

图书在版编目 (CIP) 数据

奥数典型题举一反三. 小学五年级 / 单增主编 — 长春 : 长春出版社 ,  
2006. 6

ISBN 7 - 80664 - 231 - 5

I. 奥... II. 单... III. 数学 - 小学 - 教学参考资料  
IV. G624. 233  
中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2006) 第 049798 号

---

责任编辑 : 杨爱萍

封面设计 : 郝 威

---

出版发行 : 长春出版社 总编室电话 : 0431 - 8563443

发行部电话 : 0431 - 8561180 读者服务部电话 : 0431 - 8561177

地 址 : 吉林省长春市建设街 1377 号

邮 编 : 130061

网 址 : [www.cccbs.net](http://www.cccbs.net)

制 版 : 长春国栋文化传播中心

印 刷 : 吉林省吉育印业有限公司

经 销 : 新华书店

---

开 本 : 880 × 1230 32 开

字 数 : 220 千字

印 张 : 8.625

版 次 : 2006 年 6 月第 1 版 2006 年 9 月第 3 次印刷

印 数 : 1 - 10 000 册

定 价 : 11.00 元

---

版权所有 盗版必究

## 编写说明

全国小学生数学奥林匹克竞赛是当前我国在小学生中开展素质教育的最高层次的学科知识竞赛。它注重能力的考核，内容广泛，命题新颖，思路开阔，对学生创新能力的培养和发散思维的训练具有极强的指导作用。近几年的全国各省市小学数学奥赛试题，都强调了紧扣新课标要求，与小学数学教学内容相结合的命题特点。因此掌握奥数试题的解题思路和答题技巧，不但对参加奥数、奥赛学有余力的同学培养冲刺竞赛奖牌的能力很有帮助，就是对一般学生补充深化课本知识、开拓思维也大有裨益。

为此我们编写了这套《名师辅导奥数教程》丛书，本书具有以下特点：

### 1. 权威性

丛书总主编单增为国家著名奥数教练员，南京师范大学教授，博士生导师。曾任国家数学奥赛教练组组长，中国数学奥林匹克代表队领队。全书所有参加编写的人员都是国家、省级奥数优秀教练员，有着丰富的奥数指导经验和奥数图书编写经验，他们指导的学生在各种竞赛中都取得了优异的成绩。

### 2. 系统性

本书不同于一般的竞赛试题汇编和单纯的方法讲解，而是将所学内容按竞赛中常见的类型题归纳整理，由浅入深、循序渐进。读者通过对类型题的学习，举一反三即可系统掌握所学内容。

