目　　录

I

建立地图数学基础的一般知识

§ 1—1 选择地图投影的目的、意义和方法

（1）在地图学的基本教材中，对于地图的定义是大家知道的，那就是“地图是地球表面的自然与社会现象缩小的、概括的表象。它是依据一定的数学法则在平面上利用图式符号构成的。地图向人们揭露各种现象的分布、本质及相互联系。”

构成地图的特征之一是“依据一定的数学法则”，其具体内容就是把不可展开的地表曲面运用某种数学方法，表示到平面上。用数学语言来讲就是在地表面点与平面点之间建立一一对应的关系。用较直观的方式来讲，就是把地面（地球椭圆体面或球面）的一组曲线坐标系用数学方法表现为平面上的曲线坐标系，实践中最常用的就是建立经纬线网的平面表象。

当在平面上建立了经纬网的表象后，就可以把地表面经纬线网格内的地物一一用符号转绘到平面上相应的网格内，这就在数学上制作了地图。

可见，建立地图的数学基础是制作地图的基础工序。“没有数学基础、没有投影就不能制作地图。”当然，有了数学基础，还要以后各个工序的继续才能获得地图。

研究建立地图数学基础，也可说成是研究地图投影，就是把地球表面的经纬线网“投影”（不单纯是几何的）到平面上。这是“数学制图学”或“地图投影学”研究的任务。

（2）大家知道，地球椭圆体或球体表面是一个所谓不可展开的曲面。当把它表示到平面上时，决不可能保持原来的形状，而必然会发生这种或那种变化。在数学制图学中，称之为“变形”。通常可以分为长度、面积和角度三种变形。其中以长度变形为最基本的因素。在每一个具体的投影中，就必然至少包含着其中之二，甚至所有三种变形。

由于各种投影中变形性质与大小是多种多样的，故实际应用中需要予以分类。根据变形性质，通常可以分为下列五类：

1．**等面积投影；**

2．**面积变形不大的投影；**

3．**等距离投影；**

4．**角度变形不大的投影；**

5．**等角投影。**

上面2、3、4三种也可统称为任意投影。

（3）上述1、3、5三种投影的定义是：凡在投影中面积大小不发生变化的投影，也就是在地图上量测的面积与实有面积之比符合主比例尺（地图上所注明的比例尺，见§ 1—3）的称做等面积投影。

凡在投影中沿一个主方向（见§ 1—3）保持长度正确的投影称做等距离投影。

凡在投影中能保持微小面积形状正确的，也就是一点上任意两微分线段所夹之角在投影后保持大小不变的，称做等角（或正形）投影。

至于2、4两种，从他们所处分类的地位与名称本身，已可以了解它们的特点。关于

投影按经纬线形状的分类，在本文中从略。

（4）从投影变形的多样性可以看到，对于一定内容、用途的地图，应该选用符合地图科学使用目的的投影。这样才能正确发挥地图的作用。例如，要求便于作面积量测和面积对比的地图，显然最好采用等面积投影；常用于量取角度或距离的地图，最好采用没有角度变形和易于改正距离的等角投影。如果相反，选用了其他投影，不仅会造成用图的困难，有时甚至会导致错误。因为，数学制图学基本理论证明，等面积投影中恰恰具有较大的角度变形，而等角投影中则有较大的面积变形。

由于地图通常并不服务于单一的使用目的，所以不可能单纯考虑一种变形的要求。这就有必要选取等面积和等角以外的任意投影。而且，大家知道，等距离投影虽然既有面积变形也有角度变形，但其变形大小是介于等面积和等角两者之间，都不是最大的，较适合于某些要求变形较均匀的地图。又如当容许有一些面积变形而角度变形可以稍大，则宜设计第2类投影；反之，则宜设计第4类投影。

（5）根据制作地图的具体任务选择地图投影，一般没有现成的方案、标准或规范可以遵循。通常是依据下列几个因素来进行的：

制图区域的大小；

区域的形状和位置；

出版方式；

地图用途及其使用方法；

地图内容。

此外，共同的要求则是经纬线形状不复杂，计算和绘制比较容易，在制图区域中变形微小而分布均匀，以及满足投影上的等变形线形状与制图区域的轮廓形状基本上一致的要求。

在实践中则须视实际制图任务而定，例如，对小比例尺广大地区的地图而言，应就各个因素来分析研究。对不大的范围而言，则是不必如此的。如本书所列的制图区域，最大范围以中国全图为对象，以下再划分各个部分。象这种情况，主要考虑的就不是选用什么系统（圆锥、圆柱、方位、伪圆锥……等等），而是在运用少量的投影系统下，适当地选取标准纬线或投影中心，使投影变形分布均匀，以及同类地区用类似的投影。例如各个省（区）的地图就应该这样，而不宜作多余的烦琐的考虑。

