图书在版编目(CIP)数据

初中数学错例分析与解题技巧. 七年级/方升主编. 南京:南京出版社

配新课标教材

ISBN 7-80718-095-1

Ⅰ. 初… Ⅱ. 方… Ⅲ. 数学课-初中-教学参考资料 Ⅳ. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 056067 号

主　编:方　升

编写者:顾立峰　张家卫　段先经

王晓强　方　升

书　　名:初中数学错例分析与解题技巧(七年级)

作　　者:方升等

出版(发行):南京出版社

社址:南京市成贤街 43 号 3 号楼　邮编:210018

网址:http://www.njcbs.com/www.njcbs.net

联系电话:025-83283871(营销)　025-83283883(编务)

电子信箱:webmaster@njcbs.com

责任编辑:张德玲

封面设计:谭一钵

印　　刷:江苏省科学技术情报研究所印刷厂

开　　本:880mm×1230mm　1/32

印　　张:9.875

字　　数:258 千字

版　　次:2006 年 2 月第 1 版

印　　次:2006 年 2 月第 1 次印刷

书　　号:ISBN 7-80718-095-1/G·56

总 定 价:18.00 元(下册 9.00 元)

南京版图书若有印装质量问题可向本社调换

需要全本请访问 www.ertongbook.com

目录

1 第七章 平面图形的认识(二)

30 第八章 幂的运算

46 第九章 从面积到乘法公式

81 第十章 二元一次方程组

104 第十一章 图形的全等

131 第十二章 数据在我们周围

162 第十三章 感受概率

第七章　平面图形的认识(二)

知识概要

在学习了点、直线、角等简单图形的一些概念和性质后,本章我们要深入系统地研究探索相交线、平行线、三角形等图形的一些定义性质.本章的重点、难点是对这些图形的概念性质的理解及一些简单推理方法的运用.

错例剖析

例1　如图7-1中,下列各对角是哪两条直线被哪一条直线所截得到的什么角?

(1) ∠B与∠EAD;(2) ∠B与∠EAC;

(3) ∠B与∠BAC;(4) ∠C与∠EAC.

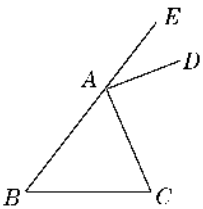


图7-1

●错解:(1) ∠B与∠EAD是直线BC、AC被直线EB所截的同位角;

(2) ∠B与∠EAC是直线BC、AC被直线AD所截的同位角;

(3) ∠B与∠BAC是直线BC、AD被直线AB所截的同旁内角;

(4) ∠C与∠EAC是直线BC、AD被直线AC所截的内错角.

剖析:此题错在概念上,同位角、内错角、同旁内角(俗称"三线八角")是针对两条直线被第三条直线所截形成的角之间的一种相对位置关系.



●矫正：(1) ∠B与∠EAD是直线BC、AD被直线EB所截的同位角；

(2) ∠B与∠EAC是直线BC、AC被直线EB所截的同位角；

(3) ∠B与∠BAC是直线BC、AC被直线AB所截的同旁内角；

(4) ∠C与∠EAC是直线BC、EA被直线AC所截的内错角.

例2 如图7-2中，点O在直线AB上，∠AOD = ∠BOC = 60°，图中有多少对角互为补角，并把它们写出来.

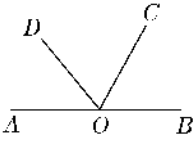


图7-2

●错解：图中有4对角互为补角，如：∠AOD与∠BOD；∠AOD与∠AOC；∠BOC与∠AOC；∠BOC与∠BOD互为补角.

剖析：此题错在缺少两对补角.“两个角的和是一个平角(即和为180°)，这两个角叫做互为补角”.

●矫正：图中有6对角互为补角. 如：∠AOD与∠BOD；∠AOD与∠AOC；∠BOC与∠AOC；∠BOC与∠BOD；∠COD与∠AOC；∠COD与∠BOD互为补角(事实上，∠BOC与∠AOC，∠AOD与∠BOD还是邻补角).

例3 如图7-3中，共有多少个三角形，并把它们写出来.

●错解：图中共有5个三角形，如：△ABC，△ABD，△ADE，△AEF，△AFC.

