西方数学文化理念传播译丛

丛书主编 汪 宇

Great Feuds in Mathematics

数学恩仇录

数学家的十大论战

〔美〕哈尔·赫尔曼 著

范伟 译

复旦大学出版社

www.fudanpress.com.cn

西方数学文化理念传播译丛

丛书主编　汪　宇

数学恩仇录

数学史上的十大激烈论战

〔美〕哈尔·赫尔曼　著

唐　生　译

复旦大學出版社

目　　录

致　谢 …… 1

绪　论 …… 1
1　塔尔塔利亚 vs 卡尔达诺　　求解三次方程 …… 8
2　笛卡儿 vs 费马　　解析几何与光学 …… 31
3　牛顿 vs 莱布尼兹　　微积分发现之争 …… 61
4　伯努利 vs 伯努利　　数学巅峰上的伯努利家族 …… 87
5　西尔维斯特 vs 赫胥黎　　数学：象牙塔还是真实世界 …… 111
6　克罗内克 vs 康托尔　　数学的欺骗 …… 138
7　波莱尔 vs 策梅洛　　声名远扬的公理 …… 169
8　庞加莱 vs 罗素　　数学的逻辑基础 …… 185
9　希尔伯特 vs 布劳威尔　　形式主义与直觉主义 …… 213
10　绝对主义者/柏拉图主义者 vs 易误论者/建构主义者　数学进步是发现还是发明？ …… 239
尾　声 …… 257

参考书目 …… 260
中英文对照 …… 274

跋 …… 291

致　谢

写一本这样的书需要我查找整理海量的资料。运用互联网很方便,但有快有慢,有惊喜,也有沮丧,有时又不尽然,它使我得到用其他方式从来没有得到过的资料。但是,因为需要深度和系统性,纸质书籍和杂志依然是我的首选资料来源。位于曼哈顿的纽约公共图书馆(New York Public Library)和更新一点的科学、工业和商业图书馆(Science, Industry, and Business Library),给我提供了大量的有用信息。

我尤其要感谢位于新泽西州李欧尼亚(Leonia)市我所在图书馆的同事们。很幸运的是,我所在的分馆是一个遍布全国的、拥有极大藏书的图书馆系统之一部分。特别感谢两位参考书管理员吉娜·韦伯-梅兹(Gina Webb-Metz)和特雷莎·威曼(Teresa Wyman),她们设法从遍布全国的资料里拟定了一份极有价值的书目。

很多其他的同事也帮助了我。其中一些人在书稿写作过程中非常善意地审读了一些章节并做出评论。他们是:宾州艾伦敦(Allentown)的姆伦堡(Muhlenberg)大学数学教授威廉·顿汉姆(William Dunham),肯塔基州海兰德·海茨(Highland Heights)的北肯塔基大学数学教授丹尼尔·库丁(Daniel Curtin),纽约城市大学的历史学博士课程教授约瑟夫·W·道本(Joseph W. Dauben),德国汉诺威(Hannover)大学数学教授西格蒙德·普罗斯特(Siegmund Probst),荷兰乌德勒支大学哲

学教授德克·范·达伦(Dirk Van Dalen)。

有一些资料只能找到法文原版的。很遗憾,我不懂法文。我也需要一些德文翻译和好几页西班牙语翻译上的帮助。在这些方面帮助了我的同仁有:上文提到的丹尼尔·库丁教授,马里兰州巴尔的摩的独立学者J·D·尼柯尔森(J. D. Nicholson),纽约大学医学中心的精神病学和药理学教授埃里克·J·西蒙(Eric J. Simon),新泽西州李欧尼亚的独立学者兼演讲人弗莱德·斯特恩(Fred Stern),新泽西州蒂内克(Teaneck)的翻译劳拉·穆斯纳(Laura Mausner)。