### 3. 全面性

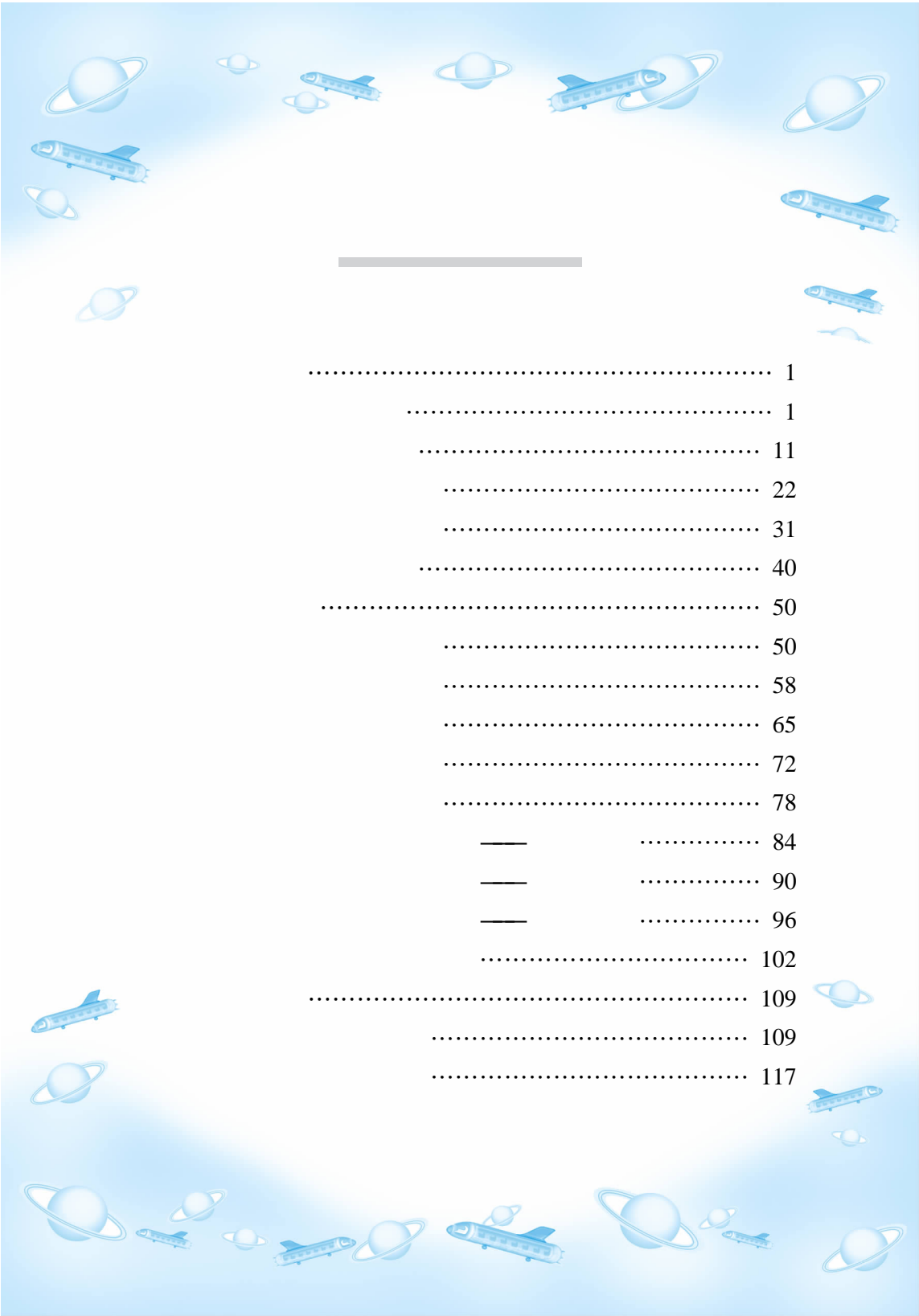
(1) 能力培养全。本书对学生的思维能力、实验能力、观察检测能力、想象能力、自学能力等多方面能力进行培养训练，全面开发学生智力。(2) 题型收录全。本书类型齐全，覆盖面广，全书悉数收入数学奥赛的热点题、开放题、经典题、与 STS 联系题，以拓宽学生视野，开拓学生思路。(3) 解答提示全。本书不但对精选的典型例题有详尽的分析解答，对一般习题也有详尽的解答提示，便于学生自学、自测。

### 4. 实用性

本书各章节编排与小学教学内容同步，编排科学、体例新颖。全书均设有(1)知识·规律·方法。归纳知识要点，总结一般规律，提炼基本方法。(2)范例·解析·拓展。精选典型范例，深入分析讲解，纵向思维拓展。(3)检测·反馈·提高。选编一定量的与本章内容密切相关、难度适中、有较好区分度的习题，检测知识掌握情况，提高解题能力。(4)思路·点拨·详解。为师、生讲解练习之用，附详细解题过程，点拨思路、指导方法，每份试题实际上就是名师的辅导。书后所附的模拟试题是在认真研究了近几年全国数学奥赛试题的指导思想、命题特点、题型配置的基础上精心设计的，供学生在复习训练结束时自我检测。

限于我们的水平，书中疏漏之处恐难避免，恳请各位读者批评指正。

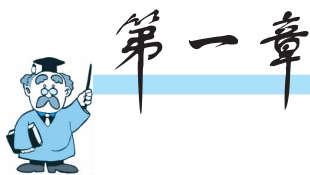
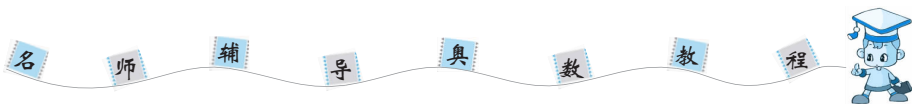
编者



