

第一章 渗流理论基础

§ 1. 渗流的基本概念

一、水在岩石的孔隙和裂隙中的渗透

地下水存在于岩石的孔隙、裂隙和溶洞中，并在其中运动。地下水动力学中，把赋存地下水的孔隙岩石（如砂层、砾石层等）称为多孔介质，赋存地下水的裂隙岩石称为裂隙介质。地下水在多孔介质或裂隙介质中的运动称为渗透。在普通水文地质学中已经提到，地下水有吸着水、薄膜水、毛管水和重力水等形式。吸着水和薄膜水是不参与这种运动的，毛管水的运动属于专门研究的课题。本书的内容主要探讨重力水在多孔介质和裂隙介质中的运动。

地下水在岩石的孔隙和裂隙中的运动情况非常复杂。

岩石中孔隙和裂隙的形状、大小、连通性等各不相同。它们是一些形状复杂、大小不一、弯弯曲曲的通道，如图1—1所示。因而在不同的空隙中或同一空隙的不同部位，地下水的运动状况各不相同。所以，研究个别孔隙或裂隙中的地下水运动特征不仅困难而且实用价值也很小。因此，在地下水动力学中，人们不去直接研究个别液体质点的运动规律，而去研究岩石内液体的平均运动，即研究具有平均性质的渗透规律。这种方法的实质是用和真实水流属于同一流体的，充满整个含水层（包括全部的空隙空间和岩石颗粒所占据的空间）的假想水流来代替仅仅在岩石空隙空间内运动的真实水流，通过对这一假想水流的研究来达到了解真实水流平均渗透规律的目的。这种假想水流同时还应具有下列性质：它通过任一断面的流量应与真实水流通过同一断面的流量相等；它在某断面上的压力或水头应等于真实水流的压力或水头；它在任意岩石体积内所受的阻力应等于真实水流所受的阻力。满足上述条件的这种假想水流称为渗透水流或简称渗流。假想水流所占有的空间区域称为渗流区（渗流场）。这样一来，渗流就可以当作连续水流来研究了。

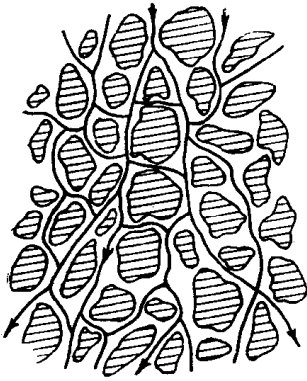


图 1—1 岩石孔隙中的渗透

由于渗流是被当作连续水流来研究的，因此不仅可以避免研究个别空隙中液体质点运动规律的困难，而且有可能利用水力学、流体力学中成熟的研究方法来研究渗流问题。同时，因为渗流的流量、压力、阻力和真实水流相等，所以研究结果又不致失真。

为了描述渗流的特征，采用一些物理量如流量、速度、水头等来说明它。它们每一个都是空间坐标 x , y , z , 和时间 t 的连续函数。

为了描述渗流的特征，采用一些物理量如流量、速度、水头等来说明它。它们每一个都是空间坐标 x , y , z , 和时间 t 的连续函数。

二、渗透速度（渗流速度）

垂直于渗流方向的岩石截面称为过水断面。整个过水断面既包括空隙的面积，也包括岩石颗粒占据的面积。其形状根据渗流的不同特点可以是平面，也可以是曲面(图1—2)。

渗流在此断面上的平均流速称为渗透速度（渗流速度），即

$$v = \frac{Q}{\omega} \quad (1-1)$$

式中 v —— 渗透速度（米/天，米/秒）；

ω —— 过水断面（米²）；

Q —— 渗流量，简称流量，即单位时间内通过过水断面 ω 的渗流体积。它与真实水流通过同一过水断面的流量相等（米³/天，升/秒）。

渗透速度是一种假想的速度。当流量不变，整个过水断面象水管一样全部为假想的渗流充满时，渗流就应以这种速度运动。显然，它不等于实际地下水在岩石空隙空间的实际平均流速。在普通水文地质学中已经介绍过，它们之间有下列关系

$$v = n u \quad (1-2)$$

式中 n —— 岩石的空隙度；

u —— 实际平均流速。

显然，仅仅有（1-1）式定义的渗透速度还是不够的。在多孔介质流体动力学中是这样定义渗透速度的

$$v = \frac{1}{\Delta V_0} \int_{(\Delta V_0)_0} u dV_0 \quad (1-3)$$

式中 u —— 水流速度矢量；

v —— 渗透速度矢量；

ΔV_0 —— 是这样一一个体积；如令 p 是多孔介质内的一个数学点，那么我们考虑一个体积 ΔV_i （ p 是它的重心），它较单个孔隙或颗粒要大。在此体积内有一部分是孔隙，它所占有的体积设为 $(\Delta V_0)_i$ ，若以 n_i 表示比值

$$n_i = \frac{(\Delta V_0)_i}{\Delta V_i}$$

则当逐渐缩小以 p 为重心的 ΔV_i 的数值时，可以得到一系列的 n_i 值（ $i=1, 2, \dots$ ）。对于大的 ΔV_i 值， n_i 值的变化是不大的。特别是当 ΔV_i 小于一个一定的值以后，变化就更小，只是由于 p 附近孔隙大小的偶然分布才会造成小的波动。但是当 ΔV_i 再减小到小于一个一定的值 ΔV_0 以后，就会发现 n_i 突然有大幅度的波动。这种现象出现在 ΔV_i 的大小接近于单个孔隙的大小时。由此得 p 点孔隙度的定义为当 $\Delta V_i \rightarrow \Delta V_0$ 时，比值 n_i 的极限，即

$$n = \lim_{\Delta V_i \rightarrow \Delta V_0} \frac{(\Delta V_0)_i}{\Delta V_i} \quad (1-4)$$

ΔV_0 就是这样一种体积，称为“典型单元体积”。有人称为数学点 p 处多孔介质的物理点。

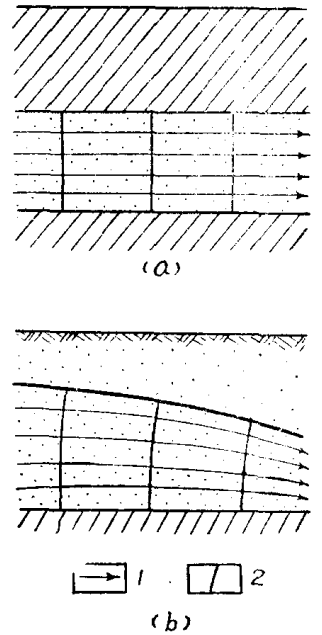


图 1-2 过水断面

1—渗流方向（流线），2—过水断面

由于 $n = \frac{(\Delta V_v)_0}{\Delta V_0}$, 而 $\frac{1}{(\Delta V_v)_0} \int_{(\Delta V_v)_0} \mathbf{u} dV_v$ 表示平均速度矢量 $\bar{\mathbf{u}}$, 所以由 (1-3) 式得

$$\mathbf{v} = n \bar{\mathbf{u}} \quad (1-5)$$

无须解释, 上式中的渗透速度是一个平均参数。

三、流线

在引进流线的概念之前, 先介绍一下什么是地下水的稳定运动和非稳定运动。凡是运动的基本要素 (如压强 p , 速度 v 等等) 大小和方向不随时间而变化的地下水运动称为地下水的稳定运动。写成数学表达式, 则为

$$p = f_1(x, y, z); \quad v = f_2(x, y, z)$$

或

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} = 0$$

如果地下水运动的基本要素中的任一个或者全部要素随时间而变化, 则称为地下水的非稳定运动, 其数学表达式为

$$p = f_1(x, y, z, t); \quad \text{或} \quad \frac{\partial p}{\partial t} \neq 0$$

$$v = f_2(x, y, z, t); \quad \text{或} \quad \frac{\partial v}{\partial t} \neq 0$$