还有其他人通过某种方式帮助了我,例如:送给我有价值的资料,解答一些特别的问题,与我探讨一些想法。他们是:西班牙马德里的独立学者苏珊娜·马泰克斯(Susana Mataix),澳大利亚悉尼大学哲学史和科学史教授斯蒂芬·高克罗格(Stephen Gaukroger),新泽西州普林斯顿大学历史学教授迈克尔·肖恩·马霍尼(Michael Sean Mahoney),德国莱比锡大学药学教授鲁迪格·希勒(Rudiger Thiele),新泽西州蒂内克的费尔利·迪金森(Fairleigh Dickinson)大学的数学教授理查德·布朗逊(Richard Bronson),新泽西州皮斯卡塔维(Picataway)的罗格斯(Rutgers)大学数学教授理查德·利昂斯(Richard Lyons),纽约城市大学杰出的荣誉退休教授马歇尔·赫尔维茨(Marshall Hurwitz),来自新泽西州蒂纳弗里(Tenafly)的我博学多才的朋友、退休精神病学家亚瑟·佩克(Arthur Peck)。

我的编辑斯蒂芬·鲍尔(Stephen Power)非常信任我的工作,在我的写作进程中一直给我鼓励;我的经纪人费斯·哈姆林(Faith Hamlin)给了我持续、积极的支持;费·克莱恩(Fay Klein),当我需要她时,一直不离左右。对于他们,我致以特别的感谢!

绪　　论

约翰·威立父子(John Willey & Sons)出版公司的编辑建议我写一本关于数学史上著名争端的书,我并没有为这个主意感到激动。在学校攻读物理学硕士学位时,我修过一些数学课程,但这是很久以前的事了,我很久都没有运用这些知识。更何况,我对数学史一无所知。最糟的是,我的数学观念非常老套。我感觉数学没人情味、注重逻辑,解决数学问题即便不需要快速,至少需要客观和果断。比起政治和宗教,甚至自然科学,数学很少有人类情感的参与。在数学里,怎会有争端(Feuds)?

尽管如此,我还是咨询了一个做数学教授的熟人。他摇摇头,不假思索地说:"如果你能提出两个争端,就算很幸运了。"

我记起在早些时候读到的一些观点,正与他不谋而合。例如,伯特兰·罗素(Bertrand Russell)曾写道:"公正地看,数学里不仅有很多真理,而且有着极致的美。这种美冷峻如雕塑,它不迎合我们天性中的任何弱点,也没有绘画和音乐那样的华丽外表;但它极纯净,能够向我们展示只有最伟大的艺术才具有的完美。"[1]

我们不断地找到我们想要的材料,这不让人感到奇怪吗?

---

① 伯特兰·罗素,《神秘主义和逻辑》(*Mysticism and Logic*)(纽约:W·W·诺顿,1929年)(文章写于1902年),第57页。

当我更进一步地搜寻时，我想起来了一个类似的观点，它来自另一个我喜欢的作者莫里斯·克莱因(Morris Kline)。他说："在某种令人信服的知识基础上建立新的思想体系，热衷于此的智者沉醉于数学的确定性和其中众多的真理……从没被治学严谨的学者挑战和质疑。而且，无数的数学实例也显示了它们具有自然科学、哲学和宗教所没有的严格和确定性。"①

我差一点就明确地回绝了我的编辑，但幸运的是，他坚持了下来，于是我也坚持了下来。我恰好读到了克莱因晚年的一本名为《数学：确定性的丧失》(*Mathematics: The Loss of Certainty*, 1980)的书，这本书有着完全不同的观点。这引发了我进一步的兴趣。我开始看到，数学这个主题是允许有质疑和冲突的。

在我继续阅读、思考、与其他人讨论后，慢慢地，我开始意识到：数学家和政治家、牧师们一样，也是人，都容易犯嫉妒、偏见、野心、骄傲、手足相残、急于求成等毛病。显然，数学界里发生了很多有意思的事。

随着研究的进展，我发觉资料并不缺乏，反而是太多，这似乎是个麻烦。我不得不从这些超出我需要的争端中做些选择。我选择16世纪中叶作为切入点，两个伟大的数学家在当时发生的一场争端给我留下了深刻的印象。

