

目 录

符号与量纲	∇
绪论	1
第一章 渗流理论基础	4
§ 1. 渗流的基本概念	4
一、水在岩石的孔隙和裂隙中的渗透	4
二、渗透速度(渗流速度)	4
三、流线	6
四、测压高度和测压水头	6
五、水力坡度	10
六、液体运动的两种状态	10
七、地下水运动特征的分类	11
§ 2. 渗流的基本定律	13
一、达西定律(线性渗透定律)及其适用范围	13
二、非线性渗透定律	16
§ 3. 岩层透水性的分类	16
§ 4. 渗流的连续性方程	17
§ 5. 研究承压水非稳定运动的基本微分方程	19
一、弹性贮存的概念	19
二、基本微分方程	21
§ 6. 研究潜水非稳定运动的基本微分方程	25
§ 7. 地下水稳定运动的基本微分方程	27
§ 8. 非饱和带(包气带)中地下水运动的基本微分方程	28
§ 9. 定解条件	32
§ 10. 海岸带含水层中地下水的运动	34
一、稳定界面的近似解	34
二、运动界面的近似解	37
第二章 含水层中地下水的稳定运动	41
§ 1. 均质岩层中地下水的稳定运动	41
一、承压含水层中地下水的单向运动和平面运动	41
二、潜水含水层中地下水的平面运动	44
三、地下水的承压——无压运动	48
四、潜水的辐射运动	49
五、地表有均匀入渗时,潜水在河间地块的运动	50
§ 2. 非均质岩层中地下水的稳定运动	54
一、越过透水边界的水流折射	55
二、层状岩层中的渗流	56

II

三、岩层透水性沿水平方向急剧变化时, 水平隔水层上潜水的运动	60
四、在透水性变化复杂的岩层中地下水运动的近似计算	61
第三章 地下水向集水建筑物运动的稳定流理论	63
§ 1. 集水建筑物的类型	63
§ 2. 地下水向均质岩层中完整井的运动	63
一、完整抽水井	64
二、完整抽水井裘布衣公式的讨论	70
三、完整注水井	79
四、承压——无压井	79
§ 3. 地下水向层状构造的非均质含水层中的完整井的运动	80
§ 4. 地下水向直线边界附近的完整井的运动	81
一、半无限含水层	82
二、象限含水层	87
三、扇形含水层	89
四、条状(带状)含水层	91
五、矩形含水层	96
§ 5. 地下水向不完整井的运动	97
一、地下水向不完整井运动的特征	97
二、无限厚含水层中的承压不完整井	97
三、含水层厚度有限时的承压不完整井	102
四、潜水不完整井	103
§ 6. 干扰井	107
一、任意排列的干扰井群	107
二、直线排列的干扰井群	113
三、不完整干扰井	116
§ 7. 地下水向水平集水建筑物的运动	117
一、单个集水建筑物(排水渠、管, 集水管、廊道)的计算	117
二、二条平行水平排水渠的计算	119
三、排水渠系统的计算	120
第四章 地下水向集水建筑物运动的非稳定流理论	121
§ 1. 承压含水层中地下水向完整井的非稳定运动	121
一、基本方程	121
二、根据非稳定流抽水试验资料确定水文地质参数	134
三、当流量阶梯状变化时, 单井非稳定流的计算	147
四、降深不变时, 单井非稳定流的计算	148
五、直线边界附近的单井非稳定流计算	152
§ 2. 不考虑弱透水层贮存水的释放时, 半承压含水层中地下水向完整井 的运动	158
一、基本方程	159
二、根据抽水试验资料确定水文地质参数	163
三、降深不变时, 半承压含水层中单井的非稳定流计算	176

四、考虑非抽水含水层水位下降时, 单井非稳定流的计算	179
§ 3. 考虑弱透水层贮存水的释放时, 半承压含水层中地下水向完整井的 运动	185
一、基本方程	185
二、根据抽水试验资料确定水文地质参数	191
§ 4. 无压含水层中地下水向完整井的非稳定运动	195
一、考虑无压含水层迟后疏干的博尔顿法	195
二、考虑无压含水层各向异性和迟后反应的纽曼法	207
§ 5. 地下水向不完整井的非稳定运动	221
§ 6. 辐射井的非稳定流计算简介	225
§ 7. 井群干扰的非稳定流计算	228
一、群井抽水时降深的计算	228
二、根据群井抽水试验资料计算承压含水层水文地质参数的通用直线法	229
§ 8. 河渠附近地下水的非稳定运动	231
一、当河渠水位突然变化时, 河渠附近地下水的非稳定运动	231
二、当河渠水位等速升降时, 河渠附近地下水的非稳定运动	233
三、当地下水向河渠的排泄量(或河水的渗漏量) 固定时, 河渠附近地下水的 非稳定运动	233
第五章 数值法在水文地质计算中的应用	237
§ 1. 有限差分法及其在水文地质计算中的应用	238
§ 2. 有限单元法的基本原理——变分原理	250
§ 3. 稳定流问题的有限单元法(里茨法)	255
§ 4. 非稳定流问题的有限单元法(里茨法)	266
§ 5. 非线性椭圆型方程和非线性抛物型方程的有限单元法	272
§ 6. 应用有限单元法解题的具体步骤	273
§ 7. 研究非稳定流问题的伽辽金法	280
§ 8. 利用水均衡原理推导非稳定流问题的有限单元法——单元均衡法	289
一、基本方程的建立	289
二、几何量的坐标表示	292
三、用坐标表示的水均衡方程	293
第六章 研究地下水运动的实验室方法	297
§ 1. 流网及其应用	297
§ 2. 电拟(电模拟) 试验原理	300
§ 3. 连续介质电拟试验	301
一、模型材料	301
二、模型设计	302
三、测量原理和工作方法	304
四、试验成果整理	306
§ 4. 研究地下水稳定运动的电阻网模拟试验	307
一、基本原理	307

