MULU

目录

第十一章　一次函数

第十二章　数据的描述

第十三章　全等三角形

第十四章　轴对称

第十五章　整式

第十一章　一次函数

课标定位梳理

一、本章目标定位

1. 知识目标定位

⑴ 通过学生经历现实生活中变量与变量之间的关系的探索过程，初步理解函数的概念，了解函数的列表、解析式、图象法的表示方法.

⑵ 能写出实际问题中的一次函数、正比例函数的解析式，掌握它们的图象及其性质，并利用它们解决简单的实际问题.

2. 能力目标定位

⑴ 体会运用函数的思想方法解决方程（组）和不等式的有关问题，进一步理解数形结合的数学思想.

⑵ 理解函数、方程（组）、不等式是紧密联系着的一个整体，它们都是刻画现实世界中量与量之间变化规律的重要模型.

⑶ 经历利用一次函数及其图象解决实际问题的过程，发展学生的数学应用能力；经历图象信息的识别与应用过程，发展学生的形象思维能力.

二、本章学法指导

本章通过丰富具体的探索活动抽象出函数、一次函数等概念. 本章重点是根据所给信息确定一次函数的解析式. 本章难点是用函数知识解决实际问题，并能用函数观点探究、分析、解决方程（组）及不等式的有关问题. 在学习中应注意以下的思想方法：

⑴ 培养数形结合的思想方法，提高数形结合的能力.

⑵ 转化的思想方法.

⑶ 函数与方程的思想是本章的特点之一.

1. 变量与函数 一次函数

自主学习提示

一、相关知识链接

1. 平面直角坐标系

在平面内有公共原点且互相垂直的两条数轴，构成平面直角坐标系，对于坐标平面内任意一点 M，都有一对有序实数 (x,y) 和它对应；反过来，对于任意一对有序实数 (x,y)，在坐标平面内都有一点 M 和它对应．故坐标平面内所有的点与所有有序实数对之间是一一对应的．

其中水平数轴叫 x 轴或横轴，取向右为正方向；铅直的数轴叫做 y 轴或纵轴，取向上为正方向，两轴交点 O 是原点，这个平面叫坐标平面．

2. 坐标平面的结构

原点、x 轴、y 轴和四个象限构成完整的坐标平面．

3. 点的坐标的定义

设 P 为直角坐标系内的任一点，由点 P 向 x 轴作垂线，垂足在 x 轴上对应的实数是 a，由点 P 向 y 轴作垂线，垂足在 y 轴上对应的实数是 b，称数对 (a,b) 叫做点 P 的坐标，其中 a 叫点 P 的横坐标，b 叫点 P 的纵坐标．

4. 点 P 和它的坐标 (x,y) 的关系

<table>
<tr><th colspan="4">点 P 在各象限的坐标符号</th><th colspan="3">点 P 在坐标轴上的坐标</th></tr>
<tr><td>一</td><td>二</td><td>三</td><td>四</td><td>x 轴</td><td>y 轴</td><td>原点</td></tr>
<tr><td>$x>0$</td><td colspan="2">$x<0$</td><td>$x>0$</td><td rowspan="2">$(x,0)$</td><td rowspan="2">$(0,y)$</td><td rowspan="2">$(0,0)$</td></tr>
<tr><td colspan="2">$y>0$</td><td colspan="2">$y<0$</td></tr>
</table>

$$P(x,y)\text{ 关于}\begin{cases}x\text{ 轴的对称点是 }(x,-y)\\ y\text{ 轴的对称点是 }(-x,y)\\ \text{原点的对称点是 }(-x,-y)\end{cases}$$

5．特殊位置的两点间的距离

(1) 同一数轴上两点间的距离 如果数轴上任意两点 A、B 的坐标分别为 x_A，x_B，那么 $AB=|x_B-x_A|$（即两点坐标差的绝对值）.

(2) 若 P_1P_2 平行于 x 轴，则 $y_1=y_2$，于是

$P_1P_2=\sqrt{(x_2-x_1)^2}=|x_2-x_1|$.