为了说明这一点，试以我国各省（区）中最大的新疆维吾尔自治区为例，采用不同条件的四种圆锥投影来计算所取长度比值如下：

投　　影	等　角　圆　锥　投　影		等距离圆锥投影	等面积圆锥投影
条　　件	$N_s = N_N$ $N_N \cdot No = 1$ $\varphi_N = 48°30'$ $\varphi_S = 35°30'$	双标准纬线 $\varphi_1 = 37°30'$ $\varphi_2 = 46°30'$	双标准纬线 $\varphi_1 = 37°30'$ $\varphi_2 = 46°30'$	双标准纬线 $\varphi_1 = 37°30'$ $\varphi_2 = 46°30'$
49°	1.0043	1.0046	1.0048	1.0049
48°	1.0022	1.0026	1.0026	1.0026
46°	0.9991	0.9993	0.9993	0.9993
44°	0.9973	0.9975	0.9975	0.9975
42°	0.9968	0.9969	0.9969	0.9969
40°	0.9975	0.9976	0.9976	0.9976
38°	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994
36°	1.0023	1.0023	1.0023	1.0022
35°	1.0042	1.0042	1.0041	1.0040

由上表可见，不同性质的圆锥投影长度变形差别是不大的。对其他较小的省（区）而言，必然更为微小。

§ 1—2　影响选择地图投影的因素

（1）**制图区域的大小**　区域愈大，则选择投影愈复杂。例如全世界、洲、大洋、洲的一大部分。区域较小，例如我国一个省（区），则采用不同性质投影其投影变形都是很小的。一般的分级是：凡区域在常用的投影中其长度变形约为±0.5%，称做“不大的”区域，在投影中局部地方长度变形达±2—3%，称做“中等的”区域，若变形不能避免大于±3%，则属于“大”区域。本书所列投影区域，均在中等或不大的范围之内。对于中等或不大的区域，一般主要考虑它的几何因素，即地理位置和形状。而内容与用途对变形的要求可以考虑得少些。

（2）**制图区域的形状和位置**　依据§1-1所述原则，要求等变形线与制图区域轮廓一致可知：

方位投影最适宜于表示具有圆形轮廓的地区，正轴圆锥投影和圆柱投影最适宜于沿纬线伸展的地区，特别是圆锥投影适宜于中纬度地区（例如我国大陆地区），圆柱投影适宜于低纬度及赤道地区。对于沿经线伸展的地区，宜采用横轴圆柱投影和多圆锥投影等等。但是，这也主要是对广大地区而言的。

（3）**出版方式**　如果一幅地图是单独出版的，那么在选择投影上有较大的“自由”，如果它是在地图集（例如分省地图集）中或一组地图中的一幅，就应考虑它与其他图的从属关系，即取得协调或者用同一系统等。

（4）**地图用途与使用方法**　地图的特殊用途可能对地图投影有特殊的要求，例如航海地图常要求等角投影且等角航线表现为直线，所以多采用墨卡托投影。至于普通地图，

一般并不要求特殊的投影，但可提出对图上量算或估算的精度要求，作为选择投影之参考。例如对高精度量测，希望长度与面积变形在±0.5%和角度变形在0.5°以内，中等精度则希望长度与面积变形在±1—2%和角度变形在1—2°以内；近似量测则分别为±3—4%和3—5°以内。

如果几种投影都能适合变形限度的要求，那么就可以从中选取最简单方便而且有利于编图作业的一种。

（5）**地图内容对投影的要求**　这是很明显的，例如经济地图通常要求面积正确，自然地图中的某些气候图（如风、洋流图等）要求等角性质。但是，等面积（或等角）投影中往往另一方面有较大的角度（或面积）变形，所以有时也要采用2、3、4类投影。例如行政区划图用1—2类，交通与通讯图用2—3类等等。同时，应该指出，这种依据内容选取投影性质，主要也是在相当大地区的制图中才需多加考虑。

