

陕西师范大学优秀著作出版基金资助出版

数学哲学新论

超越现代性的发展

黄秦安 著



商务印书馆
The Commercial Press

2013年·北京

图书在版编目(CIP)数据

数学哲学新论：超越现代性的发展/黄秦安著. —北京：商务印书馆，2013

ISBN 978 - 7 - 100 - 09260 - 9

I. ①数… II. ①黄… III. ①数学哲学—研究
IV. ①O1-0

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 138452 号

所有权利保留。

未经许可,不得以任何方式使用。

数学哲学新论

超越现代性的发展

黄秦安 著

商务印书馆出版
(北京王府井大街36号 邮政编码100710)
商务印书馆发行
印刷厂印刷

ISBN 978 - 7 - 100 - 09260 - 9

2013 年 月第 版 开本 × /
2013 年 月北京第 次印刷 印张

定价： 元

目录

前言.....	001
---------	-----

第一章 绪论.....009

- 1.1 理论视角：后现代思想及其一般特征 010
- 1.2 若干基本概念的说明与界定 019
- 1.3 后现代主义对数学的理解及其批判 026
- 1.4 数学与数学哲学：超越现代性的新发展 034

第二章 现代性数学之滥觞.....043

- 2.1 演绎数学：古希腊数学开创的新范式 044
- 2.2 欧几里得的《几何原本》与公理化方法 056
- 2.3 古希腊数学观：现代性数学观的雏形 062

第三章 现代性数学哲学思想的发展.....067

- 3.1 现代性数学哲学思想的渊源及其发展 071
- 3.2 现代性数学本体论的演变 090
- 3.3 现代性数学真理：柏拉图主义数学真理体系的形成与终结 097

第四章 现代性数学思想的结构性坍塌与数学革命.....113

- 4.1 非欧几何与非交换代数的后现代意义 115
- 4.2 从康托集合论悖论到连续统假设与集合论公理化 122

4.3 数学革命：数学内核的裂变与数学知识的新特征 128

第五章 数学基础主义的后现代透视.....143

5.1 形式主义的基本思想及其后现代分析 144

5.2 逻辑主义的基本思想及其后现代分析 151

5.3 直觉主义的基本思想及其后现代分析 159

5.4 对基础主义三大流派的整体评论 169

第六章 超越现代性：后现代视域下数学哲学的基本观念.....183

6.1 “后基础主义”时代数学哲学研究的若干趋势 184

6.2 欧内斯特的作为数学哲学的“社会建构主义” 200

6.3 对现代性数学哲学范式的超越 206

6.4 超越现代性视域的数学哲学理论诉求 218

第七章 数学本体论的重构.....229

7.1 数学研究对象的重新认识和定位——作为形式建构的数学 230

7.2 数学本体论的若干研究现状与趋势 234

7.3 数学本体论的新观念 251

7.4 关于数学知识的多维度视角及其变量函数 264

第八章 数学真理的重新审视.....277

8.1 数学中不存在绝对真理 279

8.2 数学真理：从唯一性、终极性向多样性、谱系性的转向 285

8.3 数学真理：一个具有不同层次和等级的、开放的、动态的体系 291

8.4 数学对自然真理性的超越及其解释学意义 295

第九章 主体性的数学解读与新理性主义的构建.....301

9.1 主体性危机及其数学解读 301

9.2 逻各斯的神化与理性主义之殇 313

9.3 超越现代性：新理性主义的构建 325

结束语.....331

主要参考文献.....337

后记.....353

前言

数学哲学在经历了 19 世纪末到 20 世纪初大约半个世纪的“黄金时代”之后，随着三大流派主要目标的落空和主要思想的旁落，关于数学哲学的基本理论、立场和观点呈现出多样化、多视角、散射性和差异性等特征。如何构建有利于数学长足进步并适宜于数学新的知识特点的数学哲学理论体系，成为数学哲学界一项艰巨的学术使命。其中研究视角的选取和研究方法的开拓成为寻求数学哲学理论重构的突破口。

后现代思潮是 20 世纪后半叶以来在西方社会中逐渐兴起的一种思想、文化和社会运动。美国哲学家罗蒂把海德格尔、杜威和后期维特根斯坦看作是后现代主义哲学的来源。20 世纪 70 年代以来，后现代哲学逐步进入西方哲学主流。法国哲学家利奥塔尔在其《后现代状况：关于知识的报告》一书中明确把“后现代”定义为“对元叙事的怀疑”；法国哲学家福柯从对权力、考古学和知识谱系的研究开始其对西方思想文化传统的深刻反思；秉承了尼采和海德格尔的反形而上学立场，法国哲学家德里达发起了对追

