

配人教®

# 同步训练

# 数学

## 选修 2-1

## A版



河北人民出版社

## 目 录

**1** 第一章 常用逻辑用语

1.1 命题及其关系 / 1

1.2 充分条件与必要条件 / 4

1.3 简单的逻辑联结词 / 6

1.4 全称量词与存在量词 / 8

单元检测一 / 10

**13** 第二章 圆锥曲线与方程

2.1 曲线与方程 / 13

2.2 椭圆 / 15

2.3 双曲线 / 27

2.4 抛物线 / 34

单元检测二 / 39

**42** 第三章 空间向量与立体几何

3.1 空间向量及其运算 / 42

3.2 立体几何中的向量方法 / 52

单元检测三 / 60

**64** 综合测试卷**68** 参考答案

## 第

## 一

## 章

## 常用逻辑用语

## 1.1 命题及其关系

## 课内练习

## 一、选择题

1. 下列语句中, 是命题的个数为( )

- ①空集是任何集合的子集;
- ②把门关上;
- ③垂直于同一条直线的两条直线不一定平行;
- ④偶数一定是自然数吗?
- ⑤地球是太阳的一颗行星;
- ⑥  $0 \in \mathbf{N}$ .

A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

2.  $m, n$  是空间两条不同的直线,  $\alpha, \beta$  是两个不同的平面, 有下列四个命题:

- ①  $m \perp \alpha, n // \beta, \alpha // \beta \Rightarrow m \perp n$ ;
- ②  $m \perp \alpha, m \perp n, \alpha // \beta \Rightarrow n // \beta$ ;
- ③  $m \perp n, \alpha // \beta, m // \alpha \Rightarrow n \perp \beta$ ;
- ④  $m \perp \alpha, m // n, \alpha // \beta \Rightarrow n \perp \beta$ .

其中真命题的序号是( )

A. ①②    B. ③④    C. ②③    D. ①④

3. 一个命题与它的逆命题、否命题、逆否命题这四个命题中( )

- A. 真命题的个数一定是奇数
- B. 真命题的个数一定是偶数
- C. 真命题的个数可能是奇数也可能是偶数
- D. 上述判断都不正确

4. 若命题  $p$  的否命题为  $r$ , 命题  $r$  的逆命题为  $s$ , 则  $s$  是  $p$  的逆命题  $t$  的( )

- A. 逆否命题      B. 逆命题
- C. 否命题      D. 原命题

5. 命题  $p$ : “有些三角形是等腰三角形”, 则  $\neg p$  是( )

- A. 有些三角形不是等腰三角形
- B. 所有三角形是等腰三角形
- C. 所有三角形不是等腰三角形
- D. 所有三角形是等腰三角形

## 二、填空题

6. 将命题“垂直于同一条直线的两条直线平行”改写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式\_\_\_\_\_.  
真假为\_\_\_\_\_.

7. 若  $a \notin M$ , 则  $b \notin M$  的等价命题是: \_\_\_\_\_.

8. 下列命题正确的是: \_\_\_\_\_.

- ①  $5 > 4$  或  $4 > 5$ ;
- ②  $2 \geq 2$ ;
- ③ 命题“正方形的四条边相等”的逆命题.

## 三、解答题

9. 将下列命题改写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式, 并判断真假.

- (1) 负数的立方是负数;
- (2) 对顶角相等.

10. 写出下列命题的逆命题、否命题和逆否命题.

- (1) 若  $a > b$ , 则  $ac^2 > bc^2$ ;  
 (2) 若  $(x-1)(x-2) \neq 0$ , 则  $x \neq 1$ .

11. 对于下述命题, 写出命题的否定形式.

- (1) 平方和为 0 的两个实数都为 0;  
 (2) 若  $ab = 0$ , 则  $a, b$  中至少有一个为 0.

## 课 外 拓 展

### 一、选择题

1. 下列命题是真命题的为( )

- A. 若  $\frac{1}{x} = \frac{1}{y}$ , 则  $x = y$   
 B. 若  $x^2 = 1$ , 则  $x = 1$   
 C. 若  $x = y$ , 则  $\sqrt{x} = \sqrt{y}$   
 D. 若  $x < y$ , 则  $x^2 < y^2$

2. 命题“若  $f(x)$  是奇函数, 则  $f(-x)$  是奇函数”的否命题是( )

- A. 若  $f(x)$  是偶函数, 则  $f(-x)$  是偶函数  
 B. 若  $f(x)$  不是奇函数, 则  $f(-x)$  不是奇函数

- C. 若  $f(-x)$  是奇函数, 则  $f(x)$  是奇函数  
 D. 若  $f(-x)$  不是奇函数, 则  $f(x)$  不是奇函数  
 3. 下列命题中真命题有( )

- ①面积相等的三角形是全等三角形;  
 ②若“ $xy = 0$ , 则  $|x| + |y| = 0$ ”的逆命题;  
 ③若“ $a > b$ , 则  $a + c > b + c$ ”的否命题;  
 ④“矩形的对角线互相垂直”的逆否命题.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

### 二、填空题

4. 已知  $p(x): x^2 + 2x - m > 0$ , 且  $p(1)$  是假命题,  $p(2)$  是真命题, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

5. 给出命题: “已知  $a, b, c, d$  是实数, 若  $a \neq b$ , 且  $c \neq d$ , 则  $a + c \neq b + d$ .” 对原命题、逆命题、否命题、逆否命题而言, 其中的真命题的个数为\_\_\_\_\_.