§1—3　建立地图数学基础的过程与方法

（1）数学制图学中的基本公式与定义。地图投影的一般公式为

$$x = f_1(\varphi,\lambda),\qquad y = f_2(\varphi,\lambda),$$

式中x、y是投影直角坐标，φ、λ是点的纬度和经度。f_1、f_2在一定范围内是单值、有限而连续的函数。对不同投影f_1、f_2有不同的具体形式（参看§1—6符号与公式）。

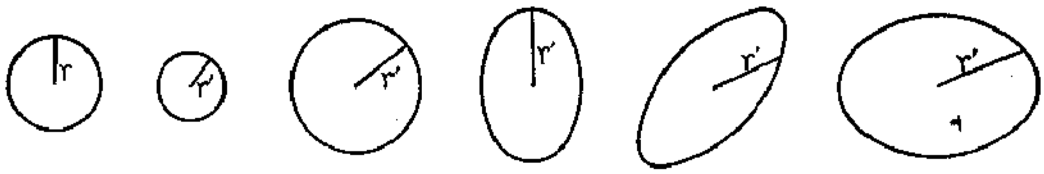
要研究投影变形，须要了解下列术语及其定义。

长度比μ——地面上微分线段投影后的长度ds'与它固有的长度ds的比，以公式表示即

$$\mu = \frac{ds'}{ds}。$$

长度比通常是不固定的。即同一点上不同方向的长度比大小一般是各不相同的，不同点上也不是一样的。举例来说明如下：

地面上不同地区有同样大小的一些小圆，它们在地图投影中，通常不可能保持原来的形状或大小，而是投影成不同大小的圆或各种形状的椭圆（图1.1）。



实地上的一个小圆　　小圆在不同投影中的表象

图（1.1）

由图1.1可以看出，地面上一个小圆的半径r在投影中成为大小不同的r'（特别在椭圆中心点上各方向的r'均在变动）。根据长度比定义可知：

$$\mu = \frac{r'}{r}$$

是不固定的。

当地面上的一些小圆投影成椭圆时，可以看出，在椭圆中必有一个 r' 最大，而另一个 r' 最小，它们就是椭圆的长短半径，是互相垂直的。在这两个方向上的长度比有极值（最大和最小），称为极值长度比，用 a 、b 表示。这两个方向命名为**主方向**。

沿经、纬线的长度比则用 m、n 表示。这两种长度比是容易直观地觉察的。例如，同一条纬线在同样的经差时应具有同样的弧段，在地图上若表现为不同长度，就是因长度比不同所引起的。在使用地图时，经纬线长度比 m、n 是较容易量算的，只要沿经线或纬线量取一单位长度（例如1°），就是投影长度，再与制图用表中检取的该经线或纬线长度（经主比例尺缩小以后）相比，即得 m、n。其他方向的长度比则可利用已知的 m、n 计算而得。

面积比 P——地面上微分面积投影后的大小 dF' 与它固有的面积大小 dF 的比，以公式表示即

$$P=\frac{dF'}{dF}。$$

例如，在某一幅地图上量取纬度50°到51°，经差1°的面积8050平方毫米，地图比例尺为1：1000 000。按该面积实地大小可由制图用表检取，为7892.49平方公里。将此值缩小到百万分之一以后，则为7892平方毫米，由此可得面积比

$$P=\frac{8050}{7892}=1.020。$$

这就是说，该面积投影后被放大了一些（达2%）。

长度变形——长度比与 1 之差值，即 $\mu-1$。实际中常用百分数表示，例如 ±1%，即表示某一线段比实际长度放大或缩小了百分之一。

面积变形——面积比与 1 之差值，即 P-1。实际中常用百分数表示，例如 ±2%，即表示某一面积比实际面积放大或缩小了百分之二。

角度变形——某一角度 β 与投影后的角值 β' 之差值，即 $\beta-\beta'$。

一点上必有两个方向，其组成的角度与投影角度有最大的差值，则此差值称为最大角度变形 ω。

主比例尺——在计算地图投影时，通常将地球椭圆体（或球体）按一定比率缩小，也就是在每一幅地图上注明的那个比例尺叫做主比例尺（或称普通比例尺）。

由于投影中一定有若某种变形，因此在理论上地图上只有某些线或点上保持着这个比例尺，而其余地区的比例尺都与主比例尺有所不同（大于或小于主比例尺）。例如，一幅用标准纬线 $\varphi_1=25°$，$\varphi_2=47°$ 的等角圆锥投影编制的四百万分之一中国全图，在纬度25°与47°及其附近的地区，保持着四百万分之一的比例尺，在25°与 47° 之间的地区，比例尺就小于四百万分之一，而在25°、47°以外的地区，其比例尺就大于四百万分之一。

