

现代大地测量理论与技术
Theory and Technology of
Modern Geodesy

宁津生 刘经南 陈俊勇 陶本藻 等编著

武汉大学出版社

现代大地测量理论与技术

Theory and Technology of Modern Geodesy

编 著 者

第一部分 物理大地测量理论、技术及应用

宁津生 李建成 罗志才

第二部分 空间大地测量理论、技术及应用

刘经南 李征航 郭际明

第三部分 大地测量时空基准的建立与维持

陈俊勇 申文斌 姚宜斌

第四部分 现代大地测量数据处理理论、方法及应用

陶本藻 王新洲 许才军

前 言

大地测量学是地球科学的一门分支学科,作为基础学科,研究地球及其外层空间实体的形状、大小、重力场以及它们的整体与局部运动的理论和方法,作为工程应用学科,测定点的几何位置及其随时间的变化,为国民经济、国防建设和社会可持续发展中各种基于位置的测量保障服务。

传统大地测量学在完成上述任务时,其成果具有静态性、相对性和局限性,这就大大限制了大地测量学科深入地球科学和工程学科去扩展其科学和工程应用目标的能力。随着空间、信息和通信技术的发展,特别是全球定位系统(GPS)、卫星激光测距(SLR)、甚长基线干涉(VLBI)和卫星重力探测等新技术的相继出现和飞跃发展,导致大地测量出现重大的技术突破,同传统大地测量相比较,表现为提高了观测精度,扩大了跨越范围,缩短了测算周期,从根本上突破了传统大地测量学的时空局限性。现代大地测量已经能够跨越时空和恶劣自然环境的限制,成为一种能持续稳定工作,以高灵敏度感测地球动力过程的地表大地测量信号的精密技术系统,实现无人工干预的自动连续观测和数据处理,可提供几乎是任意时域分辨率的观测系列,具有检测瞬时地学事件和解决众多与时间相依的科学工程问题的能力。现代科学技术的成就,导致大地测量学出现革命性转变,从而使大地测量从分维式发展到整体式,从静态发展到动态,从描述地球的几何空间发展到描述地球的物理-几何空间,从地表层测量发展到地球内部结构的反演,从局部参考坐标系中的区域性测量发展到统一地心坐标系的全球性测量,因而它的服务对象从原来仅为测绘地形和工程测量等提供标准点位控制为主转向以研究地球科学问题,为探索地球深部结构和动力过程提供多种地球几何和物理信息,其工程应用任务也拓展到资源开发、交通导航、环境监测、减灾防灾、海洋工程、土地管理和空间科学等领域,特别是在建设“数字地球”、“数字中国”和“数字区域”中为建立地理空间框架提供基准和控制。

鉴于大地测量学的现代发展,2004年12月12日至19日,武汉大学测绘学院、地球空间环境与大地测量教育部重点实验室和全国高等学校测绘学科教学指导委员会联合举办了一次现代大地测量理论与技术培训班,邀请了武汉大学测绘学院的12位大地测量学科的教授讲授物理大地测量、空间大地测量、大地测量时空基准和现代大地测量数据处理等方面的理论、方法及应用。参加培训班的学员主要是开设有测绘专业高校的教师。这本书就是根据此次培训班各位教师的授课讲稿,经过修改、加工,再编辑而成,现由武汉大学出版社公开出版发行。本书不仅为参加培训班的全体学员提供教材,而且也希望能为其他从事大地测量与工程测量以及测绘工程专业的教师和科技工作者在教学、科研、生产工作中参考。