6. 下列命题是真命题的是\_\_\_\_\_.

①命题“若  $b^2 - 4ac < 0$ , 则方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  无实根”的否命题;

②命题“ $\triangle ABC$  中,  $AB = BC = CA$ , 那么  $\triangle ABC$  为等边三角形”的逆命题;

③命题“若  $a > b > 0$ , 则  $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b} > 0$ ”的逆否命题;

④“若  $m > 1$ , 则  $mx^2 - 2(m+1)x + 4 + 9m > 0$  的解集为  $\mathbf{R}$ ”的逆命题.

### 三、解答题

7. 已知函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上是增函数,  $a, b \in \mathbf{R}$ , 对命题: “若  $a + b \geq 0$ , 则  $f(a) + f(b) \geq f(-a) + f(-b)$ .”

(1) 写出否命题, 判断真假, 并证明你的结论;

(2) 写出逆否命题, 判断真假, 并证明你的结论.

8. 已知  $p: x^2 - 4x + 3 < 0$ ,  $q: x^2 - (m+1)x + m < 0$  ( $m > 1$ ).

- (1) 求不等式  $x^2 - 4x + 3 < 0$  的解集;
- (2) 若  $p$  则  $q$  为真命题, 求  $m$  的取值范围.

9. 已知命题  $r(x): \sin x + \cos x > m$ , 命题  $s(x): x^2 + mx + 1 > 0$ . 对于任意  $x \in \mathbf{R}$  都成立, 有且仅有一个是真命题, 求实数  $m$  的取值范围.

## 1.2 充分条件与必要条件

## 课内练习

## 一、选择题

1. “ $\tan \alpha = 1$ ” 是 “ $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ” 的( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

2. 已知  $p: |2x-3| < 1$ ,  $q: x(x-3) < 0$ , 则  $p$  是  $q$  的( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

3. 设  $\alpha, \beta, \gamma$  为平面,  $m, n, l$  为直线, 则  $m \perp \beta$  的一个充分条件是( )

- A.  $\alpha \perp \beta, \alpha \cap \beta = l, m \perp l$
- B.  $\alpha \cap \gamma = m, \alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma$
- C.  $\alpha \perp \gamma, \beta \perp \gamma, m \perp \alpha$
- D.  $n \perp \alpha, n \perp \beta, m \perp \alpha$

4. “ $m = \frac{1}{2}$ ” 是 “直线  $(m+2)x + 3my + 1 = 0$

与直线  $(m-2)x + (m+2)y - 3 = 0$  相互垂直” 的( )

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

## 二、填空题

5. “ $x \neq 3$ ” 是 “ $|x| \neq 3$ ” 的\_\_\_\_\_条件.

6. 一元二次方程  $x^2 + x + m = 0$  有实根的充要条件是\_\_\_\_\_.

7. 若  $\neg p$  是  $q$  的充分不必要条件, 则  $p$  是  $\neg q$

的\_\_\_\_\_条件.

## 三、解答题

8. 已知  $a, b$  是实数, 求证  $a^4 - b^4 - 2b^2 = 1$  成立的充要条件是  $a^2 - b^2 = 1$ .

9. 求关于  $x$  的方程  $ax^2 + 2x + 1 = 0$  至少有一个负的实数根的充要条件.

10. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}$ ,  $B = \{x | x^2 - mx + 2 = 0\}$ , 若  $A$  是  $B$  的必要不充分条件, 求实数  $m$  范围.

## 课 外 拓 展

## 一、选择题

1. 设  $\{a_n\}$  是首项大于零的等比数列, 则 “ $a_1 < a_2$ ” 是 “数列  $\{a_n\}$  是递增数列” 的 ( )

- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件

2. 设  $x, y \in \mathbf{R}$ , 则 “ $x \geq 2$  且  $y \geq 2$ ” 是 “ $x^2 + y^2 \geq 4$ ” 的 ( )

- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分也不必要条件

3. 已知  $p$  是  $r$  的充分条件而不是必要条件,  $q$  是  $r$  的充分条件,  $s$  是  $r$  的必要条件,  $q$  是  $s$  的必要条件. 下列命题中正确的是 ( )

- ①  $s$  是  $q$  的充要条件;  
②  $p$  是  $q$  的充分条件而不是必要条件;  
③  $r$  是  $q$  的必要条件而不是充分条件;  
④  $\neg p$  是  $\neg s$  的必要条件而不是充分条件;  
⑤  $r$  是  $s$  的充分条件而不是必要条件.