但是，在实践中，在一定范围的小地区的投影中可以近似地把图幅上的比例尺视为一致而不变的（例如在大中比例尺的地形图中）。

局部比例尺——地图上除保持主比例尺的线或点以外，其他地区的比例尺均是局部比例尺。这种比例尺到处随线段位置和方位而发生变化。

例如，我们在使用一本中型普通分省地图集时，在该图集中的第36—37页，山东省图

幅中，沿36°纬线量取经差1°的长度，得29.35毫米，而实地长度为 90166 米，由此可求得比例尺为1：307万，这就是局部比例尺。按此图的主比例尺为1：300万，可见在这一部分地区，局部比例尺较主比例尺要小一些。

在广大地区的小比例尺地图上，例如世界图上，比例尺的剧烈变化甚至目视觉察非常明显。在这种情况下，就要施加改正才能取得较正确的量算数据。

（2）依据具体的制图任务，可考虑若干投影方案，并对于这些方案，作出变形分布的估算。在经过分析研究，确定采用某一投影为该图的数学基础之后，就进行具体的计算。计算是依数学制图学中的投影公式（本书所用投影公式见 §1—6）进行的。计算时应该注意的是保证达到所要求的图解精度。大家知道，现代高精度展绘坐标的仪器（坐标展点仪）能保证达到0.1毫米的精度，所以计算直角坐标 x、y 应达到0.01毫米。这样，中间各个计算过程（例如正轴圆锥投影中的纬圈投影半径或斜轴方位投影中的向径 ρ）也应该达到0.01毫米等等。在运用函数表或对数表时也应注意与要求精度相适应的位数。

除此以外，还需计算投影的变形指标。例如本书第Ⅲ部分中每一个投影直角坐标之后均附有变形数值，即长度比、面积比和最大角度变形。在计算这些数值时，要考虑到过高的精度是不必要的，如长度比、面积比通常仅要小数后 3—4 位，有时甚至 2 位即可，最大角度变形仅需到度、分即可。

整个计算工作应运用表格有规律地循序前进，计算要有独立的校核，以保证成果的正确性。

（3）地图投影在很多情况下是对称于一条中央经线的，因此投影的计算通常只需算出图面中央经线以东的部分（特殊情况下仅计算图面的四分之一，例如该投影同时又对称于赤道）。因此在展绘经纬网时应该注意全图经纬线交点坐标的获得（参看Ⅲ说明）。

（4）展绘经纬网最迅速而精确的是应用坐标展点仪。在依据直角坐标展绘经纬网交点时，宜将对称于轴经线的点子同时展绘，这样可以节省一个坐标值之重新安置。

§1—4 关于中国全图及其各分带、分省（区）等投影的选择

（1）关于中国全图的投影。在本书中编算了三种斜轴方位投影，即等角、等面积与等距离方位投影。投影中心取在 $\varphi_0=+30°$，$\lambda_0=+105°$。投影网格以 +105° 直经线为对称轴。这条中央经线是我国习惯采用的。$\varphi_0=+30°$ 系适当考虑到我国疆域所到达的低纬度。这样，整个领土上的变形分布比较均匀（参看投影编号 1、2、3）。具有这么三个同一系统不同变形性质的投影，基本上可以满足编制各种全国图的应用，而且同一系统方位投影的同名网格间，存在同素变换的可能性，这将有助于编图作业的改进。当然，有特殊需要时，也应设计其他各种投影。

（2）关于中国全图（南海诸岛作插图）的投影。在这种图上南海诸岛以插图形式配置于右下角。在我国传统上多采用正轴圆锥投影，但有采用不同标准纬线的方案（见下表）*。

* 表中所列标准纬线数值是近似的，也没有分投影性质。理论上，不同变形性质圆锥投影按条件所得标准纬线是不同的，但实际上相差不多，故不去分开了。

纬度 \ 标准纬线 / 长度比n	25° 45°	24° 48°	25° 47°	≈24° ≈49°	29°10′ 43°30′
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
54°	1.056	1.038	1.042	1.024	1.043
50°	1.024	1.010	1.014	0.9997	
40°	0.989	0.980	0.983	0.975	
36°	0.985	0.978	0.982	0.976	0.992
30°	0.989	0.985	0.988	0.983	
20°	1.016	1.014	1.018	1.015	
18°	1.025	1.025	1.026	1.024	1.043

