

# 目 录

《函数题型及解法》教学设计 .....	( 1 )
《算术平均数与几何平均数》教学设计 .....	(14)
《不等式的证明》教学设计 .....	(28)
《几个重要不等式的证明》教学设计 .....	(58)
《对数不等式》教学设计 .....	(64)
《含有字母系数的不等式的解法》教学设计 .....	(72)
《用平均值定理求某些问题的最值》教学设计 .....	(82)
《数学归纳法》教学设计 .....	(98)
《用数学归纳法证明不等式》教学设计 .....	(105)
《复数的减法及其几何意义》教学设计 .....	(116)
《复数与几何》教学设计 .....	(125)
《立体几何绪言》教学设计 .....	(135)
《平面的基本性质之一》教学设计 .....	(144)
《直线与平面垂直的判定和性质》教学设计 .....	(152)
《水平放置的平面图形的直观图》教学设计 .....	(168)
《余弦定理》教学设计 .....	(177)



## 《函数题型及解法》教学设计

### 教学目的

一、对于基本初等函数的有关概念,一般性质系统地再认识后,能熟练地、灵活地运用函数的性质和图象解题;

二、通过深入讨论一些函数的综合性问题及它在各种场合的应用,使学生的函数观点得以提高。

### 时间

二课时。

### 教学过程

#### 一、引言

课前发给学生每人一份油印讲义,共6页,前面是本节课的例题与相应练习题(无解答过程),后面是1995年高考理科试卷中的“函数题”,计有第(2)、(3)、(7)、(11)、(18)、(24)等。上课开始,教师先组织学生通览高考函数题,得出两点结论:(1)占有30多分,是高考试题的重要组成部分。(2)基本上是中、低档综合题。由此引出本节课的主题,要详细研究函数题的基本类型及其解法。(大笔板书:函数题型及解法)

#### 二、例题选讲

将分成“范围”题、证明题、最值问题、综合题型共四类来讲解。



## 1. “范围”题

例1 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的单调奇函数, 且  $f(1) = -2$ , 若  $f(k \log_2 t) + f(\log_2 t - \log_2^2 t - 2) > 0$ , 求实数  $k$  的取值范围。

教师: 首先分析题意。已知条件有 4 个: 单调性, 奇函数,  $f(1) = -2$ ,  $f(k \log_2 t) + f(\log_2 t - \log_2^2 t - 2) > 0$ 。基本上都是“抽象的函数”  $f$  的性质, 只有  $f(1) = -2$  稍为具体一点。

结论是求  $k$  的取值范围。这就要求我们找出关于  $k$  的不等式(组), 对照已知, 只有

$$f(k \log_2 t) + f(\log_2 t - \log_2^2 t - 2) > 0 \quad ①$$

出现  $k$ , 所以思考要从这个式子出发, 从中导出关于  $k$  的不等式, 怎么导出呢? 谁来回答?(全场肃静, 也许是因为师生不熟悉, 又坐有近百名教师听课的缘故, 所以无人举手, 让学生稍微思考后, 教师提问科代表)

学生 1: 首先判别函数的增减函数, 然后由式①可得

$$f(k \log_2 t) > -f(\log_2 t - \log_2^2 t - 2) = f(\log_2^2 t - \log_2 t + 2).$$

从而  $k \log_2 t > \log_2^2 t - \log_2 t + 2$ ,

$$\text{或 } k \log_2 t < \log_2^2 t - \log_2 t + 2; \quad ②$$

再由二次不等式恒正或恒负便可确定  $k$  的范围。

教师: 对, 那么怎样判别函数的增减性呢?

学生 2: 由奇函数知  $f(-1) = -f(1) = 2 > -2 = f(1)$ ,

可见,  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上是减函数。

教师: 还有没有别的办法判别出减函数?