他们的故事牵涉了一本书：《大衍术或代数学的规则》(*Ars Magna or The Rules of Algebra*)。这本书被称为是那个时代最伟大的科学著作之一。确实，人们认为它为文艺复兴时期的新科学打下了跃进的基础。这本书包含了关于三次方程和四次方程的解法。本来一切风平浪静，如果不是它的作者吉罗拉莫·卡尔达诺(Girolamo Cardano)受到另一个意大利人塔尔塔

① 克莱因，1953年，第105页。

利亚(Tartaglia)的质疑的话。后者宣称,不仅其中的一个方程的基本解法应归功于他,而且作为一个基督徒和绅士的卡尔达诺还允诺过他,自己的书将在他的书之后出版。这个事件非常精彩,理所当然的,它成为了我新的写作旅程的起点。

在我研究数学争端的早期工作中,我意识到论争的主要原因是为了争取谁先发表作品的荣誉。很显然,在这个时候,数学家们不是为了金钱才这样做。但是,如果他们取得了实在的进展,他们都希望得到荣誉。今天是这样,17 世纪也不会例外。牛顿-莱布尼兹(Newton-Leibniz)事件(详见第 3 章)就是这样一个争先的战斗。牛顿先发展了微积分,但没有公之于众。莱布尼兹先发表了它,而且他的方法更好用,也确实是先投入运用的。这项荣誉应该归于谁?他们的争论很激烈。很显然,从个人观念来看,其中一人(在当时非常秘密地使用这些方法)是先提出该项成果的人。但在后来对这个事件的处理中,他们各自的国家却诉说着一个不同的故事。

我继续着我的探索和研究,不断地发现各种各样的争端。有一些起源于纯粹的个人恩怨,一个典型的例子是瑞士的伯努利(Bernoulli)兄弟,他们是世界最杰出的数学家中的两位(详见第 4 章)。事件开始时非常平静。实际上,哥哥还是弟弟的老师。但是,他们之间为了谁的数学地位更高发生了激烈的论争,最后爆发成一场彼此之间的公开的数学挑战。当其中一人的儿子成长到可能威胁到他的地位时,这个孩子也受到了同等对待。但看起来,这种竞争也促使这些数学家改进他们的方法,使他们做得更好。

一场争端也可能源于两个人之间迥异的观点。西尔维斯特(J. J. Sylvester)和托马斯·亨利·赫胥黎(Thomas Henry Huxley)之间的争端就是一例。前者是 19 世纪英国受人尊敬

的数学家，后者是一位同样杰出的英国科学家。赫胥黎在动物学、地质学和人类学领域都有重要建树，但他似乎在数学方面有缺陷。由此，他争辩道："数学对观察、实验、归纳和因果律一无所知。"简而言之，"它对实现科学的目的无用。"（详见第 5 章）

数学家们愤怒了，他们认为必须应对赫胥黎的挑战。他们推举西尔维斯特为他们的代言人。西尔维斯特和赫胥黎之间的论战紧紧围绕着他们各自迥异的观点，气氛令人窒息。他们的争论和陈述将影响英国和美国两个国家的自然科学和数学教学。

到现在为止，所有的这些争端都发生在受人尊敬、地位很高的人之间。在格奥尔格·康托尔（Georg Cantor）的事例中，我们却看到一个完全不同的论战。该论战中有一个明显的受压迫者（详见第 6 章），而这个受压迫者却恰好是数学史上最有创意的数学家之一。这是他的荣耀，也是他的困境之源。康托尔有幸与三位最杰出的德国数学家共事研究。然而，他也是不幸的，因为三人中有一位是利奥波德·克罗内克（Leopold Kronecker），他是一位著名的数学教授，但非常保守。当康托尔开始在几个大胆的方向寻求突破时，他的麻烦来了。

实际上，康托尔已经在数学世界开创了一个广阔的新领域。他创造了集合论，这是一个使传统算术转变方向的新观念。无穷一直被认为是个捉摸不定、难以理解的谜，而他不仅提出了一个真实、有形的无穷概念，甚至还找到了一个解决它的数学方法。但是，他的行动越大胆，对克罗内克这个曾经友好地支持过他的老师来说，这些行动看起来就越发像"数学的疯狂"（mathematical insanity[①]）。康托尔竭力想创建大胆的新数学理论并取得荣誉，