求普遍性、本质性的“逻各斯中心主义”的解构。在科学哲学领域，科学知识社会学和社会建构主义理论试图颠覆关于科学的传统观念。上述见解无疑都有其犀利的思想锋芒。在后现代的理论视角下，西方传统的、深具现代性的启蒙精神、理性、总体性、本质主义、逻各斯中心主义、传统思维方式等都遭到普遍的批判。后现代把一切预设的思想基础都作为质疑和解构的对象，这种批判精神是弥足珍贵的。

后现代的上述种种精神特征，与笔者多年以来对数学进行的哲学思考所得出的新认识有某种程度的契合或暗合之处，这就促使我们采用并借鉴其理论观点作为反思数学哲学的一个重要视角。具体看来，鉴于我们称之为“现代性”的数学观念与哲学上的“现代性”思想有着紧密的关联，而且数学作为理性和确定性的典范，一直在自笛卡尔以降的西方哲学与科学中占据重要的不可或缺的地位，特别是，在后现代主义者对现代性的解构和颠覆中，数学经常成为众矢之的，因此我们自然要考虑如下重要问题：数学在自身思想与知识的演化中有没有超越其现代性界限的发展呢？

采用后现代的理论观点和视角，结合我们对于许多重大数学哲学问题的长期思考，重新审视数学从古希腊时代到20世纪以来哲学思想的流变，我们可以梳理出一条清晰可辨的历史—逻辑路线，这就是“现代性”数学及其哲学思想的确经历了从孕育、生长到完成并逐步被解构的历史进程。在这一历史演变过程中，许多典型的现代性特征开始蜕变并逐步被新的思想、理论与方法所取代，而这些异于现代性数学哲学的新的思想、理论与方法，我们可以采用“超越现代性”或“后现代”这一概念来予以表述。由于这些新的特点与通常的“后现代”意义有某种关联或某种程度的相似

之处，因此采纳后现代较为成熟的理论观点，并寻求数学及其哲学的独特性，就构成了本专著主题性、立论以及逻辑延展的基本书写取向。

具体看来，有以下三个连续且紧密相关的话语文本：

第一，对现代性的数学哲学思想观念的形成与演变进行剖析。现代性数学及其哲学思想的源泉是古希腊数学创立的演绎数学范式。文艺复兴以来，在古希腊数学范式中萌芽的现代性数学种子开始逐步生长。在拒斥神秘主义、占星术的基础上，伽利略的数学理性主义思想开始建立并逐渐扩散开来。然而，数学是而且也只能是历史发展和时代的产物，受统治欧洲一千年的基督教文化、古希腊思想遗产和数学发展水平的共同制约，现代性数学伊始，数学的文化属性并不是一步跨入纯粹的科学世界的，而是经过了与基督教神学观念的融合。以数学、物理学为典范的现代科学在哥白尼、开普勒、伽利略、笛卡尔、牛顿、莱布尼兹、拉普拉斯等大师的精心策划与构筑下，成为现代文化的鹤立鸡群的主导形象。科学获得了普遍的世界文化的声誉。现代性数学哲学也最终在现代性数学的知识框架内奠定了以绝对主义思想为标志的形而上学数学本体论和真理论。

19世纪中叶以来，随着非欧几何和非交换代数等数学新知识的诞生，以及一系列具有革命性意义的数学进展，关于数学对象存在性和真理性的神学的、柏拉图主义的和形而上学的观念开始逐步消解。然而，关于数学的基础和数学性质，大多数数学家仍然停留在现代性数学哲学的范式之中，这一点在三大流派那里体现得最为明显。三大流派的共同点是其以现代性数学思想为基调的基本诉求：即相信可以通过建立坚固不变的基础，使数学获得一个免于被质疑的知识地位，并在这一体系中消除各种矛盾和

悖论，达到体系的一致性。然而，这种基础主义的诉求却被证明是无法实现的。

在我们看来，在现代性数学哲学范式中，有两个基本观念需要扬弃。一个是神性的、形而上学的柏拉图主义数学观，一个是对逻辑化、形式化、模式化的数学观念和认识范式的绝对、无条件的和盲目的信仰。

第二，在对现代性数学观念、数学思想和数学哲学体系进行分析、反思和批判的基础上，初步建立一个超越现代性数学哲学思想的、具有鲜明的数学发展时代性特征的数学哲学理论框架。具体看来，这一框架包括以下几部分：

