

经人民教育出版社授权

配 人教版[®]

高中课程标准

同步训练

数 学

选修 1-1

河北人民出版社组织编写

A版



河北人民出版社

目 录

1 第一章 常用逻辑用语

1.1 命题及其关系 / 1

1.2 充分条件与必要条件 / 3

1.3 简单的逻辑联结词 / 7

1.4 全称量词与存在量词 / 11

单元检测一 / 15

18 第二章 圆锥曲线与方程

2.1 椭圆 / 18

2.2 双曲线 / 24

2.3 抛物线 / 28

单元检测二 / 32

35 第三章 导数及其应用

3.1 变化率与导数 / 35

3.2 导数的计算 / 38

3.3 导数在研究函数中的应用 / 40

3.4 生活中的优化问题举例 / 46

单元检测三 / 48

52 综合测试卷

56 参考答案

第一章

常用逻辑用语

1.1 命题及其关系

课内练习

一、选择题

1. 下列句子或式子是命题的有 ()

- ①语文和数学;
- ② $x^2 - 3x - 4 = 0$;
- ③ $3x - 2 > 0$;
- ④垂直于同一条直线的两条直线必平行吗?
- ⑤一个数不是合数就是质数;
- ⑥把门关上.

A. 1 个 B. 3 个 C. 5 个 D. 2 个

2. 命题“存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, $2^{x_0} \leq 0$ ”的否定是 ()

- A. 不存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, $2^{x_0} > 0$
- B. 存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, $2^{x_0} \geq 0$
- C. 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, $2^x \leq 0$
- D. 对任意的 $x \in \mathbf{R}$, $2^x > 0$

3. 命题“若 $\angle A = 60^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 是等边三角形”的否命题是 ()

- A. 假命题
- B. 原命题的逆否命题
- C. 与原命题的逆否命题同真或同假
- D. 与原命题的逆命题同真或同假

4. 用反证法证明命题“ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 是无理数”时, 假设正确的是 ()

- A. 假设 $\sqrt{2}$ 是有理数
- B. 假设 $\sqrt{3}$ 是有理数
- C. 假设 $\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{3}$ 是有理数
- D. 假设 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 是有理数

5. 已知命题 $p: 3 \geq 3$; $q: 3 > 4$, 则下列选项中正确的是 ()

- A. p 或 q 为真, p 且 q 为真, 非 p 为假
- B. p 或 q 为真, p 且 q 为假, 非 p 为真
- C. p 或 q 为假, p 且 q 为假, 非 p 为假
- D. p 或 q 为真, p 且 q 为假, 非 p 为假

二、填空题

6. 命题“ a, b 都是偶数, 则 $a + b$ 是偶数”的逆否命题是_____.

7. 如果命题“ p 或 q ”与命题“非 p ”都是真命题, 那么 q 为_____命题.

8. 下列命题:

- ①“若 $xy = 1$, 则 x, y 互为倒数”的逆命题;
- ②四边相等的四边形是正方形的否命题;
- ③“梯形不是平行四边形”的逆否命题;
- ④若“ $ac^2 > bc^2$ 则 $a > b$ ”的逆命题.

其中真命题是_____.

三、解答题

9. 将下列命题改写成“若 p , 则 q ”的形式, 并判断它们的真假:

- (1) 两条直线相交有且只有一个交点;
- (2) 线段的平分线上的点到这条线段两个端点的距离相等;
- (3) 矩形的对角线相等;
- (4) 正方形的四条边相等;
- (5) 若 a, b 都是偶数, 则 $a + b$ 是偶数.

10. 若 a^2 能被 2 整除, a 是整数, 求证: a 也能被 2 整除.

11. 写出下列命题的逆命题、否命题及逆否命题, 并判断它们的真假.

- (1) 若 $a > b$, 则 $a + c > b + c$;
- (2) 若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 x, y 全为 0;
- (3) 全等三角形一定是相似三角形.

命题;

- ② “相似三角形的面积相等”的否命题;
- ③ “若 $A \cap B = A$, 则 $A \subseteq B$ ”逆否命题;
- ④ “末位数不是 0 的数可被 3 整除”的逆否命题.

题.

- A. ①② B. ②③
C. ①③ D. ③④

3. 若命题 p 的逆命题是 q , 命题 q 的否命题是 r , 则 p 是 r 的 ()

- A. 逆命题 B. 逆否命题
C. 否命题 D. 以上判断都不对

二、填空题

4. 命题“若 $ab = 0$, 则 $a = 0$ 或 $b = 0$ ”的逆否命题是_____, 是_____命题.

5. 用反证法证明命题“三角形的内角中至少有一个钝角”时反设是_____.

6. 命题“若 $xy = 0$, 则 $x = 0$ 或 $y = 0$ ”的逆否命题是_____.

三、解答题

7. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 写出命题“若 $ac < 0$, 则 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个相异实根”的逆命题、否命题、逆否命题, 并判断它们的真假.