学生: (沉默)

教师: 奇函数有一个隐含条件, 就是由  $f(-x) = -f(x)$ ,

知  $f(0) = -f(0)$ ,

从而  $f(0) = 0$

与  $f(-1) = 2$  作比较, 可知,  $f(x)$  为减函数。



现在,请大家按照这个思路具体完成。

[点评:为了保持学生思路的畅通,此处不忙提出减函数的“别的判别办法”。不妨放到小结时再讲]

稍微停顿,提问学生答案。

学生3:k的取值范围为: $-1-2\sqrt{2} < k < -1+2\sqrt{2}$ 。

教师:同意这个答案的举手。(两人举手)

教师:只有两个举手,但有时真理掌握在少数人手里。这个答案是对的。

事实上,得出减函数后,由①知②成立,变为

$$\log_2^2 t - (1+k)\log_2 t + 2 > 0$$

对一切  $t \in \mathbb{R}$  成立。若令  $x = \log_2 t$ , 则二次三项式恒为正  $x^2 - (1+k)x + 2 > 0$  因而有判别式小于0,  $(1+k)^2 - 8 < 0$ , ③

解得  $-1-2\sqrt{2} < k < -1+2\sqrt{2}$ 。

教师:小结上面的思路,可以得出解题的4个步骤:

(1)由  $f(1) = -2$  及奇函数,确定  $f(x)$  为减函数。这里,具体取值  $f(1) = -2$  成为解题的突破口;

(2)由递减奇函数及①式可得出不等式②;

(3)由二次三项式恒正得  $k$  的二次不等式③;

(4)解  $k$  的不等式得答案。

这里的关键是第一步,而第一步的突破口是  $f(1) = -2$ ,请进一步考虑,把1改为  $f(2) = -2, \dots, f(N) = -2$  情况如何?把  $-2$  改为  $f(1) = -3, \dots, f(1) = -N$  情况如何?把  $f(1) = -2$  改为  $f(1) > 0$  情况如何?

## 2. 证明题

例2 设函数  $y = f(x)$  定义在  $\mathbb{R}$  上,当  $x > 0$  时,  $f(x) > 1$ ,且对任意的  $m, n \in \mathbb{R}$ ,有  $f(m+n) = f(m) \cdot f(n)$ ;当  $m \neq n$  时,  $f(m) \neq f(n)$ 。



(1)证明  $f(0)=1$  ;

(2)证明  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上是增函数 ;

(3)设  $A=\{(x,y)|f(x^2)\cdot f(y^2)<f(1)\}$  ,

$B=\{(x,y)|f(ax+by+c)=1, a,b,c\in\mathbb{R}, a\neq 0\}$  ,

若  $A\cap B=\emptyset$  ,求  $a,b,c$  满足的条件。

教师 :先做第(1)问。这是要由函数的一般性的取值性质 ,如  $f(m+n)=f(m)\cdot f(n)$  , $f(x)>1$  (当  $x>0$  时)等 ,得出函数的特殊取值  $f(0)=?$  因此 ,解题的方向是特殊化。如何取特殊性呢 ?

学生 4 :由  $f(1+0)=f(1)\cdot f(0)$

得  $f(0)=1$ 。

学生 5 :由  $f(0)=f(0+0)=f(0)\cdot f(0)$

得  $f(0)=1$ 。

教师 :这里取值有合理成分 ,但不够严谨 ,怎样更严格一点呢 ?

学生 6 :沉默)

教师 :坐下。(再提问下一位)

学生 7 :由  $1>0$  知 , $f(1)>1$  ,故由  $f(1)=f(1)\cdot f(0)$  ,

可得  $f(0)=1$ 。

教师 :正确。对  $f(0)=f(0)\cdot f(0)$

可得  $f(0)=0$  或  $f(0)=1$ 。需证明  $f(0)\neq 0$  才能得出  $f(0)=1$ 。

若  $f(0)=0$  ,则对任意的  $m$  均有

$$f(m)=f(m+0)=f(m)\cdot f(0)=0$$

即函数值恒为 0 ,与已知矛盾 ,故  $f(0)\neq 0$ 。

下面考虑第(2)问。由于已知条件给出等式

$$f(m+n)=f(m)f(n) ,$$

我们要证明的是不等式

$$f(x_2)>f(x_1) \quad (x_2>x_1) ,$$

两相比较 ,应取

$$x_2=m+n, x_1=m, x_2-x_1=n>0 ,$$



$$\text{有} \begin{cases} f(x_2) = f(x_1)f(x_2 - x_1), \\ f(x_2 - x_1) > 0. \end{cases}$$