# 目 录

第一章 数与计算	1
第一单元 数列问题	1
第二单元 计数问题	11
第三单元 速算与巧算	22
第四单元 找规律解题	31
第五单元 分数计算	40
第二章 解决问题	50
第一单元 逆推法解题	50
第二单元 代换法解题	58
第三单元 对应法解题	65
第四单元 假设法解题	72
第五单元 平均数问题	78
第六单元 行程问题（一）——流水问题	84
第七单元 行程问题（二）——相遇问题	90
第八单元 行程问题（三）——追及问题	96
第九单元 列方程解应用题	102
第三章 数的整除	109
第一单元 整除的性质	109
第二单元 质数和合数	117

第三单元	分解质因数	124
第四单元	余数问题	129
第五单元	最大公约数与最小公倍数	135
第六单元	数的奇偶性	141
第四章	几何知识	148
第一单元	组合图形的面积	148
第二单元	长方体和正方体的表面积	158
第三单元	长方体和正方体的体积	166
第五章	简单的逻辑推理	172
第一单元	统筹问题	172
第二单元	容斥原理	179
第三单元	抽屉原理	185
第四单元	加法原理和乘法原理	191
第五单元	其他	196
小学五年级数学竞赛模拟试卷一		204
小学五年级数学竞赛模拟试卷二		208
小学五年级数学竞赛模拟试卷三		211
小学五年级数学竞赛模拟试卷四		214
参考答案		217



# 第一章

## 数与计算

### 第一单元

#### 数列问题

知识·规律·方法



#### 1. 数列.

按某种规律排列的一串数叫数列,数列中的数称为项,第一个数叫做第一项,又叫做首项,第二个数叫做第二项……以此类推,最后一个数叫做这个数列的末项.项的个数叫做项数.如  $2, 4, 6, 8, 10, \dots, 100$ , 就是数列.  $2, 4, 6$  等叫做数列的项.其中的  $2$  是第一项(或叫首项),  $4$  是第二项,  $100$  为末项.一共有  $50$  个数,项数即为  $50$ .

#### 2. 等差数列.

一个数列中,如果从第二项起,每一项与它前面一项的差都相等,这样的数列叫等差数列.后项与前项的差叫做这个数列的公差(用  $d$  表示).如等差数列  $4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25$ , 首项是  $4$ , 末项是  $25$ , 每一个后项与前项的差是  $3$ (也就是公差为  $3$ ).

#### 3. 规律与方法.

等差数列中的基本公项:





$$\text{项数}(n) = (\text{末项} - \text{首项}) \div \text{公差} + 1$$

$$\text{首项}(a_1) = \text{末项} - \text{公差} \times (\text{项数} - 1)$$

$$\text{末项}(a_n) = \text{首项} + \text{公差} \times (\text{项数} - 1)$$

$$\text{和}(S) = (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2$$

$$\text{奇数项等差数列的和} = \text{中间项} \times \text{项数}$$

## 范例·解析·拓展



**例 1** 求等差数列 5, 7, 9, 11, … 的第 20 项.

**解析** 在这个等差数列中, 首项为 5, 公差为 2, 项数为 20. 求第 20 项就是求这个数列的末项. 根据公式: 末项 = 首项 + 公差  $\times$  (项数 - 1), 列式为  $5 + 2 \times (20 - 1) = 5 + 2 \times 19 = 43$ .

**拓展** 等差数列 5, 9, 13, … 中 401 是第几项?

**答案提示** 首项是 5, 公差 =  $9 - 5 = 4$ .

根据末项 = 首项 + 公差  $\times$  (项数 - 1),

$$401 = 5 + 4 \times (\text{项数} - 1)$$

$$401 = 5 + 4n - 4$$

$$401 = 1 + 4n$$

$$4n = 401 - 1$$

$$n = 100.$$

所以 401 是第 100 项.