分析上表中变形变化情况，可以得出：

1. 第5种——长度均方变形为最小的条件，这在理论上长度均方变形最小，应该在"理论上"认为是优良的，但是缺乏考虑地理要求，使南北边缘变形"一视同仁"实践中常希望大陆南缘变形比北缘小些。

2. 第4种——按边纬中纬变形绝对值相同，标准纬线约为24°，49°左右。表面上看来个别变形绝对值在全域没有超过±2.4%，但是它很机械地把南北边缘与中部"等量齐观"，而不考虑中部地区东西延伸广大，南北边缘仅属小块地区。这个投影若以变形理论来衡量，长度均方变形值将是较大的。

3. 第3种——是上述两者的综合，可以看出，在广大的中部地区自纬度20°直到50°，处在小比例尺地图中等量测精度2%以内，变形分布上又是南缘略优于北缘。

4. 第2种——这是接近于第4种的。但把标准纬线凑成整齐的数字。这个方案也是中部变形偏大。

5. 第1种——在中部比（2）、（3）、（4）均有改善，但北部变形偏大。这一方案似也有把标准纬线凑成整齐数值的倾向。

依据上述分析，本书决定选取$\varphi_1=25°$、$\varphi_2=47°$作为标准纬线。

对于这个投影系统，同样编算了等角、等面积、等距离三种性质的投影。这对于编制中国全图（南海诸岛作插图）的各种地图，也颇为够用了。当然，对于特殊需要也还可设计其他投影。

（3）关于三个分带的投影。为提供编制我国领域内各种分区性质的地图，例如东北、西北等区，大河流域以及分省图集内的省（区）地图，把全国范围分了三个投影带。中国北部，标准纬线为$\varphi_1=35°$，$\varphi_2=47°$，适用范围为30°至54°；中国南部（南海诸岛作插图），标准纬线为$\varphi_1=25°$，$\varphi_2=35°$，适用范围为18°至40°。以上两带均为正轴等角圆锥投影。两带重复达10°，可以避免某些跨带地区的坐标不够用。标准纬线的这样选用，可以使两带在35°上等长，较易于转绘邻带的内容。两带的另外两标准纬线为25°、47°，则与中国全图（南海诸岛作插图）的相同。两带中的变形是：北带的长度变形最大达2%，绝大部分地区在1%以内；南带的长度变形最大在±2%以下，绝大部分地区在±1%以内。达到了中等量测精度的要求。第三带是南海诸岛。适用范围为0°至25°。编算了标准纬线为

$\varphi_1 = 10°$，$\varphi_2 = 20°$的两种正轴圆锥投影（等角、等距离）及一种标准纬线 $\varphi_K = \pm 15°$ 的正轴等角圆柱投影（墨卡托投影）。这三种投影都可供编制中国全图（编号4、5、6）中南海诸岛插图之用。

应用这样三带的投影，对于编一般参考用分省图集中各省（区）地图也是比较适宜的。若应用中国全图（南海诸岛作插图）一个投影，而各省（区）以割取其一部分作为数学基础，则在某些图幅上会达不到中等量测精度的要求。

（4）关于按省（区）分带的投影。对于编制较高精度的分省地图集以及各个省(区)编制单幅的地图，上述分带的投影对某些省（区）而言尚属过大。经过分析，我国各省（区）最大纬度差为14°（如新疆维吾尔自治区），最小纬差为4°以下（如山东、湖北、台湾等），最大经差为23°（如新疆维吾尔自治区），最小经差为2°（如台湾）。在这种情况下，可以认为把近似同纬度带的省（区）合用同一个投影，把全国各省（区）分别纳入若干等角圆锥投影系统就可以满足实际制图之需要了。本书所用的方案是把全国各省（区）分为10个投影带。对每一带选用两条标准纬线。这样可以保证各带的长度变形最大不超过1%，见下表：

投影编号	适用省（区）	标准纬线		最大长度变形
		φ_1	φ_2	
9	黑龙江	45°	52°30′	0.2%
10	吉林、辽宁	40°	45°30′	0.2%
11	内蒙古自治区	39°	46°	0.4%
12	河北、山东、山西、陕西、甘肃、宁夏回族自治区、青海	33°	42°	0.3%
13	新疆维吾尔自治区	36°30′	48°	0.5%
14	湖北、江苏、安徽、河南	30°	35°30′	0.1%
15	四川、西藏自治区	27°30′	35°	0.2%
16	湖南、浙江、福建、江西、贵州	25°	30°30′	0.2%
17	云南	22°	28°30′	0.3%
18	广东、广西壮族自治区、台湾（南海诸岛作插图配置）	21°	25°30′	0.2%