课 外 拓 展

一、选择题

1. 以下说法错误的是 ()

- A. 如果一个命题的逆命题为真命题, 那么它的否命题也必为真命题
B. 如果一个命题的否命题为假命题, 那么它本身一定为真命题
C. 原命题、否命题、逆命题、逆否命题中, 真命题的个数一定为偶数
D. 一个命题的逆命题、否命题、逆否命题可以同为假命题

2. 下列四个命题是真命题的是 ()

- ① “若 $x^2 + y^2 = 0$, 则实数 x, y 均为 0”的逆

8. 已知下列三个方程: $x^2 + 4ax - 4a + 3 = 0$, $x^2 + (a - 1)x + a^2 = 0$, $x^2 + 2ax - 2a = 0$, 至少有一个方程有实根, 求实数 a 的取值范围.

1.2 充分条件与必要条件

充分条件与必要条件 (1)

课内练习

一、选择题

1. 下列判断正确的是 ()

A. $(x+1)(x-2)=0$ 是 $x=-1$ 的充分条件B. $x^2 > 4$ 是 $x^2 > 2\sqrt{3}$ 的必要条件C. $|x+1| < 1$ 是 $-2 < x < 0$ 的充要条件D. $(a-2)^2 + (b+3)^2 = 0$ 是 $(a-2)(b+3) = 0$ 的必要条件2. 若条件 $p: |x+1| > 2$; 条件 $q: x^2 < 5x-6$.则 p 是 q 的 ()

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. 已知 A 是 B 的必要条件, B 是 C 的充分条件, 则 A 是 C 的 ()

A. 充分条件

B. 必要条件

C. 充要条件

D. 无法判断

4. “ $0 < x < 5$ ”是“ $|x-2| < 3$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

5. “ $A \cap B = A$ ”是 $A = B$ 的 ()

A. 充分而不必要条件

B. 必要而不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

6. 从“充分而不必要条件”、“必要而不充分条件”、“充要条件”、“既不充分也不必要条件”

中选出适当的一种填空.

(1) $k > 4$, $b < 5$ 是一次函数 $y = (k-4)x + b - 5$ 的图象交 y 轴于负半轴, 交 x 轴于正半轴的_____.(2) $\begin{cases} x+y > 4, \\ xy > 4 \end{cases}$ 是 $\begin{cases} x > 2, \\ y > 2 \end{cases}$ 的_____.

7. 给出下列命题:

①原命题为真, 它的否命题为假;

②原命题为真, 它的逆命题不一定为真;

③一个命题的逆命题为真, 它的否命题一定为真;

④一个命题的逆否命题为真, 它的否命题一定为真;

⑤“若 $m > 1$, 则 $mx^2 - 2(m+1)x + m + 3 > 0$ 的解集为 $\mathbf{R}$ ”的逆命题.

其中真命题是_____. (把你认为正确命题的序号都填在横线上)

8. 设有两个命题:

①不等式 $2 \cdot 004^x + 4 > m > 2x - x^2$ 对一切实数 x 恒成立;②函数 $f(x) = -(7-2m)^x$ 是 $\mathbf{R}$ 上的减函数.使这两个命题都是真命题的充要条件, 用 m 可表示为_____.

三、解答题

9. 已知全集 $\mathbf{R}$, $A = \{x \mid |x-3| > 6\}$, $B = \{x \mid |x| > a, a \in \mathbf{N}_+\}$. 当 a 为何值时,(1) A 是 B 的充分而不必要条件;(2) A 是 B 的必要而不充分条件.

10. 求关于 x 的方程 $ax^2 + 2x + 1 = 0$ 至少有一个负的实数根的充要条件.

11. 已知 a, b 是实数, 求证 $a^4 - b^4 - 2b^2 = 1$ 成立的充要条件是 $a^2 - b^2 = 1$.

C. $m > 2$

D. $-2 < m < 2$

二、填空题

4. 已知真命题 “ $a \geq b \Rightarrow c > d$ ” 和 “ $a < b \Rightarrow e \leq f$ ”, 则 “ $c \leq d$ ” 是 “ $e \leq f$ ” 的 _____ 条件.

5. “ $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} (k \in \mathbf{Z})$ ” 是 “ $\tan x = 1$ ” 成立的 _____ 条件.

6. 设 $\{a_n\}$ 是首项大于零的等比数列, 则 “ $a_1 < a_2$ ” 是 “数列 $\{a_n\}$ 是递增数列” 的 _____ 条件.

三、解答题

7. 已知命题 $p: \begin{cases} x+2 \geq 0, \\ x-10 \leq 0, \end{cases}$ 命题 $q: 1-m \leq x \leq 1+m, m > 0$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件, 求实数 m 的取值范围.

课 外 拓 展

一、选择题

1. “ $a = -1$ ” 是 “直线 $a^2x - y + 6 = 0$ 与直线 $4x - (a-3)y + 9 = 0$ 互相垂直” 的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

2. 已知 $p: x^2 - x < 0$, 那么命题 p 的一个必要不充分条件是 ()

- A. $0 < x < 1$
- B. $-1 < x < 1$
- C. $\frac{1}{2} < x < \frac{2}{3}$
- D. $\frac{1}{2} < x < 2$

3. 已知集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid \frac{1}{2} < 2^x < 8\}$, $B = \{x \in \mathbf{R} \mid -1 < x < m+1\}$, 若 $x \in B$ 成立的一个充分不必要的条件是 $x \in A$, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $m \geq 2$
- B. $m \leq 2$

8. 求证: 关于 x 的方程 $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ 有一根为 1 的充要条件是 $a + b = -(c + d)$.