**例 2** 计算  $1 + 2 + 3 + \dots + 100$ .

**解析** 只要仔细观察就可以发现, 这是一个等差数列. 公差为 1, 首项为 1, 末项为 100, 是要求这个等差数列的和.

根据和  $(S) = (\text{首项} + \text{末项}) \times \text{项数} \div 2$

$$\text{列式为: } (1 + 100) \times 100 \div 2 = 101 \times 50 = 5050.$$





**拓展** 在一个分成 64 小格的方板的每个格子中放入石子. 如果第一格放入 2 粒, 第二格放入 4 粒, 第三格放入 6 粒, 第四格放入 8 粒, 依此类推, 放满 64 格, 一共要放入多少粒石子?

**答案提示** 要求放入多少粒石子, 可以这样想: 每格石子数依次排列就是一个等差数列, 公差为 2, 首项为 2, 可根据公式先求出第 64 格的石子数 (也就是末项), 用  $2 + 2 \times (64 - 1) = 2 + 2 \times 63 = 2 + 126 = 128$ . 所以第 64 格应放入 128 粒石子. 即末项为 128. 再根据和 = (首项 + 末项)  $\times$  项数  $\div 2$ , 列式为  $(2 + 128) \times 64 \div 2 = 130 \times 32 = 4160$ . 所以一共要放入 4160 粒石子.

**例 3** 在  $1 \frac{1}{2}$  与  $2 \frac{1}{2}$  两数之间插入一个数, 使其成为一个等差数列.

**解析**  $(1 \frac{1}{2} + 2 \frac{1}{2}) \div 2 = 2$ ,

所以等差数列是:  $1 \frac{1}{2}$  2  $2 \frac{1}{2}$ .

**拓展** 在 12 与 60 之间插入 3 个数, 使这 5 个数成等差数列.

**答案提示** 首项是 12, 末项是 60, 项数是 5.

根据: 末项 = 首项 + 公差  $\times$  (项数 - 1) = 60,

即:  $12 + (5 - 1) \times d = 60$

$$4d = 60 - 12$$

$$d = 12.$$

所以: 第二项  $(a_2) = 12 + 12 = 24$ ,

第三项  $(a_3) = 24 + 12 = 36$ ,

第四项  $(a_4) = 36 + 12 = 48$ ,

所以: 等差数列为: 12 24 36 48 60.

**例 4** 有 50 个数组成了等差数列:  $\dots + 43 + 45 + 47 \dots + 97 + 99 = 2500$ . 这个等差数列的首项是几?

**解析** 首项 = 末项 - 公差  $\times$  (项数 - 1)

列式为: 首项 =  $99 - 2 \times (50 - 1)$

$$= 99 - 2 \times 49$$





$$= 99 - 98$$

$$= 1.$$

所以这个等差数列的首项为 1.

**拓展** 100 个小朋友排成一行报数,后一个同学报的数都比前一个同学报的数多 3. 小明站在第一个位置,小宏站在最后一个位置,他报的数是 300. 小明报的数是几?

**答案提示** 将小朋友报的数从小到大排列起来:....., 291, 294, 297, 300. 我们发现,这是一个等差数列,项数是 100,末项是 300,公差是 3. 要求首项是多少,可以这样考虑:项数是 100,说明第 100 项比第 1 项要多 99 个公差,只要用末项 300 减去 99 个公差就行了.

$$300 - 3 \times (100 - 1) = 3.$$

所以小明报的数是 3.

