt{3}$

(B) 图象关于点 $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 对称, 最大值为 1

(C) 图象关于点 $\left(-\frac{\pi}{6}, 0\right)$ 对称, 最大值为 $\sqrt{3}$

(D) 图象关于点 $x = -\frac{\pi}{6}$ 对称, 最大值为 1

12. 已知 θ 为第二象限角, 且 $\sin \frac{\theta}{2} < \cos \frac{\theta}{2}$, 则 $\sin \frac{\theta}{2} + \cos \frac{\theta}{2}$ 的取值范围是()

(A) $(-1, 0)$

(B) $(1, \sqrt{2})$

(C) $(-\sqrt{2}, -1)$

(D) $(-1, 1)$

二、填空题:(本大题 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

13. 函数 $y = (\sin x - \sqrt{3} \cos x)(\cos x - \sqrt{3} \sin x)$ 的最小正周期为_____.

14. ω 是正实数, 函数 $f(x) = 2\sin \omega x$ 在 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上是增函数, 则 ω 的取值范围是_____.

15. 设 $f(x) = 2\cos^2 x + \sqrt{3} \sin 2x + a (a \in \mathbf{R})$, 当 $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 时, $f(x)$ 的最大值为 4 , 则 $a =$ _____.

16. 已知 $5\cos\left(\alpha - \frac{\beta}{2}\right) + 7\cos\frac{\beta}{2} = 0$, 则 $\tan\frac{\alpha - \beta}{2}\tan\frac{\alpha}{2} =$ _____.

三、解答题:

17. (本小题满分 12 分) 设 $\tan\beta = -\frac{2}{3}\tan\theta$, $\pi < \theta < \frac{3\pi}{2}$, 且 $\theta - \beta = \frac{\pi}{4}$, 求 $\frac{2\cos^2\frac{\theta}{2} - 1}{\sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)}$ 的值.

18. (本小题满分 12 分) 已知 $A(3, 0), B(0, 3), C(\cos\alpha, \sin\alpha)$.

(1) 若 $\vec{AC} \cdot \vec{BC} = -1$, 求 $\sin 2\alpha$ 的值;

(2) 若 $|\vec{OA} + \vec{OC}| = \sqrt{13}$, 且 $\alpha \in (0, \pi)$, 求 \vec{OB} 与 \vec{OC} 的夹角.

19. (本小题满分 12 分) 已知向量 $\mathbf{a} = (\cos x, 2\sin x)$, $\mathbf{b} = (2\cos x, \sqrt{3}\cos x)$, $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + m$ (m 为常数).

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 若 $f(x)$ 在 $\left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$ 上的最大值与最小值之和为 3, 求 m 的值;

(3) 在(2)的条件下, $f(x)$ 按向量 (h, k) 平移后得到 $y = 2\sin 2x$ 的图象, 其中 $|h| < \frac{\pi}{2}$, 求 h, k 的值.

20. (本小题满分 14 分) 已知 $f(x) = 2\sin\left(x + \frac{\theta}{2}\right) \cdot \cos\left(x + \frac{\theta}{2}\right) + 2\sqrt{3}\cos^2\left(x + \frac{\theta}{2}\right) - \sqrt{3}$.

(1) 化简 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若 $0 \leq \theta \leq \pi$, 求 θ , 使函数 $f(x)$ 为偶函数;

(3) 在(2)成立的条件下, 求满足 $f(x) = 1, x \in [-\pi, \pi]$ 的 x 的集合.

21. (本小题满分 12 分) 已知 $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}$.

(1) 求出它的定义域和值域;

(2) 判断它的奇偶性、周期性和单调性.

22. (本小题满分 12 分) 已知奇函数 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数, 是否存在这样的实数 m , 使

$f(\cos 2\theta - 3) + f(4m - 2m \cos \theta) > f(0)$ 对所有的 $\theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 都成立? 若存在, 则求适合条件的

m 的取值范围; 若不存在, 则说明理由.