① 一位重要的早期自然科学史家埃里克·坦普尔·贝尔（Eric Temple Bell）用了"数学的疯狂"这个说法。这说法是否太过分？我们将在第 6 章得到答案。

他由此而面临的巨大困境使他的悲惨遭遇犹如一出肥皂剧。

在提出集合论的早期,康托尔非常偶然地用到了一些方法,凭此确定了那些促成集合论诞生的因素,并让大家公开批评它。而克罗内克决不是唯一批评康托尔工作的人。

为了试着帮助完善集合论,年轻的德国数学家恩斯特·弗里德里希·策梅洛(Ernst Friedrich Zermelo)提出了一条重要的论据。照一些数学家的说法,这挽救了形势。被公称为选择公理的这条论据,也引发了一场争议的风暴,以至于一位数学史家称它为“声名卓著的公理”[①]。法国人埃米雷·波莱尔(Emile Borel)是反对者中言辞最激烈的一位。策梅洛和波莱尔以及他们的追随者之间的来回争论,勾画出了集合论不断发展的历程中一些更有趣的方面(详见第7章)。

尽管如此,在一段时间内,似乎所有的问题看起来都能运用集合论得到解释,集合论也似乎将成为所有数学的基石。然而,在1901年,伯特兰·罗素,这位英国著名的由哲学家摇身而来的数学家,提出了一个简单的问题,它居然动摇了集合论,动摇了它所支撑的更广阔的数学领域的基础。由于没有答案,所以它是一个悖论,或者说是个矛盾。

这个悖论以及其他类似的悖论产生了广泛的影响,那些对数学的基础感兴趣的人们受到的影响尤其大。因为,看起来他们所钟爱的学科的整体结构在动摇,或者说,这些结构也许建立在不稳固的基础上。很显然,“数学是一门严密、富有逻辑性和确定性的学科”这种传统观念已经被严重侵蚀了。从20世纪之交开始,相当大一部分数学家积极地沿着这条线索开展研究,但

① 数学中的公理指一个显而易见的观念和想法,我们可以不用证明就可以接受它,我们甚至可以在它的基础上建立一套符合逻辑的系统。

他们分化成几个相互敌对的群体。这些人逐渐形成了三个主要群体或学派。

我们讨论的第一个学派是逻辑主义学派。他们的代表者是伯特兰·罗素（详见第 8 章）。罗素坚信纯粹数学可以建立在少数基本的、合乎逻辑的观念基础上，它所有的命题都可以从一小部分基本的、合乎逻辑的原理推导出来。他也希望能够解决这个悖论。对于这个难题，他试图引入一些新的方法。但罗素已经把他大部分的成果建立在康托尔的集合论基础上。在 1891 年克罗内克死后，世界级的法国数学家亨利·庞加莱（Henry Poincare）成为康托尔数学理论的主要反对者。结果是：庞加莱将他的枪口对准了罗素的逻辑主义。虽然两人彼此非常尊重，但他们攻击起对方来毫不犹豫。

另外两个学派几乎同时兴起，它们是直觉主义和形式主义。它们的领导人分别是 L·E·J·布劳威尔（L. E. J. Brouwer）和戴维·希尔伯特（David Hilbert）。在这场论战中，所有的分歧，包括参与者的国籍，都被派上了用场。论战扩大，论战双方都要拉进支持者，爱因斯坦选择保持中立，并形容这是一场青蛙和老鼠的战争（The War of the Frogs and the Mice）（详见第 9 章）。

在最后一章，我们将回顾一个很多年来令数学家们苦恼并着迷的问题：数学创新是发明还是发现？虽然它本身就很有趣，但它也引发了一场论战。这场论战是关于如何进行数学教学的，直到现在仍很盛行。