### 检测·反馈·应用



#### 一、填空题

1. 在等差数列 1, 4, 7, 10, 13, ..... 中,第 100 项是 \_\_\_\_\_, 2002 这个数是其中的第 \_\_\_\_\_ 项.
2. 一个等差数列的公差是 4,第 10 项是 41. 第 20 项是 \_\_\_\_\_.
3. 有 5 个数组成等差数列,其中第三个数是 2002,这五个数的和是 \_\_\_\_\_.
4. 九个连续偶数的和比其中最小的数多 232,这九个数中最大的数是 \_\_\_\_\_.
5. 把一堆苹果分给 8 个小朋友,要使每个人都能拿到苹果,而且每个人拿到的苹果数都不同的话,这堆苹果至少应该有 \_\_\_\_\_ 个.
6. 100 与 500 之间能被 9 整除的所有自然数之和是 \_\_\_\_\_.
7. 在 4 与 40 之间插入三个数,使得这五个数成为等差数列,插入

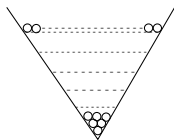


的三个数分别是\_\_\_\_\_.

8. 有 20 个数组成等差数列,其中第十项与第十一项的和是 50,这 20 个数的和是\_\_\_\_\_.
9. 39 个连续奇数的和是 1989,其中最大的奇数是\_\_\_\_\_.
10. 在 1~100 这一百个自然数中所有不能被 11 整除的奇数的和是\_\_\_\_\_.
11. 一个家具厂生产书桌,从第二个月起每个月增加 10 件,一年共生产了 1920 件,问这一年的 12 月份生产了\_\_\_\_\_件.
12. 王先生到某公司应聘,该公司前 3 个月是试用期,试用期每月工资 600 元,试用期结束后第一个月工资 800 元,以后每月工资比上个月多 25 元,王先生第一年的收入是\_\_\_\_\_元.

## 二、选择题

13. 从 1 开始,每隔两个数写出一个数来,得到数列:1,4,7,10,……,在这个数列中,121 是第( )项.  
A. 40                      B. 39                      C. 41
14. 一只蜗牛每小时都比前一小时多爬 0.1 米,这只蜗牛第十小时爬了 1.9 米,那么第一小时爬了( )米.  
A. 1                        B. 0.9                      C. 0.8
15. 一种时钟一点敲 1 下,两点敲 2 下……,十二点敲 12 下,每次半点都只敲 1 下,一昼夜共敲( )下.  
A. 78                      B. 80                      C. 180
16. 如右图,一个堆放铅笔的 V 形架的最下层放 1 支铅笔,往上每一层都比它下面一层多放一支,最上面一层放 20 支,这个 V 形架上共放了( )支铅笔.  
A. 210                      B. 420                      C. 105
17. 所有除以 4 余 1 的两位数的和是( ).  
A. 1210                      B. 1155                      C. 1100
18. 在 1~100 这一百个自然数中所有不能被 9 整除的奇数的和是





( ) .

- A. 2276                      B. 2176                      C. 2005

19. 下面数列中各数呈现一定规律, 其中第 21 项是( ).

1 2 5 10 17 26 37.....

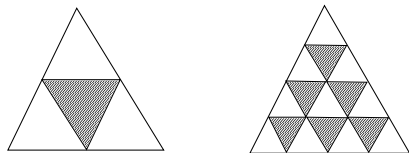
- A. 400                      B. 401                      C. 441

20. 小风计算从 1 开始若干个连续自然数的和, 结果误把 1 当成 10 来算, 所得错误结果恰为 100. 小刚最后加的数是( ).

- A. 13                      B. 14                      C. 15

### 三、解答题

21. 如下图, 三角形每边 2 等分时, 顶点向下的小三角形有 1 个; 每边 4 等分时, 顶点向下的小三角形有 6 个; 每边 10 等分时, 顶点向下的小三角形有几个? 20 等分呢?



22. 光明剧院有 25 排座位, 后一排比前一排多两个座位, 最后一排有 70 个座位, 这个剧院一共有多少个座位?

23. 实验小学五年级的同学围成 5 圈观看文艺演出, 一圈套一圈, 从外向内各圈人数依次减少 10 人, 最外圈共有 86 人, 实验小学五年级共有多少名同学?

24. 有 A、B 两组数, 每组数都按一定的规律排列, 并且每组各有 25 个数. A 组数中前几个数是这样排列的: 1, 6, 11, 16, 21, ...; B 组数中后几个数是这样排列的: ..., 105, 110, 115, 120, 125. 那么这两组数的和是多少?