由于水平所限,书中定有不当之处,敬请广大读者批评指正。

宁津生

2006.4.24 于武汉大学

目 录

第一部分 物理大地测量理论、技术及应用

第 1 章 地球重力场的基础理论	3
1.1 地球重力场的基本概念	3
1.1.1 引力	3
1.1.2 离心力	3
1.1.3 重力	4
1.1.4 重力场	5
1.2 地球重力场的位理论基础	6
1.2.1 重力位	6
1.2.2 重力等位面	6
1.2.3 重力等位面的性质	7
1.3 地球的正常重力场	7
1.3.1 地球正常重力场的概念	7
1.3.2 确定地球正常重力场的拉普拉斯方法	8
1.3.3 确定地球正常重力场的斯托克斯方法	9
1.4 确定地球重力场的基本理论	9
1.4.1 地球的扰动重力场	9
1.4.2 地球重力场的基本参数	9
1.4.3 解算地球扰动位的斯托克斯理论	10
1.4.4 解算地球扰动位的莫洛金斯基理论	12
1.4.5 解算地球扰动位的其他理论	14
1.5 推求地球重力场参数的方法	15
1.5.1 地球重力场模型理论及其确定	15
1.5.2 大地水准面的确定及其精化	17
1.6 地球重力场的应用	18
1.6.1 地球重力场与测绘学	18
1.6.2 地球重力场与工程技术	19
1.6.3 地球重力场与军事科学	19
1.6.4 地球重力场与地球科学	19
参考文献	20

第 2 章 卫星重力学理论与技术	21
2.1 引言	21
2.2 卫星重力场测量在建立重力场模型中的地位和作用	22
2.2.1 概述	22
2.2.2 卫星测高学的发展	25
2.2.3 卫星重力场测量技术的发展	27
2.2.4 卫星重力场测量技术的基本原理	28
2.3 卫星测高学	30
2.3.1 卫星测高数据计算垂线偏差的原理与方法	30
2.3.2 平面坐标形式的 Laplace 方程计算重力异常的方法	31
2.3.3 球面坐标形式的 Laplace 方程计算重力异常的方法	31
2.3.4 逆 Vening-Meinesz 公式计算重力异常	32
2.3.5 海洋大地水准面计算模型	33
2.3.6 逆 Stokes 公式计算重力异常的 FFT 方法	35
2.3.7 由最小二乘配置计算重力异常	36
2.4 高-低卫星对卫星跟踪	37
2.5 低-低卫星对卫星跟踪	38
2.6 卫星重力梯度	39
参考文献	40
第 3 章 地球重力场的应用	41
3.1 地球重力场与军事科学	41
3.2 地球重力场与地球科学	43
3.3 地球重力场与测绘学	44
3.3.1 概述	44
3.3.2 高精度重力测量用于垂直运动的监测	45
3.3.3 大地水准面的精化及应用	46
参考文献	57

第二部分 空间大地测量理论、技术及应用

第 4 章 全球卫星定位导航技术及进展	61
4.1 概述	61
4.1.1 定位与导航的概念	61
4.1.2 定位需求与技术的发展	61
4.1.3 卫星定位与导航技术的形成	62
4.2 全球卫星定位导航系统的应用	64
4.2.1 概述	64

4.2.2	GPS 在科学研究中的应用	64
4.2.3	GPS 在工程技术中的应用	66
4.2.4	GPS 在军事技术中的应用	68
4.3	全球卫星定位导航技术的进展	69
4.3.1	GPS 现代化	69
4.3.2	GLONASS 系统及其现代化计划	76
4.3.3	建设中的 Galileo 卫星导航定位系统	78
4.3.4	卫星导航技术发展的趋势	83
	参考文献	86
第 5 章 常用的几种空间大地测量方法		87
5.1	甚长基线干涉测量(VLBI)	87
5.1.1	前言	87
5.1.2	射电干涉测量	88
5.1.3	甚长基线干涉测量的基本原理	90
5.1.4	仪器设备	91
5.1.5	VLBI 的用途、现状及发展前景	92
5.2	激光测卫(SLR)	93
5.2.1	激光测距的基本原理	93
5.2.2	激光测距卫星	94
5.2.3	人卫激光测距仪	95
5.2.4	误差改正	97
5.2.5	SLR 的用途、现状及前景	98
5.3	卫星测高	99
5.3.1	卫星测高的基本原理	99
5.3.2	卫星测高	100
5.3.3	观测值	101
5.3.4	误差改正	101
5.3.5	卫星测高的用途	102
	参考文献	103
第 6 章 GPS 系统及其应用		104
6.1	GPS 发展阶段	104
6.1.1	GPS 系统的概念构思和分析测试阶段(1973 ~ 1979)	104
6.1.2	GPS 系统发展建设阶段(1980 ~ 1989)	105
6.1.3	GPS 系统建成并进入完全运作能力阶段(1990 ~ 1999)	105
6.1.4	GPS 现代化计划更新阶段(2000 ~ 2030)	105
6.1.5	GPS 相关的重要事件	106
6.2	GPS 系统构成	107

