

【必考知识】

李新星◎主编

速查
BIKAOZHISHI
SUCHA

高中数学

本书特点

必考知识速查速记
随身携带实用高效



东北师范大学出版社



图书在版编目 (CIP) 数据

必考知识速查. 高中数学/李新星主编. —长春: 东北师范大学出版社, 2010. 7

ISBN 978 - 7 - 5602 - 6340 - 3

I. ①必… II. ①李… III. ①数学课—高中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 130580 号

责任编辑: 石纯生 封面设计: 宋 超
责任校对: 巴 娇 责任印制: 张允豪

东北师范大学出版社出版发行
长春净月经济开发区金宝街 118 号 (邮政编码: 130117)

电话: 0431—85695744 85688470

邮购热线: 0431—84568163

传真: 0431—85695744 85602589

网址: <http://www.nenup.com>

编辑信箱: nenupbeidouxing@yahoo.com.cn

东北师范大学出版社激光照排中心制版

延边新华印刷有限公司印装

吉林省延吉市河南街 818 号 (邮政编码: 133001)

2010 年 7 月第 1 版 2010 年 7 月第 1 次印刷

幅面尺寸: 105 mm × 148 mm 印张: 5.625 字数: 198 千

定价: 12.80 元

如发现印装质量问题, 影响阅读, 可直接与承印厂联系调换

作者名单

主 编：李新星

副 主 编：徐登群 洪仙瑜
汤小梅 严丽香

编 者：柯厚宝 马 云 张贵江
陈敬星 袁锦前 孙建平
邬天泉 冯奕尖 李新岳
黄福胜 孙迪飞 陈 月

目录

CONTENTS

第一章 集合

- 一、集合的含义与表示 2
- 二、集合之间的基本关系 4
- 三、集合的基本运算 6

第二章 常用逻辑用语

- 一、命题及其关系 12
- 二、充分条件与必要条件 15
- 三、简单的逻辑联结词 15
- 四、全称量词与存在量词词 16

第三章 不等式

- 一、不等关系与不等式 22
- 二、一元二次不等式的解法 23
- 三、二元一次不等式(组)表示的平面
区域 24
- 四、简单的线性规划问题 25
- 五、基本不等式 27

第四章 基本初等函数 I

- 一、函数及其表示 32
- 二、函数的基本性质 36

三、指数函数	40
四、对数函数	41
五、幂函数	44
六、函数的零点	47
七、二分法	49
八、几种常见的函数模型	50

第五章 平面向量

一、向量的概念及表示	58
二、向量的线性运算——加、减法	61
三、向量的数乘	64
四、向量的坐标表示	65
五、向量的数量积	68
六、向量的应用	70

第六章 三角函数

一、任意角	76
二、弧度制	77
三、任意角的三角函数	79
四、同角三角函数关系	82
五、三角函数的诱导公式	82
六、三角函数的周期性	83
七、三角函数的图像与性质	84
八、函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + b$ ($A > 0$, $\omega > 0$) 的图像与性质	85
九、三角恒等变换	88
十、解三角形	91

第七章 导数及其应用

一、变化率与导数	100
二、导数的计算	102
三、导数在研究函数中的应用.....	105
四、优化问题	107
五、定积分的概念	109

第八章 数 列

一、数 列	118
二、等差数列	121
三、等比数列	123
四、数列的应用	125

第九章 计数原理

一、两个计数原理	130
二、排列与组合	132
三、二项式定理	134

第十章 概 率

一、事件与概率	142
二、概率的加法公式	144
三、古典概型	147
四、随机数的含义与应用	150
五、离散型随机变量及其分布列	151
六、条件概率	156
七、事件的独立性	159
八、期望与方差	164
九、正态分布	166

第十一章 统计与统计案例

一、随机抽样	173
二、用样本估计总体	178
三、变量间的相关关系	184
四、统计案例	187

第十二章 算法与框图

一、算 法	199
二、程序框图	199
三、基本算法语句	204
四、算法案例	207
五、框 图	209

第十三章 平面解析几何初步

一、直线的方程	217
二、直线的位置关系	220
三、距离公式	221
四、圆的方程	222
五、两圆的位置关系	223
六、直线与圆的位置关系	224

第十四章 圆锥曲线与方程

一、曲线与方程	232
二、椭圆的定义与性质	233
三、双曲线的定义与性质	236
四、抛物线的定义与性质	238
五、直线与圆锥曲线的位置关系	240
六、圆锥曲线的统一定义	242