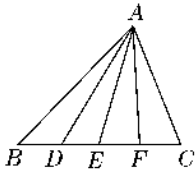


图7-3

剖析:错在缺少5个三角形,“过平面上不在一直线上的三点可确定一个三角形”.这时三角形个数等于线段BC上线段的条数,BC上插入3个点时共有线段4+3+2+1=10.注意要算上BC本身!

●**矫正**:图中共有10个三角形,如:△ABD,△ABE,△ABF,△ABC,△ADE,△ADF,△ADC,△AEF,△AEC,△AFC.

例4　△ABC三边长a,b,c都是整数,且a>b>c,a≤6,问:满足条件的三角形共有多少个?并写出三角形的边长.

●**错解**:满足条件的三角形共有三个,三边长分别为6,5,4;5,4,3;4,3,2.

剖析:此题解缺少三个三角形.依据“三角形的任意两边之和大于第三边”.

●**矫正**:满足条件的三角形共有六个,三边长分别为6,5,4;6,5,3;6,5,2;5,4,3;5,4,2;4,3,2.

例5　一个锐角α的补角比这个角的余角的2倍大30°,求角α.

●**错解**:因为角α的补角为$180°-\alpha$,角α的余角为$90°-\alpha$.

得$2(90°-\alpha)+30°=\alpha$,

$180°-2\alpha+30°=\alpha$,

$-3\alpha=-210°$,

所以$\alpha=70°$.

剖析:此题的错误在于看错题意.

●**矫正**:角α的余角为$90°-\alpha$,角α的补角为$180°-\alpha$.

依据题意,得　$(180°-\alpha)-2(90°-\alpha)=30°$,

$180°-\alpha-180°+2\alpha=30°$,

需要全本请访问 www.ertongbook.

$\alpha = 30°$.

例 6 **如图 7 - 4 中，∠1 = ∠4，∠B = ∠C，∠A 与 ∠D 的大小有什么关系？说说你的想法.**

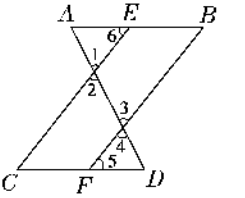


图 7 - 4

●**错解：因为** ∠B = ∠C **（已知），**
得 AB // CD **（内错角相等，两直线平行），**
所以 ∠A = ∠D **（两直线平行，内错角相等）.**

剖析：∠B 与 ∠C 不是内错角. 显然由 ∠B = ∠C，不能说明 AB // CD.

●**矫正：因为** ∠1 = ∠4 **（已知），**∠3 = ∠4 **（对顶角相等），**
∠1 = ∠3 **（等量代换），**
得 CE // BF **（同位角相等，两直线平行），**
所以 ∠6 = ∠B **（两直线平行，同位角相等）.**
又因为 ∠B = ∠C **（已知），**∠6 = ∠C **（等量代换），**
得 AB // CD **（内错角相等，两直线平行），**
所以 ∠A = ∠D **（两直线平行，内错角相等）.**

例 7 **如图 7 - 5，在△ABC 中过点 A 画出它的角平分线、中线、高.**

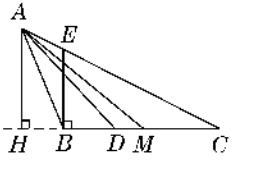


图 7 - 5

●**错解：作** ∠BAC **的平分线交对边** BC **于** D **点；**

取 BC **中点** M，**连结** AM；

过点 B **作** BC **的垂线交** AC **于点** E，BE **为** △ABC **的高.**

剖析:此题错在 BE 不是△ABC 的高. 三角形的高应过顶点作对边的垂线(即对边所在直线的垂线),垂足在对边或对边的延长线上. 这个垂线段即为三角形这一边上的高.

●**矫正**:应过点 A 作 CB 延长线的垂线,垂足为点 H,则 AH 为钝角△ABC 中 BC 边上的高.

例 8　已知等腰三角形的一边长为 13 cm,另一边长为 15 cm,求这个三角形的周长.

●**错解**:设等腰三角形一边长为 $a = 13$ cm,另一边长为 $b = 15$ cm,有 $2a + b = 2 \times 13 + 15 = 41$ (cm),

所以这个三角形的周长为 41 cm.