关于地下水的稳定运动和非稳定运动在以后的章节中还要详细论述。

下面引进流线的概念。

在渗流场中作一根理想的空间几何线, 如图 1-3 中的 AB 线。这根线上每一个液流质点 (如图中的 M_1, M_2, M_3, M_4 等等) 在某一瞬间的渗透速度矢量都和这根几何线相切,

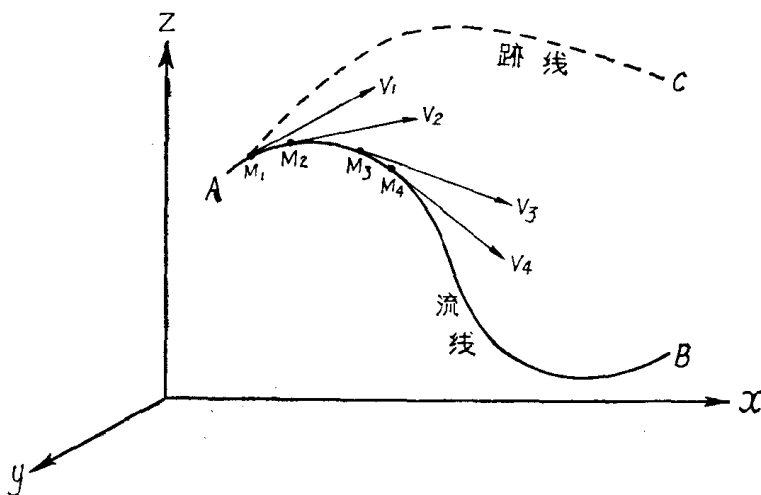


图 1-3 流线和迹线

我们就把这根几何线称为流线。

为了弄清楚流线的概念, 我们必须把流线和表示液流质点运动轨迹的迹线区分开来。迹线是表示某一液流质点在不同时间内连续运动所得到的轨迹, 而流线则是表示在同一时间内不同液流质点的连线, 此时各液流质点的速度矢量都和这根连线相切。流线的作法是和电场

中的电力线的作法类似的。所以一般说来, 流线和迹线在空间是不同的二条线, 如图 1-3 中的 AB 线和 AC 线。但是, 当地下水稳定运动时, 运动要素不随时间而改变, 不同时间的流线都是相同的, 在该情况下经过某一共同点的流线和迹线是互相重合的。

四、测压高度和测压水头

我们先讨论一下静水的情况。如图 1-4a 所示, 如果在一个装满砂的圆筒壁上的 A 点

装一根测压管。当在圆筒中注满水以后，测压管中的水就由 A 点上升至和圆筒中的水面相平的某一高度处。由 A 点至水面的距离称为测压高度 h_n 。假设取任一水平面 OO' 作为基准面，测压管中的水面至基准面的垂直距离称为测压水头 H_n 。图 1—4b 表示一个承压含水层，水井凿到含水层中的 A 点，则井中的水深就是 A 点的测压高度 h_n ，井水面离基准面的垂直距离即为该点的测压水头 H_n 。

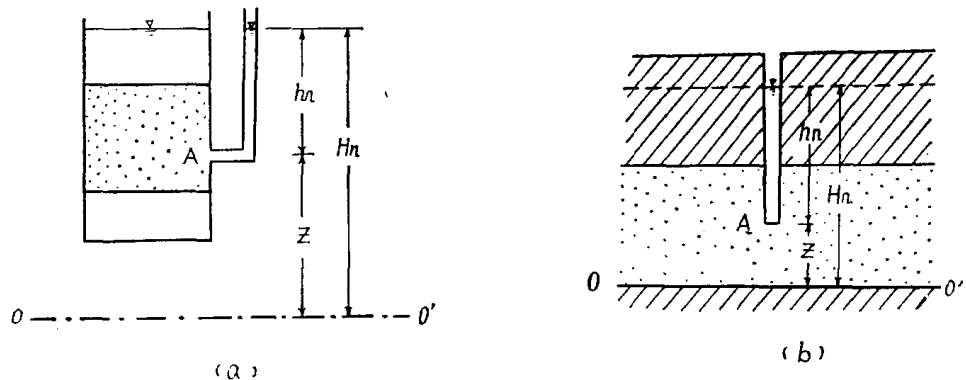


图 1—4 测压高度和测压水头

测压高度和测压水头可用下式表示

$$h_n = \frac{p}{\gamma} \quad (1-6)$$

$$H_n = h_n + z = \frac{p}{\gamma} + z \quad (1-7)$$

式中 p —— A 点的静水压强（相对于大气压力而言）；

γ ——水的容重（即单位体积的水的重量）；

z —— A 点的位置高度，即 A 点至基准面 OO' 的垂直距离。基准面可以选取任一水平面。当含水层的隔水底板水平时，计算时常选它作基准面。

在静水的条件下，水面为一水平面。此时含水层中的不同点，测压高度虽然不同，但测压水头都是相同的。

下面我们进一步讨论地下水流的情况。在讨论以前，先复习一下物理学中已经学过的伯努里 (Daniel Bernoulli) 方程。对于绝对不可压缩的、没有粘滞性的理想液体的稳定运动而言，沿同一流线上的各点或同一微小流束*上的各过水断面间有下列关系

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = \text{常数} \quad (1-8)$$

式中 z ——水流内研究点在基准面以上的高度；

p ——研究点上的动水压强；

u ——研究点的实际流速；

g ——重力加速度。

* 在充满运动液体的空间中，如果取一面积 ω ，通过面积上各点作出相应流线，这些流线族组成一长条形的束状体，称为流束。过水断面面积为无限小的流束称为微小流束。当过水断面面积趋于零时，微小流束达到它的极限——流线。

这就是理想液体的伯努里方程。它表征了液体运动的基本规律，因此很有必要深入理解它的物理意义。

方程式中的第一项 z ，表示液体质点在基准面以上的高度，量纲是 $[L]$ 。

方程式中的第二项 $\frac{p}{\gamma}$ 是由于液体在该点上动水压强所形成的水柱高度。 p 本来代表绝对压强，但我们通常取相对压强，即减掉一个大气压后的数值，这样 $\frac{p}{\gamma}$ 就代表该点的测压高度，量纲是 $[L]$ 。