第十五章 立体几何初步

- 一、空间几何体 248
- 二、空间几何体的侧面积、表面积、体积 257
- 三、空间几何体的三视图和直线图 258
- 四、点、线、面之间的位置关系..... 261

第十六章 空间向量与立体几何

- 一、空间中的向量的概念和运算 272
- 二、空间向量的坐标 273
- 三、直线的方向向量 275
- 四、直线与平面的垂直关系 275
- 五、平面的法向量 277
- 六、直线与平面、平面与平面所成的角..... 277
- 七、空间的距离 279
- 八、共面与平行 280

第十七章 推理与证明

- 一、合情推理与演绎推理 287
- 二、直接证明与间接证明 289
- 三、数学归纳法 292

第十八章 数系的扩充与复数的引入

- 一、数系的扩充和复数的概念..... 301
- 二、复数的几何表示 302
- 三、复数的四则运算 303
- 四、解决实系数一元二次方程根的问题 ... 305

第十九章 几何证明选讲

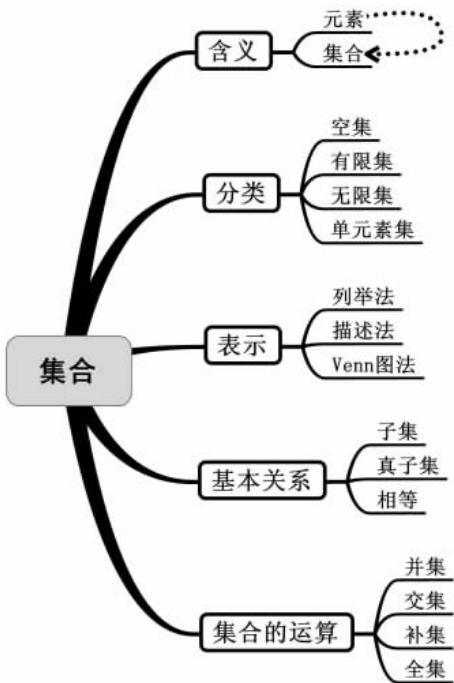
- 一、相似三角形的判定及其有关性质 311

二、直线与圆的位置关系	313
三、平行射影	316
四、平面与截线	316
第二十章 矩阵与变换	
一、矩阵变换及其性质	321
二、变换的复合与二阶矩阵的乘法	324
三、逆矩阵与二元一次方程组.....	325
四、特征值与特征向量	327
第二十一章 坐标系与参数方程	
一、坐标系	331
二、曲线的极坐标方程	333
三、参数方程	334
第二十二章 不等式选讲	
一、不等式	339
二、绝对值不等式	340
三、不等式的证明方法	342
四、柯西不等式与排序不等式.....	345



第一章 集合

《知识网络》





《知识平台》

一、集合的含义与表示

1. 集合的概念与特征

(1) 集合的概念

※ 元素 一般地,我们把研究对象统称为元素,它常用小写的字母表示.

※ 集合 我们把一些元素组成的总体叫做集合,简称集.

※ 常见数集的表示 自然数集记为 \mathbf{N} ; 整数集记为 \mathbf{Z} ; 正整数集记为 \mathbf{N}^+ 或 \mathbf{N}^* ; 有理数集记为 \mathbf{Q} ; 实数集记为 \mathbf{R} .

辨析

元素与集合的联系与区别

区别 概念	概念上的区别	符号上的区别	关系
元素	研究对象	小写的字母 a, b, c, \dots	$a \in A$ 或 $a \notin A$
集合	一些对象组成的总体	大写的字母 A, B, C, \dots	

(2) 集合中元素的特征

※ 确定性 集合中的元素必须是确定的. 如:“充分接近于0的全体实数”不能构成集合.

※ 互异性 一个给定的集合中的元素是互不相同的, 如:方程 $(x-1)(x+2)^2=0$ 的解集是 $\{1, -2\}$, 而不是 $\{1, -2, -2\}$.