- A. ①④⑤                      B. ①②④  
C. ②③⑤                      D. ②④⑤

## 二、填空题

4.  $\begin{cases} a > 3, \\ b > 3 \end{cases}$  是  $\begin{cases} a + b > 6, \\ ab > 9 \end{cases}$  的 \_\_\_\_\_ 条件.

5. 设  $n \in \mathbf{N}_+$ , 一元二次方程  $x^2 - 4x + n = 0$  有整数根的充要条件是  $n =$  \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

6. 已知命题  $p: \begin{cases} x + 2 \geq 0, \\ x - 10 \leq 0, \end{cases}$  命题  $q: x^2 - (2a +$

$1)x + a(a + 1) \leq 0$ , 若  $p$  是  $q$  的必要不充分条件, 求实数  $a$  的取值范围.

7. 已知  $P = \{x \mid x^2 - 8x - 20 \leq 0\}$ ,  $S = \{x \mid 1 - m \leq x \leq 1 + m\}$ .

(1) 是否存在实数  $m$ , 使  $x \in P$  是  $x \in S$  的充要条件, 若存在, 求出实数  $m$  的取值范围;

(2) 是否存在实数  $m$ , 使  $x \in P$  是  $x \in S$  的必要条件, 若存在, 求出实数  $m$  的取值范围.

8. 已知集合  $A = \left\{ y \mid y = x^2 - \frac{3}{2}x + 1, \right.$

$\left. \frac{3}{4} \leq x \leq 2 \right\}$ ,  $B = \{x \mid x + m^2 \geq 1\}$ ; 命题  $p: x \in A$ , 命题

$q: x \in B$ , 并且命题  $p$  是命题  $q$  的充分条件, 求实数  $m$  的取值范围.

## 1.3 简单的逻辑联结词

## 课内练习

## 一、选择题

1. 下列是“ $p \wedge q$ ”形式命题的是( )

- A. 3 是 6 的约数  
B. 2 不是质数  
C.  $\triangle ABC$  是等腰直角三角形  
D. 李梅是跳水运动员或游泳运动员

2. 下列结论中, 正确的是( )

A. 命题  $p$  是真命题时, 命题“ $p$  且  $q$ ”一定是真命题B. 命题“ $p$  且  $q$ ”是真命题时, 命题  $p$  一定是真命题C. 命题“ $p$  且  $q$ ”是真命题时, 命题  $p$  一定是假命题D. 命题  $p$  是假命题时, 命题“ $p$  且  $q$ ”不一定是假命题3. 若“ $p \wedge q$ ”与“ $(\neg p) \vee q$ ”均为假命题, 则( )

- A.  $p$  真  $q$  假                      B.  $p$  假  $q$  真  
C.  $p$  真  $q$  真                      D.  $p$  假  $q$  假

4. 下列命题中, 真命题的个数为( )

- ①  $1 \leq 1$ ;  
② 集合  $A$  是  $A \cap B$  的子集, 或是  $A \cup B$  的子集;  
③ 周长相等的两个三角形全等, 或面积相等的两个三角形全等.

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

5. 已知命题  $p_1$ : 函数  $y = 2^x - 2^{-x}$  在  $\mathbf{R}$  为增函数, 命题  $p_2$ : 函数  $y = 2^x + 2^{-x}$  在  $\mathbf{R}$  为减函数, 则在命题  $q_1: p_1 \vee p_2$ ,  $q_2: p_1 \wedge p_2$ ,  $q_3: (\neg p_1) \vee p_2$  和  $q_4: p_1 \wedge (\neg p_2)$  中, 真命题是( )

- A.  $q_1, q_3$                       B.  $q_2, q_3$   
C.  $q_1, q_4$                       D.  $q_2, q_4$

## 二、填空题

6. 由命题  $p$ : 3 是 6 的约数, 命题  $q$ : 3 是 12 的约数构成的, “ $p \wedge q$ ”形式的命题是\_\_\_\_\_.7. 若“ $x \in [2, 5]$  或  $x \in (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$ ”是假命题, 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.8. 命题  $p: \{2\} \in \{1, 2, 3\}$ ,  $q: \{2\} \subseteq \{1, 2, 3\}$ , 则对复合命题的下述判断正确的是\_\_\_\_\_.

- ①  $p$  或  $q$  为真;  
②  $p$  或  $q$  为假;  
③  $p$  且  $q$  为真;  
④  $p$  且  $q$  为假;  
⑤ 非  $p$  为真;  
⑥ 非  $q$  为假.

9. 下列命题是真命题的是\_\_\_\_\_.

- ① 命题“不等式  $|x+2| \leq 0$  没有实数解”;  
② 命题“ $-1$  是偶数或奇数”;  
③ 命题“ $\sqrt{2}$  既属于集合  $\mathbf{Q}$ , 也属于集合  $\mathbf{R}$ ”;  
④ 命题“ $A \subseteq A \cup B$ ”.