(3) 若 P_1P_2 平行于 y 轴，则 $x_1=x_2$，于是

$P_1P_2=\sqrt{(y_2-y_1)^2}=|y_2-y_1|$.

(4) 若 P_1P_2 中有一个是原点，则

$P_1P_2=\sqrt{x_1^2+y_1^2}$ 或 $P_1P_2=\sqrt{x_2^2+y_2^2}$.

(5) 若 P_1，P_2 重合，则 $P_1P_2=0$.

二、重难知识点提示

重点 对函数、一次函数概念的理解.

难点 写出实际问题的一次函数的表达式.

发散思维分析

一、函数

1．变量与常量

(1) 变量 在一个变化过程中，我们称数值发生变化的量为变量（variable）.

(2) 常量 有些量的数值是始终不变的，我们称它们为常量（constant）.

2．函数

一般地，在一个变化过程中，如果有两个变量 x 与 y，并且对于 x 的每一个确定的值，y 都有惟一确定的值与其对应，那么我们就说 x 是自变量（independent variable），y 是 x 的函数（function）.

3．函数值

如果当 $x=a$ 时 $y=b$，那么 b 叫做当自变量的值为 a 时的函数值.

4．函数的图象

(1) 定义：一般地，对于一个函数，如果把自变量与函数的每对对应值分别作为点的横、纵坐标，那么坐标平面内由这些点组成的图形，就是这个函数的图象（graph）.

(2) 描点法画函数图象的一般步骤：

第一步 列表（表中给出一些自变量的值及其对应的函数值）；

第二步 描点（在直角坐标系中，以自变量的值为横坐标，相应的函数值为纵坐标，描出表格中数值对应的各点）；

第三步 连线:按照横坐标由小到大的顺序把所描出的各点用平滑曲线连结起来.

5. 函数关系的表示方法

(1)列表法:用表格列出自变量与函数的对应值,表示函数两个变量之间的关系,这种表示函数的方法叫做列表法.

(2)图象法:用图象表示两个变量之间的函数关系,这种表示函数的方法叫做图象法.

(3)解析法:用数学式子表示函数的方法叫做解析法.

6. 函数自变量取值范围的确定

一般来说,函数中自变量的取值范围是使其解析式有意义的全体自变量的值,具体说应从以下几个方面考虑:

(1)函数的解析式是整式,其自变量的取值范围是一切实数;

(2)函数的解析式是分式,其自变量的取值范围是使分母不为零的实数;

(3)函数解析式是偶次根式,其自变量的取值范围是使被开方式的值为非负数;

(4)函数解析式是有理数指数幂,如果指数小于或等于零时,那么自变量的取值范围是使底数不等于零的实数;

(5)函数解析式同时含有几种不同的式子时,那么根据以上各点列出不等式(或不等式组),其解即为所求的自变量的取值范围.

(6)如果函数具有实际意义,那么其自变量的取值除满足上述各条件外,还必须具有实际意义.

二、有关问题

函数的概念是本节重点,学习函数的概念,首先要掌握常量、变量这两个对立又统一的基本概念,学会用运动变化的观点来看问题.

1. 对函数的理解应抓住四点

①有两个变量;

②一个变量的数值随着另一个数值的变化而变化;

③自变量每确定一个值,函数是否有惟一确定的值与它对应;

④函数的实质是反映两个变量之间特有的一种对应关系.

2. 函数值的范围是与自变量值的范围是相对应的,函数值的计算实际上就是求代数值的计算

3. 对函数三种表示方法应明确其优缺点

(1)解析式法:简单明了,能准确地反映整个变化过程中自变量与函数的相依关系,易于理论分析,但要通过数据计算,有的实际问题的函数关系不能用解析法表示.

(2)表格法:自变量的取值和所对应函数值一目了然,使用方便,但表格有局限性,且不易了解函数的变化规律;

(3)图象法:形象直观地反映函数关系的变化规律,是讨论函数性质的有力工

具，但由图象只能观察近似值.在解决问题时，我们常常综合地运用这三种表示方法深入研究函数的规律.下面让我们共同探究水深随时间变化的曲线：

与你探究

【问题】 如图 11-1 所示是某池塘水位随月份的变化曲线图.其中 h 表示池水的深度，T 表示月份的变化.