方程式中第三项 $\frac{u^2}{2g}$ 的量纲仍为 $[L]$ ，从物理学中我们知道，它代表在没有任何外界阻力的情况下，物体以垂直向上的速度 u 所能达到的最终高度。这里我们称为流速水头。

伯努里方程这三项的总和称为总水头，用 H_d 表示

$$H_d = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} \quad (1-9)$$

如果仅考虑前二项的和 (p 取相对压强) 则称为测压水头 H_m 。由于理想液体的伯努里方程，不存在液体粘带性的影响所显示出来的对运动的阻力，所以同一流线上各点的总水头是个不变的常数。

由于伯努里方程三项的量纲都是长度，所以它所显示的关系也可用几何图形来表达。

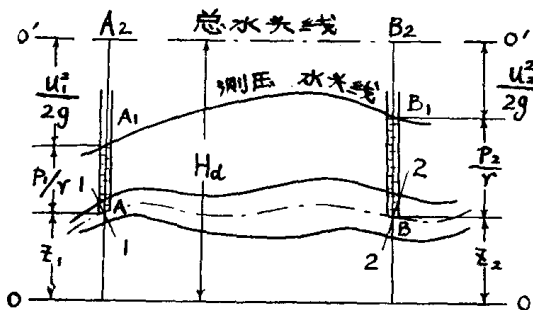


图 1-5 理想液体中微小流束的总水头线和测压水头线

亦可以作出类似的垂直线段。

因为沿整个微小流束各点的 $z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}$ 之和是常数，所以 A 点、 B 点、…… 处诸垂直线的顶点 A_2 、 B_2 、……，位于距基准面为同一高度 H_d 的水平线上，该水平线称为总水头线。由此可知理想液体的总水头线是一条水平线。但测压水头的连线——测压水头线则取决于流速水头值的变化（即取决于微小流束过水断面大小的变化），是一条曲线。

此外，还可以从能量意义方面来阐明伯努里方程。第一项 z 表示单位重量液体所具有的位能，第二项 $\frac{p}{\gamma}$ 表示单位重量液体的动水压强所具有的压能。这两项之和 $z + \frac{p}{\gamma}$ 表示单位重量液体所具有的势能。第三项 $\frac{u^2}{2g}$ 则代表单位重量液体所具有的动能。所以这三项

在稳定运动的理想液体中取一微小流束（图1-5），在流束上取断面1-1和2-2，各断面上的 A 点、 B 点分别离基准面的高度为 z_1 、 z_2 。

在断面1-1的 A 点上，作垂直线 AA_1 ，令其长等于 $\frac{p_1}{\gamma}$ ，再在 A_1 点上，加上表示流

速水头 $\frac{u_1^2}{2g}$ 的垂直线 A_1A_2 。在基准面上的总

长度即为总水头 H_d 。在断面2-2的 B 点上，

之和就代表单位重量液体所具有的机械能的总和（称为单位总机械能）。对理想液体而言，由于没有能量消耗，位于同一流线上（或微小流束上）所有各点的单位总机械能是相等的。

在实际液体的运动中，必须考虑液体粘滞性所引起的摩擦阻力。液体运动克服这些阻力就要做功，因而要消耗一部分机械能，我们用水头损失 h'_w 来表达所消耗的机械能。所以液体质点沿流线运动时，单位重量的总机械能就不断地减小。总水头线永远是一条沿水流方向下降的线。因此，实际液体微小流束的伯努里方程为

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_w \quad (1-10)$$

式中水头损失 h'_w 表示液体克服断面 1—1 和 2—2 间阻力时所损失的单位能量。

在地下水流中，实际流速 u 的数值是很小的，比重力加速度 g 小得多，因而流速水头 $\frac{u^2}{2g}$ 可以忽略不计。在地下水动力学中，就近似地认为地下水的总水头在数值上等于测压水头。即

$$H_d = z + \frac{p}{\gamma} = H_n$$

通常二者是不加区分的，习惯上都简称为水头，用 H 表示。几种情况下的水头 H 表示在图 1—6 中。

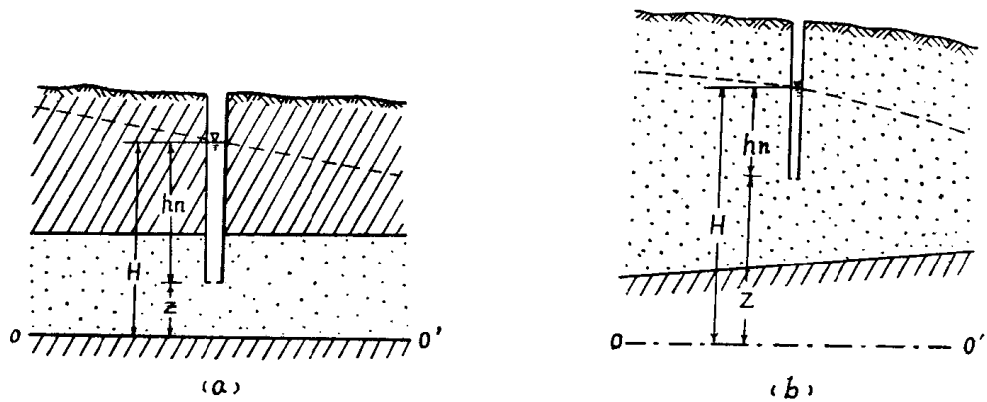


图 1—6 地下水的水头

在渗流场中把水头值相等的各个点连起来在空间构成一个面，称为等水头面。也就是说，在等水头面上各个液流质点的水头值是相同的。等水头面可以是一个平面，也可以是一个曲面，这要根据水流的特点来定。它在平面图上或剖面图上则表现为一根水头相等的线，称为等水头线。

在平面图上（或剖面图上）作流线和等水头线，两者组成一个正交网格，称为流网，如图 1—7 所示。

在流网中，沿流线方向上的水头降落最大，而沿等水头线的方向则没有水头降落，因而沿等水头线的方向速度分量等于零，所以流线和等水头线总是正交的。

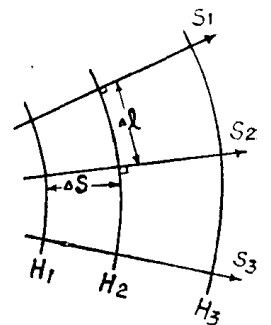


图 1—7 流网

S_1, S_2, S_3 ——流线；
 H_1, H_2, H_3 ——等水头线

五、水力坡度

地下水在岩石空隙中运动时，要消耗一部分水头。如果沿地下水流的方向任取一个垂直剖面，就可以得到一条水头降落的曲线，称它为降落曲线（对于潜水可以称为浸润曲线）。降落曲线的坡度即为水力坡度。从这里可以得到水力坡度更一般的定义：水力坡度 J 为沿渗流途径的水头降落值和渗流途径长度之比值。我们可写成如下的表达式

$$J = \frac{\Delta H}{\Delta s}$$

式中 ΔH 为水流沿渗流途径长度 Δs 上的水头损失，由于降落曲线通常是一条曲线，曲线上各点的坡度不同，故曲线上某点的水力坡度用水头在该点的导数值来表示，即

$$J = -\frac{dH}{ds} \quad (1-11)$$

因为随着流动途径的增加，水头降低。即水头沿水流方向 ds 距离上的增量“ dH ”永远是负的，而水力坡度是正的，故在 $\frac{dH}{ds}$ 之前要加一负号。