6.2.1	空间卫星星座	107
6.2.2	地面监控系统	108
6.2.3	用户接收机	108
6.3	GPS 卫星信号与接收机观测量	109
6.3.1	GPS 卫星信号结构	109
6.3.2	GPS 接收机观测量	113
6.3.3	误差源	115
6.4	GPS 定位模型	117
6.4.1	伪距定位	117
6.4.2	精度降低因子(DOP-Delusion Of Precision)	118
6.4.3	载波相位平滑伪距	120
6.4.4	载波相位相对定位	120
6.5	GPS 定位模式与定位精度	122
6.5.1	GPS 定位模式	122
6.5.2	GPS 定位计算实例	123
6.6	GPS 应用简介	124
6.6.1	GPS 网上资源及其应用	124
6.6.2	用 GPS 建立测量控制网	126
6.6.3	GPS 导航	126
6.6.4	GPS 用于建筑物变形监测	127
6.6.5	GPS 在智能交通系统(ITS)中的应用	128
6.6.6	GPS 姿态测量	128
6.6.7	其他应用	128
	参考文献	129

第三部分 大地测量时空基准的建立与维护

第7章	大地测量时空基准的建立与维护	133
7.1	概述	133
7.2	大地测量系统与参考框架	134
7.2.1	大地测量常数	134
7.2.2	大地测量坐标系统	135
7.2.3	大地测量坐标框架	136
7.2.4	大地测量坐标系统和坐标框架的进展	137
7.2.5	高程系统和高程框架	140
7.2.6	深度基准	141
7.2.7	重力参考系统和重力测量框架	142
7.3	时间系统与时间系统框架	143
7.3.1	常见的的时间系统	143

7.3.2 时间系统框架	145
7.4 大地测量控制网的建立与维持	146
7.4.1 建立大地测量控制网的基本任务	146
7.4.2 国家平面控制网	147
7.4.3 国家高程控制网	149
7.4.4 国家重力控制网	150
7.5 时间系统框架的建立和维持	151
7.5.1 时间频率的测量和比对	151
7.5.2 时间系统框架的守时方法	151
7.5.3 时间频率信号的传递方法	151
7.5.4 高精度远距离时间传递方法	152
7.6 建设我国现代大地测量时空基准的思考	153
7.6.1 关于我国大地测量基准的现状	153
7.6.2 我国大地测量基准现代化的必要性和可能性	154
7.6.3 我国采用三维地心大地坐标系统的科学性	155
7.6.4 我国采用地心三维坐标系的可行性	156
7.6.5 建设我国现代大地测量基准的任务	158
7.6.6 时间频率基准的发展现状	159
参考文献	160
第 8 章 参考系与时间系统	162
8.1 概述	162
8.2 不同参考系中的运动规律	165
8.2.1 一般描述	165
8.2.2 欧拉运动学方程	167
8.2.3 欧拉动力学方程	168
8.2.4 自转、进动(极移和岁差)、章动	168
8.3 建立坐标系的一般原理	169
8.4 常用的参考系	170
8.4.1 地球自转与参考系统	170
8.4.2 协议惯性参考系	174
8.4.3 地固质心参考系	175
8.4.4 协议惯性参考系与地球参考系之间的变换	177
8.4.5 站心参考系(坐标系)	177
8.5 时间系统	179
参考文献	181
第 9 章 大地测量基准与坐标转换	183
9.1 大地测量基准	183