IV

二、模型布置 309

三、工作方法 310

§ 5. 研究地下水非稳定运动的“R—C”网络模拟和“R—R”网络模拟 312

 一、“R—C”网络模拟 312

 二、“R—R”网络模拟 317

§ 6. 其它模拟方法 319

附录

I、求证无越流补给承压含水层中地下水向完整井的非稳定运动问题 323

II、求证不考虑弱透水层本身弹性释放时, 存在越流补给情况下, 半承压含水层中地下水向完整井的非稳定运动问题 327

III、求证无压含水层中地下水向完整井的非稳定运动问题 333

IV、格林公式 340

V、线性代数方程组的解法 342

 一、改进平方根法 (LDL^T法) 343

 二、追赶法 348

 三、叠代法 351

VI、坐标变换问题 353

VII、Γ函数 356

VIII、贝塞尔函数 359

附图

1. 承压含水层中完整井定流量抽水时的 $W(u) \sim \frac{1}{u}$ 标准曲线
2. 承压含水层中完整井定流量抽水时的 $W(u) \sim u$ 标准曲线
3. 不考虑弱透水层贮存水释放, 半承压含水层中完整井定流量抽水时的 $F(u, \frac{r}{B}) \sim \frac{1}{u} \left[\text{或 } F(u', \alpha) \sim \frac{1}{u'} \text{ 或 } F(u'', \frac{r}{B_1}) \sim \frac{1}{u''} \right]$ 标准曲线
4. 不考虑弱透水层贮存水释放, 半承压含水层中完整井抽水稳定状态时的 $K_0(\frac{r}{B}) \sim \frac{r}{B}$ 标准曲线
5. 考虑弱透水层贮存水释放, 半承压含水层中完整井定流量抽水时短时间的 $H(u, \beta) \sim \frac{1}{u}$ 标准曲线
6. 无压含水层中完整井定流量抽水时的 $W(u_o, y, \frac{r}{D}) \sim \frac{1}{u_o}$ (或 $\frac{1}{u_y}$) 标准曲线 (博尔顿法)
7. 无压含水层中完整井定流量抽水时的 $S_d - t_y$ (或 t_s) 标准曲线 (纽曼法)
8. 无越流补给承压含水层中不完整井定流量抽水时的 $W(u, \frac{r}{M}, \frac{l}{M}) \sim \frac{1}{u}$ 标准曲线

主要参考文献 369

绪 论

地下水动力学是研究地下水在岩石孔隙、裂隙和溶洞中运动规律的科学，它是解决有关地下水定量评价和合理开发利用的理论基础。

能否正确地认识地下水的运动规律，获得符合实际的定量评价，将涉及地下水的合理开发利用和矿产资源的开采。例如，为城市和工矿企业的供水寻找地下水，不但要查明哪里有地下水，而且必须确定允许开采的水量有多少，以满足生产上的需要。因此，必须正确评价地下水资源，研究集水建筑物之间的相互干扰，以便合理布置集水建筑物。对于过量开采地下水而引起地面沉降的城市，还需要研究由此引起的一系列问题。

又如，我国北方广大农村地区，响应毛主席关于大办农业的伟大号召，大力开发利用地下水资源，旱改水，夺高产。怎样合理开发利用大面积的地下水资源，既充分利用地下水资源又不致于引起地下水资源的枯竭，是一个亟待解决的问题。

再如，为了更好地落实毛主席关于“开发矿业”的教导，大打矿山之仗，就需要妥善地处理采矿过程中碰到的地下水问题。大量涌水不仅会严重地影响采矿工作，甚至会造成淹井事故。有些矿产由于地下水问题没有解决，而暂时不能开采。因此，在矿床水文地质工作中，必须正确预测未来开采时流入矿坑的涌水量。

因此，不难看出：地下水运动规律的研究是水文地质工作的一个重要组成部分，必须给予应有的重视。

地下水运动规律的研究是以数学、物理学、水力学等学科的成就为基础，应用了数学计算、模拟试验等一系列研究方法。但是有必要指出，地下水是在天然地质体中运动的，所以研究时必须充分考虑当地的地质、水文地质条件。例如第四纪地层中孔隙水的运动和基岩裂隙——岩溶水的运动就大不相同。同样是第四纪沉积物中的孔隙水，广大堆积平原含水层中的地下水和山区河流古河床中地下水的运动又不一样。天然地质条件千变万化错综复杂，如果主次不分，样样都要考虑，势必无法计算。因此，必须对天然的地质、水文地质条件作出正确的抽象和简化，据此建立适当的数学模型。这种数学模型既要反映自然环境的主要特点，又要考虑到计算的需要和可能。这是地下水运动研究中的一个很重要的课题。正是由于这个原因，公式推导时往往引进了一些假设条件。学习和应用时，必须加以注意，以便合理地选用公式。实际工作中有时所以得出错误的计算结果，往往和不正确使用公式有关。即所选择的公式，它依据的假设条件不符合于所研究问题的实际情况。

我国和各国劳动人民在长期的生产实践中，积累了丰富的有关地下水运动的知识。十九世纪中叶，随着地下水的大规模开发利用，推动了水文地质学科的发展，开始出现现代的地下水动力学。1856年，法国人达西（Henri Darcy）在总结前人实践的基础上，通过试验提出了水在孔隙介质中渗透的线性渗透定律，即达西定律。稍后，裘布衣（J. Dupuit）以达西定律为基础，研究了单向和平面径向稳定运动，奠定了地下水稳定流理论的基础。以后地下水动力学的发展，在很长一段时间内，一直是沿着这条稳定流理论的道路前进的。地下水稳定流理论，对当时地下水动力学的发展和生产实践起过重要作用，直到今天

仍然有一定的实用价值，在一定的领域内还是有用的。稳定流理论所描绘的地下水运动是在一定条件下所达到的一种平衡状态，这种平衡状态被认为是不随时间而变化的。所以根据这一理论所建立的一系列公式有一个共同的特点，就是不包括时间这个变量。但是实际上由于天然的和人为的种种原因，地下水的实际运动状态总是在不断地发展、变化着。这种平衡是暂时的，相对的。所谓稳定只能说是在有限的时间段内的一种暂时的平衡现象。当地下水的变化极其缓慢时，可以近似地看作是一种相对的稳定状态。不稳定是绝对的，因而稳定流理论只能在某些特定条件下，解释地下水的运动状态，而无法说明从一种状态到另一种状态之间的整个发展过程。所以上述不包括时间这个变量的特点正是这种理论的最大缺陷，因而它的应用有很大的局限性。

