



非凡图书

龚冬保教授考研数学

2006 版

数学 考研 数学二

根据 2006 年考研大纲全新编写

模拟考试试卷

龚冬保 主编

10 套题

赠答疑卡



西安交通大学出版社
XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY PRESS

龚冬保教授数学考研系列



2006 版

模拟考试试卷

数学二

(共 10 套,附解答与评分参考)

主编 龚冬保

王寿生 褚维盘 魏战线 (高等数学)

崔荣泉 (线性代数)

西安交通大学出版社

· 西安 ·

图书在版编目(CIP)数据
数学考研模拟考试试卷(数学二)2006版 / 龚冬保主
编. —西安:西安交通大学出版社,2005.10
ISBN 7-5605-1591-6

I. 数... II. 龚... III. 高等数学-研究生-入学
考试-试题 IV. O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 082616 号

书 名 数学考研模拟考试试卷(数学二)2006 版
主 编 龚冬保
出版发行 西安交通大学出版社
地 址 西安市兴庆南路 25 号(邮编:710049)
电 话 (029)82668357 82667874(发行部)
(029)82668315 82669096(总编办)
印 刷 西安新视点印务有限责任公司
字 数 188 千字
开 本 787mm×1092mm 1/16
印 张 8
版 次 2005 年 10 月第 4 版 2005 年 10 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 7-5605-1591-6 / O·191
定 价 48.00(本卷 12.00 元)

版权所有 侵权必究

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

龚冬保教授重要提示

本模拟试卷是在分析历年考卷基础上,严格按《2006年数学考试大纲》的要求,以及新的试卷模式来编制的。为更好地发挥它们的作用,特作以下提示:

1. 考前演习为实战 模拟试卷认真练

一定要按考试的要求,像考试那样去做每一套模拟试卷。比如控制时间,可用闹钟定时到10:45,而于8:00打开试卷开始“考试”,闹铃响时便“交卷”。稍后对照着“解答与评分参考”为自己评分并作小结。

对自己所考的10套模拟卷,至少隔3天,最多隔一周做上一套,效果比连续做要好。

2. 数学一二三四卷 卷卷不漏为求全

比如考数学一的读者,除了像考试一样做相关的10套题之外,还应当练一练数学二、三、四各模拟试卷中与数学一考试内容相关的题。因为尽管我们编写的各模拟题力求全面覆盖各考点和解题方法,但10套试卷题量有限,难免还有遗漏,参考一下其余试卷,可以扩大覆盖面。

3. 做题做到巧准快 总结要求精细全

做每道题都要想巧妙的方法,在不出错的前提下快速完成,这是巧准快的意思。每做完一套试卷后,要认真总结分析,对于不会做的题检查存在哪些未复习到的知识空白;对于做错的题,检查错在哪里:概念?方法?还是运算?对于做对的题,总结一下还有没有更好的方法,更快的途径。为此,我们特为设计了总结记录表,希望认真分析并记录。这是精细全的方法。

4. 知己知彼信心增 沉着应试展才能

每做一套模拟题后,不仅要作解题方法方面的总结,还要从应试策略方面不断做调整。从2004年起试卷模式上的重大变化是客观题占56分。因此,加强基本运算能力,训练用最简洁的步骤做填空题;加强对基本概念的理解,用最灵活的方法做选择题,力争在60分钟内将这56分拿到手。作解答题时,要坚持先易后难的原则,即先做那些感到熟悉的、容易得分的题,后做甚至可以不做自己觉得难的个别题。也可以考虑先做概率统计的题,再作线性代数题,尤其是数学三、四的试卷中,这两部分解答题占52分,仅有4道题,一般说难度不大。熟悉这些内容的考生很容易获得这52分,加上客观题共有108分之多!我们模拟试卷估计会比正式考题难些,考前像正式考试一样去做这些题,正式考时,像平时作模拟题一样的心态去应试,方能胸有成竹。模拟题定能助你超水平发挥,充分展示你的才能,考出理想成绩。

最后,我们强调要反复做模拟题,从做第二遍起,要把练习基本功作为重点,对会做的题一定要一遍做对,不断总结不丢分和多得分的应试策略,这对模拟题做得“不太好”数学基础差的考生尤为重要,只要会做基本题,临场不慌不乱,也是能考出理想成绩的。

考研成功!