于是单调性的证明归结为证明,对  $x_1 \in \mathbb{R}$ , 有

$$f(x_1) > 0. \quad \textcircled{1}$$

学生 8 : 当  $x_1 > 0$  时, 由已知条件得

$$f(x_1) > 1 > 0.$$

当  $x_1 = 0$  时, 由第(1)问知

$$f(x_1) = 1 > 0.$$

当  $x_1 < 0$  时,  $f(-x_1) > 0$ , 有

$$1 = f(0) = f(x_1 - x_1) = f(x_1) \cdot f(-x_1),$$

得  $f(x_1) > 0$ 。

综上所述, 或①成立。

教师 : 对, 这时  $x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 < x_2$ , 有

$$f(x_2) = f[x_1 + (x_2 - x_1)] = f(x_1)f(x_2 - x_1) > f(x_1).$$

故  $f(x)$  在  $\mathbb{R}$  上为增函数。

上面同学们是通过讨论得出  $f(x) > 0 \quad (x \in \mathbb{R})$

另外也可以由

$$f(x) = f\left(\frac{x}{2} + \frac{x}{2}\right) = [f\left(\frac{x}{2}\right)]^2 \geq 0$$

知  $f(x)$  为非负数。再用反证法证明其不为 0, 设  $f(x_0) = 0$ , 则  $f(x) = f[x_0 + (x - x_0)] = f(x_0)f(x - x_0) = 0$ ,

下面讨论第(3)问。(提问)

学生 9 : (沉默)。

教师 : 坐下。(提问下一个)

学生 10 : 由集合  $A$  有

$f(x^2 + y^2) = f(x^2)f(y^2) < f(1)$ , 得  $x^2 + y^2 < 1$ , 这是单位圆内的点。



由集合 B 有

$$f(ax + by + c) = 1 = f(0) \text{ 但 } m \neq n \text{ 时 } f(m) \neq f(n)$$

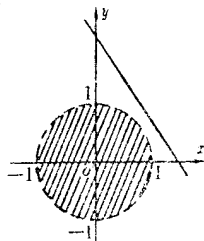
(n) 故有  $ax + by + c = 0$

这是直角坐标系上的一条直线

由  $A \cap B = \emptyset$  知, 方程组

$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 1, \\ ax + by + c = 0 \end{cases}$$

无解, 即直线与圆不相交, 圆心到直线的距



多元智能理论与新课程教学实践

离不小于半径,  $d = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \geq 1$ , 即  $a^2 + b^2 \leq c^2$ 。

教师说得非常好, 很不简单。另一思路可先考虑方程组②有解  $(x_0, y_0)$  则

$$|c| = |-ax_0 - by_0| \leq \sqrt{a^2 + b^2} \sqrt{x_0^2 + y_0^2} < \sqrt{a^2 + b^2}$$

因而, 方程组无解时, 应有  $a^2 + b^2 \leq c^2$ 。

### 3. 最值问题

例 3 给出函数

$$F(x) = kx^2 - 2\sqrt{4 + 2m - m^2}x \quad (k \neq 0)$$

$$G(x) = -\sqrt{1 - (x - k)^2}, \quad m, k \in \mathbb{R}.$$

(1) 若  $m, k$  为常数, 问  $m, k$  满足什么条件时, 函数  $F(x)$  具有最大值? 并求出  $F(x)$  取得最大值时  $x$  的值。

(2) 是否存在实数对  $(m, k)$  同时满足以下两个条件:

- ①  $F(x)$  取得最大值时的  $x$  值与  $G(x)$  取得最小值的  $x$  值相同;
- ②  $k$  为整数?