过去，地下水开发利用的规模比较小，和地下水的天然补给量相比，开采量还是一个很小的数值，所以还可以近似地用稳定流理论来描述。现在，随着工农业生产的发展，地下水的开采规模越来越大，不少地区的地下水位年复一年地发生明显的持续下降。在补给条件很差的封闭的含水构造内抽水，即使开采规模不大，也会出现这种地下水位持续下降的情况，地下水的运动呈现明显的不稳定性。所以无论地下水的补给还是地下水的开采，它们本身也都不是一个稳定的过程。对于这些情况，采用稳定流理论来精确计算就有一定困难，因而必须要求有新的理论来研究地下水运动的这一变化、发展过程。生产实践中提出的这些问题再一次推动了地下水动力学向新的水平迈进，从而促进了非稳定流理论的发生和发展。从此，地下水动力学进入了一个新的发展阶段。最早的研究成果是1935年发表的泰斯 (C. V. Theis) 公式。五十年代雅柯布 (C. E. Jacob)、汉士什 (M. S. Hautush) 等人又研究了有越流补给的情况，接着出现了考虑无压含水层迟后反应、非完整井等情况下的解析解。同时把稳定流计算中已经行之有效的叠加原理、映射法应用到非稳定流计算中来，以解决井群干扰和边界的影响以及抽水流量呈阶梯式变化等非稳定流动问题。由此可见，非稳定流理论已发展到比稳定流理论更完善、更符合实际情况了。它的最大优越性在于可以用来描述地下水运动状态的这个发展、变化过程。当然也还有很多问题有待于进一步研究，例如非均质含水层和含水层的边界形状不规则的非稳定流动问题、既考虑弱透水层的弹性释放，又考虑非抽水含水层水位下降变化的越流非稳定流理论等等。

既然如此，那么稳定流理论是不是已毫无实用价值了呢？虽然自然界中一般说来不存在稳定流，但如前述，在天然条件下或抽水试验中，某些情况下还是可以看到十分接近于

稳定流的情况，即 $\frac{\partial H}{\partial t} \rightarrow 0$ 的情况。所以，稳定流还是一个很有用的概念，在一些特定的

领域内，如具有定水头补给边界的岛状含水层，有定水头含水层越流补给的半承压含水层，以及在地下水补给来源充沛，开采量远远小于天然补给量的地区，经过长时间抽水以后，在抽水井附近，稳定流理论还是有用的。由于根据稳定流理论建立的公式一般比较简单，使用也方便，所以凡是能用稳定流公式解决问题的地方，可以继续使用稳定流公式。但要严格注意应用范围。主要只能根据长期抽水的结果，利用抽水井附近观测孔的观测数据计算含水层的渗透系数。在开采量远小于天然补给量的地区，在已知含水层渗透系数的情况下，可以用它来预测不同抽水流量下抽水井内及其附近地区的水位降深或根据一定的降深预测抽水井的流量。显然，对于研究大规模开采后所引起的地下水动态变化，它是无能为力的。

最后应该指出，随着电子计算机的出现和广泛使用，六十年代中期以来，数值计算法在水文地质计算中得到了推广，解决了很多用解析法难以解决的复杂水文地质条件下的计算问题。这是一条具有广阔前景的途径。它的迅速发展和应用，不仅可以解决生产实践中提出的许多复杂问题，而且反过来必然会推动地下水动力学理论向新的高度发展。

虽然一百多年来，地下水动力学得到了很大的发展，但在很多方面，特别是裂隙、岩溶介质中地下水运动的基本规律问题，还远远不能满足生产发展的需要，有待人们去研究和解决。

解放以来，在毛主席和共产党的领导下，我国的地下水动力学获得了空前的发展，解决了工农业生产和国防建设中提出的一系列理论问题和实际问题。现在，我们伟大的社会主义祖国，在华国锋同志为首的党中央领导下，高举毛主席的伟大旗帜，正在朝气蓬勃地向前发展。开发、利用、改造地下水资源的生产实践和科学实验，正以前所未有的规模进行着。优越的社会主义制度，勤劳、智慧的劳动人民和科学工作者的实践，为地下水动力学的发展提供了极好的条件。我们相信，中国人民有志气、有能力，一定能在本世纪末把我国建设成为伟大的现代化的社会主义强国，赶上和超过世界先进水平，对人类作出较大的贡献。

第一章 渗流理论基础

§ 1. 渗流的基本概念

一、水在岩石的孔隙和裂隙中的渗透

地下水存在于岩石的孔隙、裂隙和溶洞中，并在其中运动。地下水动力学中，把赋存地下水的孔隙岩石（如砂层、砾石层等）称为多孔介质，赋存地下水的裂隙岩石称为裂隙介质。地下水在多孔介质或裂隙介质中的运动称为渗透。在普通水文地质学中已经提到，地下水有吸着水、薄膜水、毛管水和重力水等形式。吸着水和薄膜水是不参与这种运动的，毛管水的运动属于专门研究的课题。本书的内容主要探讨重力水在多孔介质和裂隙介质中的运动。

地下水在岩石的孔隙和裂隙中的运动情况非常复杂。

岩石中孔隙和裂隙的形状、大小、连通性等各不相同。它们是一些形状复杂、大小不一、弯弯曲曲的通道，如图1—1所示。因而在不同的空隙中或同一空隙的不同部位，地下水的运动状况各不相同。所以，研究个别孔隙或裂隙中的地下水运动特征不仅困难而且实用价值也很小。因此，在地下水动力学中，人们不去直接研究个别液体质点的运动规律，而去研究岩石内液体的平均运动，即研究具有平均性质的渗透规律。这种方法的实质是用和真实水流属于同一流体的，充满整个含水层（包括全部的空隙空间和岩石颗粒所占据的空间）的假想水流来代替仅仅在岩石空隙空间内运动的真实水流，通过对这一假想水流的研究来达到了解真实水流平均渗透规律的目的。这种假想水流同时还应具有下列性质：它通过任一断面的流量应与真实水流通过同一断面的流量相等；它在某断面上的压力或水头应等于真实水流的压力或水头；它在任意岩石体积内所受的阻力应等于真实水流所受的阻力。满足上述条件的这种假想水流称为渗透水流或简称渗流。假想水流所占有的空间区域称为渗流区（渗流场）。这样一来，渗流就可以当作连续水流来研究了。