25. 小明和小刚赛跑, 限定时间为 10 秒, 谁跑的距离长谁胜. 小刚第一秒跑了 3 米, 以后每秒都比前一秒多跑 0.8 米, 小明平均每秒都跑 7 米. 两人中谁能取胜?

26. 把 1 ~ 2002 这 2002 个自然数全部写出来, 所用到的所有数字的



和是多少？

27. 学校进行乒乓球选拔赛,每个参赛选手都要和其他所有选手赛一场,一共进行了78场比赛,有多少人参加了选拔赛?
28. 盒子里放有3只乒乓球.一位魔术师第一次从盒子里拿出1只乒乓球,将它变成3只球后放回盒子里,第二次从盒子里拿出2只乒乓球,将每只乒乓球各变成3只球后放回盒子里……,第10次从盒子里拿出10只乒乓球,将每只乒乓球变成3只球后放回盒子里,这时盒子里共有多少只乒乓球?
29. 若干个同样的盒子排成一排,小明把50多个同样的棋子分装在盒中,其中只有一个盒子没有装棋子.然后他外出了,小光从每个有棋子的盒子里各拿了一个棋子放在空盒内,再把盒子重新排列了一下,小明回来后仔细查看了一番,没有发现有人动过这些盒子和棋子.问共有多少个盒子?多少个棋子?
30. 小明家在一条胡同里,这条胡同门牌号从1号开始,挨着号码编下去.如果除小明家外,先把其余人家的门牌号数加起来,再减去小明家的门牌号数,恰好等于100.小明家的门牌号是几号?全胡同共有几家?

思路·点拨·详解



1. 求第100项是多少,用  $1 + 3 \times (100 - 1) = 1 + 3 \times 99 = 1 + 297 = 298$  (求的是末项). 求2002在第几项是求项数. 根据公式用  $(2002 - 1) \div 3 + 1 = 668$ .
2. 先根据公差是4,第10项为41,求出首项是5,用  $41 - 4 \times (10 - 1)$ . 再求第20项,根据公式:用  $5 + 4 \times (20 - 1) = 81$ .
3. 等差数列项数为5. 根据:奇数项等差数列的和 = 中间项  $\times$  项数. 列式  $2002 \times 5 = 10010$ .
4. 比最小的数多232,说明后8个数的和为232. 平均数为29,中间两





- 偶数为 28, 30 外边分别是 26, 32, 24, 34, 22, 36, 其中最大为 36.
5. 根据“至少”、个数不同可判定: 最少 1 个, 最多 8 个, 是 1 至 8 的等差数列. 求和用  $(1+8) \times 8 \div 2 = 36$  (个).
6. 100 与 500 之间能被 9 整除……自然数中, 最小的是 108, 最大的是 495, 公差为 9. 用  $(495 - 108) \div 9 + 1 = 44$ , 求出项数. 再用  $(108 + 495) \times 44 \div 2 = 13266$ . 求出总和为 13266.
7. 4 到 40 之间插入三个数, 共 5 个数, 增加了 4 个公差.  $(40 - 4) \div 4 = 9$ , 得出公差为 9, 第二个数是 13, 第三个数是 22, 第四个数是 31.
8. 第 10 项与第 11 项为中间两项. 和为 50, 平均数为 25, 得出整个数列中数的平均数为 25. 用  $25 \times 20 = 500$ . 这 20 个数的和是 500.
9. 连续奇数的公差为 2. 用  $1989 \div 39 = 51$ , 得到中间项(第 20 项)为 51. 后面还有 19 个数, 增加 19 个公差(38). 用  $51 + 38 = 89$ . 最大奇数是 89.
10. 1 ~ 100 中所有奇数的和是 2500, 用  $(1 + 99) \times 50 \div 2 = 2500$ . 其中能被 11 整除的奇数和是:  $11 + 33 + 55 + 77 + 99 = 275$ . 用  $2500 - 275 = 2225$ .
11. 用  $1920 \div 12 = 160$ , 得到平均数为 160,  $160 - 5 = 155$ ,  $160 + 5 = 165$ , 得到六月份 155 件, 七月份 165 件, 七月份到十二月份还要增加 5 个公差.  $5 \times 10 = 50$ , 用  $165 + 50 = 215$  (件). 这一年的 12 月份生产了 215 件.
12. 前 3 个月共 1800 元, 后 9 个月工资数是一个等差数列. 首项 800, 末项  $800 + 25 \times 8 = 1000$ , 后 9 个月一共  $= (800 + 1000) \times 9 \div 2 = 8100$  元, 再加上前 3 个月的 1800 元, 共计 9900 元.
13. C. 用  $(121 - 1) \div 3 + 1 = 41$ .
14. A. 每小时多爬 0.1 米, 即公差为 0.1 米, 第十小时比第一小时多了 9 个公差, 也就是多爬了 0.9 米.  $1.9 - 0.9 = 1$  (米).
15. C.  $(1 + 12) \times 12 \div 2 + 12 = 90$  (12 小时敲的)  
 $90 \times 2 = 180$  (下).