并证明你的结论。

教师: (1) 由二次函数有最大值和

$$\begin{cases} k < 0, \\ 4 + 2m - m^2 \geq 0, \end{cases}$$



得 
$$\begin{cases} k < 0, \\ 1 - \sqrt{5} \leq m \leq 1 + \sqrt{5}. \end{cases}$$

可求出 当  $x = \frac{\sqrt{4+2m-m^2}}{k}$

时,  $F(x)$  有最大值。

第(1)问就完成了,第(2)问应该怎么办?

学生 11 就是求两个未知数  $m, k$  因而要去找方程。

教师:何处提供方程?

学生 12:“ $F(x)$ 取得最大值时的  $x$  值与  $G(x)$ 取得最小值的  $x$  值相同”提供了  $m, k$  的等量关系。

教师:对  $F(x)$ 取得最大值的  $x$  已经有了,下来?

学生众:k

教师:于是有  $\frac{\sqrt{4+2m-m^2}}{k} = k$  或  $k^2 = \sqrt{4+2m-m^2}$ 。 ②

这一个方程能求出两个未知数吗?

学生 13 还有  $k$  为整数且  $k < 0$  的条件,

教师:对了,说得很好,由②有  $k^2 = \sqrt{5 - (m-1)^2} \leq \sqrt{5}$ 。

得  $-\sqrt{5} \leq k < 0$ 。

故  $k = -1$ 。  $k$  的值已经得出。

学生 14 将  $k = -1$  代入②,有  $1 = 5 - (m-1)^2$

可解出 
$$\begin{cases} m_1 = -1, & \begin{cases} m_2 = 3, \\ k_2 = -1, \end{cases} \end{cases}$$
 ③

教师 这时,得  $F(x) = -x^2 - 2x, G(x) = -\sqrt{1 - (x+1)^2}$ 。

同时满足两个条件。故存在实数  $(-1, -1)$  或  $(3, -1)$  同时满足两个条件。

这类探索性的问题,我们常常是先假设  $m, k$  满足条件,然后求解。若问题无解,便说明这样的实数对  $(m, k)$  不存在;若问题有解,



则难验证其充分性,得出所求。

#### 4. 综合题型

例4 如图2,在 $\triangle ABC$ 中, $BC = a$ , $AC = b$ , $\angle ABC = \theta$ ,将 $\triangle ABC$ 分别以 $BC$ , $AC$ , $AB$ 所在的直线为轴旋转一周,所得旋转体体积依次为 $V_1, V_2, V_3$ ,

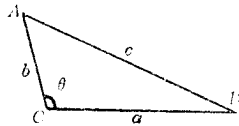


图2

(1)求  $T = \frac{V_3}{V_1 + V_2}$  (用  $a, b, c$  表示)

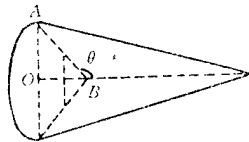
(2)当  $\theta$  为定值,并令  $x = \frac{a+b}{c}$  时,将  $T$  表示为  $x$  的函数,写出这个函数的定义域,并求这个函数的最大值。

教师:请大家求出  $V_1, V_2, V_3$  来,分别用  $a, b, c, \theta$  表示。(提问: $V_1$  等于什么?)

学生15 还没有算出来。

学生16 还没有算出来。

教师:看来计算上有些障碍。



$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{3} sh_1 - \frac{1}{3} sh_2 \\ &= \frac{1}{3} s(CO - BO) \\ &= \frac{1}{3} \pi OA^2 \cdot BC \\ &= \frac{\pi ab^2 \sin^2 \theta}{3}. \end{aligned}$$

这里的技巧是不要分别求  $CO, BO$ , 直接用它们的差。

下来  $V_2, V_3$  应是多少?