对现代性数学本体论、认识论的反思和批判以及在反思基础上的理论重构。具体来看，随着数学观的深刻转换，数学在研究对象、研究内容和范围、研究方法等方面都发生变革。例如从数学研究对象看，数学在赋予客观物质世界以经典意义（如万物运行的秩序、和谐，永恒、确定、必然等）上的作用是无可比拟的。微积分对必然现象描述的有效性强化了关于客观世界的机械决定论信念。然而，模糊数学、随机数学、突变理论、混沌、非线性科学等数学理论正在消解着传统上赋予客观物质世界的经典意义。数学研究对象从较为具体的数量与空间形式，到对具有更广泛含义的量的研究，再到形式结构和模式，这种认识的深化体现了对客观物质世界本质理解的新的认识转换。

在数学本体论的重建方面，将会从宏大的、普遍的、以各种元理论为基础的、想要包容一切的数学知识“宏大叙事”和宏大结构转向对局部的、有限的、以前被忽略的或遗忘的甚至是细碎的知识的追求。放弃柏拉图主

义和绝对主义之后，一个认识基点是取消过多的形而上学假设。其中有些是不必要的、有些则是有害的。实在论的数学观的取消和淡化，让位于模型、结构、形式系统及其关系的探讨，并将成为数学本体论的一个发展方向。

对数学真理的重新认识与定位，将成为新的数学哲学理论体系的认识论基础。以现代性为基调的各种数学真理观有一个共同点，那就是对存在绝对的、唯一的、永恒的、不变的、自足的和封闭的数学真理及其判定的信仰。长期以来，数学的一个神圣使命就是对绝对、永恒和不变的真理的不懈追求。这种信念在新的数学真理观中被彻底颠覆了。数学真理的新认识包括：数学中不存在有绝对真理；数学真理从追求形而上学的目标与价值转向追求相对的、多样化的理论构建；数学真理是一个具有不同层次性和等级结构的开放体系；数学真理超越了自然真理的范畴，开始生长出一种新维度：可选择性；形式化与非形式化都是获得数学真理的有效手段；数学对自然真理性有一种超越并具有了解释学的意义。

概括起来看，现代性数学及其哲学追求具有总体性、逻辑中心主义（更广泛地看，是逻各斯中心主义）、宏大叙事或元叙事（元理论）、基础主义、实在论（柏拉图主义）、形而上学等典型特征。从更广泛的视角看，西方数学理性思想也是与从圣西门、孔德以降的西方科学主义传统密切相关的。例如在孔德的实证主义体系中，数学占据着重要的地位与作用。孔德理论体系的一个基本特点就是宏大叙事，即用自然科学或实证科学的方法对社会学等关于人与人类社会的学说进行大力综合，力图建立一个统一的、系统的、宏大的理论。

演绎数学的范式与体系正受到来自新的计算方法、新的理论框架和新

的研究范式的挑战。例如 20 世纪后半叶以来,以计算机实验为基础的实验性数学、推测数学开始盛行。数学还经历了从整体论到局部论的转化(例如从信息论、控制论和系统论方法到分形方法);从线性到非线性的转化;从连续性到离散性的转化。数学开始出现非中心化的趋势。从着力于解决传统的基本问题到注重数学细节的、局部的、奇异的和非常态的边缘化部分。在数学观念上,数学家不得不开始接受数学的开放性并放弃完备性,接受数学中存在有不可判定命题,承认数学形式化的内在缺陷,对于悖论以及导致悖论的某些理论基础,也从绝对排斥到开始容忍。

有鉴于数学科学的知识延展方式、表达方式和独特的精神气质,超越现代性的数学哲学所体现的不仅仅是一种解构,还是一种建构。更准确地讲,是通过建构达到解构。通过新的理论建构,幼稚的、不够精致的概念和体系被更为精巧的、更为细致的、更为深刻的思想体系所取代。这既是一种在更广泛意义下的建构,同样也是一种在新的意义上的解构。其中,对数学观的重新认识是一个首要的标志。超越现代性的数学观的基本立足点是反形而上学、反先验论、反实在论(这里的实在论是指标准的柏拉图主义),通过对经验主义的反思,超越经验主义和唯理主义各自的理论视域及其二元对峙,寻求唯理主义和经验主义之间新的结合点。

第三,探求这种超越现代性的新的数学哲学对人的认识主体性和理性主义的启迪。数学曾经是现代性意义下主体性和理性主义的一面旗帜和典范,随着现代性观念的整体性消解,理性主义也有一个何去何从的问题。我们知道,某些后现代的思想本质中有强烈的摧毁主体性、反科学、反理性的色彩和倾向。我们必须从数学与数学哲学的新的观念和立场出发,对