剖析:此题做法缺少另一个解.

●**矫正**:(1) 等腰三角形,若腰为 $a = 13$ cm,底为 $b = 15$ cm,$2a + b = 2 \times 13 + 15 = 41$ (cm).

(2) 等腰三角形,若腰为 $a = 15$ cm,底为 $b = 13$ cm,$2a + b = 2 \times 15 + 13 = 43$ (cm).

所以这个三角形的周长为 41 cm 或 43 cm.

技法点拨

例 1　如图 7 - 6 中,直线 a、b 被直线 c 所截,请给出一个你认为适合的条件,使 a∥b,并说明理由.

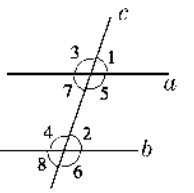


图 7 - 6

●**分析**:要证明两条直线平行,首先要找出一对角相等或互补,再根据两直线平行判定定理来说明.

●**解答一**:所给出的条件为∠1 = ∠2,所以 a∥b (同位角相



等,两直线平行).

●解答二:所给出的条件为∠3 = ∠4,所以 a∥b(同位角相等,两直线平行).

●解答三:所给出的条件为∠5 = ∠6,所以 a∥b(同位角相等,两直线平行).

●解答四:所给出的条件为∠7 = ∠8,所以 a∥b(同位角相等,两直线平行).

●解答五:所给出的条件为∠2 = ∠7,所以 a∥b(内错角相等,两直线平行).

●解答六:所给出的条件为∠4 = ∠5,所以 a∥b(内错角相等,两直线平行)

●解答七:所给出的条件为∠2 + ∠5 = 180°,所以 a∥b(同旁内角互补,两直线平行).

●解答八:所给出的条件为∠4 + ∠7 = 180°,所以 a∥b(同旁内角互补,两直线平行).



点评

要说明两条直线平行,只要用本题中的八条渠道中任意一条渠道,就可根据平行线的判定定理来证明两条直线平行.

例2 如图7 - 7中,已知 a∥b,∠1 = 115°,求:∠2.

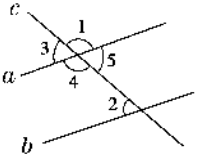


图7 - 7

●分析:用平行线的性质,把∠1与∠2联系在一起,然后运用平行线的判定定理推算出角的度数.

●解法一:由图7 - 7中可知:∠1 + ∠3 = 180°(补角定义),

因为 $\angle 1 = 115°$,所以 $\angle 3 = 180° - 115° = 65°$.

又因为 $a \parallel b$,$\angle 2 = \angle 3$(两直线平行,同位角相等),所以 $\angle 2 = 65°$.

●解法二:由图 7 - 7 中可知:$\angle 1 + \angle 5 = 180°$(补角定义),

因为 $\angle 1 = 115°$,所以 $\angle 5 = 180° - 115° = 65°$.

又因为 $a \parallel b$,$\angle 2 = \angle 5$(两直线平行,内错角相等),所以 $\angle 2 = 65°$.

●解法三:由图 7 - 7 中可知:$\angle 4 = \angle 1$(对顶角相等),

因为 $a \parallel b$,$\angle 2 + \angle 4 = 180°$(两直线平行,同旁内角互补),

所以 $\angle 2 + \angle 1 = 180°$(等量代换).

又因为 $\angle 1 = 115°$,所以 $\angle 2 = 180° - \angle 1 = 180° - 115° = 65°$,即 $\angle 2 = 65°$.

点评

① 弄清"三线八角"关系,正确地用平行线的性质求角,由此及彼. ② 从解题的多条渠道中选取一种简捷的推理途径是解题的关键.

例 3　准备三根小木棒,长度分别为 3 cm、5 cm、a cm,首尾相接搭三角形. 问第三根小木棒 a 的长度在什么范围内?

●分析:三根小木棒搭成三角形的条件是"任意两边之和大于第三边,两边之差小于第三边".

●解答:根据三角形的两边之和大于第三边:$5 + 3 > a$,

根据三角形的两边之差小于第三边:$5 - 3 < a$.

则 $2 < a < 8$.

所以第三根小木棒 a 的长度为 2 cm 与 8 cm 之间的任意一个数.