充分条件与必要条件 (2)

课内练习

一、选择题

1. “ $x > 1$ ”是“ $|x| > 1$ ”的 ()
 - A. 充分不必要条件
 - B. 必要不充分条件
 - C. 充分必要条件
 - D. 既不充分又不必要条件
2. 若集合 $P = \{1, 2, 3, 4\}$, $Q = \{x | 0 < x < 5, x \in \mathbf{R}\}$, 则 ()
 - A. “ $x \in P$ ”是“ $x \in Q$ ”的充分不必要条件
 - B. “ $x \in P$ ”是“ $x \in Q$ ”的必要不充分条件
 - C. “ $x \in P$ ”是“ $x \in Q$ ”的充要条件
 - D. “ $x \in P$ ”是“ $x \in Q$ ”的既不充分又不必要条件
3. “函数 $y = (a - 1)x + b$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数”是“函数 $y = a^{x-1}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数”的 ()
 - A. 充分而不必要条件
 - B. 必要而不充分条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分又不必要条件
4. 若实数 a, b 满足 $a \geq 0, b \geq 0$, 且 $ab = 0$, 则称 a 与 b 互补, 记 $\varphi(a, b) = \sqrt{a^2 + b^2} - a - b$, 那么 $\varphi(a, b) = 0$ 是 a 与 b 互补的 ()
 - A. 必要而不充分条件
 - B. 充分而不必要条件
 - C. 充要条件
 - D. 既不充分也不必要条件
5. 下面四个条件中, 使 $a > b$ 成立的充分而不必要的条件是 ()
 - A. $a > b + 1$
 - B. $a > b - 1$
 - C. $a^2 > b^2$
 - D. $a^3 > b^3$

二、填空题

6. “ $x^2 = y^2$ ”是“ $x = y$ ”的 _____ 条件.
7. “ $x > 1$ 且 $y > 1$ ”是“ $x + y > 2$ ”的 _____ 条件.
8. 用“充分”或“必要”填空.
 - (1) “ a 和 b 都是偶数”是“ $a + b$ 也是偶数”的 _____ 条件;
 - (2) “ $x > 5$ ”是“ $x > 3$ ”的 _____ 条件;
 - (3) “ $x \neq 3$ ”是“ $|x| \neq 3$ ”的 _____ 条件;
 - (4) “个位数字是 5 的自然数”是“这个自然数能被 5 整除”的 _____ 条件;
 - (5) “至少有一组对应边相等”是“两个三角形全等”的 _____ 条件;
 - (6) 对于一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (其中 a, b, c 都不为 0) 来说, “ $b^2 - 4ac \geq 0$ ”是“这个方程有两个正根”的 _____ 条件.

三、解答题

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项 $S_n = p^n + q$ ($p \neq 0, p \neq 1$), 求数列 $\{a_n\}$ 是等比数列的充要条件.

10. 设 α, β 是方程 $x^2 - ax + b = 0$ 的两个实根, 试分析 $a > 2$ 且 $b > 1$ 是两根 α, β 均大于 1 的什么条件?

课 外 拓 展

一、选择题

1. 函数 $f(x) = x|x + a| + b$ 是奇函数的充要条件是 ()

- A. $ab = 0$ B. $a + b = 0$
C. $a = b$ D. $a^2 + b^2 = 0$

2. 记实数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 中的最大数为 $\max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 最小数为 $\min\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. 已知 $\triangle ABC$ 的三边边长为 a, b, c ($a \leq b \leq c$), 定义它的倾斜度为 $t = \max\left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}\right\} \cdot$

$\min\left\{\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a}\right\}$, 则 “ $t = 1$ ” 是 “ $\triangle ABC$ 为等边三角形” 的 ()

- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

3. “ $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ ” 是 “ $\cos 2\alpha = \frac{1}{2}$ ” 的 ()

- A. 充分而不必要条件
B. 必要而不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

二、填空题

4. 关于 x 的方程 $|x| - |x - 1| = a$ 有解的充要条件是_____.

5. 命题 “若 $ab = 0$, 则 a, b 中至少有一个为

零” 的逆否命题为_____.

6. 若 $p \Rightarrow q$, 则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的_____条件.

三、解答题

7. 已知数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ 满足: $b_n = \frac{a_1 + 2a_2 + \dots + na_n}{1 + 2 + 3 + \dots + n}$, 求证: 数列 $\{a_n\}$ 成等差数列的充要条件是数列 $\{b_n\}$ 也是等差数列.

8. 已知抛物线 $C: y = -x^2 + mx - 1$ 和点 $A(3, 0)$, $B(0, 3)$, 求抛物线 C 与线段 AB 有两个不同交点的充要条件.

9. $p: -2 < m < 0, 0 < n < 1$; q : 关于 x 的方程 $x^2 + mx + n = 0$ 有 2 个小于 1 的正根, 试分析 p 是 q 的什么条件.