因为 ΔH 和 Δs 的量纲都是 $[L]$ ，所以水力坡度无量纲。

如果在空间取一直角坐标系，水力坡度在 x 、 y 、 z 三个方向上的分量分别为 J_x 、 J_y 及 J_z ，根据式 (1-11) 可求得如下

$$J_x = -\frac{\partial H}{\partial x}; \quad J_y = -\frac{\partial H}{\partial y}; \quad J_z = -\frac{\partial H}{\partial z} \quad (1-12)$$

六、液体运动的两种状态

在自然界的不同条件下，液体运动的性质有很大的差别。观察到的液体运动状态有两种类型，即层流与紊流。

液体的流束（流层）互不混杂的流动称为层流运动。液体的流束（流层）相互混杂而无规则的运动则称为紊流运动。液体缓慢运动时，作层流运动。当流速逐渐加大到某一程度时，就转变为紊流运动。

我们可以作这样一个实验：在水箱 A 的侧壁上开一个漏斗形孔口 B ，按上一个带有截门 C 的玻璃管（图 1-8）。另外有一个装颜料水的小容器 D ，用小管子通到孔口 B ，用截门 F 调节颜料水的速度。使水箱 A 内的水保持固定的水位。实验时，稍微打开截门 C 和 F ，当水缓慢流动时，看到带颜料的流束为一根规则的细红线，如图 1-8 a 所示，表明此时为层流运动。继续打开截门 C ，使玻璃管内水的流速加大，当管内水的平均流速达到某一临界值时，带颜料的流束就发生动荡并与水的流束混杂不清，如图 1-8 b 所示，此时已转变为紊流运

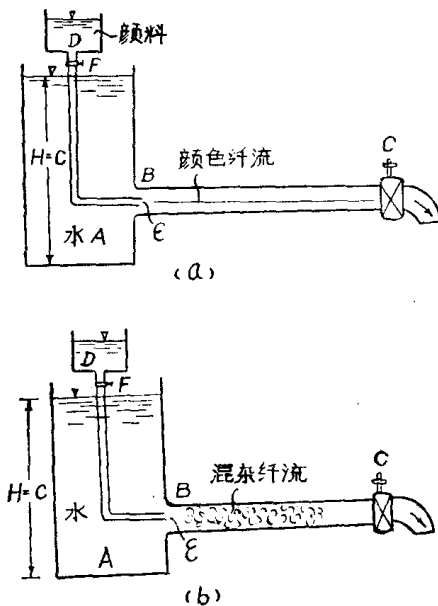


图 1-8 层流与紊流实验

(a) — 层流运动；(b) — 紊流运动

动状态。

由层流转变为紊流时管内的水流速度称为临界速度。实验表明，临界速度不仅和液体的粘滞性有关，而且和管子的直径大小有关。

由于临界速度在各种实际水流中是不同的，因此在实用上，难以用临界流速来判别液体流动的状态。通过大量试验发现可以用一个无量纲的量即雷诺 (O. Reynolds) 数来判别。雷诺数的表达式如下

$$R_e = \frac{uD}{\nu} \quad (1-13)$$

式中 R_e ——雷诺数；

u ——圆管中液体的断面平均流速；

D ——圆管的直径；

ν ——水的运动粘滞系数，厘米²/秒。

用实验方法可求得临界条件下的雷诺数。如果实际流动时的雷诺数小于该值时，仍保持层流运动，大于该值时则会转变为紊流运动。

地下水在岩石空隙中的层流运动和紊流运动表示于图1-9中。和一般的液体流动类似，地下水的运动状态也可以用类似的雷诺数来判别。但此时以地下水的渗透速度 v 代替管内液体的断面平均流速 u ，以含水层颗粒的平均粒径 d 代替圆管的直径 D 。这时雷诺数的表达式如下

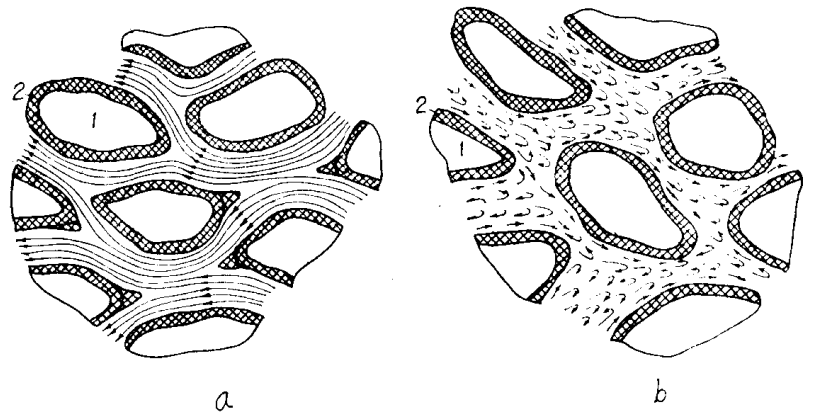


图 1-9 孔隙岩石中地下水的层流与紊流

a) —层流， b) —紊流

1—岩石固体颗粒， 2—结合水膜， 箭头表示水流运动方向

$$R_e = \frac{vd}{\nu} \quad (1-14)$$

式中 v ——地下水的渗透速度；

d ——含水层颗粒的平均粒径；

ν ——地下水的运动粘滞系数。

可以用实验方法求得地下水由层流转变为紊流时的临界雷诺数。很多人进行过这方面的试验，虽然各人所得结果不尽相同，但大多数试验表明该值在 60—150 的范围内。

地下水在绝大多数情况下都呈层流运动状态。只有在卵石层的大孔隙中，当水力坡度很陡时，以及在大的裂隙和洞穴中，才会出现紊流运动状态。

七、地下水运动特征的分类

为了便于研究地下水的运动，通常根据它运动的特征来进行分类。

前面我们已经简单地介绍了地下水的稳定运动和非稳定运动。

现在再来研究地下水的渐变运动和急变运动。我们把具有如下特征的地下水运动称为渐变运动（或缓变运动）：

- (1) 流线的弯曲很小或流线的曲率半径很大，接近于一直线；
- (2) 相邻流线之间的夹角很小，或流线近乎平行。

不具备上列条件的称为急变运动。在渐变运动中，各过水断面可以看作是一个平面。惯性力很小可以忽略不计。在同一过水断面上各点的水头都是相等的。大多数的天然地下水运动都是渐变运动。

下面再来研究地下水的空间运动、平面运动和单向运动。

在大多数情况下，地下水流都是空间运动（或称三维运动*）。在该情况下，地下水流速 v 沿空间三个坐标轴的分量 v_x, v_y, v_z 均不等于零，即在三个方向上都有分速度。如图