(1) 这个图象反映了哪两个变量之间的关系？

(2) 根据图象填表：

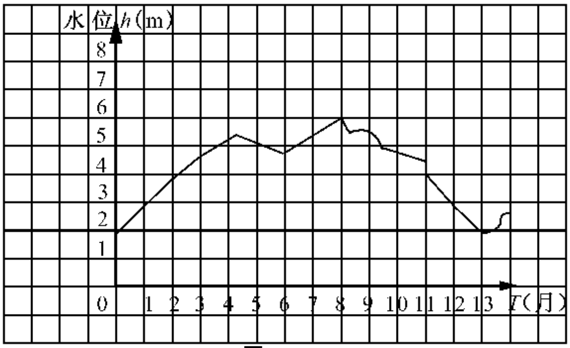

图 11-1

时间 T (月)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
水位 h (m)											

(3) 当时间 T 取 1～12 月之间的一个确定的值时，相应的水位是否确定？

(4) 水位 h 可以看成时间 T 的函数吗？

【准备】 本例通过池塘中水位随月份的变化图象，了解两个变量之间的变化关系，从而合理判别它们是否会构成函数关系.

【过程】 (1) 这个图象反映了池塘的水位 h (m) 与时间 T (月) 之间的变化关系；

(2) 依次可填 3，3.8，4.6，5.2，5，4.8，5.5，6，5.4，4.7，4.4；

(3) 当时间 T 取 1～12 月之间的一个确定的值时，相应的池水深度 h 也确定了；

(4) 由 (3) 可知，h 是 T 的函数.

【评析】 本题用图象刻画池塘的水位随时间的变化规律.

二、正比例函数

1.定义

一般地,形如 $y=kx$(k 是常数,$k\neq0$)的函数,叫做正比例函数(proportional-function),其中 k 叫做比例系数.

2.图象

正比例函数 $y=kx$ 的图象是经过原点和(1,k)两点的一条直线.

3.性质

(1)当 $k>0$ 时,直线 $y=kx$ 经过第一、三象限,从左向右上升,即随着 x 的增大 y 也增大;

(2)当 $k<0$ 时,直线 $y=kx$ 经过第二、四象限,从左向右下降,即随着 x 的增大 y 反而减小.

三、一次函数

1.定义

一般地,形如 $y=kx+b$(k,b 是常数,$b\neq0$)的函数,叫做一次函数(linear-function).

2.图象

一次函数 $y=kx+b$ 的图象是经过点(0,b)且平行于直线 $y=kx$ 的一条直线.或者说直线 $y=kx+b$ 可以看作由直线 $y=kx$ 平移$|b|$个单位长度而得到(当 $b>0$ 时,向上平移;当 $b<0$ 时,向下平移).b 叫做直线 $y=kx+b$ 在 y 轴上的截距.

3.性质

当 $k>0$ 时,y 随 x 的增大而增大;当 $k<0$ 时,y 随 x 的增大而减小.

四、有关问题

正确理解一次函数与正比例函数的概念应注意以下问题.

1.一次函数 $y=kx+b$($k\neq0$)中的特点

(1)等式两边都是整式,且有两个变量 x、y;

(2)等式的右边是关于自变量 x 的一次二项式,即 x 的次数是 1;

(3)有两个常数 b、k,其中 $k\neq0$,b 为任意实数;

(4)自变量 x 的取值范围是全体实数.

2.正比例函数 $y=kx$($k\neq0$)中的特点

(1)等式两边都是整式,且有两个变量 x、y;

(2)等式的右边是关于自变量 x 的一次单项式,即 x 的次数为 1;

(3)有一个常数 $k\neq0$;

(4)自变量 x 的取值范围也是全体实数.

当 $b=0$ 时，一次函数 $y=kx+b$ 就是正比例函数，因此正比例函数是一次函数的特殊情况，正比例函数可以说它是一次函数，一次函数未必是正比例函数.

在实际问题中寻找一次函数的解析式是本节难点，在探究过程中首先找出问题中的变量并用字母表示；本着由具体到抽象，由特殊到一般的规律去求函数解析式.