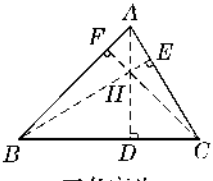
点评

① 根据“三角形的两边之和大于第三边”,若三角形的三边分别为 a,b,c,则有 $b+c>a$,所以 $c>a-b$,即 $a-b<c$,得“三角形的两边之差小于第三边”. ② 此题第三边 a 的取值范围是 $2<a<8$,并且第三边 a 在取值范围内,有无数个值.

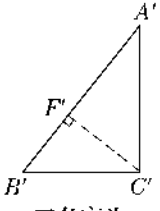
例 4 如图 7-8 中,△ABC 是锐角三角形,△A′B′C′是直角三角形,△A″B″C″是钝角三角形,分别画出它们的高,各能画出几条?

●分析 根据三角形高的定义,“在三角形中,从一个顶点向它的对边所在直线作垂线,顶点和垂足之间的线段叫做三角形的高”.

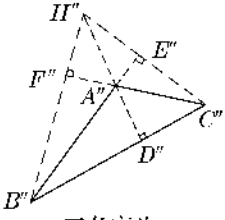
●解答:



三条高为
AD、BE、CF



三条高为
A′C′、B′C′、C′F′



三条高为
A″D″、B″F″、C″E″

图 7-8

点评

① 锐角三角形的三条高相交于三角形内部H点. ② 直角三角形的直角边上的高为另一条直角边,所以直角三角形三边上的高相交于直角顶点C'处. ③ 钝角三角形三边上的高所在的直线相交于三角形外部一点H''处. 通常将三角形三条高的交点叫三角形的垂心. ④ 三角形某边上的高是唯一的.

例5　如图7-9中,△ABC的内部一点O,连结OB、OC,比较∠BOC与∠A的大小,并说明理由.

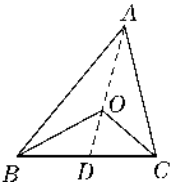


图7-9

●分析:显然∠BOC > ∠A,要比较两个角的大小,想到三角形的外角与一个不相邻的内角的关系.

●解答一:连结AO并延长AO交BC于点D,

因为∠BOD是△AOB的外角,

∠BOD = ∠BAO + ∠ABO(三角形的外角等于与它不相邻的两个内角的和).

所以∠BOD > ∠BAO(三角形的外角大于与它不相邻的一个内角).

又因为∠COD是△AOC的外角,

所以∠COD > ∠CAO(三角形的外角大于与它不相邻的一个内角).

又因为∠BOC = ∠BOD + ∠COD > ∠BAO + ∠CAO = ∠BAC,

所以∠BOC > ∠BAC,即∠BOC > ∠A.

●解答二:延长BO交AC于点D(如图7-10),

因为∠BOC是△COD的外角,所以∠BOC > ∠CDO(三角形外角定理).

又因为∠CDO是△ABD的外角,∠CDO > ∠A(三角形外角定理).

需要全本请访问 www.ertongbook.

所以 ∠BOC > ∠A（传递性）.

●解答三：延长 CO 交 AB 于点 E（如图 7 - 11），

因为 ∠BOC 是△BOE 的外角，

所以 ∠BOC > ∠BEO（三角形外角定理）.

又因为 ∠BEO 是△ACE 的外角，∠BEO > ∠A.（三角形外角定理）.

所以 ∠BOC > ∠A（传递性）.

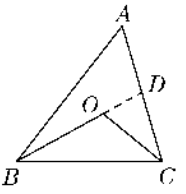


图 7 - 11

点评

① 由“三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和”得到“三角形的一个外角大于与它不相邻的一个内角”. 注意从“相等关系”得“不等关系”. ② 由 a > b > c⇒a > c（利用传递性）；由 a > b，c > d⇒a + c > b + d（同向不等式两边相加，不等号方向不改变）. ③ 体会本题的多种解法，其本质是相同的.

例 6 如图 7 - 12 中，点 O 为△ABC 内的任一点，连结 OB、OC，说明：AC + AB > OC + OB 的理由.

●分析：要说明线段与线段的不等量关系，我们联想到三角形两边之和大于第三边的不等关系，通过三角形的边与边的关系来解决.