16. A. 一共放了 20 层, 项数 20, 首项是 1, 末项是 20, 用  $(1 + 20) \times 20 \div 2 = 420 \div 2 = 210$  (支).

17. A. 此数列为等差数列. 首项是 13, 末项是 97, 公差是 4, 项数 =  $(97 - 13) \div 4 + 1 = 22$ . 和为  $(13 + 97) \times 22 \div 2 = 1210$ .

18. B.  $1 \sim 100$  所有奇数和 =  $(1 + 99) \times 50 \div 2 = 2500$ , 能被 9 整除的数是 9, 27, 45, ..., 99, 项数是 6, 和 =  $(99 + 9) \times 6 \div 2 = 324$ , 用 2500 减去 324 等于 2176.

19. B.  $(21 - 1)^2 + 1 = 401$ .

20. A. 正确的和是  $100 - (10 - 1) = 91$ . 可任意选一个作末项, 算他们的和, 谁等于 91, 结果就是它.  $(1 + 13) \times 13 \div 2 = 91$ .

21.  $1 + 2 + 3 + \dots + 9 = 45$ ,  $1 + 2 + 3 + \dots + 19 = 190$

答: 每边 10 等分时, 顶点向下的小三角形有 45 个, 每边 20 等分时, 顶点向下的小三角形有 190 个.

22.  $70 - (25 - 1) \times 2 = 22$  (个)

$$(22 + 70) \times 25 \div 2$$

$$= 46 \times 25$$

$$= 1150 \text{ (个)}$$

答: 这个剧院共有 1150 个座位.

28.  $86 - (5 - 1) \times 10 = 46$

$$(46 + 86) \times 5 \div 2 = 330 \text{ (人)}$$

答: 实验小学五年级共有 330 名同学.

29.  $1 + (25 - 1) \times 5 = 121$

$$125 - (25 - 1) \times 5 = 5$$

$$(1 + 121) \times 25 \div 2 + (5 + 125) \times 25 \div 2$$

$$= (1 + 121 + 5 + 125) \times 25 \div 2$$

$$= 126 \times 25$$

$$= 3150$$

答: 这两组数的和是 3150.

25.  $3 + (10 - 1) \times 0.8 = 10.2$  (米)





$$(3 + 10.2) \times 10 \div 2 = 66(\text{米})$$

$$7 \times 10 = 70(\text{米})$$

答:小明能获胜.

26. 把 1 和 1998 2 和 1997 3 和 1996.....999 和 1000 分别配对,每  
一对数字之和是  $1 + 9 \times 3 = 28$ .

$$28 \times 999 + 28 + 2 + 2 + 1 + 2 + 2 = 28009$$

答:所有数字的和是 28009.

27. 解:设共有  $x$  人参加了选拔赛.

$$1 + 2 + 3 \dots + (x - 1) = 78$$

$$x(x - 1) = 156$$

因为  $156 = 12 \times 13$ ,所以共有 13 人参加了选拔赛.