1.3 简单的逻辑联结词

简单的逻辑联结词 (1)

课内练习

一、选择题

1. 命题 p : “不等式 $\frac{x}{x-1} \geq 0$ 的解集为 $\{x | x \leq 0$ 或 $x \geq 1\}$ ”, 命题 q : “不等式 $x^2 > 4$ 的解集为 $\{x | x > 2\}$ ”, 则 ()

- A. p 真 q 假
- B. p 假 q 真
- C. 命题 “ p 且 q ” 为真
- D. 命题 “ p 或 q ” 为假

2. 命题: “菱形的对角线互相垂直平分”, 隐含的逻辑联结词的情况是 ()

- A. 没有隐含的逻辑联结词
- B. 隐含了逻辑联结词且
- C. 隐含了逻辑联结词或
- D. 隐含了逻辑联结词非

3. 若命题 p 真, 非 q 真, 则下列命题中是真命题的是 ()

- A. p 或 q
- B. q
- C. p 且 q
- D. 非 p

4. 若命题 p : 0 是偶数, 命题 q : 2 是 3 的约数, 则下列命题中是真命题的是 ()

- A. p 且 q
- B. p 或 q
- C. 非 p
- D. 非 p 且非 q

5. 如果命题 $p \vee q$ 与命题 $\neg p$ 都是真命题, 那么 ()

- A. p 不一定是假命题
- B. q 一定是真命题
- C. q 不一定是真命题
- D. p 与 q 的真假相同

二、填空题

6. 命题 p : $\{2\} \in \{1, 2, 3\}$, 命题 q : $\{2\} \subseteq \{1, 2, 3\}$, 则对复合命题的下述判断:

① p 或 q 为真;

② p 或 q 为假;

③ p 且 q 为真;

④ p 且 q 为假;

⑤ 非 p 为真;

⑥ 非 q 为假.

其中判断正确的序号是 _____. (填上你认为正确的所有序号)

7. 在下列命题中:

- ① 命题 “不等式 $|x+2| \leq 0$ 没有实数解”;
- ② 命题 “-1 是偶数或奇数”;
- ③ 命题 “ $\sqrt{2}$ 既属于集合 $\mathbf{Q}$, 也属于集合 $\mathbf{R}$ ”;
- ④ 命题 “ $A \subseteq A \cup B$ ”.

其中, 真命题为 _____.

8. 设命题 p : $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$, 命题 q : $x^2 - (2a+1)x + a^2 + a \leq 0$, 若 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的必要不充分条件, 则 a 范围是 _____.

三、解答题

9. 指出下列命题的形式及构成它的简单命题:

(1) 24 既是 8 的倍数, 也是 6 的倍数;

(2) 菱形是圆的内接四边形或是圆的外切四边形;

(3) 矩形不是平行四边形.

10. 设命题 p : 实数 x 满足 $x^2 - 4x + 3 < 0$, 命题 q : 实数 x 满足 $x^2 - x - 6 \leq 0$, 若 p 且 q 为真, 求实数 x 的取值范围.

11. 设命题 p : 方程 $x^2 + mx + 1 = 0$ 有两个不等的负根, 命题 q : 方程 $4x^2 + 4(m-2)x + 1 = 0$ 无实根. 若 p 或 q 为真, p 且 q 为假, 求 m 的取值范围.

课外拓展

一、选择题

- 如果命题 $\neg(p \vee q)$ 为假命题, 则 ()
A. p 、 q 均为真命题
B. p 、 q 均为假命题
C. p 、 q 中至少有一个真命题
D. p 、 q 至多有一个真命题
- 已知条件 p : $x^2 + 2x - 3 > 0$, 条件 q : $5x - 6 > x^2$, 则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- 已知命题 p : 若 $x^2 + y^2 = 0$, 则 x 、 y 都为 0; 命题 q : 若 $a^2 > b^2$, 则 $a > b$. 给出下列命题: ① p 且 q ; ② p 或 q ; ③ $\neg p$; ④ $\neg q$. 其中正确的命题是 ()
A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ②④

二、填空题

- 若命题 “ $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + (a-1)x + 1 < 0$ ” 是真命题, 则实数 a 的取值范围是 _____.
- 已知命题 p : $\forall x \in \mathbf{R}$, $ax^2 + 2x + 3 > 0$, 如果命题 $\neg p$ 是真命题, 那么实数 a 的取值范围是 _____.
- 已知 $p(x)$: $x^2 + 2x - m > 0$, 且 $p(1)$ 是假命题, $p(2)$ 是真命题, 则实数 m 的取值范围是 _____.

三、解答题

- 分别指出下列各组命题构成的 $p \wedge q$, $p \vee q$, $\neg p$ 形式的命题的真假.
(1) p : $6 < 6$, q : $6 = 6$;
(2) p : 梯形的对角线相等, q : 梯形的对角线互相平分;
(3) p : 函数 $y = x^2 + x + 2$ 的图象与 x 轴没有公共点, q : 方程 $x^2 + x + 2 = 0$ 没有实根.

- 已知 $c > 0$. 设命题 p : 函数 $y = c^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减; 命题 q : 不等式 $x + |x - 2c| > 1$ 的解集为 $\mathbf{R}$, 若 “ p 或 q ” 是真命题, “ p 且 q ” 是假命题, 求 c 的取值范围.