这样分带的投影方案，既可以适用于编制科学参考用的分省图集，也可以供各个省（区）单独编制本省（区）各种地图之用，并能保证中等以上乃至高精度量测的要求。

关于各个省（区）是否都需要单独一个投影。这在方法上是可以做的，但实际应用上如果从对小比例尺地图的一般要求来看，则是无须这样做的。当然，特殊需要时也不能排斥重新计算一个投影。

在本书中对各省（区）所建议的投影带的标准纬线纬度用下列公式计算：

$$\varphi_1 = \varphi_S + 0.16(\varphi_N - \varphi_S),$$
$$\varphi_2 = \varphi_N - 0.12(\varphi_N - \varphi_S)。$$

式中 φ_N、φ_S 为分带的边纬线纬度，φ_1、φ_2 为标准纬线。实际上，φ_1、φ_2 可凑整到0.5°或1°。而且可视地区特点而稍予调整。纯粹严格地规定地理纬度 φ_N、φ_S以及计算 φ_1、φ_2 到

若干分秒对于地图应用并无实际帮助。

（5）对于中国海域，在本书中编算了一种正轴等角圆柱投影，这在制图实践中已经采用过。这个投影的特点是经纬线成为正交的平行直线，等角性质而且等角航线成为直线，较适用于海图。但具有较大的长度及面积变形。如有特殊需要，也可以设计其他投影，例如横轴等角圆柱投影也是值得建议的。

（6）本书中还列出了高斯-克吕格投影坐标表。由数学制图学可知，高斯-克吕格投影是一个等角（正形）投影。以6°带的经差而言，它的长度变形在中国大陆范围内最大不超过0.15%。这个投影是许多国家地形图规定采用的数学基础。为适用于较宽广地区，本书所列坐标加宽到 9°，其最大长度变形在 0.3% 以内。对于经差不大于 9° 的省（区）而言，应用本投影也是非常适宜的。应用时可以把通过区域中部（或近似中部）的经线（整1°或0.5°）作为中央直经线，经纬网就对称于它。

对于地图集中的一些扩大图，也可采用本投影。

（7）本书中还列出了百万分之一地图专用的改良普通多圆锥投影（国际投影）。这个投影是国际通用的作为百万分之一地图的数学基础。投影建立简单，变形微小，在我国范围内最大长度变形不超过0.6%，角度变形不超过5′（指一幅4°×6°的图面上）。所以对于局部小地区，也可以用本投影来编制地图（例如某些典型地区的扩大图等等）。

（8）我国在六十年代以前出版的百万分之一地图，采用上节所述的改良普通多圆锥投影。鉴于国际上对于百万分之一地图倾向于采用航空图常用的等角圆锥投影，故自1978年起，决定采用重新设计的等角圆锥投影。本投影是一种双标准纬线的等角圆锥投影，每纬差4°自成一个投影带。本投影中无角度变形，每一图幅中长度变形最大不超过万分之三，故在图上量测距离时可视为没有误差。

§1—5 关于提高地图量算精度的诺谟图

如上所述，地图投影中不可避免地会产生各种变形，适当地选择投影固然可以减小变形的数值，或者使某种变形限制在一定的量测精度范围之内，但是这种可能性并不是无限的。随着区域的扩大，变形会显著增加，这时任何"最佳"投影也不能理想地把变形限制在要求的范围。例如长度变形在任何投影中都是不能避免的。另一方面，现代科学技术的发展，测绘事业的发展使全世界地形成图数量与质量不断地提高，也就是说制作地图的物质基础愈来愈丰富而优良。因此小比例尺地图质量必然也不断地提高，但是地图投影仍然限制着地图的数学精度。致使小比例尺地图仍然习惯地仅被认为"给予人们概括阅览广大幅员的可能性"，而谈到量测的可能性时，往往是信心不足的。

从地图的使用来看，现代科学技术也对广大地区的小比例尺地图提出了能够量算某些数据的要求。所以利用某些技术方法来适当地提高小比例尺地图量算精度是值得研究而且有时是可以做到的。