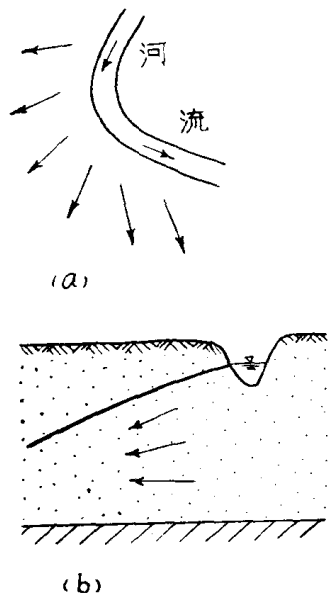


图 1—10 河湾处潜水的空间运动
(a)一平面图；(b)一剖面图。

1—10河湾处潜水的运动，就是空间运动的一个例子。如果地下水沿某一个坐标轴的速度分量等于零，例如 $v_x=0$ ，地下水只有二个方向的分速度，即所有流线都与某一平面平行，称为平面运动（或二维运动）。图 1—11 中渠道向河流的渗漏就是平面运动的一个例子。渠道与河流近乎平行，垂直于河、渠方向进行渗漏，沿河、渠方向没有渗流的分速度，此时可以看作垂直剖面内的平面运动。这类运动的特点是可以将空

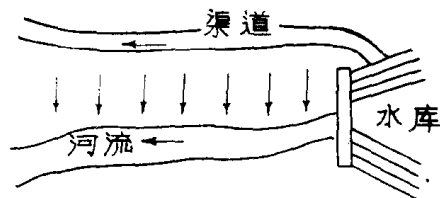


图 1—11 渠道向河流的渗漏

间运动的渗流分成任意个单独部分，每一部分的渗流特征都是相同的。只要弄清了一个单独部分的渗流规律就等于了解了它的全貌。所以，此时可以在垂直水流方向取单位宽度进行研究。单位宽度的渗流量称为单宽流量，用 q 表示。总流量 Q 等于单宽流量 q 乘上水流宽度 b ，即

$$Q = q \cdot b \quad (1-15)$$

同理，如果地下水的流速只有一个方向的分速度，其余方向的分速度为零，也即速度仅仅是一个坐标的函数，这种运动则称之为单向运动（一维运动）。

思考题

1. 渗流既然是一种假想水流，为什么还要研究它？实用价值如何？
2. 在稳定运动状态和非稳定运动状态下，流线和迹线有什么关系？

* 三维运动、二维运动、一维运动随选取的坐标系而定。如轴对称情况，选直角坐标研究是二维运动，若改用圆柱坐标研究就相应地变成一维运动。

§ 2. 渗流的基本定律

一、达西定律（线性渗透定律）及其适用范围

达西于 1856 年通过实验获得了下列关系式

$$Q = K \frac{\Delta H}{l} \omega \quad (1-16)$$

或

$$v = \frac{Q}{\omega} = KJ \quad (1-17)$$

式中 Q ——渗流量；

$$J = \frac{\Delta H}{l} \text{——水力坡度；}$$

ω ——试验圆筒的横截面积，包括砂颗粒和孔隙所占的二部分面积在内；

K ——渗透系数。

这个关系式通常称为达西定律或线性渗透定律。

因为在实际的地下水流中，水力坡度往往是各处不同的，所以我们把达西定律写成更一般性的表达式如下

$$v = -K \frac{dH}{ds} \quad (1-18)$$

式中的 $-\frac{dH}{ds}$ 为水力坡度。

渗透系数 K 是表示岩石透水性的指标，它是有关含水层的非常重要的水文地质参数之一。根据 (1-17) 式，当水力坡度 $J=1$ 时，渗透系数在数值上等于渗透速度。因为水力坡度无量纲，所以渗透系数具有速度的量纲，即 K 的单位和 v 相同，常用厘米/秒或米/天表示。

渗透系数不仅取决于岩石的性质（如粒度成分，颗粒排列，充填状况，裂隙的性质和发育程度等等），而且和渗透液体的物理性质（容重、粘滞性等等）有关。同一岩层，对于水是一种渗透系数，对于石油又是另一种渗透系数。就是同样都是水，当水温和水的矿化度不同时，也会引起容重和粘滞性的一些变化，因而渗透系数也随着变化。但在地下水运动中，这种改变一般很小，常常可以忽略不计。因此，可以把渗透系数作为表示岩层透水性的一个水文地质参数。

但是，在研究盐水、卤水、石油等液体的运动时，就不能再象淡水那样忽略它们的影响，把渗透系数作为表示岩石透水性的一个常数了。为此提出了渗透率的概念，它表示介质能使液体或气体通过介质本身的性质。因此，它只和介质本身的性质有关而和渗透液体的性质无关。如用 k 表示渗透率，则通过量纲分析，可以证实 k 和渗透系数 K 之间有如下关系

$$\frac{K}{\gamma} = \frac{k}{\mu} \quad (1-19)$$

式中 γ ——液体的容重, $\gamma = \rho g$, (ρ 为液体密度);

μ ——液体的动力粘滞系数, 绝对单位制中常用达因·秒/厘米² (“普斯”或泊) 为单位。

根据 (1—19) 式, 达西定律 (1—18) 式可写成

$$\begin{aligned} v &= -K \frac{\partial H}{\partial s} \\ &= -\frac{k\gamma}{\mu} \frac{\partial H}{\partial s} \\ &= -\frac{k\gamma}{\mu} \frac{\partial \left(\frac{p}{\gamma} + z \right)}{\partial s} \\ &= -\frac{k}{\mu} \frac{\partial (p + \gamma z)}{\partial s} \end{aligned} \quad (1-20)$$

如果 $\rho =$ 常数, 且水流是水平的, 则

$$v = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial s} \quad (1-21)$$

渗透率 k 的量纲是 $[L^2]$, 通常采用的单位是达西。达西是这样定义的: 当液体的粘滞系数 μ 为 0.01 达因·秒/厘米², 压力差为 1 个大气压 (等于 1.0132×10^6 达因/厘米²) 的情况下, 通过面积为 1 平方厘米, 长度为 1 厘米的岩石样品的流量为 1 厘米³/秒, 此时介质的渗透率作为渗透率的单位为 1 达西。根据 (1—21) 式得

$$1 \text{ 达西} = \frac{\left(1 \frac{\text{厘米}^3}{\text{秒}} / \text{厘米}^2 \right) 0.01 \frac{\text{达因} \cdot \text{秒}}{\text{厘米}^2}}{\frac{1 \text{ 大气压}}{1 \text{ 厘米}}} = 9.8697 \times 10^{-9} \text{ 厘米}^2$$

在很多情况下, 达西作为单位太大, 则采用厘达西 (10^{-2} 达西) 或毫达西 (10^{-3} 达西) 作为单位。

达西定律有一定的适用范围, 超出这个范围以后, 地下水的渗透就不符合达西定律了。较早以前, 认为达西定律的适用条件是层流, 有时把达西定律称为层流渗透定律。把偏离达西定律归之于出现紊流。四十年代以来, 很多实验证明并不是所有地下水的层流运动都服从达西定律, 有不服从达西定律的地下水层流运动存在。如果也用雷诺数表示达西定律的适用范围的话, 那么当雷诺数

$$R_e = \frac{vd}{\nu} < 1 \sim 10 \text{ 时}$$

地下水的运动服从达西定律 (图1—12)。这时的雷诺数比地下水由层流转变为紊流时的雷诺数要小。亦即达西定律的适用范围比层流运动的范围要小。

因此, 多孔介质中的地下水流可以区分为三个区域 (图1—13),

(1) 低雷诺数时 (当 d 、 ν 固定, 即低速时), 有一个层流区域, 这时粘滞力占优势, 达西定律是适用的, 这个区的上限为雷诺数 1 和 10 之间的某个值;