9.1.1 概述	183
9.1.2 地球坐标系	184
9.1.3 测绘基准的未来发展	187
9.2 坐标转换	187
9.2.1 坐标系变换	188
9.2.2 基准变换	191
9.3 国际地球参考框架(ITRF)及其相互转换	193
9.4 GPS 高程问题	194
9.4.1 高程系统	194
9.4.2 GPS 高程的实现方法	194
9.4.3 几种高程拟合的常用方法	196
9.4.4 高程拟合中的有关问题	197
参考文献	198

第四部分 现代大地测量数据处理理论、方法及应用

第 10 章 现代测量平差原理及其模型误差分析	201
10.1 测量平差数学模型	201
10.2 平差系统基本模型及其参数估计	201
10.2.1 经典平差模型	202
10.2.2 秩亏自由网平差模型	202
10.2.3 具有奇异协方差的平差模型	203
10.2.4 配置(拟合推估)模型	204
10.3 广义高斯-马尔柯夫(G-M)模型,最小二乘统一理论	204
10.3.1 最小二乘统一理论	205
10.3.2 各类最小二乘平差法	205
10.4 平差系统的模型误差	206
10.5 模型误差若干理论问题	207
10.5.1 函数模型不完善参数估计性质	207
10.5.2 随机模型不完善参数估计性质	207
10.5.3 随机模型误差对函数模型的影响	208
10.5.4 函数模型误差和随机模型误差相互转化	208
10.6 模型误差的识别和估计理论	209
10.6.1 基础理论公式	209
10.6.2 模型误差影响项的估计	210
10.6.3 模型误差识别	210
10.7 平差系统最优模型的选取及应用示例	211
10.7.1 最优模型	211
10.7.2 应用示例	211

10.8	模型误差补偿的半参数法	212
10.8.1	半参数回归(平差)模型	212
10.8.2	半参数回归的补偿最小二乘原理	212
10.8.3	平差系统模型误差的补偿方法	213
10.8.4	AR(P)模型误差的补偿最小二乘法	213
	参考文献	215
第 11 章	测量数据的不确定性与极大可能性估计	216
11.1	经典误差理论及其局限性	216
11.2	计量部门推广应用的测量不确定度	216
11.2.1	不确定性理论的起源	216
11.2.2	计量部门推荐测量不确定度的过程	217
11.2.3	计量部门采用的测量不确定度的含义与分类	219
11.3	空间数据的不确定性	220
11.3.1	不确定性的一般概念	220
11.3.2	空间数据的不确定性	221
11.4	对称模糊数	222
11.4.1	模糊数的定义	222
11.4.2	对称模糊数的运算性质	223
11.5	极大可能性估计	223
11.5.1	可能性理论简介	223
11.5.2	可能性线性模型	225
11.5.3	极大可能性估计的基本原理	225
11.5.4	余弦模糊数的极大可能性估计	226
11.5.5	q 次抛物线模糊数的极大可能性估计	228
11.5.6	极大可能性估计的质量评定	230
	参考文献	231
第 12 章	大地测量反演理论、方法及应用	232
12.1	大地测量反演问题的一般原理	232
12.2	大地测量反演问题的适定性讨论	233
12.3	大地测量线性反演问题及其解	234
12.3.1	纯欠定问题的最小长度解	235
12.3.2	混定问题的阻尼最小二乘解	235
12.3.3	有等式约束与不等式约束的反演问题	236
12.4	非线性反演问题及其解	237
12.4.1	非线性问题的迭代线性化反演	237
12.4.2	轮回搜索-贝叶斯法	237
12.5	大地测量反演模式	239

12.5.1 基于位错模式的大地测量反演模型	239
12.5.2 基于固体力学的大地测量反演模型	240
12.5.3 大地测量地球物理联合反演模型	242
12.6 大地测量反演理论的应用	244
12.6.1 轮回搜索-贝叶斯法在印度板块与欧亚板块的碰撞带的应用	244
12.6.2 大地测量地球物理联合反演中国大陆地壳运动速度场、应变场	244
参考文献	247