答:共有 13 人参加了选拔赛.

$$\begin{aligned} 28. & 2 \times (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 10) + 3 \\ & = 2 \times 55 + 3 \\ & = 113(\text{只}) \end{aligned}$$

答:这时盒子里共有 113 只乒乓球.

29. 因为没有发现有人动过,所以原来盒子必定有 0 枚、1 枚、2 枚、  
3 枚.....10 枚棋子.

$$1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55(\text{枚})$$

答:共有 11 个盒子,55 枚棋子.

30. 根据题意,全胡同所有各家门牌号之和应大于 100,并且与 100  
的差是小明家门牌号的 2 倍,应是偶数.

由于  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 14 = 105$ ,但  $105 - 100 = 5$ ,所以全胡  
同不可能是 14 家.

又由于  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 15 = 120$ ,且  $120 - 100 = 20$ ,符合题  
意.  $20 \div 2 = 10$

答:小明家门牌号是 10 号,全胡同共 15 家.



## 第二单元

### 计数问题

#### 知识·规律·方法



##### 1. 计数的基本方法.

可以根据一定的标准,将计数的对象分成若干类,再分别将各个类别的情况一一列举出来,使问题的结果可以通过数数得到.这种方法又可称作一一列举法、枚举法、穷举法.

##### 2. 计数的基本原理.

(1)加法原理:为了完成一件事情,有  $n$  种方式,每种方式都能独立完成这件事情.第一种方式有  $a_1$  种方法,第二种方式有  $a_2$  种方法,第三种方式有  $a_3$  种方法……第  $n$  种方式有  $a_n$  种方法.这样完成这种事情共有  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  种方法.

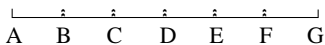
(2)乘法原理:为了完成一件事情,必须经过  $n$  个步骤(每个步骤都不能独立完成这件事),完成第一个步骤有  $a_1$  种方法,完成第二个步骤有  $a_2$  种方法,完成第三个步骤有  $a_3$  种方法……完成第  $n$  个步骤有  $a_n$  种方法,那么完成这种事共有  $a_1 \times a_2 \times a_3 \times \dots \times a_n$  种方法.

运用乘法原理必须紧紧扣住所需要考察的对象(某件事),再按实际情况把它分为若干个步骤.

#### 范例·解析·拓展



例 1 如图所示,请你数一数一共有多少条线段.





解析 以 A 为左端点的线段有 6 条 ,AB、AC...AG

以 B 为左端点的线段有 5 条 ,BC、BD...BG

以 C 为左端点的线段有 4 条 ,CD、CE...CG

.....

以 F 为左端点的线段有 1 条 ,FG

共有不同的线段  $6 + 5 + 4 + \dots + 1 = 21$  条.

拓展一 数一数下图有多少个三角形？

答案提示 要认真观察图形的特点 ,选准切入点.

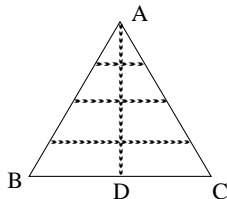
可先数三角形 ABD 中包括的三角形数(共 4 个).

再数三角形 ACD 中包括的三角形数(共 4 个).

最后数三角形 ABC 中包括的三角形(共 4 个).

图中三角形数为  $4 + 4 + 4 = 12$ (个).

除此之外 ,还可以根据组成三角形的各部分数来进行区分后再数.最后将各数相加.



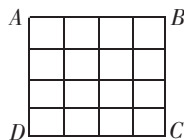
拓展二 下图中一共有多少个正方形.

答案提示 如果一个正方形的边长被分成 n 等份 ,则正方形总数为 :

$$n^2 + (n - 1)^2 + \dots + 2^2 + 1^2.$$

图中的正方形的边长被分为 4 等份 ,正方形的总数为 :

$$\begin{aligned} &4^2 + 3^2 + 2^2 + 1^2 \\ &= 16 + 9 + 4 + 1 \\ &= 30(\text{个}). \end{aligned}$$



例 2 用 1、2、3、4 这四个数字 ,可以组成多少个没有重复数字的三位数.

解析 三位数包括百位、十位和个位 ,百位上有 4 种写法 ,当百位