## 三、解答题

10. 写出由下列命题构成的“ $p \wedge q$ ”、“ $p \vee q$ ”、“ $\neg p$ ”形式的复合命题, 并判断它们的真假.(1)  $p$ : 平行四边形的对角线互相平分,  $q$ : 平行四边形的对角线相等;(2)  $p$ : 菱形的对角线互相垂直,  $q$ : 菱形的对角线互相平分;(3)  $p$ : 35 是 15 的倍数,  $q$ : 35 是 7 的倍数.

11. 已知命题  $p: x^2 - x - 6 \geq 0$ , 命题  $q: x \in \mathbf{Z}$ , 若 “ $p \wedge q$ ” 与 “ $\neg q$ ” 同时为假命题, 求  $x$  的值.

12. 已知  $a > 0$ , 设命题  $p$ : 函数  $y = a^x$  在  $\mathbf{R}$  上是减函数; 命题  $q$ : 关于  $x$  的不等式  $x^2 - 3ax + 1 < 0$  有解, 若  $p \wedge q$  是真命题, 求实数  $a$  的取值范围.

### 课 外 拓 展

#### 一、选择题

1. 命题: “菱形的对角线互相垂直平分”, 隐含的逻辑联结词的情况是 ( )

- A. 没有隐含的逻辑联结词
- B. 隐含了逻辑联结词且
- C. 隐含了逻辑联结词或
- D. 隐含了逻辑联结词非

2. 命题  $p$ : 若平面  $\alpha \perp \beta$ , 平面  $\beta \perp \gamma$ , 则必有  $\alpha \parallel \gamma$ , 命题  $q$ : 若平面  $\alpha$  上不共线的三点到平面  $\beta$  的距离相等, 则必有  $\alpha \parallel \beta$ . 对这两个命题, 下列结论中正确的是 ( )

- A. “ $p \wedge q$ ” 为真
- B. “ $p \vee q$ ” 为假
- C. “ $p \vee q$ ” 为真
- D. “ $(\neg p) \vee (\neg q)$ ” 为假

3. 已知实数  $a$  满足  $1 < a < 2$ , 命题  $p$ : 函数  $y = \lg(2 - ax)$  在区间  $[0, 1]$  上是减函数; 命题  $q$ :  $x^2 < 1$  是  $x < a$  的充分不必要条件, 则 ( )

- A. “ $p \vee q$ ” 为真
- B. “ $p \wedge q$ ” 为假
- C. “ $(\neg p) \wedge q$ ” 为真
- D. “ $(\neg p) \vee (\neg q)$ ” 为真

#### 二、填空题

4. “至少两个” 的否定为 \_\_\_\_\_.

5. 设命题  $p$ : 实数  $x$  满足  $x^2 - 4x + 3 < 0$ , 命题  $q$ : 实数  $x$  满足  $x^2 - x - 6 \leq 0$ , 若  $p$  且  $q$  为真, 则实数  $x$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.

#### 三、解答题

6. 已知  $p$ : 函数  $y = x^2 + mx + 1$  在  $(-1, +\infty)$  上单调递增, 命题  $q$ : 函数  $y = 4x^2 + 4(m-2)x + 1$  大于零恒成立, 若  $p$  或  $q$  为真,  $p$  且  $q$  为假, 求  $m$  的取值范围.

7. 已知:  $a > 0$  且  $a \neq 1$ . 设  $p$ : 函数  $y = \log_a(x+1)$  在  $(0, +\infty)$  内是减函数;  $q$ : 曲线  $y = x^2 + (2a-3)x + 1$  与  $x$  轴交于不同的两点. 若 “ $p \vee q$ ” 为真, “ $p \wedge q$ ” 为假, 求  $a$  的范围.

8. 设命题  $p$ : 函数  $f(x) = \lg\left(ax^2 - x + \frac{1}{16}a\right)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ ; 命题  $q$ : 不等式  $\sqrt{2x+1} < 1 + ax$  对一切正实数均成立. 如果命题  $p \vee q$  为真命题, 命题  $p \wedge q$  为假命题, 求实数  $a$  的取值范围.

## 1.4 全称量词与存在量词

## 课内练习

## 一、选择题

1. 下列命题不是“ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 > 3$ ”的表述方法的是( )

- A. 有一个  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 使  $x_0^2 > 3$   
 B. 有些  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 使  $x_0^2 > 3$   
 C. 任选一个  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 使  $x_0^2 > 3$   
 D. 至少有一个  $x_0 \in \mathbf{R}$ , 使  $x_0^2 > 3$

2. 下列命题是全称命题的是( )

- A. 若  $a \in \mathbf{R}$ , 则  $a^2 > 0$   
 B. 存在实数  $\alpha, \beta$ , 使得  $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha + \sin \beta$   
 C. 有些函数的图象关于  $y$  轴对称  
 D. 有一个平行四边形是正方形

3. 下列特称命题中, 假命题的个数为( )

- ①有的实数是无限不循环小数;  
 ②有些三角形不是等腰三角形;  
 ③有的菱形是正方形.