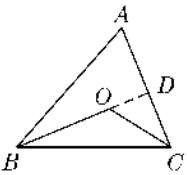


图 7 - 12

●解答一：延长 BO 交 AC 于点 D，

在△ABD 中，AD + AB > BD（三角形两边之和大于

第三边).

即　AB + AD > OB + OD

在△COD 中,CD + OD > OC (三角形两边之和大于第三边).

把以上两式相加,得 AB + AD + CD + OD > OB + OD + OC.

两边同减去 OD,得 AB + AD + CD > OB + OC,

即　AB + AC > OB + OC.

● 解答二:延长 CO 交 AB 于点 E (如图 7 - 13),

在△ACE 中,AC + AE > CE (三角形两边之和大于第三边),

即　AC + AE > OE + OC,

在△BOE 中,OE + BE > OB (三角形两边之和大于第三边).

把以上两式相加,得 AC + AE + OE + BE > OE + OC + OB,

两边同减去 OE,得 AC + AE + BE > OC + OB.

即　AB + AC > OB + OC.

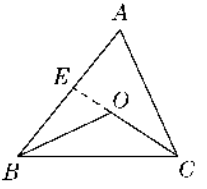


图 7 - 13

点评

① 要解决线段间的不等量关系,往往设法找一个三角形用两边之和大于第三边定理. ② 求不等量关系,有时用不等式一些简单性质. ⅰ) a > b > c⇒a > c;ⅱ) a > b,c > d⇒a + c > b + d;ⅲ) a > b,c < d⇒a - c > b - d 等.

例 7　如图 7 - 14 中,已知 AB // CD 可以得到 ∠A + ∠C =

∠AEC,完成推理过程.

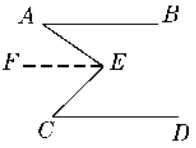


图 7 - 14

●分析:由已知的平行条件,把∠AEC 分成两个小角的和,这两个小角与∠A、∠C 有什么联系,因而可通过作平行线,利用平行线的性质.

●解答一 经过点 E 画 EF∥AB,

因为 AB∥CD,EF∥AB,得 EF∥CD.

所以 ∠A=∠AEF,∠C=∠CEF,

∠A+∠C=∠AEF+∠CEF.

即 ∠A+∠C=∠AEC.

●解答二 连结 AC(如图 7 - 15)

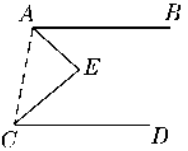


图 7 - 15

因为 AB∥CD,

所以 ∠BAC+∠ACD=180°,

∠BAE+∠CAE+∠ACE+∠DCE=180°.

在△ACE 中,∠CAE+∠ACE+∠E=180°,

得 ∠BAE+∠DCE+∠CAE+∠ACE=∠E+∠CAE+∠ACE,

所以 ∠BAE+∠DCE=∠E.

即 ∠A+∠C=∠AEC.

●解答三:延长线段 CE 交 AB 于点 G(如图 7 - 16),

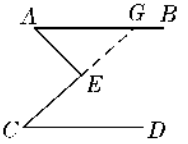


图 7 - 16

因为 AB∥CD

所以 ∠AGE=∠C,

又因为 ∠AEC 为△AEG 的一个外角,

所以 ∠AEC=∠A+∠AGE,

得 ∠AEC=∠A+∠C,

即　$\angle A+\angle C=\angle AEC$.

● **解答四**：经过点 E 画 $EH\parallel AB$（如图 7 - 17），

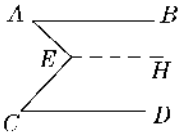


图 7 - 17

因为 $AB\parallel CD$，$EH\parallel AB$，得 $EH\parallel CD$，

所以 $\angle A+\angle AEH=180°$，

$\angle C+\angle CEH=180°$，

又因为 $\angle AEC+\angle AEH+\angle CEH=360°$（周角等于 360°），

得 $\angle AEC+\angle AEH+\angle CEH=\angle A+\angle AEH+\angle C+\angle CEH$，

所以 $\angle AEC=\angle A+\angle C$，

即　$\angle A+\angle C=\angle AEC$.