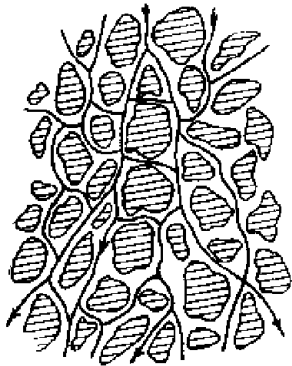


图 1—1 岩石孔隙中的渗透

由于渗流是被当作连续水流来研究的，因此不仅可以避免研究个别空隙中液体质点运动规律的困难，而且有可能利用水力学、流体力学中成熟的研究方法来研究渗流问题。同时，因为渗流的流量、压力、阻力和真实水流相等，所以研究结果又不致失真。

为了描述渗流的特征，采用一些物理量如流量、速度、水头等来说明它。它们每一个都是空间坐标 x , y , z , 和时间 t 的连续函数。

二、渗透速度（渗流速度）

垂直于渗流方向的岩石截面称为过水断面。整个过水断面既包括空隙的面积，也包括岩石颗粒占据的面积。其形状根据渗流的不同特点可以是平面，也可以是曲面（图1—2）。

渗流在此断面上的平均流速称为渗透速度（渗流速度），即

$$v = \frac{Q}{\omega} \quad (1-1)$$

式中 v —— 渗透速度（米/天，米/秒）；

ω —— 过水断面（米²）；

Q —— 渗流量，简称流量，即单位时间内通过过水断面 ω 的渗流体积。它与真实水流通过同一过水断面的流量相等（米³/天，升/秒）。

渗透速度是一种假想的速度。当流量不变，整个过水断面象水管一样全部为假想的渗流充满时，渗流就应以这种速度运动。显然，它不等于实际地下水在岩石空隙空间的实际平均流速。在普通水文地质学中已经介绍过，它们之间有下列关系

$$v = n u \quad (1-2)$$

式中 n —— 岩石的空隙度；

u —— 实际平均流速。

显然，仅仅有（1-1）式定义的渗透速度还是不够的。在多孔介质流体动力学中是这样定义渗透速度的

$$v = \frac{1}{\Delta V_0} \int_{(\Delta V_0)} u \, dV_i \quad (1-3)$$

式中 u —— 水流速度矢量；

v —— 渗透速度矢量；

ΔV_0 —— 是这样一一个体积：如令 p 是多孔介质内的一个数学点，那么我们考虑一个体积 ΔV_i （ p 是它的重心），它较单个孔隙或颗粒要大。在此体积内有一部分是孔隙，它所占有的体积设为 $(\Delta V_0)_i$ ，若以 n_i 表示比值

$$n_i = \frac{(\Delta V_0)_i}{\Delta V_i}$$

则当逐渐缩小以 p 为重心的 ΔV_i 的数值时，可以得到一系列的 n_i 值（ $i=1, 2, \dots$ ）。对于大的 ΔV_i 值， n_i 值的变化是不大的。特别是当 ΔV_i 小于一个一定的值以后，变化就更小，只是由于 p 附近孔隙大小的偶然分布才会造成小的波动。但是当 ΔV_i 再减小到小于一个一定的值 ΔV_0 以后，就会发现 n_i 突然有大幅度的波动。这种现象出现在 ΔV_i 的大小接近于单个孔隙的大小时。由此得 p 点孔隙度的定义为当 $\Delta V_i \rightarrow \Delta V_0$ 时，比值 n_i 的极限，即

$$n = \lim_{\Delta V_i \rightarrow \Delta V_0} \frac{(\Delta V_0)_i}{\Delta V_i} \quad (1-4)$$

ΔV_0 就是这样一一个体积，称为“典型单元体积”。有人称为数学点 p 处多孔介质的物理点。

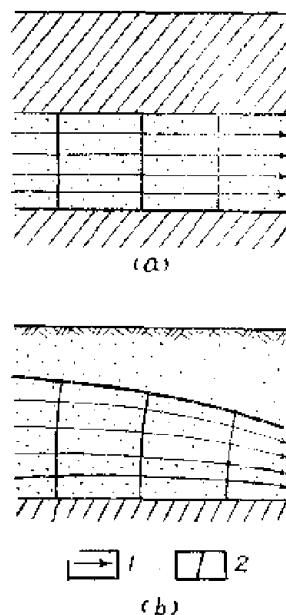


图 1-2 过水断面

1—渗流方向（流线），2—过水断面

由于 $n = \frac{(\Delta V_e)_0}{\Delta V_0}$, 而 $\frac{1}{(\Delta V_e)_0} \int_{(\Delta V_e)_0} \mathbf{u} dV_e$ 表示平均速度矢量 $\bar{\mathbf{u}}$, 所以由 (1-3) 式得

$$\mathbf{v} = n \bar{\mathbf{u}} \quad (1-5)$$

无须解释, 上式中的渗透速度是一个平均参数。

三、流线

在引进流线的概念之前, 先介绍一下什么是地下水的稳定运动和非稳定运动。凡是运动的基本要素 (如压强 p , 速度 v 等等) 大小和方向不随时间而变化的地下水运动称为地下水的稳定运动。写成数学表达式, 则为