数学考研模拟考试总结记录表

试卷 1	做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分
存在问题总结：	
试卷 2	做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分
存在问题总结：	

数学考研模拟考试总结记录表

试卷 3 做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分

存在问题总结：

试卷 4 做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分

存在问题总结：

数学考研模拟考试总结记录表

试卷 5	做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分
存在问题总结：	
试卷 6	做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分
存在问题总结：	

数学考研模拟考试总结记录表

试卷 7 做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分

存在问题总结：

试卷 8 做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分

存在问题总结：

数学考研模拟考试总结记录表

试卷 9	做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分
存在问题总结：	
试卷 10	做题记录： 月 日；用时： 小时 分；得分： 分
存在问题总结：	



数学考研模拟考试试卷

1

数 学 二

考生注意：(1) 本试卷共三大题，23 小题，满分 150 分。

(2) 本试卷考试时间为 180 分钟。

题号	一						二								三								合计	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		23
得分																								

一、填空题(本题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分)

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^3 + n^2 + 1} + \frac{2^2}{n^3 + n^2 + 2} + \dots + \frac{n^2}{n^3 + n^2 + n} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 设 $f(0) = 0, f'(\sin x) = \sin 3x$, 则 $\int_0^1 f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 若函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x^2}, & x > 0 \\ ax^2 + bx + c, & x \leq 0 \end{cases}$ 二阶可导, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$.

(4) 若 $y = e^x, y = 2e^x$ 及 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 均是某个二阶线性微分方程的解, 则此微分方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(5) 设四元线性非齐次方程组 $Ax = b$ 的所有解向量中, 最多有三个解向量是线性无关的, 则 $r(A) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(6) 设 A 为 3 阶正交矩阵, $|A| < 0$, 已知 $|B - A| = -4$, 则 $|E - AB^T| = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题(本题共 8 小题,每小题 4 分,共 32 分)

(7) 设 $x \rightarrow 0$ 时, $e^{x \cos x^2} - e^x \sim kx^n$, 则 ().

(A) $n = 5, k = -2$

(B) $n = 3, k = -2$

(C) $n = 5, k = -\frac{1}{2}$

(D) $n = 3, k = -\frac{1}{2}$

(8) 设 $f(x)$ 处处可导, 则 ().

- (A) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 时, 必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$
 (B) 当 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$ 时, 必有 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
 (C) 当 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ 时, 必有 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = -\infty$
 (D) 当 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = -\infty$ 时, 必有 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

(9) 设 $z = f(x, y)$ 在区域 D 内的 3 个二阶偏导数 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ 都存在, 则在 D 内必有

().

(A) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ (B) $f(x, y)$ 在 D 内连续

(C) $f(x, y)$ 在 D 内可微 (D) $f(x, y)$ 在 D 内可导

(10) 方程 $3^x = 2x^2 + 1$ 的实根个数 $n = ()$.

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

(11) 设 $(1, 3)$ 是曲线 $y = ax^4 + bx^3$ 的拐点, 则此曲线过 $(1, 3)$ 点的切线方程为 ().

(A) $y + 6x - 9 = 0$ (B) $6y + x - 17 = 0$

(C) $y - 6x + 3 = 0$ (D) $6y - x - 17 = 0$

(12) $\int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3 x}{\sin x + \cos x} dx = ()$.

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi - 1}{4}$ (C) $\frac{\pi + 1}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

(13) 设 $y(1) = 1$, 且 $xy' - y = 0$, 则 $y(918) = ()$.

(A) 918 (B) 459 (C) 1038 (D) 2754

(14) 设 \mathbf{A} 是 $n (\geq 3)$ 阶矩阵, 但 \mathbf{A} 的各行元素之和为 0, $\mathbf{A}^* \neq \mathbf{O}$, 则 $r(\mathbf{A}) = ()$.

(A) $n - 1$ (B) $n - 2$ (C) $n - 3$ (D) 1

三、解答题(本题共 9 小题, 总分 94 分)

(15) (本题满分 9 分) 计算 $\int_0^e \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2} dx$.

(16) (本题满分9分) 一质点的运动轨迹是极坐标下的曲线 $r = 2\theta$, 而角速度 $\omega = \dot{\theta}(t) = t$, 出发点为极点. 求当 $\theta = \frac{\pi}{2}$ 时质点的速度与加速度的大小.

(17) (本题满分9分) 设 $f(x, y) = \int_0^{xy} e^{-t^2} dt$. 求 $\frac{x}{y} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + \frac{y}{x} \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$.

(18) (本题满分 10 分) 求均匀薄板 $D = \{(x, y) \mid \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq 1\}$ 的质心.

(19) (本题满分 12 分) (I) 验证 $y = e^{\frac{1}{x}}$ 是微分方程 $x^4 y'' + 2x^2 y' + (1 - 2x)y = 0$ 的一个特解; (II) 令此方程的解为 $y = z(x) \cdot e^{\frac{1}{x}}$, 求此方程的通解; (III) 求此方程满足条件 $y(1) = e, y'(1) = 2e$ 的特解 $y = y(x)$ 所表示曲线的渐近线.

(20) (本题满分 12 分) (I) 设 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内可导, 且 $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, 证明存在一点 $\xi > 0$ 使 $f'(\xi) = 0$.

(II) 设 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 可导, 且对 $x > 0$ 皆有 $0 \leq f(x) \leq \frac{x}{1+x^2}$. 证明存在 $c > 0$, 使 $f'(c) = \frac{1-c^2}{(1+c^2)^2}$.