下面让我们共同探究在铁路运营中行李票费与行李质量之间的关系：

与你探究

【问题】 铁路客运部门规定，每位旅客可免费携带一定质量的行李，如果超过规定的质量，则需要购买行李票，行李票费用 y （元）是行李质量 x （kg）的一次函数. 当旅客携带 30 kg 的行李，需购买 5 元行李票；当旅客携带 50 kg 的行李，则需购买 15 元行李票.

(1) 写出 y 与 x 之间的关系式；

(2) 旅客最多可免费携带多少千克行李？

(3) 当旅客携带 40 kg 行李时，他应购买多少钱的行李票？

【准备】 可先由条件确定一次函数 $y=kx+b$，然后解决实际问题.

【过程】 (1) 设 $y=kx+b$，由题意，可得

$$\begin{cases} 5=30k+b, & ① \\ 15=50k+b. & ② \end{cases}$$

由①式得 $b=5-30k$，

由②式得 $b=15-50k$，

所以 $5-30k=15-50k$，即 $k=\dfrac{1}{2}$.

将 $k=\dfrac{1}{2}$ 代入①，得 $b=-10$.

$\therefore\quad y=\dfrac{1}{2}x-10$.

(2) 旅客免费携带行李，则 $y=0$，所以 $0=\dfrac{1}{2}x-10$，得 $x=20$ （kg）.

即旅客最多可免费携带 20 kg 行李.

(3) 当 $x=40$ kg 时，

$y=\dfrac{1}{2}\times 40-10=10$ （元）.

即他需购买 10 元钱行李票.

【评析】 依据两个独立条件可确定 k、b，即可求出一次函数.

发散思维应用

典型例题1

(2004·江苏南京) 某地举办乒乓球比赛的费用 y (元)包括两部分:一部分是租用比赛场地等固定不变的费用 b (元),另一部分与参加比赛的人数 x (人)成正比例.当 $x=20$ 时,$y=1\ 600$ 当 $x=30$ 时,$y=2\ 000$.

(1)求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2)如果有 50 名运动员参加比赛,且全部费用由运动员分摊,那么每名运动员需要支付多少元?

解 (1)设 $y=kx+b$.

根据题意,得 $\begin{cases}20k+b=1\ 600,\\30k+b=2\ 000.\end{cases}$

解得 $k=40$,$b=800$.

$\therefore$ y 与 x 之间的函数关系式是

$y=40x+800$;

(2)当 $x=50$ 时,

$y=40\times50+800=2\ 800$.

则 $\frac{2\ 800}{50}=56$.

$\therefore$ 每名运动员需要支付 56 元.

题型发散

发散1 看一看,你能选出正确答案吗?

(1)下列函数中,既是一次函数,又是正比例函数的是 ( )

A. $y=15x^2$　　B. $y=x(x-5)-x^2$

C. $y=\frac{1}{2x}$　　D. $y=5x-1$

(2)如果 $y=(m-1)x^{2-m^2}+3$ 是一次函数,则 m 的值为 ( )

A. 1　　B. -1　　C. ±1　　D. $\pm\sqrt{2}$

(1)分析 用排除法.

解 既是一次函数又是正比例函数必须是正比例函数.由正比例函数的定义

知应排除 A、C、D. 选项 B 中：$y=x(x-5)-x^2=-5x$ 是正比例函数. 故本题应选 B.

(2) 分析 用直接法.

解 由一次函数定义令 $2-m^2=1$，$m^2=1$，

$\therefore\ m=1$ 或 -1. $m=1$（不符，应舍去），$\therefore\ m=-1$.

故本题应选 B.

发散 2 想一想，填什么最准确？

(1) 梯形的上底长为 2，下底长为 4，一腰长为 6，则梯形的周长 y 与另一腰长 x 的关系式为________，y 是 x 的________函数.

(2) 某学生家离校 3 km，他以每分钟 $\frac{1}{6}$ km 的速度骑车到学校，写出他与学校的距离 s（km）与骑车时间 t（min）之间的函数关系式为________，自变量 t 的允许值范围为________.