$$p = f_1(x, y, z); \quad v = f_2(x, y, z)$$

或

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial v}{\partial t} = 0$$

如果地下水运动的基本要素中的任一个或者全部要素随时间而变化, 则称为地下水的非稳定运动, 其数学表达式为

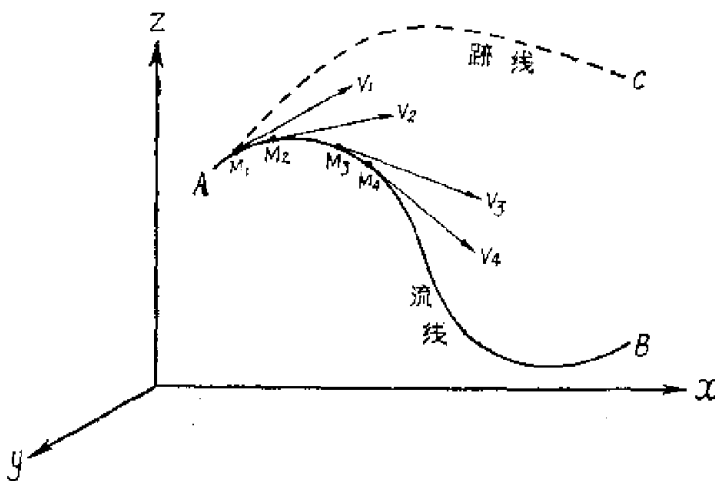
$$p = f_1(x, y, z, t); \quad \text{或} \quad \frac{\partial p}{\partial t} \neq 0$$

$$v = f_2(x, y, z, t); \quad \text{或} \quad \frac{\partial v}{\partial t} \neq 0$$

关于地下水的稳定运动和非稳定运动在以后的章节中还要详细论述。

下面引进流线的概念。

在渗流场中作一根理想的空间几何线, 如图 1-3 中的 AB 线。这根线上每一个液流质点 (如图中的 M_1, M_2, M_3, M_4 等等) 在某一瞬间的渗透速度矢量都和这根几何线相切,



我们就把这根几何线称为流线。

为了弄清楚流线的概念, 我们必须把流线和表示液流质点运动轨迹的迹线区分开来。迹线是表示某一液流质点在不同时间内连续运动所得到的轨迹, 而流线则是表示在同一时间内不同液流质点的连线, 此时各液流质点的速度矢量都和这根连线相切。流线的作法是和电场

图 1-3 流线和迹线

中的电力线的作法类似的。所以一般说来, 流线和迹线在空间是不同的二条线, 如图 1-3 中的 AB 线和 AC 线。但是, 当地下水稳定运动时, 运动要素不随时间而改变, 不同时间的流线都是相同的, 在该情况下经过某一共同点的流线和迹线是互相重合的。

四、测压高度和测压水头

我们先讨论一下静水的情况。如图 1-4a 所示, 如果在一个装满砂的圆筒壁上的 A 点

装一根测压管。当在圆筒中注满水以后，测压管中的水就由 A 点上升至和圆筒中的水面相平的某一高度处。由 A 点至水面的距离称为测压高度 h_n 。假设取任一水平面 OO' 作为基准面，测压管中的水面至基准面的垂直距离称为测压水头 H_n 。图 1-4b 表示一个承压含水层，水井凿到含水层中的 A 点，则井中的水深就是 A 点的测压高度 h_n ，井水面离基准面的垂直距离即为该点的测压水头 H_n 。

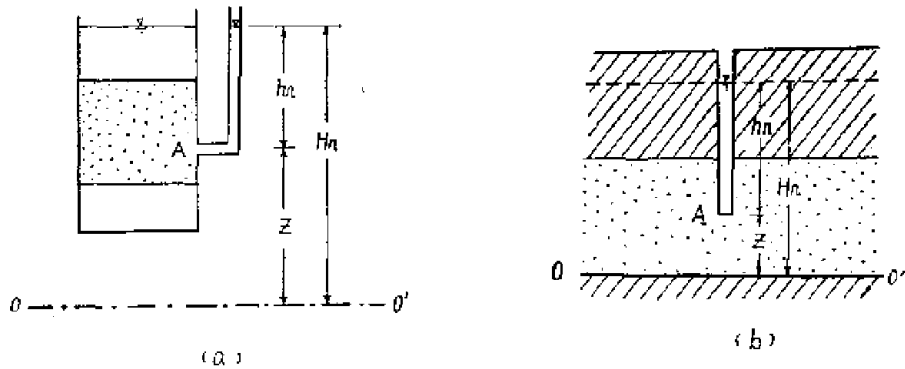


图 1-4 测压高度和测压水头

测压高度和测压水头可用下式表示

$$h_n = \frac{p}{\gamma} \quad (1-6)$$

$$H_n = h_n + z = \frac{p}{\gamma} + z \quad (1-7)$$

式中 p —— A 点的静水压强（相对于大气压力而言）；

γ ——水的容重（即单位体积的水的重量）；

z —— A 点的位置高度，即 A 点至基准面 OO' 的垂直距离。基准面可以选取任一水平面。当含水层的隔水底板水平时，计算时常选它作基准面。

在静水的条件下，水面为一水平面。此时含水层中的不同点，测压高度虽然不同，但测压水头都是相同的。

下面我们进一步讨论地下水流的情况。在讨论以前，先复习一下物理学中已经学过的伯努里 (Daniel Bernoulli) 方程。对于绝对不可压缩的、没有粘滞性的理想液体的稳定运动而言，沿同一流线上的各点或同一微小流束*上的各过水断面有下列关系

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} = \text{常数} \quad (1-8)$$

式中 z ——水流内研究点在基准面以上的高度；

p ——研究点上的动水压强；

u ——研究点的实际流速；

g ——重力加速度。

* 在充满运动液体的空间中，如果取一面积 ω ，通过面积上各点作出相应流线，这些流线族组成一长条形的束状体，称为流束。过水断面面积为无限小的流束称为微小流束。当过水断面面积趋于零时，微小流束达到它的极限——流线。

这就是理想液体的伯努里方程。它表征了液体运动的基本规律，因此很有必要深入理解它的物理意义。

方程式中的第一项 z ，表示液体质点在基准面以上的高度，量纲是 $[L]$ 。

方程式中的第二项 $\frac{p}{\gamma}$ 是由于液体在该点上动水压强所形成的水柱高度。 p 本来代表绝对压强，但我们通常取相对压强，即减掉一个大气压后的数值，这样 $\frac{p}{\gamma}$ 就代表该点的测压高度，量纲是 $[L]$ 。