(21) (本题满分 12 分) 设 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 内连续, $F(1) = 3$, 且对任意的 $x > 0, y > 0$, 皆有

$$\int_1^{xy} f(t) dt = x \int_1^y f(t) dt + y \int_1^x f(t) dt.$$

求函数 $xf(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 的最小值.

(22) (本题满分 9 分) 设 $\mathbf{P}_1 = (1, 1, 1)^T$ 是矩阵 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 3 & a & -1 \\ 4 & -2 & b \end{pmatrix}$ 的特征向量.

- (i) 求 a, b 的值及 \mathbf{P}_1 对应的特征值;
- (ii) 问 \mathbf{A} 能否相似于对角阵, 说明理由.

(23) (本题满分12分) 已知向量组(I): $\alpha_1 = (1, 1, 1)^T$, $\alpha_2 = (1, 0, -1)^T$, $\alpha_3 = (1, 0, 1)^T$ 与向量组(II): $\beta_1 = (1, 2, 1)^T$, $\beta_2 = (2, 3, 4)^T$, $\beta_3 = (3, 4, 3)^T$ 等价.

(i) 求矩阵 C , 使 $(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)C$;

(ii) 设 $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = k_1\beta_1 + k_2\beta_2 + k_3\beta_3$, 求 $(k_1, k_2, k_3)^T$.

试卷(一) 解答与评分参考

一、填空题

(1) $\frac{1}{3}$. 由 $n \rightarrow \infty$ 时, $\frac{k^2}{n^3 + n^2 + k} \sim \frac{n^2}{n^3}$ 得原极限 $= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{n^3} = \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$.

(2) $\frac{3}{10}$. 由 $f'(x) = 3x - 4x^3$ 得 $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - x^4$

$$\int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{2} - \frac{1}{5} = \frac{3}{10}$$

(3) $-\frac{1}{24}$. 由泰勒公式知 $1 - \cos x = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4!}x^4 + \dots$. 故 $a = -\frac{1}{24}$. ($2a = f_+''(0) = -\frac{1}{12}$).

(4) $y'' - y = 0$. 由 e^x 和 $2e^x$ 均是解知, 此方程为线性齐次方程; 而 $e^x + e^{-x}$ 是方程的解, 从而知 e^x 和 e^{-x} 是两个线性无关的解. 因此得方程是 $y'' - y = 0$.

(5) 2 . 设 ξ_1, ξ_2, ξ_3 是三个线性无关的解向量, 因此 $\xi_1 + c_1(\xi_1 - \xi_2) + c_2(\xi_1 - \xi_3)$ 是非齐次方程的通解, 而 $\xi_1 - \xi_2, \xi_1 - \xi_3$ 是齐次方程 $Ax = 0$ 的基础解系, 故 $r(A) = 4 - 2 = 2$.

(6) -4 . 由 $AA^T = E$ 得 $|E - AB^T| = |E - BA^T| = |AA^T - BA^T|$
 $= |A - B| |A^T| = (-1)^4 |B - A| = -4$.

二、选择题

(7) (C). $e^{x \cos x^2} - e^x = e^x (e^{x \cos x^2 - x} - 1) \sim x(\cos x^2 - 1) \sim -\frac{x^5}{2}$. 故 $n = 5, k = -\frac{1}{2}$. 选(C).

(8) (B). 用举例的排除法: 令 $f(x) = x$, 可排除(A)、(C)两选项; 令 $f(x) = x^2$ 可排除(D), 故选(B).

注 选项(B)这样证, 对任意 $M > 0$, 存在 x_0 , 当 $x > x_0$ 皆有 $f'(x) > M + |f(x_0)|$. 这时 $f(x) - f(x_0) = f'(\xi)(x - x_0)$.

故 $f(x) \geq (M + |f(x_0)|)(x - x_0) - |f(x_0)| > M$ (只要 $x - x_0 > 1$).

即 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

(9) (D). 本题概念强, 请读者注意.

(10) (A). 由观察法知 $x = 0, 1$, 和 2 均满足方程, 因此 $n \geq 3$; 又设 $f(x) = 3^x - 2x^2 - 1$. 则 $f'''(x) = 3^x (\ln 3)^3 \neq 0$. 因此, $f(x) = 0$ 不可能有 4 个实根(否则与罗尔定理矛盾), 故选(A).

(11) (C). 曲线过(1, 3)点, 故 $a + b = 3, y'' = 12a + 6b = 0, a = -3, b = 6$. 这时 $y'|_{x=1} = -12 + 18 = 6$, 切线斜率为 6, 选(C).

(12) (B). $I = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3 x}{\sin x + \cos x} dx = \int_0^{\pi/2} \frac{\cos^3 t}{\sin t + \cos t} dt = \frac{1}{2} \int_0^{\pi/2} (\cos^2 x - \sin x \cos x + \cos^2 x) dx = \frac{\pi - 1}{4}$, 选(B).

(13) (A). 由 $\frac{xy' - y}{x^2} = 0$ 得 $\frac{y}{x} = c, c = 1, y = x, y(918) = 918$.