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 3

4. 下列命题中的假命题是( )

- A.  $\exists x \in \mathbf{R}, \lg x = 0$     B.  $\exists x \in \mathbf{R}, \tan x = 1$   
 C.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^3 > 0$     D.  $\forall x \in \mathbf{R}, 2^x > 0$

5. 命题“对任意的  $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$ ”的否定是( )

- A. 不存在  $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 \leq 0$   
 B. 存在  $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 \geq 0$   
 C. 存在  $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 > 0$   
 D. 对任意的  $x \in \mathbf{R}, x^3 - x^2 + 1 > 0$

## 二、填空题

6. 命题“存在  $x \in \mathbf{R}$ , 使得  $x^2 + 2x + 5 = 0$ ”的否定是\_\_\_\_\_.

7. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 - x + 3 > 0$ ”的否定是\_\_\_\_\_.

8. 命题“存在一个三角形没有外接圆”的否定是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

9. 写出下列命题的否定, 并判断其真假.

- (1)  $p$ : 所有的正方形都是矩形;  
 (2)  $p$ : 至少有一个实数  $x_0$ , 使得  $x_0^2 + 1 = 0$ .

10. 若命题: “ $\forall x \in \mathbf{R}$ , 关于  $x$  的不等式  $(a^2 - 1)x^2 + (a - 1)x - 1 < 0$  都成立”为真命题, 求实数  $a$  的取值范围.

11. 若方程  $\log_2(ax^2 - 2x + 2) = 2$  在  $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$  内有解, 求实数  $a$  的取值范围.

## 课 外 拓 展

## 一、填空题

1. 命题“所有能被2整除的整数都是偶数”的否定是( )

- A. 所有不能被2整除的数都是偶数  
B. 所有能被2整除的整数都不是偶数  
C. 存在一个不能被2整除的数是偶数  
D. 存在一个能被2整除的数不是偶数

2. 下列四个命题:

$$p_1: \exists x \in (0, +\infty), \left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$p_2: \exists x \in (0, 1), \log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{3}} x$$

$$p_3: \forall x \in (0, +\infty), \left(\frac{1}{2}\right)^x > \log_{\frac{1}{3}} x$$

$$p_4: \forall x \in (0, \frac{1}{3}), \left(\frac{1}{2}\right)^x < \log_{\frac{1}{3}} x$$

其中的真命题是( )

- A.  $p_1, p_3$  B.  $p_1, p_4$  C.  $p_2, p_3$  D.  $p_2, p_4$

3. 已知  $a > 0$ , 函数  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . 若  $x_0$  满足关于  $x$  的方程  $2ax + b = 0$ , 下列选项的命题中为假命题的是( )

- A.  $\exists x \in \mathbf{R}, f(x) \leq f(x_0)$   
B.  $\exists x \in \mathbf{R}, f(x) \geq f(x_0)$   
C.  $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \leq f(x_0)$   
D.  $\forall x \in \mathbf{R}, f(x) \geq f(x_0)$

## 二、填空题

4. 命题“存在实数  $m$ , 使方程  $x^2 + mx + 1 = 0$  有实数根”的否定是\_\_\_\_\_.

5. 若命题  $p: \exists x \in (0, 2), 2^x \geq m$ , 为假命题, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

6. 已知命题  $p: \forall x \in \mathbf{R}, ax^2 + 2x + 3 > 0$ , 如果命题  $\neg p$  是真命题, 那么实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题

7. 设函数  $f(x) = x^2 - 2x - m$ .

(1) 若  $\forall x \in [-1, 2], f(x) \geq 0$ , 求实数  $m$

的取值范围;

(2) 若  $\exists x \in [-1, 2], f(x) \geq 0$ , 求实数  $m$  的取值范围.

8. 已知函数  $f(x) = 4x^2 - 2(p-2)x - 2p^2 - p + 1$  在区间  $[-1, 1]$  内至少存在一个实数  $x_0$ , 使得  $f(x_0) > 0$ , 求实数  $p$  的取值范围.

9. 已知命题  $p: \forall x \in [1, 2], x^2 - a \geq 0$ , 命题  $q: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2ax_0 + 2 - a = 0$ , 若命题  $p$  且  $q$  是真命题, 求实数  $a$  的取值范围.

## 单元检测一

## 一、选择题

1. 下列语句中是命题的是( )

A. 周期函数的和是周期函数吗?

B.  $\sin 45^\circ = 1$ C.  $x^2 + 2x - 1 > 0$ 

D. 梯形是不是平面图形呢?

2. 在命题“若抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的开口向下, 则  $\{x \mid ax^2 + bx + c < 0\} \neq \emptyset$ ”的逆命题、否命题、逆否命题中结论成立的是( )

A. 都真

B. 都假

C. 否命题真

D. 逆否命题真

3. 下列有关命题的说法正确的是( )