(2) 随着 R_e 的增大, 我们可以看到一个过渡带。在这个带的下端, 从粘滞力占优

势的层流方式过渡到另一种层流方式，这是一种非线性的层流方式。这个过渡带的上端逐渐过渡到紊流。某些人提出 R_e 等于 100 作为层流的上限；

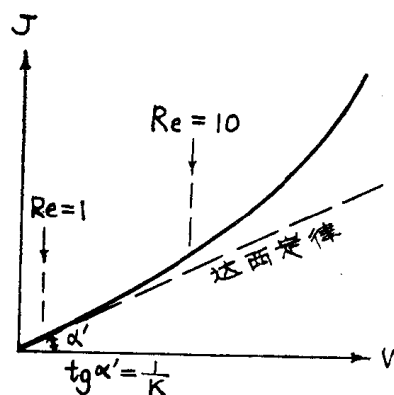


图 1—12 渗透速度和水力坡度的实验关系
(据雅柯布-贝尔)

(3) 高雷诺数时为紊流。

达西定律仅适用于第一个区域。

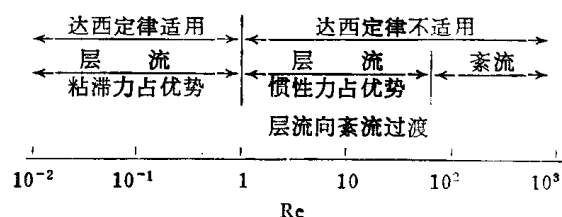


图 1—13 多孔介质中的水流状态

很多人用惯性力的影响来解释这一现象。在多孔介质中，地下水运动的通道是弯曲的，所以液体每一质点都沿着曲线的途径运动，并且具有连续变化的速度和加速度。当地下水运动很慢时，粘滞力占优势，即由粘滞性产生的摩擦阻力对运动的影响占优势，和粘滞力比较，惯性力被忽略了，服从达西定律。而当运动加快后，惯性力逐渐增大，当惯性力接近阻力的数量级时，由于惯性力与速度的平方成正比，达西定律就不适用了。这一变化发生在由层流转变为紊流以前。

从服从达西定律的层流运动到不服从达西定律的层流运动再到紊流运动，其转变是逐渐变化的，往往没有一个明确的分界线。这是因为在天然含水层中，孔隙的大小、形状和方向都在很大的范围内变化，有些孔隙转变了，有些孔隙还没有转变。所以总的看来是逐渐过渡的。

即使这样，绝大多数的天然地下水运动仍然服从达西定律。从下面的例子中就很能说明问题。

例如，通过平均粒径 $d = 0.5$ 毫米的粗砂中的地下水运动。当水温为 15°C 时，运动粘滞系数 $\nu = 0.1$ 米²/天，当雷诺数 $R_e = 1$ 时，代入 (1—14) 式中

$$1 = \frac{v \times 0.5 \text{ 毫米}}{0.1 \text{ 米}^2/\text{天}} = \frac{v \times 0.0005 \text{ 米}}{0.1 \text{ 米}^2/\text{天}}$$

求得 $v = 200$ 米/天。表明在粗砂中，当渗透速度 $v < 200$ 米/天时，服从达西定律。在天然状况下，取粗砂层的渗透系数 $K = 100$ 米/天，水力坡度 $J = \frac{1}{500}$ ，代入达西公式，给出

$$v = KJ = 100 \times \frac{1}{500} = 0.2 \text{ 米/天} < 200 \text{ 米/天}$$

显然在粗砂中的地下水运动一般是服从达西定律的。

有些人讨论过达西定律适用的下限问题，指出存在一个极小水力坡度（起始水力坡度），小于它，就没有什么水流了。对于粘性土起始水力坡度值可以超过 30。

对于裂隙岩石中的地下水运动，罗米捷 (М. Г. Ломизе) 曾在裂隙模型中进行了大量的试验，并确定了不符合达西定律的临界水力坡度 (表 1—1)，这些临界值均大于天然情况

地下水流的实际坡度。因此认为裂隙岩层中的渗透在多数情况下也服从达西定律。

临界水力坡度值

表 1-1

裂隙宽度 (厘米)	相 对 粗 糙 度 α					
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0.1	2.600	1.508	1.404	1.352	1.274	1.144
0.2	0.325	0.189	0.176	0.169	0.159	0.143
0.3	0.096	0.056	0.052	0.050	0.047	0.042
0.4	0.041	0.024	0.022	0.021	0.020	0.018
0.5	0.021	0.012	0.011	0.011	0.010	0.009

最后应该指出，达西定律虽然是根据实验得出的一条定律，但通过理论分析，从动量守恒定律也可以导出达西定律。我们所以能够把由实验得出的(1-17)式引伸到非均质各向异性介质和三维流中去，并得出相应的表达式，其理论根据就在这儿。

二、非线性渗透定律

在紊流运动的条件下，地下水的渗透服从哲才(A. Chezy)公式

$$v = K_c \sqrt{J} \quad (1-22)$$

或

$$Q = K_c \sqrt{J} \omega \quad (1-23)$$

式中 K_c ——紊流运动时的渗透系数。

其它符号的意义同前。

上式表明，在紊流运动时，地下水的渗透速度与水力坡度的1/2次方成正比。

只是在少数情况下，如地下水在大裂隙或大溶洞中的运动，才服从上述非线性渗透定律。水力坡度很大时，在孔隙介质中也可能出现紊流运动的情况。

除了上述公式外，很多人研究了雷诺数大时达西定律不适用的情况，提出了许多非线性运动方程，这些方程大致可以分为三类。第一类方程中系数是和任何具体的液体或介质性质无关的。第二类方程包含多少涉及液体或介质性质的系数，并含有未特别指出的数值参数。第三类方程中出现的系数和第二类方程中的是相似的，但数值参数是精确地给定的。第一类方程中主要有福熙海麦(P. Forchheimer)公式

$$J = av + bv^2 \quad (1-24)$$

式中 a 和 b 是由实验确定的常数。其余的方程一般都比较复杂，而且在实际应用中往往还有困难，我们就不一一列举了。

思考题

为什么把达西定律叫做层流定律是不适当的？

§ 3. 岩层透水性的分类

岩层的渗透系数 K ，是表示岩层透水性大小的、非常重要的水文地质参数。我们可以从不同的角度，对岩层的透水性进行分类，在普通水文地质学中根据岩层渗透系数 K 的大小的把岩层分为强透水的，弱透水的，不透水的……等等。

如果根据岩层的透水性和空间坐标的关系来划分,可以分为均质岩层和非均质岩层两种类型。在均质岩层中,渗透系数是与渗透区域坐标无关的常数,亦即含水层中不同点的渗透系数是相同的。