方程式中第三项 $\frac{u^2}{2g}$ 的量纲仍为 $[L]$ ，从物理学中我们知道，它代表在没有任何外界阻力的情况下，物体以垂直向上的速度 u 所能达到的最终高度。这里我们称为流速水头。

伯努里方程这三项的总和称为总水头，用 H_d 表示

$$H_d = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} \quad (1-9)$$

如果仅考虑前二项的和 (p 取相对压强) 则称为测压水头 H_m 。由于理想液体的伯努里方程，不存在液体粘带性的影响所显示出来的对运动的阻力，所以同一流线上各点的总水头是个不变的常数。

由于伯努里方程三项的量纲都是长度，所以它所显示的关系也可用几何图形来表达。

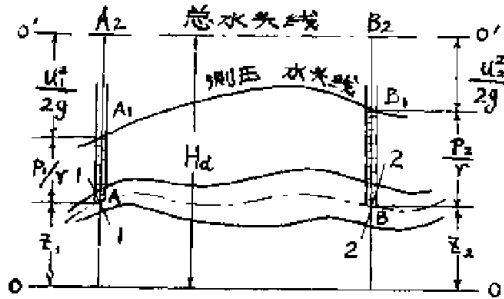


图 1-6 理想液体中微小流束的总水头线和测压水头线

亦可以作出类似的垂直线段。

因为沿整个微小流束各点的 $z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g}$ 之和是常数，所以 A 点、 B 点、…… 处诸垂直线的顶点 A_2 、 B_2 、……，位于距基准面为同一高度 H_d 的水平线上，该水平线称为总水头线。由此可知理想液体的总水头线是一条水平线。但测压水头的连线——测压水头线则取决于流速水头值的变化（即取决于微小流束过水断面大小的变化），是一条曲线。

此外，还可以从能量意义方面来阐明伯努里方程。第一项 z 表示单位重量液体所具有的位能，第二项 $\frac{p}{\gamma}$ 表示单位重量液体的动水压强所具有的压能。这两项之和 $z + \frac{p}{\gamma}$ 表示单位重量液体所具有的势能。第三项 $\frac{u^2}{2g}$ 则代表单位重量液体所具有的动能。所以这三项

在稳定运动的理想液体中取一微小流束

(图 1-5)，在流束上取断面 1-1 和 2-2，各断面上的 A 点、 B 点分别离基准面的高度为 z_1 、 z_2 。

在断面 1-1 的 A 点上，作垂直线 AA_1 ，令其长等于 $\frac{p_1}{\gamma}$ ，再在 A_1 点上，加上表示流速水头 $\frac{u_1^2}{2g}$ 的垂直线 A_1A_2 。在基准面上的总长度即为总水头 H_d 。在断面 2-2 的 B 点上，

之和就代表单位重量液体所具有的机械能的总和（称为单位总机械能）。对理想液体而言，由于没有能量消耗，位于同一流线上（或微小流束上）所有各点的单位总机械能是相等的。

在实际液体的运动中，必须考虑液体粘滞性所引起的摩擦阻力。液体运动克服这些阻力就要做功，因而要消耗一部分机械能，我们用水头损失 h'_w 来表达所消耗的机械能。所以液体质点沿流线运动时，单位重量的总机械能就不断地减小。总水头线永远是一条沿水流方向下降的线。因此，实际液体微小流束的伯努里方程为

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{u_2^2}{2g} + h'_w \quad (1-10)$$

式中水头损失 h'_w 表示液体克服断面 1—1 和 2—2 间阻力时所损失的单位能量。

在地下水运动中，实际流速 u 的数值是很小的，比重力加速度 g 小得多，因而流速水头 $\frac{u^2}{2g}$ 可以忽略不计。在地下水动力学中，就近似地认为地下水的总水头在数值上等于测压水头。即

$$H_z = z + \frac{p}{\gamma} = H_s$$

通常二者是不加区分的，习惯上都简称为水头，用 H 表示。几种情况下的水头 H 表示在图 1—6 中。

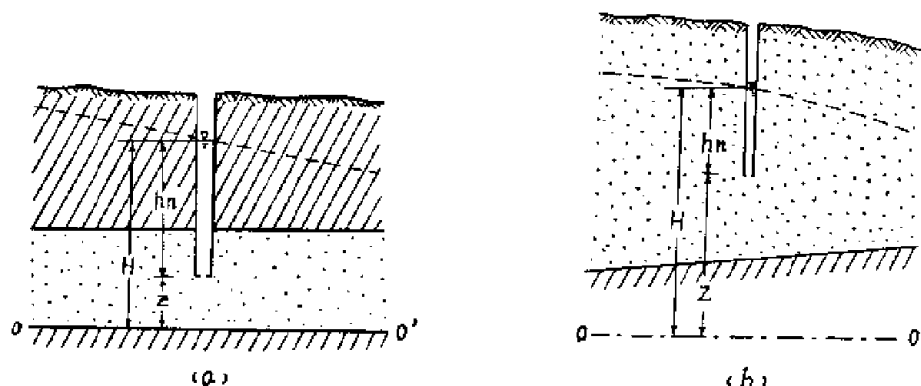


图 1—6 地下水的水头

在渗流场中把水头值相等的各个点连起来在空间构成一个面，称为等水头面。也就是说，在等水头面上各个液流质点的水头值是相同的。等水头面可以是一个平面，也可以是一个曲面，这要根据水流的特点来定。它在平面图上或剖面图上则表现为一根水头相等的线，称为等水头线。