A. 命题“若  $xy = 0$ , 则  $x = 0$ ”的否命题为: “若  $xy = 0$ , 则  $x \neq 0$ ”B. “若  $x + y = 0$ , 则  $x, y$  互为相反数”的逆命题为真命题C. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}$ , 使得  $2x^2 - 1 < 0$ ”的否定是: “ $\forall x \in \mathbf{R}$ , 均有  $2x^2 - 1 < 0$ ”D. 命题“若  $\cos x = \cos y$ , 则  $x = y$ ”的逆否命题为真命题4. “ $a = 2$ ”是“函数  $f(x) = |x - a|$  在区间  $[2, +\infty)$  上为增函数”的( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. “ $p$  或  $q$  是假命题”是“非  $p$  为真命题”的( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. 设  $l, m$  均为直线,  $\alpha$  为平面, 其中  $l \not\subset \alpha, m \subset \alpha$ , 则“ $l \parallel \alpha$ ”是“ $l \parallel m$ ”的( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. 对于下列命题: ①  $\forall x \in \mathbf{R}, -1 \leq \sin x \leq 1$ ; ②  $\exists x \in \mathbf{R}, \sin^2 x + \cos^2 x > 1$ . 下列判断正确的是( )

A. ①假②真

B. ①真②假

C. ①②都假

D. ①②都真

8. 若数列  $\{a_n\}$  满足  $a_{n+1}^2 - a_n^2 = d$  ( $d$  为正常数,  $n \in \mathbf{N}^*$ ), 则称  $\{a_n\}$  为“等方差数列”. 甲: 数列  $\{a_n\}$  是等方差数列; 乙: 数列  $\{a_n\}$  是等差数列, 则( )

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

9. 已知  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ , 直线  $l_1$  与  $l_2$  的方程分别为  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  与  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ , 则“ $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = 0$ ”是“ $l_1 \parallel l_2$ ”的( )

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充分必要条件

D. 既不充分也不必要条件

10. 已知命题  $p: \forall x \in \mathbf{R}, x > \sin x$ , 则( )

A.  $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, x < \sin x$

B.  $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, x \leq \sin x$

C.  $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, x \leq \sin x$

D.  $\neg p: \forall x \in \mathbf{R}, x < \sin x$

11. 下列各组命题中, 满足“‘ $p$  或  $q$ ’为真、‘ $p$  且  $q$ ’为假、‘非  $p$ ’为真”的是( )

A.  $p: 0 = \emptyset \quad q: 0 \in \emptyset$

B.  $p$ : 在  $\triangle ABC$  中, 若  $\cos 2A = \cos 2B$ , 则  $A = B$ ;  $q: y = \sin x$  在第一象限是增函数.

C.  $p: a + b \geq 2\sqrt{ab} (a, b \in \mathbf{R})$ ;  $q$ : 不等式  $|x| > x$  的解集是  $(-\infty, 0)$ .

D.  $p$ : 圆  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$  的面积被直线  $x=1$  平分;  $q$ : 椭圆  $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$  的一条准线方程是  $x=4$ .

12. 下列四个命题中, 不正确的命题的个数是( )

①若“ $p$  且  $q$ ”为假命题, 则  $p, q$  均为假命题;

②命题“若  $a > b$ , 则  $2^a > 2^b - 1$ ”的否命题为“若  $a \leq b$ , 则  $2^a \leq 2^b - 1$ ”;

③“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 \geq 1$ ”的否定是“ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 \leq 1$ ”;

④在  $\triangle ABC$  中, “ $A > B$ ”是“ $\sin A > \sin B$ ”的充要条件.

A. 4 个

B. 3 个

C. 2 个

D. 1 个

## 二、填空题

13. 由命题  $p$ : “矩形有外接圆”,  $q$ : “矩形有内切圆”组成的复合命题“ $p$  或  $q$ ”“ $p$  且  $q$ ”“非  $p$ ”形式的命题中真命题是\_\_\_\_\_.

14. 关于  $x$  的方程  $x^2 + 2x + a = 0$  有一个正根与一个负根的充要条件是\_\_\_\_\_.

15. 已知: 对  $\forall x \in \mathbf{R}^+, a < x + \frac{1}{x}$  恒成立, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

16. 下列四个命题中, 真命题是\_\_\_\_\_.

①两直线  $m, n$  与平面  $\alpha$  所成的角相等的充要条件是  $m \parallel n$ ;

②若  $p: \forall x \in \mathbf{R}, \sin x \leq 1$ , 则  $\neg p: \exists x \in \mathbf{R}, \sin x > 1$ ;

③不等式  $10^x > x^2$  在  $(0, +\infty)$  上恒成立;

④设有四个函数  $y = x^{-1}, y = x^{\frac{1}{3}}, y = x^{\frac{1}{2}}, y = x^3$ , 其中在  $\mathbf{R}$  上是增函数的函数有 3 个.

## 三、解答题

17. 写出下列命题的“ $\neg p$ ”命题:

(1) 正方形的四边相等.

(2) 平方和为 0 的两个实数都为 0.

(3) 若  $\triangle ABC$  是锐角三角形, 则  $\triangle ABC$  的任何一个内角是锐角.

(4) 若  $abc = 0$ , 则  $a, b, c$  中至少有一个为 0.

(5) 若  $(x-1)(x-2) \neq 0$ , 则  $x \neq 1$  且  $x \neq 2$ .