非均质岩层的渗透系数则随空间坐标而变化,即在含水层中不同地点的渗透系数可以是不相同的。例如南京附近长江古河道的沉积物,从上部的粉砂、细砂向下渐变为中砂、粗砂,接近底部则为砂砾石。可以作为非均质含水层的一个例子。事实上,自然界中绝对均质的岩层是没有的,实际工作中通常把有同一岩性成分和大致相同的渗透系数的岩层称为均质岩层。

如果根据岩层的透水性和渗流方向的关系,可以分为各向同性的和各向异性的两种类型。在各向同性的岩层中,任何一点的渗透系数与渗流的方向无关,亦即不管水流向那个方向运动,在同一点上都具有相同的渗透系数。设取一空间的直角坐标系,在任一点上,平行于坐标轴 x 、 y 、 z 方向的渗透系数分别为 K_x 、 K_y 、 K_z 。那么在各向同性岩层中, $K_x = K_y = K_z = K$ 。而在各向异性岩层中则不同,渗透系数取决于渗流的方向,在同一点上,当渗流方向不同时,可以有不同的渗透系数,此时 $K_x \neq K_y \neq K_z$ 。黄土是各向异性岩层的一个例子,它垂直方向的渗透系数大于水平方向的渗透系数。另外,如带状粘土或在垂直方向上均匀压密的砂,其水平方向的渗透系数大于垂直方向的渗透系数,也可以具有各向异性。

必须注意,不要把均质与非均质的概念和各向同性与各向异性的概念混淆起来。前者是指岩层透水性和空间坐标的关系,后者是指岩层透水性和水流方向的关系。均质岩层也可以是各向异性的。如前述的黄土,因为水平方向的渗透系数和垂直方向的渗透系数不同,因而是各向异性的,而不同地点的渗透系数(分别指水平方向和垂直方向的渗透系数)又可以是相同的,因而是均质的,所以是一种均质各向异性的岩层。非均质岩层也可以是各向同性的,如前述的古河床中的砂、砾石沉积,在细砂中和在砂砾石中的渗透系数是不同的,因而是非均质的,而在同一点,水流方向不同(不论是水平的,垂直的或其它方向)时的渗透系数都是相同的,因而是各向同性的,所以是一种非均质各向同性岩层。

§ 4. 渗流的连续性方程

为了说明渗流的连续性原理,我们举一个简单的例子。假如我们取一根充满液体的管子,在管子中取二个断面 AB 和 CD (图 1—14)。假设在单位时间内流入 AB 的液体流量为 Q_1 ,从 CD 流出的液体流量为 Q_2 ,如果 $Q_1 \neq Q_2$,那么多余的那一部分液体将存在于 $ABCD$ 的体积内。因为体积 $ABCD$ 是固定的,那么这一部分流量将引起液体密度的变化 $\Delta\rho$ 。亦即 $Q_1 - Q_2 = \Delta\rho \cdot V_{ABCD}$, V_{ABCD} 为两断面 AB 与 CD 之间的体积。如果把水看作是**不可压缩的液体,那么水的密度就不会改变,于是 $Q_1 - Q_2 = 0$ 或 $Q_1 = Q_2$ 。亦即流入体积 $ABCD$ 内的水量应等于从该体积流出的水量。

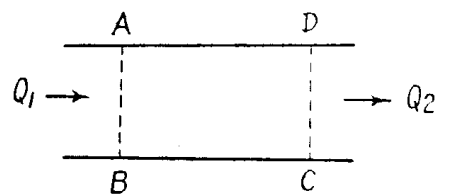


图 1—14 通过水管的连续流动

下面我们来阐明渗流的连续性微分方程。

设在充满液体的渗流区域内取一无限小的平行六

面体，其各边长度为 Δx ， Δy ， Δz ，并且和坐标轴平行。如沿坐标轴方向的渗透速度分量为 v_x ， v_y ， v_z ，液体的密度为 ρ

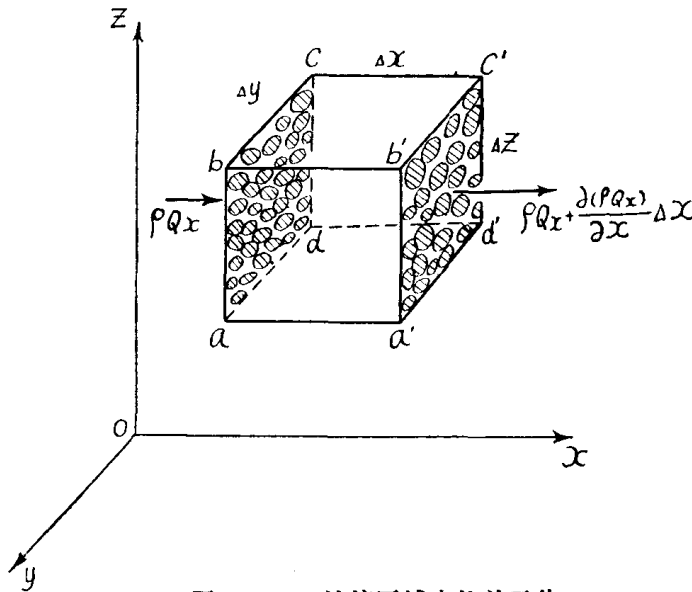


图 1—15 渗流区域中的单元体

(图1—15)。取平行于坐标平面 yOz 的二个面 $abcd$ 和 $a'b'c'd'$ ，其面积为 $\Delta y \Delta z$ 。

在 Δt 时间内流入六面体左边界面 $abcd$ 的液体质量为

$$\rho Q_x \Delta t = \rho v_x \Delta y \Delta z \Delta t$$

而从六面体右边界面 $a'b'c'd'$ 流出的液体质量为

$$\left[\rho Q_x + \frac{\partial(\rho Q_x)}{\partial x} \Delta x \right] \Delta t$$

亦即

$$\rho v_x \Delta y \Delta z \Delta t + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$$

沿 x 轴方向流入六面体和流

出六面体的液体质量差为

$$\begin{aligned} & \rho v_x \Delta y \Delta z \Delta t - \left[\rho v_x \Delta y \Delta z \Delta t + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \right] \\ & = - \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t \end{aligned}$$

同理，可以写出沿 y 轴方向和沿 z 轴方向流入六面体和流出六面体的液体质量差分别为

$$- \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$$

和

$$- \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$$

因此，在 Δt 时间内，流入和流出平行六面体的总质量差为

$$- \left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] \Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$$

在平行六面体内，液体所占的体积为 $n \Delta x \Delta y \Delta z$ 。其中 n 为孔隙度。因此，平行六面体内液体的质量为 $\rho n \Delta x \Delta y \Delta z$ 。在 Δt 时间内，平行六面体内液体质量的变化为

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho n \Delta x \Delta y \Delta z] \Delta t$$

平行六面体内液体质量的变化（即贮存量的变化），是由于流入平行六面体和流出平行六面体的液体质量差造成的。根据质量守恒定律，两者在数值上应该相等。所以

$$- \left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} \right] \Delta x \Delta y \Delta z = \frac{\partial}{\partial t} [\rho n \Delta x \Delta y \Delta z] \quad (1-25)$$