简单的逻辑联结词 (2)

课内练习

一、选择题

1. 设命题 p : 若 $a > b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$; 命题 q : 若 $\frac{a}{b} < 0$, 则 $ab < 0$, 下列四个复合命题: ① p 或 q ;

② p 且 q ; ③ 非 p ; ④ 非 q . 其中真命题有 ()

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

2. 命题“若 $f(x)$ 是奇函数, 则 $f(-x)$ 是奇函数”的否命题是 ()

- A. 若 $f(x)$ 是偶函数, 则 $f(-x)$ 是偶函数
 B. 若 $f(x)$ 不是奇函数, 则 $f(-x)$ 不是奇函数
 C. 若 $f(-x)$ 是奇函数, 则 $f(x)$ 是奇函数
 D. 若 $f(-x)$ 不是奇函数, 则 $f(x)$ 不是奇函数

3. 已知命题 p_1 : 函数 $y = 2^x - 2^{-x}$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数, 命题 p_2 : 函数 $y = 2^x + 2^{-x}$ 在 $\mathbf{R}$ 上为减函数, $q_1: p_1 \vee p_2$, $q_2: p_1 \wedge p_2$, $q_3: (\neg p_1) \vee p_2$ 和 $q_4: p_1 \wedge (\neg p_2)$. 其中真命题是 ()

- A. q_1, q_3 B. q_2, q_3
 C. q_1, q_4 D. q_2, q_4

4. 已知命题 p : 所有有理数都是实数; 命题 q : 正数的对数都是负数, 则下列命题中为真命题的是 ()

- A. $(\neg p) \vee q$ B. $p \wedge q$
 C. $(\neg p) \wedge (\neg q)$ D. $(\neg p) \vee (\neg q)$

5. 设有两个命题, 命题 p : 关于 x 的不等式 $(x-2)\sqrt{x^2-3x+2} \geq 0$ 的解集为 $\{x \mid x \geq 2\}$; 命题 q : 若函数 $y = kx^2 - kx - 1$ 的值恒小于 0, 则 $-4 < k < 0$. 那么 ()

- A. “ $\neg q$ ” 为假命题
 B. “ $\neg p$ ” 为真命题
 C. “ p 或 q ” 为真命题
 D. “ p 且 q ” 为真命题

二、填空题

6. 设命题 p : 函数 $f(x) = \lg\left(mx^2 - x + \frac{m}{16}\right)$ 的定

义域为 $\mathbf{R}$; 命题 q : 不等式 $\sqrt{2x+1} < 1 + mx$ 对一切正实数均成立. 如果命题 p 或 q 是真命题, 命题 p 且 q 是假命题, 则实数 m 的取值范围_____.

7. 已知实数 a 满足 $1 < a < 2$, 命题 p : 函数 $y = \lg(2-ax)$ 在区间 $[0, 1]$ 上是减函数; 命题 q : $x^2 < 1$ 是 $x < a$ 的充分而不必要条件, 则 $p \vee q$ 为_____命题. (填“真”或“假”)

三、解答题

8. 指出下列复合命题的形式及构成它的简单命题.

(1) 48 是 16 和 12 的倍数;

(2) 方程 $x^2 + x + 3 = 0$ 没有实数根.

9. 分别指出下列各组命题构成的 $p \wedge q$, $p \vee q$, $\neg p$ 形式的命题的真假.

(1) $p: \emptyset \subset \{0\}$, $q: 0 \in \emptyset$;

(2) $p: \sqrt{2}$ 是无理数, $q: \sqrt{2}$ 大于 1;

(3) p : 函数 $y = x^2 + 3x + 4$ 的图象与 x 轴有公共点, q : 方程 $x^2 + 3x - 4 = 0$ 没有实根.

10. 已知命题 p : 方程 $a^2x^2 + ax - 2 = 0$ 在 $[-1, 1]$ 上有且仅有一解; 命题 q : 只有一个实数 x 满足不等式 $x^2 + 2ax + 2a \leq 0$, 若命题 “ p 或 q ” 是假命题, 求 a 的取值范围.

课 外 拓 展

一、选择题

1. 设命题 p : 矩形的对角线相等; 命题 q : $f(x) = x \ln x$ 的单调减区间是 $(-\infty, \frac{1}{e})$. 则 ()

- A. “ p 或 q ” 为真 B. “ p 且 q ” 为真
C. p 假 q 真 D. p, q 均为假命题

2. 下列各组命题中, 满足 “‘ p 或 q ’ 为真、‘ p 且 q ’ 为假、‘非 p ’ 为真” 的是 ()

- A. $p: 0 = \emptyset; q: 0 \in \emptyset$
B. p : 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $\cos 2A = \cos 2B$, 则 $A = B$; q : $y = \sin x$ 在第一象限是增函数
C. $p: a + b \geq 2\sqrt{ab} (a, b \in \mathbf{R})$; q : 不等式 $|x| > x$ 的解集是 $(-\infty, 0)$
D. p : 圆 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 的面积被直线 $x=1$ 平分; $q: \forall x \in \{1, -1, 0\}, 2x+1 > 0$

3. 已知命题 p : 不等式 $|x-1| > m$ 的解集是 $\mathbf{R}$, 命题 q : $f(x) = \frac{2-m}{x}$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 若命题 “ p 或 q ” 为真, 命题 “ p 且 q ” 为假, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 0)$ B. $[0, 2)$
C. $(0, 2)$ D. $(-\infty, 2)$

二、填空题

4. 若命题 “ $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + (a-1)x + 1 < 0$ ” 是真命题, 则实数 a 的取值范围是_____.