18. 已知条件  $p: x > 1$  或  $x < -3$ , 条件  $q: 5x - 6 > x^2$ , 则  $\neg p$  是  $\neg q$  的什么条件?

19. 已知下列三个方程:  $x^2 + 4ax - 4a + 3 = 0$ ,  $x^2 + (a - 1)x + a^2 = 0$ ,  $x^2 + 2ax - 2a = 0$  至少有一个方程有实数根, 求实数  $a$  的取值范围.

20. 已知命题  $p$ : 方程  $a^2x^2 + ax - 2 = 0$  在  $[-1, 1]$  上有解; 命题  $q$ : 只有一个实数  $x$  满足不等式  $x^2 + 2ax + 2a \leq 0$ , 若命题 “ $p$  或  $q$ ” 是假命题, 求  $a$  的取值范围.

21. 已知集合  $P = \{x \mid 2x^2 - 3x + 1 \leq 0\}$ ,  $Q = \{x \mid (x - a)(x - a - 1) \leq 0\}$ .

(1) 若  $a = 1$ , 求  $P \cap Q$ ;

(2) 若  $x \in P$  是  $x \in Q$  的充分条件, 求实数  $a$  的取值范围.

22. 已知命题  $p$ : 不等式  $|x - 1| > m - 1$  的解集为  $\mathbf{R}$ , 命题  $q$ :  $f(x) = -(5 - 2m)^x$  是减函数, 若命题 “ $p \vee q$ ” 为真命题, 而命题 “ $p \wedge q$ ” 为假命题, 求实数  $m$  的取值范围.

## 第二章

## 圆锥曲线与方程

## 2.1 曲线与方程

## 课内练习

## 一、选择题

1. 下列各组方程中表示相同曲线的是( )

A.  $y = x, \frac{y}{x} = 1$

B.  $y = x, y = \sqrt{x^2}$

C.  $|y| = |x|, \sqrt{y} = \sqrt{x}$

D.  $|y| = |x|, y^2 = x^2$

2. 如果曲线  $C$  上的点的坐标  $(x, y)$  都是方程  $F(x, y) = 0$  的解, 那么( )

A. 以方程  $F(x, y) = 0$  的解为坐标的点都在曲线  $C$  上

B. 以方程  $F(x, y) = 0$  的解为坐标的点, 有些不在曲线  $C$  上

C. 不在曲线  $C$  上的点的坐标都不是方程  $F(x, y) = 0$  的解

D. 坐标不满足  $F(x, y) = 0$  的点不在  $C$  上

3. 已知直线  $l: x + y - 3 = 0$  及曲线  $C: (x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 2$ , 则点  $M(2, 1)$ ( )

A. 在直线  $l$  上, 但不在曲线  $C$  上

B. 在直线  $l$  上, 也在曲线  $C$  上

C. 不在直线  $l$  上, 也不在曲线  $C$  上

D. 不在直线  $l$  上, 但在曲线  $C$  上

4. 曲线  $y = \frac{1}{4}x^2$  与  $x^2 + y^2 = 5$  的交点是( )

A.  $(2, 1)$

B.  $(\pm 2, 1)$

C.  $(2, 1)$  或  $(2\sqrt{5}, 5)$

D.  $(\pm 2, 1)$  或  $(\pm 2\sqrt{5}, 5)$

5. 已知  $A(1, 0), B(-1, 0)$ , 动点  $M$  满足

$\|MA\| - \|MB\| = 2$ , 则点  $M$  的轨迹方程为( )

A.  $y = 0 (-1 \leq x \leq 1)$

B.  $y = 0 (x \geq 1)$

C.  $y = 0 (x \leq -1)$

D.  $y = 0 (|x| \geq 1)$

## 二、填空题

6. 已知方程  $x^2 + (y - 1)^2 = 10$ , 若点  $M(\frac{m}{2}, -m)$  在此方程表示的曲线上, 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

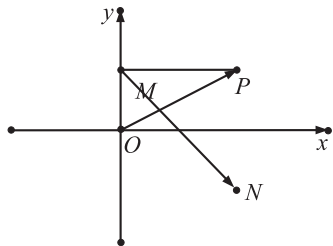
7. 已知  $\lg(x - 2), \lg|2y|, \lg 16x$  成等差数列, 则点  $P(x, y)$  的轨迹方程为 \_\_\_\_\_.

8. 到  $x$  轴的距离等于 1 的点的轨迹方程是 \_\_\_\_\_.

## 三、解答题

9. 画出方程  $y = ||x| - 1|$  的曲线.

10. 如下图, 在平面直角坐标系中, 已知动点  $P(x, y)$ ,  $PM \perp y$  轴, 垂足为  $M$ , 点  $N$  与点  $P$  关于  $x$  轴对称, 且  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{MN} = 4$ , 求动点  $P$  的轨迹方程.