点评

① 要求大角为两个小角的和，往往有两种方法，一种方法是把大角化成两个小角；另一种方法是把两个小角移合在一起拼成大角（割补法）. ② 已知条件中有平行线，往往过某点作新的平行线，把角进行转换. ③ 要解决角与角之间的关系，有时还用三角形的内角定理、外角定理、补角和余角定义等. 一般的几何题，一题有多解，要选用最简捷的方法.

强化训练

一、判断题

1. 不相交的两条直线叫做平行线.　（　）

2. 在同一平面内,不相交的直线一定平行. ( )

3. 经过一点有且只有一条直线与已知直线平行. ( )

4. 平行于同一条直线的两条直线平行. ( )

5. 不可能有两条相交直线都平行于已知直线. ( )

6. 同旁内角相等,两直线平行. ( )

7. 如果两条直线都和第三条直线相交,那么这两条直线平行. ( )

8. 如果两条直线都和第三条直线垂直,那么这两条直线平行. ( )

9. 如果 $a \parallel b$,$b \parallel c$,那么 $a \parallel c$ 的理由是等量代换. ( )

10. 两条直线被第三条直线所截,同位角相等. ( )

11. 如果一条直线与两条平行线中的一条相交,那么也一定与另一条相交. ( )

12. 如图 7 - 18 中,已知 $l_1 \parallel l_2$,$l_3 \parallel l_4$,那么图中所有的锐角都相等,所有的钝角都相等. ( )

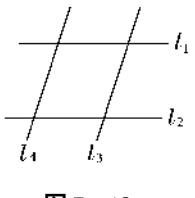


图 7 - 18

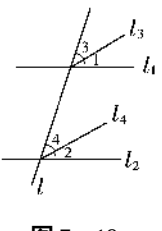


图 7 - 19

13. 不相等的角不可能是内错角. ( )

14. 如图 7 - 19 中,如果 $\angle 1 = \angle 2$,那么 $l_1 \parallel l_2$ 如果 $\angle 3 = \angle 4$,那么 $l_3 \parallel l_4$ 如果 $\angle 1 = \angle 2$,那么 $l_3 \parallel l_4$. ( ) ( ) ( )

15. 如果 $\angle 1$ 的两边分别平行于 $\angle 2$ 的两边,那么 $\angle 1 = \angle 2$. ( )

16. 两条直线被第三条直线所截,如果同旁内角相等,那么两直线不平行. ( )

17. 经过直线外两点可以画两条直线与这条直线平行. (　　)

18. 三角形的三条角平分线都在三角形内部. (　　)

19. 三角形的三条高都在三角形内部. (　　)

20. 三角形的三条中线都在三角形内部. (　　)

二、填空题

1. 如图 7 - 20 中,已知 $l_1 // l_2$,且 $\angle 1 = 110°$,$\angle 3 = 95°$,那么 $\angle 2 =$ _____°,$\angle 4 =$ _____°.

2. 如图 7 - 21 中,已知 DE // BC,EF // AB,则图中与 $\angle B$ 相等的角有_____个,它们是_____.

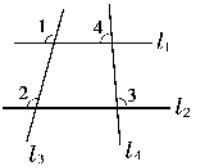


图 7 - 20

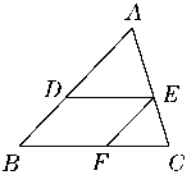


图 7 - 21

3. 如图 7 - 22 中,

(1) 因为 $\angle BAC = \angle AOD$ (已知),

所以 _____ // _____ (　　).

(2) 因为 $\angle F = \angle ACB$ (已知),

所以 _____ // _____ (　　).

(3) 因为 $\angle B + \angle BAD = 180°$,

所以 _____ // _____ (　　).

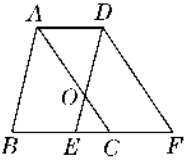


图 7 - 22

4. 一个人先从点 A 向南偏东 30° 走到点 B,再从点 B 向北偏西 70° 走到点 C,则 $\angle ABC =$ _____°.

5. (南京市中考题) 已知:$\angle AOB = 40°$,OC 是 $\angle AOB$ 的平分线,则 $\angle AOC$ 的余角等于_____°.

6. 如图 7 - 23 中,

(1) 因为 AB // DE (已知),

所以 $\angle B = \angle DEF$ (　　),$\angle A = \angle AOD$ (　　).

需要全本请访问 www.ertongbook.