在已有的地图投影中，例如等角圆锥投影、墨卡托投影、等面积圆锥投影中的图解比例尺，就是为提高地图量距精度的一种诺谟图。

可见运用诺谟图的确能有助于提高小比例尺地图的量测精度。

本来在工程技术中运用诺谟图作为计算的有效辅助工具并不是鲜见的。只是在地图学

中还是太少或不够完整（例如对等面积圆锥投影运用沿经纬线两个图解比例尺并不能解决任意方向的距离量测）。

本书中对所列的几种投影设计了若干量算诺谟图，能有助于提高量算距离、面积、方位角的精度（见第Ⅳ部分关于诺谟图的应用说明），使用上并不复杂。

应该认为，对于某些科学参考性的地图，在适当位置配置以改进量算技术的诺谟图并不是没有意义的。这个工作还是初步的尝试，有待于在地图学中进一步研究、改善、提倡和发展。

§ 1—6 符号与公式

（1）符号

M——地球椭圆体经线曲率半径；

N——地球椭圆体卯酉圈曲率半径；

r——地球椭圆体纬线半径；

s——经线弧长，即自赤道起到某一纬度的经线长度；

S——地球椭圆体梯形面积，即是指从赤道到某一纬线，经差为一弧度（约57°.3)的面积；

R——地球球体半径或平均曲率半径（即 $R=\sqrt{MN}$）；

φ、λ——地球椭圆体或球体上点的纬度与经度；

φ_0、λ_0——斜（横）轴投影中球面极坐标原点 Q 的地理坐标；

a、z——球面极坐标的方位角及天顶距；

φ_K、φ_1、φ_2——标准纬线，即在投影中没有长度变形的纬线；

z_K——斜方位投影中投影面所割小圆的天顶距；

δ、ρ——投影中点位的平面极坐标：极角与向径：

ρ_S——投影中的最大向径，例如圆锥投影中最南边的纬线投影半径：

x、y——投影中点位的平面直角坐标：纵坐标与横坐标；

s、(H)——中央经线投影后长度，在百万分之一地图中中央经线的长度；

lgU、lglgU——等角表象中纬度的函数；

其中

$$U=\frac{\mathrm{tg}\left(45^\circ+\dfrac{\varphi}{2}\right)}{\mathrm{tg}^e\left(45^\circ+\dfrac{\psi}{2}\right)},\qquad \sin\psi=e\sin\varphi。$$

μ——长度比；

m、n——沿经线和纬线的长度比；

μ_1、μ_2——沿垂直圈和等高圈长度比，例如在斜方位投影中，μ_1处于通过投影中心的直线上，μ_2处在以投影中心为圆心的小圆上，通常 μ_1、μ_2 就是极值长度比；

a、b——最大与最小长度比；

P——面积比；

ω——最大角度变形；

ε'——有一公共点的四幅百万分之一地图拼接时的裂隙角；

Mod——lg e，即0.43429448；

α、k、c——投影常数。

（2）公式

方 位 投 影

0．通式

$$x=\rho\cos\delta,\qquad y=\rho\sin\delta。$$

1．等角方位投影（球面投影）。[编号1]

$$\rho=2R\ \mathrm{tg}\frac{z}{2}\cos^2\frac{z_k}{2},\quad \delta=\alpha;$$

$$\mu_1=\mu_2=\cos^2\frac{z_k}{2}\ \sec^2\frac{z}{2};$$

$$P=\mu^2;\qquad \omega=0。$$

2．等距离方位投影（波斯托投影）。[编号2]

$$\rho=R_z,\quad \delta=\alpha;$$

$$\mu_1=1,\qquad \mu_2=\frac{z}{\sin z};$$

$$P=\mu_2;$$

$$\sin\frac{\omega}{2}=\frac{z-\sin z}{z+\sin z}。$$

3．等面积方位投影（兰勃脱投影）。[编号3]

$$\rho=2R\sin\frac{z}{2},\qquad \delta=\alpha;$$

$$\mu_1=\cos\frac{z}{2},\qquad \mu_2=\sec\frac{z}{2};$$

$$P=1;$$

$$\mathrm{tg}\left(45^\circ+\frac{\omega}{4}\right)=\sec\frac{z}{2}。$$

圆 锥 投 影

0．通式

$$\delta=\alpha\cdot\lambda;$$

$$x=\rho_s-\rho\cos\delta,\qquad y=\rho\sin\delta。$$

1．正轴等角圆锥投影（兰勃脱投影）。[编号4、7至19]

$$\rho=\frac{k}{U^{\alpha}}; \qquad \alpha=\frac{\lg r_1-\lg r_2}{\lg U_2-\lg U_1},$$