(1) 解 梯形的周长为 $y=2+4+6+x$.

故梯形的周长 y 关于另一腰长 x 的函数关系式为 $y=x+12$，y 是 x 的一次函数.

(2) 解 由题意得 $s=3-\frac{1}{6}t$.

令 $s>0$，即 $3-\frac{1}{6}t>0$，$t<18$ 且 $t\geqslant 0$.

故自变量 t 的允许值范围为 $0\leqslant t<18$.

纵横发散

发散 3 已知 $y+b$ 与 $x+a$（其中 a、b 是常数）成正比例，求证：

(1) y 是 x 的一次函数；

(2) 如果 $x=3$ 时，$y=5$；$x=2$ 时，$y=2$. 把 y 表示成 x 的函数式.

分析 (1) 欲证 y 是 x 的一次函数，即把 y 表示成“$kx+b$”的形式，由 $y+b$ 与 $x+a$ 成正比例，故可设 $y+b=k(x+a)$，经变形可证.

(2) 把两组值代入由 (1) 得到的函数表达式中，求得参数的值.

(1) 证明 设 $y+b=k(x+a)$，$(k\neq 0)$，

$\therefore\ y+b=kx+ak$，

$\therefore\ y=kx+(ak-b)\ (k\neq 0)$，故 y 是 x 的一次函数.

(2) 解 把 $x=3$，$y=5$；$x=2$，$y=2$ 分别代入 $y=kx-(ak-b)$ 中，得

$$\begin{cases}5=3k+(ak-b),\\2=2k+(ak-b).\end{cases}$$

解得 $\begin{cases}k=3,\\ak-b=-4.\end{cases}$ ∴ $y=3x-4$.

解法指导　用待定系数法求一次函数解析式是常见的题型，理解一次函数、正比例函数的定义是本节的基础.

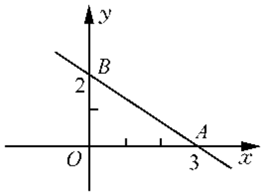

图 11-2

发散 4　如图 11-2，直线 AB 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B.

(1) 写出 A、B 两点的坐标；

(2) 求直线 AB 的函数解析式.

解　(1) $A(3,0)$，$B(0,2)$.

(2) 设直线 AB 的函数解析式为 $y=kx+b$.

∵　直线 AB 经过 A、B 两点，

∴　$\begin{cases}b=2,\\3k+b=0.\end{cases}$　解得 $\begin{cases}b=2,\\k=-\dfrac{2}{3}.\end{cases}$

∴　$y=-\dfrac{2}{3}x+2$.

生活发散

发散 5　(2004·安徽芜湖) 某纺织厂生产的产品，原来每件出厂价为 80 元，成本为 60 元，由于在生产过程中平均每生产一件产品有 0.5 m^3 的污水排出，现在为了保护环境，需对污水净化处理后再排出，已知每处理 1 m^3 污水的费用为 2 元，且每月排污设备损耗为 8 000 元. 设现在该厂每月生产产品 x 件，每月纯利润 y 元.

(1) 求出 y 与 x 的函数关系式 (纯利润 = 总收入 − 总支出)；

(2) 当 $y=106\ 000$ 时，求该厂在这个月中生产产品的件数.

解　(1) 依题意得　$y=80x-60x-0.5x\cdot 2-8\ 000$，

$y=19x-8\ 000$，

∴　所求的函数关系式为 $y=19x-8\ 000$ ($x>0$ 且是整数).

(2) 当 $y=106\ 000$ 时，代入得

$106\ 000=19x-8\ 000$，

$19x=114\ 000$，

$x=6\ 000$.

∴　这个月该厂生产产品 6 000 件.

发散 6　某种活期储蓄的月利率是 0.16%，存入银行 10 000 元本金，按国家规定，取款时应缴纳利息部分 20% 的利息税，求这种活期储蓄扣除利息税后实得

本息和 y（元）与所存月数 x 之间的函数关系式.