第1章 地球重力场的基础理论

大地测量学乃至测绘学是对地球进行测量和描述的学科,地球重力场的研究始终是大地测量科学研究的核心问题。更因为地球重力场是地球的一个物理特性,是地球物质分布和地球旋转运动信息的综合效应,并制约地球本身及其邻近空间的一切物理事件,因此确定地球重力场的精细结构及其随时间的变化,不仅为大地测量学中的定位与描述地球表层及其内部物质结构的形态,同时也为现代地球科学中解决人类面临的资源、环境和灾害等紧迫课题,提供基础地球物理空间信息。由此可见,地球重力场研究也是地球科学的一项基础性任务。大地测量学、地球物理学、地球动力学、大气科学和海洋学以及军事科学等相关地学学科的发展均迫切需要精细的地球重力场的支持。在现代大地测量学发展中,地球重力场的理论与应用研究是最活跃的学科领域之一。

1.1 地球重力场的基本概念

在一个时空域内,如果存在着物理上力的作用,我们总是用一个矢量场来研究力、力源以及力的施加对象。在地球表面及其外部空间任意一点受到源于地球所产生的重力的作用,地球的重力是由地球的物质所产生的引力和由于地球自转所产生的惯性离心力(通常简称离心力)的矢量所组成的。

1.1.1 引力

假设空间有两个质量分别为 m 和 M 的质点 A 和 B ,按牛顿万有引力定律,它们之间的引力 F 为:

$$F_{B \rightarrow A} = G \frac{Mm}{|r_B - r_A|^3} (r_B - r_A) \quad (1-1)$$

式中各符号意义见图 1-1。 G 为牛顿引力常数, $G=6.672 \times 10^{-8} \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-2}$,此处 g 为克单位。通常将被吸引点 A 的质量取成单位质量,即 $m=1$ 。

如果在图 1-1 中的质点 B 是一个物体,例如是地球,则地球质体 B 对质点 A 的引力为:

$$F_{B \rightarrow A} = F(r_A) = G \iiint_B \frac{\sigma(r)}{|r - r_A|^3} (r - r_A) dB \quad (1-2)$$

式中 $\sigma(r)$ 为质体的密度, B 为物体的体积,其余符号意义见图 1-2。

1.1.2 离心力

地球除了有引力以外,又因为它是一个绕其极轴旋转的质体,因此对其表面一点还产生惯性离心力(简称离心力)。从物理学可知,离心力的方向垂直于旋转轴向外,其大小为:

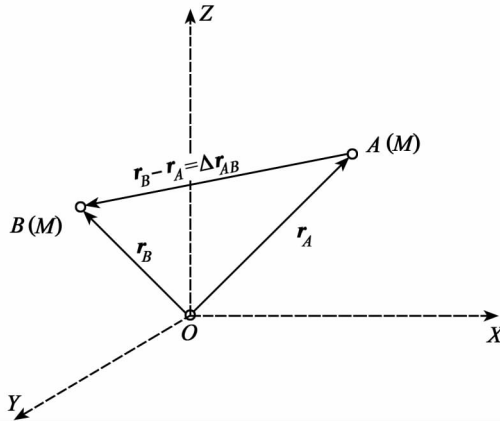


图 1-1 两质点 A 和 B 之间的引力

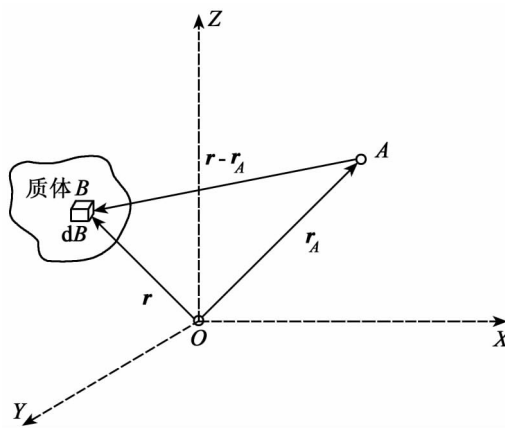


图 1-2 地球质体的引力

$$f = p\omega^2 \tag{1-3}$$

式中 p 为质点 A 到旋转轴的垂直距离 ω 为地球的旋转角速度,见图 1-3。

1.1.3 重力

地球质体对其表面任一点的重力为引力与离心力之合力：

$$g = F + f \tag{1-4}$$

g 的示意图如图 1-4 所示。此处 g 为重力。

从图 1-4 可看出,重力在两极最大,在赤道最小,它随纬度由赤道向两极增大。根据牛顿第二定律,重力应是质量和重力加速度的乘积。当被吸引质量 $m = 1$ 时,则重力的数值就等于重力加速度。重力测量实际上是测定重力加速度的数值。在国际单位制(SI)中重力单位是 $m \cdot s^{-2}$,在大地测量学和地球物理学中常用另一种单位叫伽,即使 1 克的物体产生

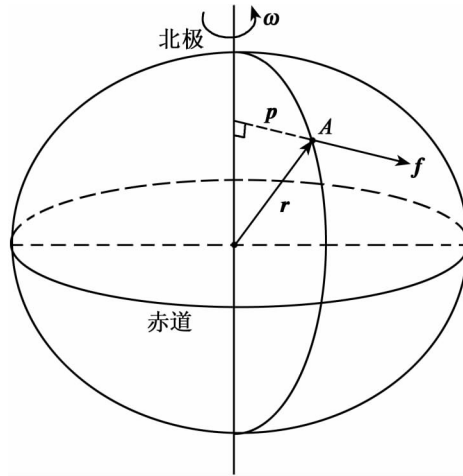


图 1-3 地球的离心力

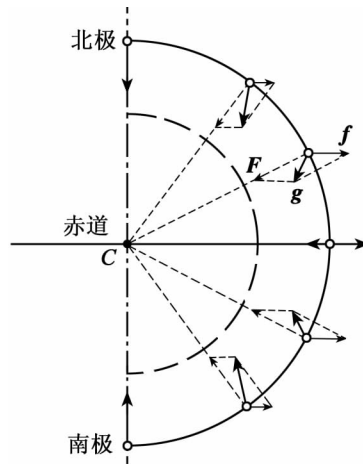


图 1-4 重力

$1\text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$ 加速度的力为 1 达因。所以

$$1 \text{ 伽}(\text{Gal}) = 1\text{cm} \cdot \text{s}^{-2} = 10^{-2}\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$1 \text{ 毫伽}(\text{mGal}) = 10^{-3}\text{cm} \cdot \text{s}^{-2} = 10^{-5}\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$1 \text{ 微伽}(\mu\text{Gal}) = 10^{-6}\text{cm} \cdot \text{s}^{-2} = 10^{-8}\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

地球的重力是可以使用重力仪在地面上实测出来的。如果是测定某一点的绝对重力值,则称为绝对重力测量;如果是测定两点之间的重力差值,则称相对重力测量。无论是绝对重力测量,还是相对重力测量,用现代重力仪都可测定到微伽级精度的重力值。

1.1.4 重力场

综上所述,可以得出重力场的概念。所谓场,就是在一空间域中每一点都有惟一的一个

数量或矢量与之对应,则我们说在这个空间域中给定了一个数量场或矢量场。重力场就是在空间域中的每一点都有惟一的一个重力矢量与之对应的矢量场。同样,与引力和离心力相应的有引力场和离心力场。

1.2 地球重力场的位理论基础

地球重力场是一个矢量场,在空间每一点上是一个三维数组。为方便起见,通常在其研究中引入位函数的概念,即将重力场由矢量场表示变为标量场(或称数量场)表示。标量场在空间每一点上只需用一个数表示。在地球重力场研究中,这个标量场中的函数就是地球重力位,它是地球的引力位和离心力位的数量和,这个地球重力位函数的梯度就是地球的重力。