※ 无序性 集合中元素的排列是无次序的. 例如: $\{1, 2\}$ 与 $\{2, 1\}$ 表示同一个集合. 也称集合的相等, 即 $\{1, 2\} = \{2, 1\}$.

要诀 理解集合并不难, 三个要素是关键; 元素确定与互异, 还有无序要牢记.

2. 集合的表示方法

※ 列举法 把集合的元素一一列举出来, 置于花括号“ $\{ \}$ ”内, 元素之间用逗号分隔, 但列举时与元素的次序无关.

※ 描述法 集合 A 可以用它的特征性质 $P(x)$ 描述为 $\{x \in I \mid p(x)\}$, 它表示集合 A 是由集合 I 中具有性质 $p(x)$ 的所有元素构成的.

※ Venn 图(文氏图、维恩图) 用一条封闭的曲线的内部来表示一个集合, 如图 1-1.

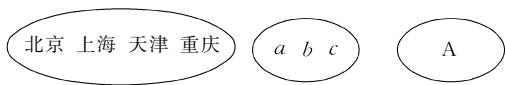


图 1-1

提示 对于一些无限集问题, 通常可用数形结合法, 用数轴表示出其取值范围, 从图形中寻找结果.

3. 集合的分类

集合按照元素个数可以分为有限集和无限集.

※ 有限集 含有有限个元素的集合. 如 $\{1, 2, 3\}$, $\{x \in \mathbf{Z} \mid 1 \leq x \leq 4\}$.

※ 无限集 含有无限个元素的集合. 如 $\{x \in \mathbf{R} \mid 1 \leq x \leq 4\}$.

二、集合之间的基本关系

1. 子集

(1) 定义:一般地,对于两个集合 A 与 B ,如果集合 A 的任意一个元素都是集合 B 的元素,我们就说这两个集合之间有包含关系,称集合 A 为集合 B 的子集,记做 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$,读做“ A 含于 B ”(或“ B 包含 A ”).

辨析 “ \in ”与“ \subseteq ”的区别

符号“ \in ”表示元素与集合之间的从属关系,也就是个体与总体的关系,是指单个对象与对象的整体的从属关系;而符号“ \subseteq ”表示集合与集合之间的包含关系,也就是部分与总体的关系,是指由某些对象组成的部分与全部对象组成的全体之间的包含关系.

(2) 图示:当 $A \subseteq B$ 时,用 Venn 图表示,如图 1 - 2 所示.

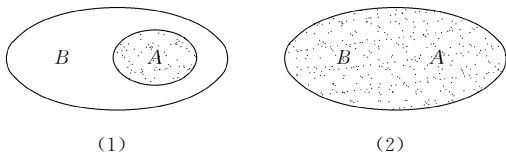


图 1 - 2

提示 ① $A \subseteq A$,也就是说任何集合是它本身的子集. ②若 $A \subseteq B, B \subseteq C$,则 $A \subseteq C$.

2. 集合相等

(1) 定义 1:只要构成两个集合的元素是一样的,即这两个集合中的元素完全相同,就称这两个集合相等.



(2)定义 2:如果集合 A 是集合 B 的子集,且集合 B 是集合 A 的子集,那么集合 A 与集合 B 相等,记做 $A=B$.

(3)图示:当 $A=B$ 时,用 Venn 图表示,如图 1-3 所示.



图 1-3

3. 真子集

(1)定义:如果集合 $A \subseteq B$,且存在元素 $x \in B$,且 $x \notin A$,我们就称集合 A 是集合 B 的真子集,记做 $A \subsetneq B$ (或 $B \supsetneq A$).

整合 $A \subseteq B$ 是指 $A \subsetneq B$ 或 $A=B$. 若 $A \subsetneq B$,可形象理解为 B 中元素至少比 A 中元素多一个. $A=B$ 可从 A 的元素与 B 的元素完全一样去理解.

(2)图示:当时 $A \subsetneq B$,用 Venn 图表示,如图 1-4 所示.

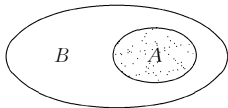


图 1-4

提示 若 $A \subsetneq B, B \subsetneq C$,则 $A \subsetneq C$.



4. 空集

(1) 定义: 我们把不含任何元素的集合叫做空集, 记做 \emptyset .