后现代的上述消极思想进行清算。

必须注意到的是，科学观和科学思想，理性观和理性精神本身也有一个转化、演变和发展的过程。所以，我们试图维护的并不是经典的、以现代性为基调的科学主义和理性主义，而是适应科学新发展、展现新的科学知识特征和认识特征的新科学主义和新理性主义。我们相信，通过对现代性数学哲学的超越以及数学哲学理论的重新构建，这种超越经典理性主义的新理性主义将会兴起。其中数学新的知识特征和哲学观念将成为极其重要的思想素材并占据其不可或缺的理论地位。特别值得注意的是，当代数学的发展与整个科学、科学哲学乃至后现代文化都有一些契合点和结合点。我们期望，这能成为建立新的多样统一的科学理论体系的一个认识起点。

需要特别指出的是，我们在数学哲学上采用“后现代”这一视角，是指吸收、借鉴并融汇后现代主义的思想精华和理论、视角、观点和方法，但在相当广泛的层面上，在许多基本观点、基本问题的认识和基本概念、基本观念的定位和界定上，我们与种种“后现代主义”思想都有着很大甚至本质的差异性。无论是解构性的后现代，还是“建设性”的后现代，其许多观点都是我们无法完全认可的，在数学中的相应性和对应性也是十分不同的。也就是说，后现代的理论视角仅仅是本专著的理论着眼点之一，但却不是唯一的视角。超越并突破一般哲学后现代甚至科学哲学后现代的理论视野，凸现数学独特的知识本质，也是本专著所坚持的一个方法论原则。

就现代性与超越现代性的关系而言，虽然数学哲学的发展正越来越多地呈现出其超越现代性的征兆，但这不是说数学及其哲学就已经完全离开了现代性。就数学、数学哲学与数学教育的整体状况而言，不仅现代性的

数学知识及其观念,就连前现代性的数学知识都依然在当代数学文化中占据着重要地位。前现代性、现代性和超越现代性之间有着紧密、复杂而又多样的联系并形成了其谱系。在这个复杂、多元的谱系序列中,超越现代性构成了数学哲学和数学文化发展的领先和引导性特征。

第一章 绪论

现代性的数学哲学，无论是其思想、观念、知识体系和方法，都是与西方哲学的基本历史架构紧密相连相随的。源于古希腊毕达哥拉斯—柏拉图的数学传统，经过伽利略、笛卡尔、牛顿、莱布尼兹、拉普拉斯等著名人物的发扬，最终在数学基础主义三大流派的宏大叙事中达到其顶点。

19世纪中叶以来，在一系列具有革命性意义的数学进步过程中，关于数学对象存在性和真理性的柏拉图主义的和形而上学的观念开始逐步消解。到了19世纪末，由于被视为新的数学构成基础的集合论出现悖论以及一系列数学危机的产生，数学基础开始动摇。数学基础主义者倾注了极大的热情和精力，试图通过弥补裂痕再建现代性数学的基础，进而稳固现代性数学哲学的根基。但1931年哥德尔发表的不完全性定理彻底击碎了基础主义的思想计划。

20世纪以来许多新的数学发现和新的数学结论更是不断地蚕食着现代性观念下固有的关于数学的柏拉图主义和形而上学观念，并最终导致现代性数学观念的整体性崩溃。随着现代性数学哲学范式的瓦解，数学哲学研究也开始出现明显的分化和多样化趋势。具体看来，数理逻辑的研究进入了更专业化的发展方向；对经验主义的重新认识一时间成为某

些数学哲学家热衷的选择；还有研究方法的多样性（如历史方法、案例方法的采用），纯粹形式化理论的淡化与消解，社会建构主义的兴起等，共同构成了后基础主义时代数学哲学研究的新格局。虽然经验主义（包括拟经验主义）和后经验主义试图消解数学的纯粹演绎性和绝对确定性，对于柏拉图主义和实在论有某种解构价值，但其意义是有限的和暂时性的。我们认为，抛弃了柏拉图主义和形而上学等现代性的数学观及其哲学思想之后，关于数学的哲学认识并非必然地走向经验论、可误主义、拟经验主义或社会建构主义。

对于数学哲学的理论重建而言，我们主张透过后现代这一理论视角，结合数学知识演进的历史范式和逻辑范式，对数学哲学的基本问题进行梳理，对数学哲学的基本观念进行更新。为了更好地采用“后现代”这一视角，首先对后现代思想予以考察。