1.2.1 重力位

设有一个标量函数,它对被吸引点各坐标的偏导数等于力在相应坐标轴上的分量,此标量函数称为这个力的位函数,又称力是力位的梯度。对重力场则有重力位(函数)为:

$$\text{grad}W = F + f = \text{grad}V + \text{grad}Q \quad (1-5)$$

或写成

$$W = V + Q \quad (1-6)$$

可以证明,在式(1-6)中V函数的表达式为:

$$V(r_A) = G \iiint_B \frac{\sigma(r)}{|r - r_A|} dB \quad (1-7)$$

Q函数的表达式为:

$$Q(r_A) = \frac{1}{2} p^2 \omega^2 \quad (1-8)$$

上两式中V称为引力位,Q称为离心力位,W称为重力位。其余符号意义见图1-2、图1-3。

1.2.2 重力等位面

在地球重力场的研究中,之所以要引入重力位,主要是它包含了地球重力场所有的信息。一个平滑的重力位函数对应于平滑的重力场,一个不规则的重力位函数对应于不规则的重力场。利用重力位函数描述地球重力场不规则性的最简单的方法就是应用重力等位面及其力线来描述。所谓重力等位面,就是在这个曲面上重力位函数值处处相等,因此这个等位面的一般方程为:

$$W(r) = \text{const} \quad (1-9)$$

显然,在上述方程中,只要给出不同的常数,就可得到不同的重力等位面。在重力等位面上运动,位应无变化,即重力不做功。由此可见,位移不能在重力方向上,因此在重力等位面上任意一点的重力方向必垂直于通过该点的重力等位面。为了说明这一点,任取一个与重力等位面相切的方向l,由于重力等位面上的重力位是常数,所以重力位沿l方向的导数应等于零。根据重力位定义,这个方向导数就是重力沿l方向的分量,即

$$g_l = \frac{\partial W}{\partial l} = g \cos(g \perp l) = 0$$

由此证明,重力方向 g 和 l 方向的夹角(g, l)必为 90° ,即重力必定垂直于重力等位面。

对于一个静止的水面,正是由于它的每一面元都与重力正交,所以水面才保持静止状态。水面与重力等位面的性质是一致的,所以重力等位面又称重力位水准面(简称水准面)。只要给出不同的常数,就可得到不同的(或者说有无限多个)水准面,其中有一个与全球平均海平面最为接近的,或者说与全球静止海水面相重合的水准面,称为大地水准面。

1.2.3 重力等位面的性质

重力等位面有几个对大地测量学是非常重要的性质,这里不加证明地叙述如下:

- (1)重力等位面之间既不平行也不相交,它们必定是封闭曲面。
- (2)重力等位面是连续的,没有间断点。
- (3)重力等位面是一个光滑的曲面,不会产生棱角。
- (4)重力等位面的局部曲率半径的变化是平滑的,只有在质量密度发生突变处例外。
- (5)由于重力等位面之间不平行,因此重力线(或称力线)是弯曲的,一点的重力方向就是该点重力线的切线方向。