学生17:  $V_2 = \frac{\pi a^2 b \sin^2 \theta}{3}$ 。



$$\text{学生 18 : } V_3 = \frac{\pi a^2 b^2 \sin^2 \theta}{3c}.$$

$$\text{教师 : 所以 } T = \frac{V_3}{V_1 + V_2} = \frac{ab}{(a+b)c} \text{。} \quad \textcircled{1}$$

下来,要用  $x = \frac{a+b}{c}$  代入,使只出现  $x$ ,不再出现  $a, b, c$ ,这时, $\theta$  为定值,可以出现在函数表达式中。

$$\text{学生 19 : } T = \frac{ab}{xc^2}.$$

教师:这不算完成,还要继续代换  $ab$  与  $c$ ,因为牵涉到边角关系,我们用余弦定理

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta = (a+b)^2 - 2ab(1+\cos\theta),$$

$$\text{得 } 1 = \left(\frac{a+b}{c}\right)^2 - 2\frac{ab}{c^2}(1+\cos\theta)$$

$$= x^2 - 2\frac{ab}{c^2}(1+\cos\theta), \quad \textcircled{2}$$

$$\text{得 } \frac{ab}{c^2} = \frac{x^2 - 1}{2(1+\cos\theta)},$$

$$\text{从而 } T = \frac{x^2 - 1}{2x(1+\cos\theta)} \quad \textcircled{3}$$

下面确定函数的定义域。

$$\text{学生 20 : 由 } a+b > c \text{ 知 } x = \frac{a+b}{c} > 1.$$

教师: $x > 1$  是必要条件,还不充分,由②知

$$1 \geq x^2 - 2\frac{(a+b)^2}{4c^2}(1+\cos\theta)$$

$$= x^2 - \frac{x^2}{2}(1+\cos\theta) = x^2 \cdot \frac{1-\cos\theta}{2},$$

$$\text{得 } x^2 \leq \frac{2}{1-\cos\theta}$$



从而  $x$  的取值范围为  $1 < x \leq \sqrt{\frac{2}{1 - \cos\theta}}$ 。

这就得出函数的定义域  $(1, \sqrt{\frac{2}{1 - \cos\theta}}]$ , 当  $a = b$  时,  $x$  可以取最大值。

下来, 如何求函数的最大值?

教师将③变为  $x^2 - 2T(1 + \cos\theta)x - 1 = 0$ ,

然后像例 1 一样用判别式很容易产生误判, 因为这里的  $x$  是在有限区间内的, 转化为二次函数。

$$f(x) = x^2 - 2T(1 + \cos\theta)x - 1$$

与  $x$  轴交点横坐标在  $(1, \sqrt{\frac{2}{1 - \cos\theta}}]$  止也很啰嗦。

$$\text{由 } T = \frac{1}{2(1 + \cos\theta)} \left( x - \frac{1}{x} \right)$$

知, 函数在其定义域内是增函数, 当  $x = \sqrt{\frac{2}{1 - \cos\theta}}$  时

$$T_{\text{最大值}} = \frac{1}{2(1 + \cos\theta)} \left( \sqrt{\frac{2}{1 - \cos\theta}} - \sqrt{\frac{1 - \cos\theta}{2}} \right) = \frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{1 - \cos\theta}}。$$

小结 函数是中学数学的主线, 函数思想和方法是数学素质体现的重要方面, 因此, 熟练灵活的应用函数性质和图象解题, 并具备一定的解答函数综合题的能力, 是提高函数观点的基础, 同学们要在课后做一定数量的练习题, 强化提高这方面的能力。

【点评】这是一堂成功的复习课, 在一个新的、完全不熟悉的环境中, 能把课上得这样生动, 能把学生调动得这样充分, 实在不易, 我们从教学目的是否明确? 教学要求是否恰当? 教学内容是否充实? 教学方法是否灵活? 教学效果是否良好? 教学基本功是否过关、是否过硬? 诸方面整体衡量这堂课的时候, 我要再一次肯定地说, 这是一堂成功的课。从高考复习的角度看, 我要着重指出它的两个优点。



## 一、选题精练充实

这节课通过四个例子来体现四种类型,设计本身有全面覆盖“函数题”的意图。虽然,这里的分类是否准确还可以研究,但“分类讲解”的复习方式还是有益并且有效的。尤其是,这几个例子的选取有典型性,既难易适中又具训练价值。

1. 这几个例子覆盖了函数的有关概念与主要性质。函数的基础——集合有了,函数的三要素定义域、值域、对应关系  $f$  有了,函数的主要性质奇偶性、单调性、最值等(除周期性外)都有了。所以,这实质上也是一次“习题化”的概念复习。