(2) 规定: 空集是任何集合的子集, 即 $\emptyset \subseteq A$; 空集是任何非空集合的真子集, 即 $\emptyset \subsetneq A (A \neq \emptyset)$.

要诀 集合不论空不空, 总有子集在其中.

三、集合的基本运算

1. 并集

(1) 定义: 一般地, 由属于集合 A 或集合 B 的所有元素组成的集合, 称为 A 与 B 的并集, 记做 $A \cup B$, 即 $A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}$, 因此 $A \cup B$ 是由两集合 A 与 B 的“所有”元素组成的集合.

(2) 图示: 用 Venn 图表示, 如图 1 - 5 所示.

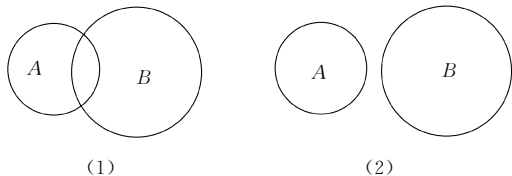


图 1 - 5

数轴表示, 如图 1 - 6 所示.

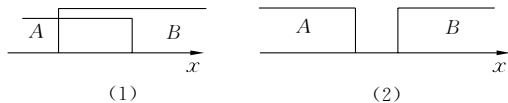


图 1 - 6



2. 交集

(1)定义:一般地,由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素所组成的集合,叫做 A 与 B 的交集,记做 $A \cap B$,即 $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且 } x \in B\}$. 因此 $A \cap B$ 是由两集合 A 与 B 的“公共”元素所组成的集合.

(2)图示:用 Venn 图表示,如图 1 - 7 所示.

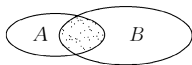


图 1 - 7

数轴表示,如图 1 - 8 所示.

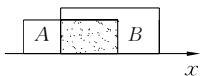


图 1 - 8

3. 补集

※ 全集 一般地,如果一个集合含有我们所研究问题中涉及的所有元素,那么就称这个集合为全集,常用 U 来表示. 全集具有相对性,如:在考虑正整数的因式分解时,把正整数集作为全集;在解不等式时,我们通常把实数集作为全集.

※ 补集 对于一个集合 A ,由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合称为集合 A 相对于全集 U 的补集,简称为集合 A 的补集,记做 $C_U A$,即 $C_U A = \{x | x \in U, \text{但}$

$x \notin A$ }, 也就是说从全集 U 中取出集合 A 的全部元素之后, 所有剩余的元素组成的集合就是 $\complement_U A$.

※ 图示 用 Venn 图表示全集和补集, 如图 1-9 所示.

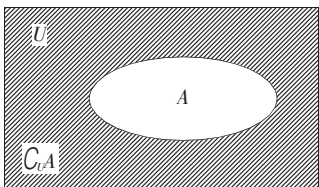


图 1-9

笔记 集合的运算性质

(1) $A \cup B = B \cup A$, $A \subseteq (A \cup B)$, $B \subseteq (A \cup B)$; $A \cup A = A$, $A \cup \emptyset = A$; $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B$; $A \cup (\complement_U A) = U$.

(2) $A \cap B = B \cap A$; $(A \cap B) \subseteq A$, $(A \cap B) \subseteq B$; $A \cap A = A$; $A \cap \emptyset = \emptyset$; $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A$; $A \cap (\complement_U A) = \emptyset$.

(3) $\complement_U (\complement_U A) = A$, $\complement_U U = \emptyset$, $\complement_U \emptyset = U$, $(\complement_U A) \cup (\complement_U B) = \complement_U (A \cap B)$, $\complement_U A \cap (\complement_U B) = \complement_U (A \cup B)$.

[核心解读]

1. 集合的元素有何不同? **核心词: 研究对象.**

研究集合问题时, 看清所研究的对象非常关键, 如: $\{x|x \geq 2\}$ 与 $\{y|y \geq 2\}$ 虽然形式不同, 但都是表示同一范围, 属同一集合, 即 $\{x|x \geq 2\} = \{y|y \geq 2\}$, 而 $\{y|y \geq 2\}$ 与 $\{(x,y)|y = x^2 + 2\}$ 中的 y 取值虽然相同, 但是前者研究的是的取值范围, 而后者却是研究曲线 $y = x^2 + 2$ 上的点, 是两个完全不同的集合.