解 实得利息为

本金×月利率×月数×（1－利息税）

$=10\ 000\times 0.16\%\cdot x\cdot 80\%$

$=12.8x.$

$\therefore\ y=10\ 000+12.8x.$

应用发散

发散 7 某商店有一批货物，在不考虑其他因素的情况下：如果月初出售这批货物，可以获利 1 000 元，并可将本和利拿去再投资，到月末时，获利 1.5%；如果月末出售，可以获利 1 200 元，但要付 50 元保管费用. 请你计算一下，这家商店是在月末还是在月初出售这批货物所获利润较高？

分析 问题的关键是建立两种出售方式的成本和利润的函数关系式，再将两种出售方式的利润进行比较.

解 设该商店的这批货物的成本为 x 元，月初出售和月末出售两种情况下的利润分别为 y_1 和 y_2 元，则 $y_1=1\ 000+(x+1\ 000)\times 1.5\%$，整理得 $y_1=0.015x+1\ 015$；$y_2=1\ 200-50=1\ 150$，$y_1-y_2=(0.015x+1\ 015)-1\ 150=0.015(x-9\ 000)$. $\therefore$ 当 $x>9\ 000$ 元时，月初出售较好；当 $x=9\ 000$ 元时，两种出售方式的利润相同；当 $0<x<9\ 000$ 元时，月末出售较好.

发散 8 已知直线 l_1 与 x 轴，y 轴分别交于 $A(1,0)$，$B(0,1)$ 两点，直线 l_2 过原点，且与 l_1 交于点 $C\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$，求 l_1，l_2 的函数表达式.

解 设 l_1 的函数表达式为 $y=kx+b$，则

$\because\ l_1$ 与 x 轴、y 轴分别交于 $A(1,0)$，$B(0,1)$ 两点，则 $\begin{cases}0=k+b,\\1=b.\end{cases}$

$\therefore\ k=-1$，$b=1$.

$\therefore\ l_1$ 的函数表达式为 $y=-x+1$.

又 $\because\ l_2$ 过原点，

$\therefore$ 可设 l_2 的函数表达式为 $y=kx$.

而 l_2 与 l_1 交于 $C\left(\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right)$，$\frac{1}{4}=\frac{1}{2}k$.

$\therefore\ k=\frac{1}{2}$.

故 l_2 的函数表达式为 $y=\frac{1}{2}x$.

综合发散

发散9 如图11-3，在△ABC中，$\angle C=90°$，P为AB上一点，且点P不与点A重合，过点P作$PE\perp AB$交AC边于E点，点E不与点C重合，若$AB=10$，$AC=8$，$\frac{PE}{BC}=\frac{AP}{AC}$，设$AP$的长为$x$，四边形$PECB$的面积为$y$，求$y$与$x$的函数关系式.

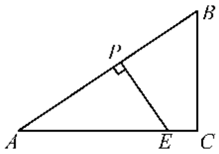

图11-3

分析 欲求四边形$PECB$的面积y与x的函数关系式，可考虑将△ABC的面积减去△AEP的面积.

解 在△ABC中，$\angle C=90°$，$AB=10$，$AC=8$，根据勾股定理，得 $BC=6$.

$\because$ $\frac{PE}{BC}=\frac{AP}{AC}$，$\therefore$ $\frac{PE}{6}=\frac{x}{8}$. 即 $PE=\frac{3}{4}x$. $\therefore$ $S_{\triangle AEP}=\frac{1}{2}AP\cdot PE=\frac{3}{8}x^2$.

故 $y=S_{\triangle ABC}-S_{\triangle AEP}=\frac{1}{2}\times8\times6-\frac{3}{8}x^2=24-\frac{3}{8}x^2$.

设点E与点C重合，有$CP\perp AB$，$\therefore$ $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}CP\cdot AB=\frac{1}{2}AC\cdot BC$，

即$10CP=8\times6$，$\therefore$ $CP=4.8$. $AP=\sqrt{AC^2-CP^2}=\sqrt{8^2-4.8^2}=6.4$.

因点P与点A不重合，点E与点C不重合，

故自变量x的取值范围是$0<x<6.4$.