5. 已知命题 p : 对任意 $a \in [1, 2]$, 不等式 $|m-5| \leq \sqrt{a^2+8}$ 恒成立; 命题 q : 函数 $f(x) = x^3 + mx^2 + (m+6)x + 1$ 存在极大值和极小值.

则使命题 “ p 且 $\neg q$ ” 为真命题的 m 的取值范围是_____.

6. 下列四种说法:

①命题 “ $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + 1 > 3x$ ” 的否定是 “ $\forall x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + 1 \leq 3x$ ”;

②设 p, q 是简单命题, 若 “ $p \vee q$ ” 为假命题, 则 “ $\neg p \wedge \neg q$ ” 为真命题;

③把函数 $y = \sin(-2x) (x \in \mathbf{R})$ 的图象上所有的点向右平移 $\frac{\pi}{8}$ 个单位即可得到函数 $y = \sin(-2x + \frac{\pi}{4}) (x \in \mathbf{R})$ 的图象.

其中所有正确说法的序号是_____.

三、解答题

7. 已知命题 p : 函数 $y = x^2 + mx + 1$ 在 $(-1, +\infty)$ 上单调递增, 命题 q : 函数 $y = 4x^2 + 4(m-2)x + 1$ 大于零恒成立, 若 p 或 q 为真, p 且 q 为假, 求 m 的取值范围.

8. 已知命题 p : 关于 x 的不等式 $x^2 + 2ax + 4 > 0$, 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立; 命题 q : 函数 $f(x) = \lg(5-2a)^x$ 是增函数, 若 $p \vee q$ 为真, $p \wedge q$ 为假, 求实数 q 的取值范围.

1.4 全称量词与存在量词

全称量词与存在量词 (1)

课内练习

一、选择题

1. 下列全称命题中真命题的个数为 ()

- ①末位是0的整数, 可以被2整除;
 ②角平分线上的点到这个角的两边的距离相等;
 ③正四面体中两侧面的夹角相等.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

2. 下列特称命题中假命题的个数为 ()

- ①有的实数是无限不循环小数;
 ②有些三角形不是等腰三角形;
 ③有的菱形是正方形.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

3. 下列特称命题中真命题的个数是 ()

- ① $\exists x \in \mathbf{R}, x \leq 0$;
 ②至少有一个整数, 它既不是合数, 也不是素数;

③ $\exists x \in \{x \mid x \text{ 是无理数}\}, x^2 \text{ 是无理数}.$

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. 下列全称命题中假命题的个数为 ()

- ① $2x+1$ 是整数($x \in \mathbf{R}$);
 ②对所有的 $x \in \mathbf{R}, x > 3$;
 ③对任意一个 $x \in \mathbf{Z}, 2x^2+1$ 为奇数.

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5. 下列命题为特称命题的是 ()

- A. 偶函数的图象关于 y 轴对称
 B. 正四棱柱都是平行六面体
 C. 不相交的两条直线是平行直线
 D. 存在实数大于或等于 3

二、填空题

6. 对于下列语句

① $\exists x \in \mathbf{Z}, x^2 = 3$;

② $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 = 2$;

③ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 3 > 0$;

④ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + x - 5 > 0$.

其中正确的命题序号是_____. (全部填上)

7. 命题 $\exists \alpha, \beta \in \mathbf{R}$, 使 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha + \sin \beta$ 的否定_____.

8. 给出下列四个命题:

① $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2 > 0$;

② $\exists x \in \mathbf{R}, x^4 \geq 1$;

③ $\exists x_0 \in \mathbf{Z}, x_0^3 < 1$;

④ $\exists x_0 \in \mathbf{Z}, x_0^2 = 3$.

其中是真命题的是_____.

三、解答题

9. 已知 $a > 0$, 设命题 p : 函数 $y = a^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增; 命题 q : 不等式 $ax^2 - ax + 1 > 0$ 对 $\forall x \in \mathbf{R}$ 恒成立. 若 p 且 q 为假, p 或 q 为真, 求 a 的取值范围.

10. 已知命题 p : $\sin x + \cos x > b$, 命题 q : $x^2 + bx + 1 > 0$, 如果对 $\forall x \in \mathbf{R}$, p 为假命题且 q 为真命题, 求实数 b 的取值范围.

11. 写出下列命题的非命题, 并判断它们的真假:

(1) p : 任意两个等边三角形都是相似的;

(2) p : $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2x_0 + 2 = 0$;

(3) p : 不论 m 取何实数, 方程 $x^2 + x - m = 0$ 必有实根.