第 10 题

### 课 外 拓 展

#### 一、选择题

1. 在平面直角坐标系中, 方程  $|x^2 - 4| + |y^2 - 4| = 0$  表示的图形是( )

- A. 2 条直线                      B. 4 条直线  
C. 2 个点                        D. 4 个点

2. 已知两定点  $A(-2, 0)$ ,  $B(1, 0)$ , 如果动点  $P$  满足  $|PA| = 2|PB|$ , 则点  $P$  的轨迹所包围的图形的面积是( )

- A.  $\pi$                                 B.  $4\pi$   
C.  $8\pi$                                D.  $9\pi$

3. 方程  $4x^2 - y^2 + 4x + 2y = 0$  表示的曲线是( )

- A. 一个点  
B. 两条互相平行的直线  
C. 两条互相垂直的直线  
D. 两条相交但不垂直的直线

#### 二、填空题

4. 已知  $A(-1, 0)$ ,  $B(2, 4)$ ,  $\triangle ABC$  的面积为 10, 则动点  $C$  的轨迹方程是\_\_\_\_\_.

5. “点  $M$  在曲线  $y^2 = 4x$  上”是“点  $M$  的坐标

满足方程  $y = -2\sqrt{x}$ ”的\_\_\_\_\_条件.

6. 直线  $y = x + k$  与曲线  $x = \sqrt{1 - y^2}$  恰有一个公共点, 则  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

#### 三、解答题

7. 已知直线  $l: 2x + 4y + 3 = 0$ ,  $P$  为直线  $l$  上的动点,  $O$  为坐标原点, 点  $Q$  分  $\overrightarrow{OP}$  为 1:2 的两部分, 求点  $Q$  的轨迹方程.

8. 已知  $A(-2, 0)$ ,  $B(2, 0)$ , 点  $C, D$  满足  $|\overrightarrow{AC}| = 2$ ,  $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ , 求点  $D$  的轨迹方程.

9. 过定点  $A(a, b)$  任作互相垂直的两条直线  $l_1$  与  $l_2$ , 且  $l_1$  与  $x$  轴交与  $M$  点,  $l_2$  与  $y$  轴交与  $N$  点, 求线段  $MN$  中点  $P$  的轨迹方程.

## 2.2 椭圆

## 2.2.1 椭圆定义及其标准方程(一)

## 课内练习

## 一、选择题

1. 设  $F_1, F_2$  为两定点,  $|F_1F_2| = 6$ , 动点  $M$  满足  $|MF_1| + |MF_2| = 6$ , 则动点  $M$  的轨迹是 ( )

A. 椭圆 B. 直线 C. 圆 D. 线段

2.  $a = 6, c = 1$  的椭圆的标准方程为 ( )

A.  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{35} = 1$  B.  $\frac{y^2}{36} + \frac{x^2}{35} = 1$

C.  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{5} = 1$  D. 以上均不对

3. 动点  $P$  到两定点  $F_1(-4, 0), F_2(4, 0)$  的距离的和是 8, 则动点  $P$  的轨迹为 ( )

A. 圆 B. 直线 C. 椭圆 D. 线段

4. 椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{169} = 1$  的焦点坐标是 ( )

A.  $(\pm 5, 0)$  B.  $(0, \pm 5)$

C.  $(0, \pm 12)$  D.  $(\pm 12, 0)$

5. 设  $F_1, F_2$  是椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  的焦点,  $P$  是椭圆上一点, 则  $\triangle PF_1F_2$  的周长为 ( )

A. 16 B. 18 C. 20 D. 不确定

## 二、填空题

6. 求两个焦点坐标分别是  $F_1(0, -4), F_2(0, 4)$ , 且过点  $(\sqrt{5}, -3\sqrt{3})$  的椭圆的标准方程

7. 椭圆  $5x^2 - ky^2 = 5$  的一个焦点是  $(0, 2)$ , 那么  $k =$  .

8. 与椭圆  $x^2 + 4y^2 = 4$  有公共的焦点, 且过点  $A(2, 1)$  的椭圆的方程为 .

## 三、解答题

9. 求经过两点  $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}), (0, \frac{1}{2})$  的椭圆的标准方程.

准方程.

10. 设  $F_1, F_2$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的焦点, 若椭圆  $C$  上的点  $A(1, \frac{3}{2})$  到  $F_1, F_2$  的距离之和为 4, 求椭圆  $C$  的标准方程及焦点坐标.

11. 一动圆与已知圆  $O_1: (x+3)^2 + y^2 = 1$  外切, 与圆  $O_2: (x-3)^2 + y^2 = 81$  内切, 试求动圆圆心的轨迹方程.

## 课外拓展

## 一、选择题

1. 椭圆  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$  的左右焦点为  $F_1$  和  $F_2$ , 点  $P$  在椭圆上, 如果线段  $PF_1$  的中点在  $y$  轴上, 那么  $|PF_1| : |PF_2|$  的值为 ( )

A. 7:1 B. 5:1 C. 9:2 D. 8:3

2. 椭圆  $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$  的焦点为  $F_1, F_2$ , 椭圆上的点  $P$  满足  $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$ , 则  $\triangle F_1PF_2$  的面积是