2. 题目涉及代数、解析几何、立体几何,既是跨学科的最高层次综合,又是中学课程的一无遗漏的最全面覆盖。

3. 既讨论具体的函数,如例 3、例 4;又讨论抽象的函数,如例 1,例 2(实质有指数函数的背景)。

4. 题型有计算也有证明,有结论肯定型又有结论探索型,各种形式都兼顾到了。

5. 从数学思想与数学方法的角度看,既有函数思想、又有方程观点,还有分类讨论、等价转换、数形结合的思想,这些全是高考的重点与热点。另外,配方法、消元法、换元法、坐标法、判别式法、特殊值法、放缩法等都不同程度涉及了。

由以上几方面可见,就几个例子的选取是比较精炼和充实的。这个人的偏爱而言,我希望例子的选取更接近课本与历年高考题,最好是这两方面的变形、引申与综合。这里已经涉及到高考复习第二阶段选例的一些原则,即全面覆盖、难易适中、综合性、训练价值。

## 二、讲授灵活生动

### 1. 调动学生的积极参与

这节课面对不熟悉的学生,面对近百名听课教师,依然放手让学



生参与,直接提问了20个学生(占35人的大多数),还有更多的学生在步步紧迫的问题面前,进行了积极的思考或齐声回答了问题。这既反映了教学观点,更体现了教学基本功。在提问的评价上,对好学生的鼓励也做得不错,对不会做的学生稍冷落了点。

当学生的回答不太对教师的设计思路时,现场的处理有点生硬,这次整理时,根据大家的意见已作了修订。

## 2. 体现了高考复习以解题训练为中心的思想

现在已经达成共识,平常教学要按教学规律办事。高考复习要按考试规律办事。由于高考是以解题作为唯一测试手段的,所以高考复习的成果最终必须表现为解题能力的提高,这就要求平时复习应以解题训练为中心,其实质是以思维训练为中心。本节课的解题训练突出了解题思路的分析,每个例子都能够引发积极的思维活动。达到提高思维层次的目的。例1中,对条件 $f(1) = -2$ 的发散思考,能使学生摆脱具体数值的纠缠而抓住问题的实质;例2中对 $f(0) = 1$ 的讨论,有利于培养思维的严谨性;例3有利于培养探索能力;例4能同时训练运算能力、逻辑推理能力和空间想象能力。

## 3. 启发式的解题教学

以解题训练为中心,很容易导致满堂灌的大量重复做题。本节课数量恰当,难易适中,形式有代表性,内容有训练价值,引进有新鲜感,讲解有启发性,强调学生的参与,注重思路的分析与步骤的总结,是一种启发式的教学。课后找了部分学生了解,一致反映,听得明白、学得有味,完全达到教学的目的。

应该说,对各例的启发存在着程度上的差别,例1较深刻也较自然,例4较粗浅也较生硬,但难能可贵的是每个例子都尽力进行了深入浅出的启发,都是与学生一起去努力弄清:解法是怎样发现的?思路是怎样找到的?这不仅需要较强的解题功底,较强的课堂驾驭能力,而且需要教学观念的转变。



在这里,我们愿提出高考复习的一些基本看法,作为这篇评议的结束:

- (1)高考复习应以考试规律为指导;
- (2)高考复习应以《考试说明》为大纲、以现行教材为依据;
- (3)高考复习应以近年高考命题的稳定性风格为导向;
- (4)高考复习应以解题训练为中心;
- (5)高考解题训练应以中档综合题为重点,以十余年高考试题为基本素材;
- (6)高考解题训练应突出“解法的发现”,讲清解法是怎样找到的?思路是怎样打通的?是什么促使你这样想、这样做的?教师应与学生一起去寻找数学发现的动因,一起去感受数学思想的领悟。