在平面图上（或剖面图上）作流线和等水头线，两者组成一个正交网格，称为流网，如图 1—7 所示。

在流网中，沿流线方向上的水头降落最大，而沿等水头线的方向则没有水头降落，因而沿等水头线的方向速度分量等于零，所以流线和等水头线总是正交的。

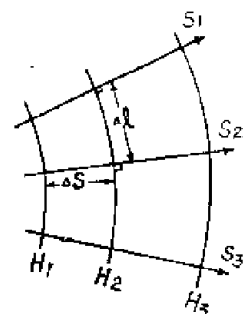


图 1—7 流网
 S_1, S_2, S_3 ——流线;
 H_1, H_2, H_3 ——等水头线

五、水力坡度

地下水在岩石空隙中运动时，要消耗一部分水头。如果沿地下水流的方向任取一个垂直剖面，就可以得到一条水头降落的曲线，称它为降落曲线（对于潜水可以称为浸润曲线）。降落曲线的坡度即为水力坡度。从这里可以得到水力坡度更一般的定义：水力坡度 J 为沿渗流途径的水头降落值和渗流途径长度之比值。我们可写成如下的表达式

$$J = \frac{\Delta H}{\Delta s}$$

式中 ΔH 为水流沿渗流途径长度 Δs 上的水头损失，由于降落曲线通常是一条曲线，曲线上各点的坡度不同，故曲线上某点的水力坡度用水头在该点的导数值来表示，即

$$J = -\frac{dH}{ds} \quad (1-11)$$

因为随着流动途径的增加，水头降低。即水头沿水流方向 ds 距离上的增量“ dH ”永远是负的，而水力坡度是正的，故在 $\frac{dH}{ds}$ 之前要加一负号。

因为 ΔH 和 Δs 的量纲都是 $[L]$ ，所以水力坡度无量纲。

如果在空间取一直角坐标系，水力坡度在 x 、 y 、 z 三个方向上的分量分别为 J_x 、 J_y 及 J_z ，根据式 (1-11) 可求得如下

$$J_x = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad J_y = -\frac{\partial H}{\partial y}, \quad J_z = -\frac{\partial H}{\partial z} \quad (1-12)$$

六、液体运动的两种状态

在自然界的不同条件下，液体运动的性质有很大的差别。观察到的液体运动状态有两种类型，即层流与紊流。

液体的流束（流层）互不混杂的流动称为层流运动。液体的流束（流层）相互混杂而无规则的运动则称为紊流运动。液体缓慢运动时，作层流运动。当流速逐渐加大到某一程度时，就转变为紊流运动。

我们可以作这样一个实验：在水箱 A 的侧壁上开一个漏斗形孔口 B ，按上一个带有截门 C 的玻璃管（图 1-8）。另外有一个装颜料水的小容器 D ，用小管子通到孔口 B ，用截门 F 调节颜料水的速度。使水箱 A 内的水保持固定的水位。实验时，稍微打开截门 C 和 F ，当水缓慢流动时，看到带颜料的流束为一根规则的细红线，如图 1-8 a 所示，表明此时为层流运动。继续打开截门 C ，使玻璃管内水的流速加大，当管内水的平均流速达到某一临界值时，带颜料的流束就发生动荡并与水的流束混杂不清，如图 1-8 b 所示，此时已转变为紊流运

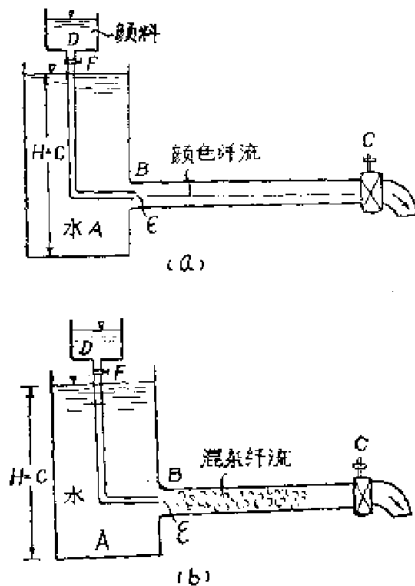


图 1-8 层流与紊流实验
(a) 一层流运动；(b) 一紊流运动

动状态。

由层流转变为紊流时管内的水流速度称为临界速度。实验表明，临界速度不仅和液体的粘滞性有关，而且和管子的直径大小有关。

由于临界速度在各种实际水流中是不同的，因此在实用上，难以用临界流速来判别液体流动的状态。通过大量试验发现可以用一个无量纲的量即雷诺 (O. Reynolds) 数来判别。雷诺数的表达式如下

$$R_e = \frac{uD}{\nu} \quad (1-13)$$

式中 R_e ——雷诺数；

u ——圆管中液体的断面平均流速；

D ——圆管的直径；

ν ——水的运动粘滞系数，厘米²/秒。

用实验方法可求得临界条件下的雷诺数。如果实际流动时的雷诺数小于该值时，仍保持层流运动，大于该值时则会转变为紊流运动。

地下水在岩石空隙中的层流运动和紊流运动表示于图1—9中。和一般的液体流动类似，地下水的运动状态也可以用类似的雷诺数来判别。但此时以地下水的渗透速度 v 代替管内液体的断面平均流速 u ，以含水层颗粒的平均粒径 d 代替圆管的直径 D 。这时雷诺数的表达式如下