$\therefore$ y与x之间的函数关系式为$y=24-\frac{3}{8}x^2$ $(0<x<6.4)$

解后点评 本题是一道综合能力考查的好题，它将几何、代数融为一体，请认真体会.

发散10 一个小球由静止开始在一个斜坡上向下滚动，其速度每秒增加2 m，到达坡底时，小球速度达到40 m/s.

(1) 求小球速度v (m/s)与时间t (s)之间的函数关系式；

(2) 求t的取值范围；

(3) 求$t=3.5$ s时小球的速度；

(4) 求几秒时小球的速度为16 m/s.

解 (1) $v=2t$；

(2) $\because$ $0\leqslant v\leqslant40$，即 $0\leqslant2t\leqslant40$，$\therefore$ $0\leqslant t\leqslant20$.

(3) 当$t=3.5$ s时，$v=2\times3.5=7$，即球的速度为7 m/s.

(4) 当$v=16$ m/s时，$16=2t$，$t=8$，即8 s时球的速度为16 m/s.

典型例题2

(2004·黑龙江哈尔滨) 小明同学骑自行车去郊外春游,图 11-4 表示他离家的距离 y (km) 与所用的时间 x (h) 之间关系的函数图象.

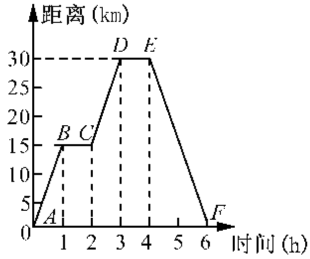

图 11-4

(1) 根据图象回答:小明到达离家最远的地方需几小时?此时离家多远?

(2) 求小明出发两个半小时离家多远?

(3) 求小明出发多长时间距家 12 km?

解 (1) 由图象可知小明到达离家最远的地方需 3 h,此时,他离家 30 km.

(2) 设直线 CD 的解析式为 $y=k_1x+b_1$,

由 $C(2,15)$,$D(3,30)$,代入得 $y=15x-15$,$(2\leqslant x\leqslant 3)$

当 $x=2.5$ 时,$y=22.5$ (km).

答:出发两个半小时,小明离家 22.5 km.

(3) 设过 E、F 两点的直线解析式为 $y=k_2x+b_2$,

由 $E(4,30)$,$F(6,0)$,代入得 $y=-15x+90$,$(4\leqslant x\leqslant 6)$

过 A、B 两点的直线解析式为 $y=k_3x$,$\because$ $B(1,15)$,

$\therefore$ $y=15x$. $(0\leqslant x\leqslant 1)$.

令 $y=12$,分别代入 $y=-15x+90$,$y=15x$ 得 $x=\dfrac{26}{5}$ (h),$x=\dfrac{4}{5}$ (h).

答:小明出发 $\dfrac{4}{5}$ h 或 $\dfrac{26}{5}$ h 距家 12 km.

题型发散

发散 1 看一看,你能选出正确答案吗?

(1) 图 11-5 各种图象中,y 不是 x 的函数的是 ( )

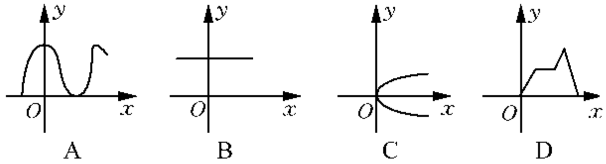

图 11-5

(2) 如图 11-6,拖拉机开始工作时,油箱中有油 24 L,如果每小时耗油 4 L,那么油箱中剩余油量 y (L) 与工作时间 x (h) 之间的函数关系式和图象是 ( )

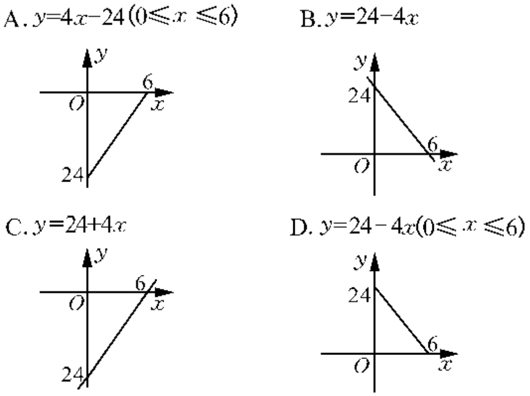

图 11-6

(1) 分析 用排除法.