## 《算术平均数与几何平均数》教学设计

### 教材分析

#### (一)教材所处的地位和作用

“算术平均数与几何平均数”是全日制普通高级中学教科书(试验修订本·必修)数学第二册(上)“不等式”一章的内容,是在学完不等式性质的基础上对不等式的进一步研究。本节内容具有变通灵活性、应用广泛性、条件约束性等特点,所以本节内容是培养学生应用数学知识,灵活解决实际问题,学数学用数学的好素材。同时本节知识又渗透了数形结合、化归等重要数学思想,所以有利于培养学生良好的思维品质。

#### (二)教学目标

1. 知识目标 理解两个实数的平方和不小于它们之积的2倍的重要不等式的证明及其几何解释;掌握两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数定理的证明及其几何解释;掌握应用平均值定理解决一些简单的应用问题。

2. 能力目标 培养学生数形结合、化归等数学思想。

#### (三)教学重点、难点、关键

重点:用平均值定理求某些函数的最值及有关的应用问题。

难点:定理的使用条件,合理地应用平均值定理。

关键:理解定理的约束条件,掌握化归的数学思想是突破重点和难点的关键。

#### (四)教材处理

依据新大纲和新教材,本节分为二个课时进行教学。第一课时



讲解不等式(两个实数的平方和不小于它们之积的 2 倍)和平均值定理及它们的几何解释。掌握应用定理解决某些数学问题。第二课时讲解应用平均值定理解决某些实际问题。为了讲好平均值定理这节内容,在紧扣新教材的前提下,对例题作适当的调整,适当增加例题。

## 教法分析

### (一)教学方法

为了激发学生学习的主体意识,又有利于教师引导学生学习,培养学生的数学能力与创新能力,使学生能独立实现学习目标。在探索结论时,采用发现法教学;在定理的应用及其条件的教学中采用归纳法;在训练部分,主要采用讲练结合法进行。

### (二)教学手段

根据本节知识特点,为突出重点,突破难点,增加教学容量,利用计算机辅导教学。

## 教学过程设计

### (第一课时)

#### (一)导入新课

(教师活动)1. 教师打出字幕(提出问题);2. 组织学生讨论,并点评。

(学生活动)学生分组讨论,解决问题。

[字幕]某种商品分两次降价,降价的方案有三种:方案甲是第一次 9 折销售,第二次再 8 折销售;方案乙是第一次 8 折销售,第二次再 9 折销售;方案丙是两次都是  $\frac{9+8}{2}$  折销售。试问降价最少的方案是哪一种?

[讨论]



①设物价为  $t$  元,三种降价方案的销售物价分别是:

方案甲:  $t \times 0.9 \times 0.8 = 0.72t$ (元);

方案乙:  $t \times 0.8 \times 0.9 = 0.72t$ (元);

方案丙:  $t \times (0.1 \times \frac{9+8}{2})^2 = 0.7225t$ (元)。

故降价最少的方案是丙。

②若将问题变为第一次  $a$  折销售,第二次  $b$  折销售。显然可猜想有不等式  $(\frac{a+b}{2})^2 \geq ab$  成立,即  $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ,当  $a = b$  时,  $a^2 + b^2 = 2ab$ 。

多元智能理论与新课程教学实践

设计意图 提出一个商品降价问题,要求学生讨论哪一种方案降价最少。学生对问题的背景较熟悉,可能感兴趣,从而达到说明学习本节知识的必要,激发学生求知欲望,合理引出新课。

## (二)新课讲授

### 【尝试探索,建立新知】

(教师活动)打出字幕(重要不等式),引导学生分析、思考,讲解重要不等式的证明。点评有关问题。

(学生活动)参与研究重要不等式的证明,理解有关概念。

[字幕]如果  $a, b \in \mathbb{R}$  那么  $a^2 + b^2 \geq 2ab$ (当且仅当  $a = b$  时取“=”号)。

证明:见课本

[点评]

①强调  $a^2 + b^2 = 2ab$  的充要条件是  $a = b$ 。

②解释“当且仅当”是充要条件的表达方式(“当”表示条件是充分的,“仅当”表示条件是必要的)。

③几何解释,如图 6-1。

[字幕]定理 如果  $a, b$  是正数,那么  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (当且仅当  $a = b$  时取“=”号)。