重力位水准面和力线见图 1-5。

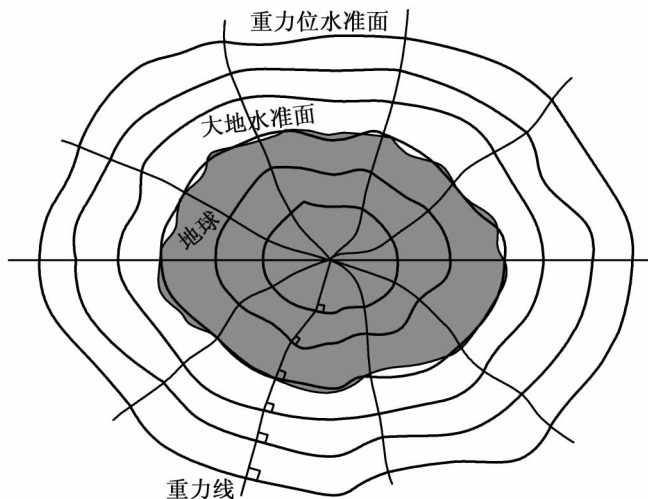


图 1-5 重力位水准面和力线

1.3 地球的正常重力场

1.3.1 地球正常重力场的概念

地球的重力位和重力以及大地水准面的形状等都是不规则的。由于地球的真实形状及内部物质分布结构均是未知的,致使我们不可能直接研究地球重力场中的许多问题,如计算

重力位,求定大地水准面形状等,而且大地测量学或地球物理学等学科要解决的恰恰是其反问题,即要通过重力位或大地水准面去确定地球形状或者地球内部物质分布等问题,为此通常的做法是引进一个函数关系简单,而又非常接近地球重力场的辅助重力位,称为正常重力位。它是由人为选择的一个形状规则的、密度已知的自转质体作为实际地球的近似而产生的重力位,这个质体称为正常地球。正常地球应满足如下的基本要求:

(1)它的形状及质量参数是已知的,其产生的重力场称为正常重力场。它的正常重力位及相应的正常重力与实际地球的相应量尽量接近。

(2)其表面应是一个正常的重力位水准面。

不同的研究目的,可以选取不同的正常地球,形成不同的正常重力场。

1.3.2 确定地球正常重力场的拉普拉斯方法

将地球的重力位(1-6)式展开成球函数级数的形式:

$$W = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{r^{n+1}} [A_n P_n(\cos\theta) + \sum_{m=1}^n (A_n^m \cos m\lambda + B_n^m \sin m\lambda) P_n^m(\cos\theta)] + \frac{\omega^2}{2} r^2 \sin^2\theta \quad (1-10)$$

式中右端第一项为引力位球函数展开式,第二项为离心力位,即(1-8)式 $P_n(\cos\theta)$ 称为主球函数, $P_n^m(\cos\theta)$ 称为勒让德缔合函数; θ 为极距; λ 为经度; A_n, A_n^m, B_n^m 为球函数系数(未知系数)。

在上述级数中取前几项作为正常重力位,取多少项视精度要求而定。令正常重力位等于不同的常数,可求得一族正常位水准面。我们选择其中的一个,假设它是产生正常重力场的正常地球的表面,则正常重力场就理解为该正常地球产生的重力场,相应地有正常重力,即正常重力位的梯度。正常重力是可以计算出来的,其计算公式为:

$$\gamma_0 = \gamma_e (1 + \beta \sin^2\varphi) \quad (1-11)$$

式中 γ_e 为赤道上的正常重力值, β 为重力扁率,这是两个待定参数。 φ 为计算点的纬度。

这种方法求正常重力场的特点在于其正常地球的形状随所选取的级数项数而定。例如我们只取主球函数(又称带球函数)来观察子午圈方向上正常地球的形状变化。在(1-10)式只选与纬度有关的项,如图1-6所示,取其零阶,相应于圆球;取其2阶,相应于椭圆;取其3阶,相应于三角形;取其4阶,相应于二次形(近似正方形);取其5阶,相应于梅花形。依次类推,将所有项叠加,项数越多,则越趋近于真实引力位函数。

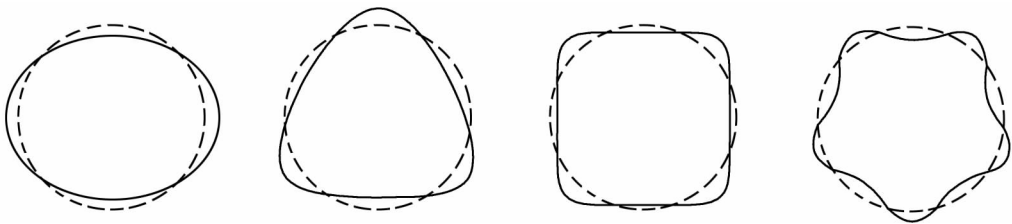


图 1-6 各阶地球形状示意图