$$K=\frac{r_1U_1^{\alpha}}{\alpha}=\frac{r_2U_2^{\alpha}}{\alpha};$$

对于编号25：

$$\left(\begin{array}{l}\alpha=\dfrac{\lg r_s-\lg r_N}{\lg U_N-\lg U_s}\\ K=\frac{1}{\alpha}\sqrt{r_N r_m U_N^{\alpha} U_m^{\alpha}}\end{array}\right)$$

$$m=n=\frac{\alpha\rho}{r};$$

$$P=m^2; \qquad \omega=0。$$

2．正轴等距离圆锥投影。〔编号5、20〕

$$\rho=C-s;$$

$$\alpha=\frac{r_1}{C-s_1}=\frac{r_2}{C-s_2},$$

$$C=\frac{s_2r_1-s_1r_2}{r_1-r_2};$$

$$m=1, \qquad n=\frac{\alpha\rho}{r};$$

$$P=n; \qquad \mathrm{tg}\left(45^{\circ}\pm\frac{\omega}{4}\right)=\sqrt{n}\,^*。$$

3．正轴等面积圆锥投影（亚尔勃斯投影）。〔编号6〕

$$\rho^2=\frac{2}{\alpha}(C-S);$$

$$\alpha=\frac{r_1^2-r_2^2}{2(S_2-S_1)}, \qquad C=\frac{\alpha\rho_1^2}{2}+S_1=\frac{\alpha\rho_2^2}{2}+S_2;$$

$$m=\frac{1}{n}, \qquad n=\frac{\alpha\rho}{r};$$

$$P=1; \qquad \mathrm{tg}\left(45^{\circ}\pm\frac{\omega}{4}\right)=n^*。$$

---

* n＞1，左边取“+”号；n＜1，取“-”号。

圆 柱 投 影

0．通式

$$x = f(\varphi), \qquad y = \alpha\lambda。$$

1，正轴等角圆柱投影（墨卡托投影）。〔编号21、22〕

$$x = \frac{\alpha}{\mathrm{Mod}}\lg U, \qquad y = \alpha\lambda;$$

$$\alpha = r_k; \qquad m = n = \frac{\alpha}{r};$$

$$P = m^2; \qquad \omega = 0。$$

高斯-克吕格投影 〔编号23〕

$$x = s + \frac{N}{2\rho^{\circ 2}}\lambda^{\circ 2}\sin\varphi\ \cos\varphi + \frac{N}{24\rho^{\circ 4}}\lambda^{\circ 4}\sin\varphi\ \cos^3\varphi \times$$

$$\times(5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) + \cdots$$

$$y = \frac{N}{\rho^\circ}\lambda^\circ\cos\varphi + \frac{N}{6\rho^{\circ 3}}\lambda^{\circ 3}\cos^3\varphi(1 - t^2 + \eta^2) +$$

$$+ \frac{N}{120\rho^{\circ 5}}\lambda^{\circ 5}\cos^5\varphi(5 - 18t^2 + t^4) + \cdots$$

式中 $\eta^2 = e'^2\cos^2\varphi, \qquad t = \mathrm{tg}\varphi。$

$$\mu = 1 + \frac{1}{2\rho^{\circ 2}}\lambda^{\circ 2}\cos^2\varphi(1 + \eta^2) + \frac{1}{24\rho^{\circ 4}}\lambda^{\circ 4}\cos^4\varphi(5 - 4t^2);$$

$$P = \mu^2; \qquad \omega = 0。$$

改良普通多圆锥投影（国际投影）〔编号24〕

$$\rho = N\,\mathrm{ctg}\varphi;$$

$$x = s + \frac{\lambda^{\circ 2}}{2\rho^{\circ 2}}N\cos\varphi\sin\varphi,$$

$$y = \frac{\lambda^\circ}{\rho^\circ}N\cos\varphi - \frac{\lambda^{\circ 3}}{6\rho^{\circ 3}}N\cos\varphi\sin^2\varphi;$$

$$s' = s - 0.271\cos^2\varphi^*; \qquad m = 1 + 0.0001523(\lambda^{\circ 2} - 4)\cos^2\varphi$$

$$P \approx m; \qquad \omega' = 0'.52\lambda^{\circ 2}\cos^2\varphi; \qquad \varepsilon' = 25'.15\cos\varphi。$$

---

* 在坐标表编号24中，纬差4°的经线投影长度以H标志。