课外拓展

一、选择题

1. 若函数 $f(x) = x^2 + \frac{a}{x}$ ($a \in \mathbf{R}$), 则下列结论正确的是 ()

- A. $\forall a \in \mathbf{R}$, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数
- B. $\forall a \in \mathbf{R}$, $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数
- C. $\exists a \in \mathbf{R}$, $f(x)$ 是偶函数
- D. $\exists a \in \mathbf{R}$, $f(x)$ 是奇函数

2. 下列命题中, 是特称命题且是真命题的是 ()

- A. 奇函数的图象关于原点对称
- B. $x^2 + 2x + 1 \geq 0$
- C. 存在实数 a, b, c , 使方程 $ax^2 + bx + c = 0$

有解

- D. 一切分数都是有理数

3. 下列对命题 p 的否定, 不正确的是 ()

A. p : 能被 3 整除的数是奇数; $\neg p$: 存在一个能被 3 整除的数不是奇数

B. p : 每一个四边形的四个顶点共圆; $\neg p$: 存在一个四边形的四个顶点不共圆

C. p : 有的三角形是正三角形; $\neg p$: 所有的三角形都不是正三角形

D. p : $\exists x \in \mathbf{R}$, $x^2 + 2x + 2 \leq 0$; $\neg p$: 当 $x^2 + 2x + 2 > 0$ 时, $x \in \mathbf{R}$

二、填空题

4. 命题“原函数与反函数的图象关于 $y = x$ 对称”的否定是_____.

5. 选择适合的量词 ($\forall$, $\exists$), 加在 $p(x)$ 的前

面, 使其成为一个真命题

(1) _____, $x > 2$;

(2) _____, $x^2 \geq 0$;

(3) _____, x 为偶数.

6. 设 A, B 为两个集合. 下列四个命题:

① $A \not\subseteq B \Leftrightarrow$ 对任意 $x \in A$, 有 $x \notin B$;

② $A \not\subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$;

③ $A \not\subseteq B \Leftrightarrow A \not\supseteq B$;

④ $A \not\subseteq B \Leftrightarrow$ 存在 $x \in A$, 使得 $x \notin B$.

其中真命题的序号是_____. (把符合要求的命题序号都填上)

三、解答题

7. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2 - 2x + 2 \geq a$ 恒成立, 命题 $q: \exists x \in \mathbf{R}$, 使 $x^2 + 2ax + 2a \leq 0$ 成立, 若 $p \vee q$ 为真, $p \wedge q$ 为假, 求 a 的取值范围.

8. 已知两个命题 $r(x): \sin x + \cos x > m$, $s(x): x^2 + mx + 1 > 0$. 如果对 $\forall x \in \mathbf{R}$, $r(x)$ 与 $s(x)$ 有且仅有一个是真命题, 求实数 m 的取值范围.

9. 已知命题 $p: \forall x \in [1, 2], x^2 - a \geq 0$, 命题 $q: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2ax_0 + 2 - a = 0$, 若命题“ p 且 q ”是真命题, 求实数 a 的取值范围.

全称量词与存在量词 (2)

课内练习

一、选择题

1. 判断下列全称命题的真假, 其中真命题为 ()

- A. 所有奇数都是质数
 B. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 \geq 1$
 C. 对每个无理数 x , 则 x^2 也是无理数
 D. 每个函数都有反函数

2. 将“ $x^2 + y^2 \geq 2xy$ ”改写成全称命题, 下列说法正确的是 ()

- A. $\forall x, y \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + y^2 \geq 2xy$
 B. $\exists x, y \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + y^2 \geq 2xy$
 C. $\forall x > 0, y > 0$, 都有 $x^2 + y^2 \geq 2xy$
 D. $\exists x < 0, y < 0$, 都有 $x^2 + y^2 \leq 2xy$

3. 判断下列命题的真假, 其中为真命题的是 ()

- A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 = 0$
 B. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 1 = 0$
 C. $\forall x \in \mathbf{R}, \sin x < \tan x$
 D. $\exists x \in \mathbf{R}, \sin x < \tan x$

4. 下列命题中的假命题是 ()

A. 存在实数 α 和 β , 使 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

B. 不存在无穷多个 α 和 β , 使 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$

C. 对任意 α 和 β , 使 $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

D. 不存在这样的 α 和 β , 使 $\cos(\alpha + \beta) \neq \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$

5. 下列四个命题:

$$p_1: \exists x \in (0, +\infty), \left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$p_2: \exists x \in (0, 1), \log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{3}} x$$

$$p_3: \forall x \in (0, +\infty), \left(\frac{1}{2}\right)^x > \log_{\frac{1}{2}} x$$

$$p_4: \forall x \in \left(0, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{2}\right)^x < \log_{\frac{1}{3}} x$$

其中的真命题是 ()

- A. p_1, p_3 B. p_1, p_4
 C. p_2, p_3 D. p_2, p_4

二、填空题

6. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 有下列三个命题:

①若存在常数 M , 使得对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(x) \leq M$, 则 M 是函数 $f(x)$ 的最大值;

②若存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得对任意 $x \in \mathbf{R}$, 且 $x \neq x_0$, 有 $f(x) < f(x_0)$, 则 $f(x_0)$ 是函数 $f(x)$ 的最大值;

③若存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, 使得对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(x) \leq f(x_0)$, 则 $f(x_0)$ 是函数 $f(x)$ 的最大值.

这些命题中, 真命题的个数是_____.

7. 设命题 p : “ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \leq 0$ ”, 该命题的否定是_____.

三、解答题

8. 命题 p : 关于 x 的不等式 $x^2 + 2ax + 4 > 0$, 对一切 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 命题 q : 函数 $f(x) = (3 - 2a)^x$ 是增函数, 若 $p \vee q$ 为真, $p \wedge q$ 为假, 求实数 a 的取值范围.