式(1-25)称为渗流的连续性方程式。

如果把地下水当作不可压缩的均质液体,地下水的密度 ρ =常数,同时假设流入和流出平行六面体的液体总质量差等于零。因此有

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (1-26)$$

式(1-26)即为稳定流情况下渗流的连续性方程。它实质上表明在稳定流条件下同一时间内流入的水量和流出的水量是相等的。

§5. 研究承压水非稳定运动的基本微分方程

上一节中我们得到了渗流的连续性方程,下面进一步讨论在此基础上建立的非稳定运动的基本微分方程。

前已述及,所谓地下水的非稳定运动是指运动要素(如水头、渗透速度、渗流量等)随时间而变化的地下水运动。这主要是由于天然因素或人为因素的影响,引起地下水补给、径流、排泄条件的变化而造成的,如含水层补给面积上大气降水的不均匀渗入、潜水的均匀蒸发与地下水有水力联系的地表水体的水位变动、水井抽水、矿坑排水等等。因此,实际上自然界地下水的状况总是在不断地变化着。地下水的运动总是不稳定的。如果变化不大,在某些情况下,也可近似地把它作为稳定运动来考虑,以简化计算。

一、弹性贮存的概念

为了建立承压水非稳定运动的基本微分方程,首先需要弄清楚弹性贮存(或弹性释放)的概念。试问从承压含水层中抽水,水究竟是从哪里来的呢(假定含水层的顶底板是隔水层,而且抽水时保持承压状态)?

从无压含水层中抽水,会导致地下水水面下降而含水层被疏干,抽出的水无疑部分或全部来自含水层被疏干的水量。但是从承压含水层中抽水,只是水头或压力的降低,周围形成漏斗状的水头下降区,含水层却并没有被疏干。

过去认为在承压含水层中抽水时,水是从远方的补给区流来的。后来研究表明,从承压含水层(特别是深层承压含水层)中抽出的水除一部分来自补给区外,大部分来自含水层本身所贮存水的释放(或称弹性释放),即来自含水层内及其附近的粉土或粘土透镜体或夹层的压密。如美国有一个大型的由白垩纪达科他砂岩组成的向斜,70多年来已从这些砂岩中抽取了 10^{11} 加仑的地下水(1立方米=264加仑),据估计其中80%的水是从含水层本身中释放出来的。

怎么来解释含水层的这种贮存性质呢?首先我们来看看抽水以前的状况。一个承压含水层,往往上覆有相当厚的岩层。上覆岩层的重量是由含水层骨架对它的反作用力以及承压水作用在隔水顶板上的动水压力来和它保持平衡的。由于经历了长期的成岩作用,在抽水前,两者一般处于平衡状态。如果由于抽水或其它原因,使承压水头降低了 ΔH 以后,含水层中的动水压强相应地也要减少 $\gamma \cdot \Delta H$ (γ 为单位体积水的重量),从而主要引起如下的反应:

(1) 由于上覆岩层的荷重并没有改变,为了维持平衡,这一部分本来由水压力承担的上覆岩层的荷重必然会转嫁到含水层骨架上,使作用在含水层骨架上的力相应地增加

$\gamma \cdot \Delta H$, 从而导致含水层的压缩 (固体颗粒孔隙空间的压缩), 造成孔隙度减小, 含水层厚度变薄, 使原来贮存在含水层孔隙中的一部分水被挤了出来。

(2) 引起水的弹性膨胀。水体积增大了, 多余的一部分水就会从含水层中释放出来。

由此可知, 承压含水层中水头降低时, 会有一部分水从含水层中释放出来, 释放出来的水就是由上述两部分水组成的。固体颗粒本身的压缩性比骨架和水的压缩性要小得多, 可以不予考虑。

当含水层中水头上升时, 则发生相反的过程, 会贮存部分地下水。所以有人称这部分水量为“弹性贮量”。显然, 弹性贮存和弹性释放是不同条件下一个问题的两个方面。

严格说来, 无压含水层也有这种贮存性质, 但是这个量和由给水度决定的静储量比起来要小得多, 所以有时被忽略不计。

弹性贮存或弹性释放是含水层的重要水文地质特征。为了从数量上评价上述特征, 需要表明含水层中贮存水量的变化和承压水头 (无压含水层中为潜水水头) 相应变化之间的关系。通常采用贮水率 (弹性给水度) S , 或贮水系数 (弹性释放系数, 释水系数) S 来表明这种关系。贮水率表示水头降低一个单位 (如一米) 时, 由于含水层内骨架的压缩和水的膨胀而从单位体积 (如一立方米) 含水层中释放出来的总水量 (体积)。显然, 当水头升高时, 会发生相反的情况。此时, 贮水率代表水头升高一个单位时, 单位体积含水层所接纳的水量。量纲是 $[L^{-1}]$ 。

当承压含水层的厚度 M 固定不变时, 可令

$$S = S_r M \quad (1-27)$$

式中贮水系数 S 表示当水头降低 (或升高) 一个单位时, 含水层从水平面积为一个单位面积, 高度等于含水层厚度的柱体中所释放出来 (或接纳) 的水量 (体积) (图1-16)。由此定义可以看出贮水系数是无量纲的。非均质含水层中 S 可以随地而异。大部分承压含水层的贮水系数在 10^{-5} 到 10^{-3} 之间。

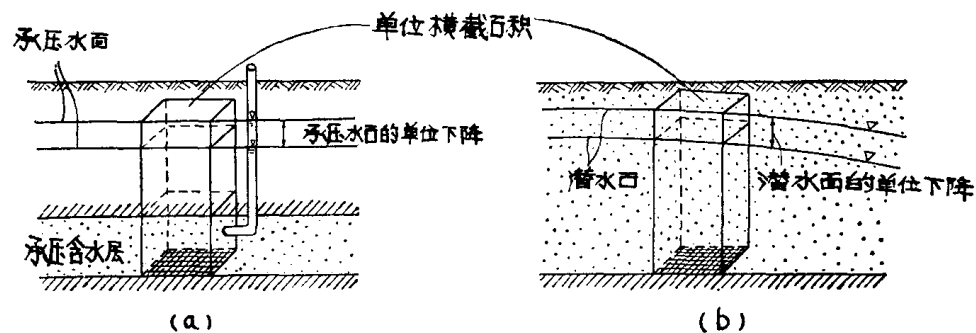


图 1-16 定义贮水系数的示意图

(a) — 承压含水层; (b) — 潜水含水层

必须区别贮水系数和给水度这两种概念。无压含水层被疏干时, 大部分水是在重力作用下排出的, 疏干仅限于水位波动带, 故给水度值只与水位波动带的岩性有关。承压含水层则是减压造成弹性释放, 故贮水系数值应与整个含水层的岩性和液体性质有关。大部分承压含水层的贮水系数较大多数无压含水层的给水度 (其数值一般为 $0.1 \sim 0.3$) 要小得多。此外, 因为弹性释放是瞬时完成的, 所以通常假设 S 是不随时间变化的。但含水层的