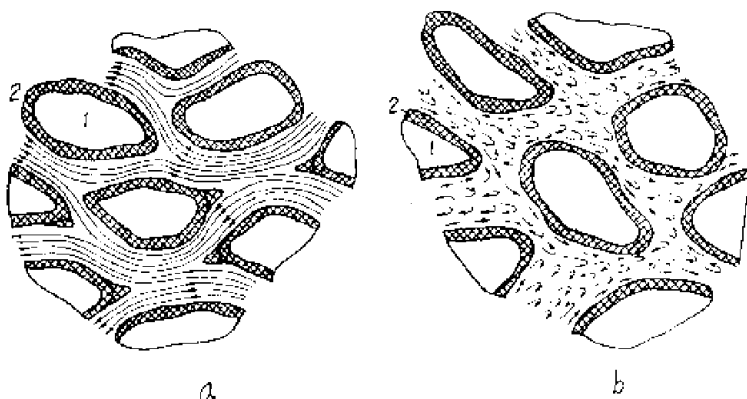


图 1—9 孔隙岩石中地下水的层流与紊流

a) —层流； b) —紊流

1—岩石固体颗粒； 2—结合水膜； 箭头表示水流运动方向

$$R_e = \frac{vd}{\nu} \quad (1-14)$$

式中 v ——地下水的渗透速度；

d ——含水层颗粒的平均粒径；

ν ——地下水的运动粘滞系数。

可以用实验方法求得地下水由层流转变为紊流时的临界雷诺数。很多人进行过这方面的试验，虽然各人所得结果不尽相同，但大多数试验表明该值在 60—150 的范围内。

地下水在绝大多数情况下都呈层流运动状态。只有在卵石层的大孔隙中，当水力坡度很陡时，以及在大的裂隙和洞穴中，才会出现紊流运动状态。

七、地下水运动特征的分类

为了便于研究地下水的运动，通常根据它运动的特征来进行分类。

前面我们已经简单地介绍了地下水的稳定运动和非稳定运动。

现在再来研究地下水的渐变运动和急变运动。我们把具有如下特征的地下水运动称为渐变运动（或缓变运动）：

- (1) 流线的弯曲很小或流线的曲率半径很大，接近于一直线；
- (2) 相邻流线之间的夹角很小，或流线近乎平行。

不具备上列条件的称为急变运动。在渐变运动中，各过水断面可以看作是一个平面。惯性力很小可以忽略不计。在同一过水断面上各点的水头都是相等的。大多数的天然地下水运动都是渐变运动。

下面再来研究地下水的空间运动、平面运动和单向运动。

在大多数情况下，地下水流都是空间运动（或称三维运动*）。在该情况下，地下水流速 v 沿空间三个坐标轴的分量 v_x, v_y, v_z 均不等于零，即在三个方向上都有分速度。如图

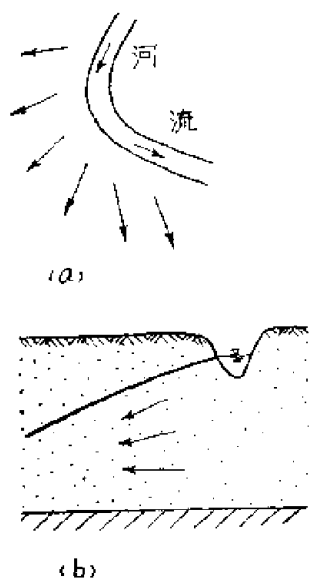


图 1—10 河湾处潜水的空间运动
(a)—平面图；(b)—剖面图。

1—10河湾处潜水的运动，就是空间运动的一个例子。如果地下水沿某一个坐标轴的速度分量等于零，例如 $v_x=0$ ，地下水只有二个方向的分速度，即所有流线都与某一平面平行，称为平面运动（或二维运动）。图 1—11 中渠道向河流的渗漏就是平面运动的一个例子。渠道与河流近乎平行，垂直于河、渠方向进行渗漏，沿河、渠方向没有渗流的分速度，此时可以看作垂直剖面内的平面运动。这类运动的特点是可以将空

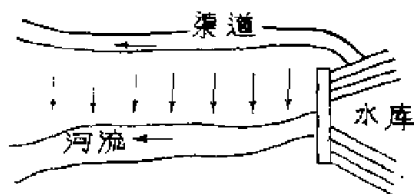


图 1—11 渠道向河流的渗漏

间运动的渗流分成任意个单独部分，每一部分的渗流特征都是相同的。只要弄清了一个单独部分的渗流规律就等于了解了它的全貌。所以，此时可以在垂直水流方向取单位宽度进行研究。单位宽度的渗流量称为单宽流量，用 q 表示。总流量 Q 等于单宽流量 q 乘上水流宽度 b ，即

$$Q = q \cdot b \quad (1-15)$$

同理，如果地下水的流速只有一个方向的分速度，其余方向的分速度为零，也即速度仅仅是一个坐标的函数，这种运动则称之为单向运动（一维运动）。

思考题

1. 渗流既然是一种假想水流，为什么还要研究它？实用价值如何？
2. 在稳定运动状态和非稳定运动状态下，流线和迹线有什么关系？

* 三维运动、二维运动、一维运动随选取的坐标系而定。如轴对称情况，选直角坐标研究是二维运动，若改用圆柱坐标研究就相应地变成一维运动。

§ 2. 渗流的基本定律

一、达西定律（线性渗透定律）及其适用范围

达西于 1856 年通过实验获得了下列关系式

$$Q = K \frac{\Delta H}{l} \omega \quad (1-16)$$

或

$$v = \frac{Q}{\omega} = KJ \quad (1-17)$$

式中 Q ——渗流量；

$J = \frac{\Delta H}{l}$ ——水力坡度；

ω ——试验圆筒的横截面积，包括砂颗粒和孔隙所占的二部分面积在内；

K ——渗透系数。

这个关系式通常称为达西定律或线性渗透定律。

因为在实际的地下水流中，水力坡度往往是各处不同的，所以我们把达西定律写成更一般性的表达式如下

$$v = -K \frac{dH}{ds} \quad (1-18)$$

式中的 $-\frac{dH}{ds}$ 为水力坡度。

渗透系数 K 是表示岩石透水性的指标，它是有关含水层的非常重要的水文地质参数之一。根据 (1-17) 式，当水力坡度 $J=1$ 时，渗透系数在数值上等于渗透速度。因为水力坡度无量纲，所以渗透系数具有速度的量纲，即 K 的单位和 v 相同，常用厘米/秒或米/天表示。

渗透系数不仅取决于岩石的性质（如粒度成分，颗粒排列，充填状况，裂隙的性质和发育程度等等），而且和渗透液体的物理性质（容重、粘滞性等等）有关。同一岩层，对于水是一种渗透系数，对于石油又是另一种渗透系数。就是同样都是水，当水温和水的矿化度不同时，也会引起容重和粘滞性的一些变化，因而渗透系数也随着变化。但在地下水运动中，这种改变一般很小，常常可以忽略不计。因此，可以把渗透系数作为表示岩层透水性的一个水文地质参数。

但是，在研究盐水、卤水、石油等液体的运动时，就不能再象淡水那样忽略它们的影响，把渗透系数作为表示岩石透水性的一个常数了。为此提出了渗透率的概念，它表示介质能使液体或气体通过介质本身的性质。因此，它只和介质本身的性质有关而和渗透液体的性质无关。如用 k 表示渗透率，则通过量纲分析，可以证实 k 和渗透系数 K 之间有如下关系

$$\frac{K}{\gamma} = \frac{k}{\mu} \quad (1-19)$$