9. 设命题 p : 函数 $f(x) = \lg\left(mx^2 - x + \frac{m}{16}\right)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$; 命题 q : 不等式 $\sqrt{2x+1} < 1+mx$ 对一切正实数均成立. 如果命题 p 或 q 是真命题, 命题 p 且 q 是假命题, 求实数 m 的取值范围.

课 外 拓 展

一、选择题

1. 下列命题中是全称命题并且是真命题的是 ()

- A. 每个二次函数的图象都开口向上
- B. 存在一条直线与两个相交平面都垂直
- C. 对任意实数 c , 若 $a+c \leq b+c$, 则 $a \leq b$
- D. 存在一个实数 x , 使不等式 $x^2 - 2x + 3 < 0$

2. 已知 $a > 0$, 则 x_0 满足关于 x 的方程 $ax = b$ 的充要条件是 ()

- A. $\exists x \in \mathbf{R}, \frac{1}{2}ax^2 - bx \geq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$
- B. $\exists x \in \mathbf{R}, \frac{1}{2}ax^2 - bx \leq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$
- C. $\forall x \in \mathbf{R}, \frac{1}{2}ax^2 - bx \geq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$
- D. $\forall x \in \mathbf{R}, \frac{1}{2}ax^2 - bx \leq \frac{1}{2}ax_0^2 - bx_0$

二、填空题

3. 已知 $p(x): x^2 + 2x - m > 0$, 且 $p(1)$ 是假命题, $p(2)$ 是真命题, 则实数 m 的取值范围是 _____.

4. 若命题 “ $\exists x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + (a-1)x + 1 < 0$ ” 是真命题, 则实数 a 的取值范围是 _____.

三、解答题

5. 已知命题 $p: \forall x \in [1, 2], x^2 - a \geq 0$, 命题 $q: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 + 2ax_0 + 2 - a = 0$, 若命题 “ p 且 q ” 是真命题, 求实数 a 的取值范围.

6. 设命题 p : 函数 $f(x) = \log_a |x|$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增; q : 关于 x 的方程 $x^2 + 2x + \log_a \frac{3}{2} = 0$ 的解集只有一个子集. 若 $p \vee q$ 为真, $\neg p \vee \neg q$ 也为真, 求实数 a 的取值范围.

单元检测一

一、选择题

1. 下列语句中是命题的是 ()

A. 周期函数的和是周期函数吗?

B. $\sin 45^\circ = 1$

C. $x^2 + 2x - 1 > 0$

D. 梯形是不是平面图形呢?

2. 有下列命题: ①2004年10月1日是国庆节, 又是中秋节; ②10的倍数一定是5的倍数; ③梯形不是矩形; ④方程 $x^2 = 1$ 的解 $x = \pm 1$. 其中使用逻辑联结词的命题有 ()

A. 1个

B. 2个

C. 3个

D. 4个

3. 在命题“若抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的开口向下, 则 $\{x | ax^2 + bx + c < 0\} \neq \emptyset$ ”的逆命题、否命题、逆否命题中结论成立的是 ()

A. 都真

B. 都假

C. 否命题真

D. 逆否命题真

4. 有下述说法: ① $a > b > 0$ 是 $a^2 > b^2$ 的充要条件; ② $a > b > 0$ 是 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 的充要条件; ③ $a > b > 0$ 是 $a^3 > b^3$ 的充要条件. 则其中正确的说法有 ()

A. 0个

B. 1个

C. 2个

D. 3个

5. 下列说法中正确的是 ()

A. 一个命题的逆命题为真, 则它的逆否命题一定为真

B. “ $a > b$ ”与“ $a + c > b + c$ ”不等价

C. “ $a^2 + b^2 = 0$, 则 a, b 全为0”的逆否命题是“若 a, b 全不为0, 则 $a^2 + b^2 \neq 0$ ”

D. 一个命题的否命题为真, 则它的逆命题一定为真

6. 若 $A: a \in \mathbf{R}, |a| < 1$, $B: x$ 的二次方程 $x^2 + (a+1)x + a - 2 = 0$ 的一个根大于零, 另一根小于零, 则 A 是 B 的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

7. 已知条件 $p: |x+1| > 2$, 条件 $q: 5x-6 > x^2$, 则 $\neg p$ 是 $\neg q$ 的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

8. 设原命题: 若 $a+b \geq 2$, 则 a, b 中至少有一个不小于1, 则原命题与其逆命题的真假情况是 ()

A. 原命题真, 逆命题假

B. 原命题假, 逆命题真

C. 原命题与逆命题均为真命题

D. 原命题与逆命题均为假命题

9. 在 $\triangle ABC$ 中, “ $A > 30^\circ$ ”是“ $\sin A > \frac{1}{2}$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

10. 一次函数 $y = -\frac{m}{n}x + \frac{1}{n}$ 的图象同时经过第一、三、四象限的必要但不充分条件是 ()

A. $m > 1$, 且 $n < 1$

B. $mn < 0$

C. $m > 0$, 且 $n < 0$

D. $m < 0$, 且 $n < 0$

11. 设集合 $M = \{x | x > 2\}$, $P = \{x | x < 3\}$, 那么“ $x \in M$, 或 $x \in P$ ”是“ $x \in M \cap P$ ”的 ()

A. 必要不充分条件

B. 充分不必要条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件