1.1 理论视角：后现代思想及其一般特征

后现代思潮¹⁾是20世纪后半叶以来在西方社会中逐渐兴起的一种思想、

1) 关于“后现代”(postmodern)这一概念，据学者们考证，从语源学看，英国画家查普曼于1870年的个人画展中首先提出“后现代”油画的概念。德国的卢纳尔夫曾于1917年提出一般的“后现代”的称谓。德国作家潘维兹在其《欧洲文化的危机》一书中也使用了“后现代”这一概念。还有西班牙的奥涅克斯、英国神学家贝尔、著名历史学家汤因比在其《历史研究》这一名著中等均有所提及。按照著名历史学家汤因

文化和社会运动。从哲学层面看,在各种对后现代观念的论述中,具有代表性的有法国哲学家让-弗朗索瓦·利奥塔尔(Lyotard)的《后现代状态:关于知识的报告》。其中利奥塔尔明确地提出了后现代的基本观念和立场。利奥塔尔指出,“元叙事”(metanarratives)或具有合法化功能的叙事是现代性的一个主要特征,借助于“元叙事”,可以建立起一套自圆其说的被赋予合理性的游戏规则和话语。而后现代文化的一个鲜明特征就是对“元叙事”的怀疑。随着元叙事走向衰亡,主体和社会领域的非中心化逐步成为后现代的主题。元叙事开始转向局部叙事。利奥塔尔对知识的这种被“解合法化”到新的合法化的转变作了如下描绘:“普遍元语言的原则被能够证明指示性陈述的形式公理体系的多样性原则所代替;描述这些体系的元语言是普遍的,但彼此并不一致。在传统知识和现代科学中常被视作悖论,甚至是谬论的认识均可以在这样的体系内找到新的力量与信心,并能赢得专家集团的认可。”^[1]因此,利奥塔尔倡导抛弃绝对标准、普遍范畴和宏阔之论,支持局部类型、容忍差异、历史的和非中心化的后现代科学知识。

法国哲学家福柯(Foucault)从对权力、考古学和知识谱系的研究开始其对西方思想文化传统的深刻反思。尽管福柯并不认可给他的理论见解贴上固定的诸如“后现代”的标签(这其实也正是某些后现代思想

比对西方历史的划分,从1875年开始,西方文明开始进入后现代。但上述学者在使用“后现代”一词时的意义均不尽相同。作为一种哲学思潮,后现代的许多思想可以追溯到尼采和海德格尔那里。而后现代作为一股强劲的文化潮流和哲学思想,应该是从20世纪60年代后期开始的。

* 注:本书“1)”格式为说明性文字。本书“[1]”格式为参考文献。

[1] 汪安民等.后现代性哲学话语[M].杭州:浙江人民出版社,2000,265.

家的多变和特立独行的特征),但福柯的整体思想无疑是极具后现代气息的。与许多后现代思想家一样,福柯的思想中有很深的尼采主义和海德格尔思想渊源。福柯主张放弃对知识基础和知识体系的追求,强调了非中心化世界的重要性。福柯赞成采用“谱系学”代替科学。福柯敏锐地指出,在被标榜为“理性”和“合理化”的传统思想及其方法的背后,隐藏着为特定的利益集团服务的权力的本质。福柯推崇“精神分析学”和“文化人类学”,认为它们的质疑、批判和论争功能使得它们在知识的整体空间里占据着重要的地位。

法国哲学家德里达(Derrida)是解构主义最著名的代表人物。秉承了尼采和海德格尔的反形而上学立场,德里达发起了对追求普遍性、本质性的“逻各斯中心主义”¹⁾的解构。在“书的终结和文字的开端”一章中,德里达描述了西方思想传统中的“逻各斯”的长期统治状态:“决定真理的一切形而上因素,甚至海德格尔提醒我们的超越形而上本体神学的那个因素,无论以哪种方式理解该词的意义——在前苏格拉底或哲学的意义上,在上帝的无限理解或在人类文化学的意义上,在前黑格尔或后黑格尔的意义上,都或多或少与逻各斯密不可分,或与在逻各斯的线性发展中思考的一种理性密不可分。在这个逻各斯内部,与语音的原始和本质联系从没有间断过。”^[1]

1) 在《西方后现代主义哲学思潮研究》一书中,佟立的概括是:“逻各斯中心主义是指理性、本质、终极意义、真理、第一因、超能指与所指、超结构等一切思想、语言、经验以及万物之基础的东西。”(佟立.西方后现代主义哲学思潮研究[M].天津人民出版社,2003,225.)

[1] 汪安民等,后现代性哲学话语[M].浙江人民出版社,2000,100.