解 对于给定的 x 的值,函数 y 只能有惟一确定的值与之对应.观察 A、B、D 图象均是函数的图象,故应排除 A、B、D.

故本题应选 C.

(2) 分析 用数形结合法.

解 经观察,选项 A、C 不符合实际应排除;

选项 B 中缺少 x 的允许值范围应排除;

选项 D 中令 $y=24-4x\geqslant 0$,∴ $x\leqslant 6$.

∴ $0\leqslant x\leqslant 6$.

故本题应选 D.

发散 2 想一想,填什么最准确?

(1) 已知函数 $y=(m+2)x+x+m-1$.当 $m=$________时,它为一次函数;当 $m=$________时,它为正比例函数.

(2) 直线 $y=-\dfrac{2}{3}x-\dfrac{4}{3}$ 与坐标轴所围成的三角形的面积是________.

(1) 解 当 $m+3\neq 0$,$m\neq -3$ 时 y 为一次函数;当 $m-1=0$ 即 $m=1$ 时,y 是正比例函数.

(2) 解 令 $x=0$,得 $y=-\dfrac{4}{3}$;

令 $y=0$,得 $x=-2$.

∴ 三角形的面积 $=\dfrac{1}{2}\times|-2|\times\left|-\dfrac{4}{3}\right|=\dfrac{4}{3}$.

生活发散

发散 3 某地长途汽车客运公司规定旅客可随身携带一定重量的行李，如果超过规定，则需要购买行李票，行李票费用 y（元）是行李重量 x（kg）的一次函数，其图象如图 11-7 所示．求：

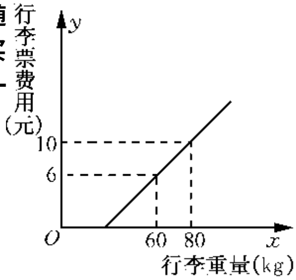

图 11-7

(1) y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 旅客最多可免费携带行李的公斤数．

解 (1) 设一次函数关系式是 $y=kx+b$，

∵ 当 $x=60$ 时，$y=6$ 当 $x=80$ 时，$y=10$．

$\therefore \begin{cases} 10=80k+b, \\ 6=60k+b. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k=\dfrac{1}{5}, \\ b=-6. \end{cases}$

∴ 所求函数关系式是 $y=\dfrac{1}{5}x-6\ (x\geqslant 30)$．

(2) 当 $y=0$ 时，$\dfrac{1}{5}x-6=0$，∴ $x=30$．所以旅客最多可免费携带 30 kg 行李．

发散 4 汽车由天津驶往相距 120 千米的北京，s（km）表示汽车离开天津的距离，t（h）表示汽车行驶的时间，如图 11-8 所示．求：

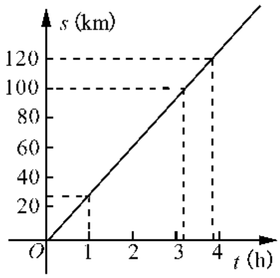

图 11-8

(1) 汽车行驶的速度；

(2) 当 $t=1$ 时，汽车离开天津多远？

(3) 当 $s=100$ 时，汽车行驶多少小时？

解法 1 利用图象解答．

(1) 汽车用 4 小时可以从天津到达北京．

速度 $=\dfrac{120}{4}=30$（km/h）．

(2) 行驶 1 h 离开天津约 30 km．

(3) 当汽车距北京 20 km 时汽车出发了约 3.3 h．

解法 2 利用函数解析式解答．

由图象可知，s 与 t 之间是正比例函数关系．设 $s=kt$，当 $t=4$ 时，$s=120$．

∴ $120=k\cdot 4$，$k=30$，∴ $s=30t$．

(1) 同解法一．

(2) 当 $t=1$ 时，$s=30\times 1=30$（km）．

(3) 当 $s=100$ 时，$100=30t$，$t=\dfrac{10}{3}$（h）．