那么，这是一本关于数学史上著名争端的书。我们将会看到，数学不是我们长期以来所想象的那样客观和确定，数学家也和其他人一样，容易受挫，情绪容易波动。

公众所见与此书清晰所示之间的区别，也许可以用鲁本·赫希（Reuben Hersh）提出的一个图景来解释。他是新墨西哥

大学的一位数学教授。他形容数学很像一个不错的餐馆。在它的前半部分是用餐区，顾客们在那里享用干净的、精心烹制的数学菜肴；但在它的后半部分，是令人倒胃口的厨房。数学家们实际上是在杂乱无章的气氛中烹制他们的“新知识”菜肴的。这种气氛里有火爆的脾气，有紊乱不安，有混乱无序，有失败，也有成功[①]。我们将把注意力投向这个餐馆的后半部分：厨房区。

① 鲁本·赫希，《到底什么是数学》，纽约：牛津大学出版社，1997 年，第 35—37 页。

1

塔尔塔利亚 vs 卡尔达诺

求解三次方程

1545 年，意大利物理学家和数学家吉罗拉莫·卡尔达诺，以一本代数学方面的书在数学界掀起了一场轩然大波。这本书在今天被称为《大衍术或代数学的规则》。直到现在，它仍然被众多学者认为是文艺复兴时期的科学杰作之一。

一本代数书，是什么东西如此重要呢？

《大衍术》(*Arts Magna*)以一些介绍性的材料开头，这些材料包括标准的线性和二次方程的解法。但是它很快就跃进到未知的领域，首次展示了求解三次和四次代数方程的完整过程。

这本书的确有着惊人的成就，在 16 世纪余下的大部分时间里，它将为推动欧洲数学的发展扮演重要角色。直到像弗兰索瓦·韦达(Francois Viete，1540—1603)和勒内·笛卡儿(Rene Descartes，1596—1650)这样水平的数学家出现后，这本书的贡献才被取代。

但这本书的影响不止在数学领域，因为文艺复兴也是科学世界的一个形成期，卡尔达诺的书在这方面同样起了重要作用。正如杰出的数学家和学者莫里斯·克莱因所说，“很多人把现代科学的出现主要归功于实验方法的引进，并相信数学只是作为一个方便的工具偶尔起点作用。真实的情况……恰恰相反，文

艺复兴时期的科学家是作为数学家进入自然科学研究领域的……实验提供的帮助很小，甚至没有。科学家在当时指望从这些原理推导出新的定律。”①

激活了长期潜伏的数学领域，卡尔达诺也为科学的发展提供了动力。比如，数学史家罗纳德·卡林格(Ronald Calinger)就视卡尔达诺为文艺复兴时期新科学的奠基人之一。于是，人们把《大衍术》和维萨里(Vesalius)的《人体构造》(*On the Structure of the Human Body*)及哥白尼(Copernicus)的《天体运行论》(*On the Revolutions of the Heavenly Spheres*)相提并论，后两者几乎和《大衍术》同时出现。

然而，维萨里是比利时人，哥白尼是波兰人。很显然，看到他们中的一位对数学的发展作出如此非凡的贡献，意大利的数学家们充满了自豪。

确实，他们是这样表现的，但出现了一个大大的例外。《大衍术》刚刚出版，一位意大利数学家塔尔塔利亚(他通常以这个单名为人所知)开始攻击卡尔达诺。虽然卡尔达诺在书中和好几个场合清楚地声明过，书中一个基本的三次方程解法应归功于塔尔塔利亚。但塔尔塔利亚说，这不是问题所在。在他看来，卡尔达诺背信弃义。义愤填膺的塔尔塔利亚坚持说，当他向卡尔达诺展示他的解法时，卡尔达诺——作为一个基督徒和绅士——信誓旦旦地承诺会在塔尔塔利亚的书之后出版自己的书。

要理解塔尔塔利亚的抗议和因之而起的争端的奇怪后果，我们应该回到16世纪初看一看。

---

① 克莱因，1953年，第109页。

重 生

实际开始于 14 世纪的欧洲文艺复兴，是欧洲智慧在沉睡了一千年后的苏醒和重生。艺术家和学者们，特别是在意大利，不断地发现着过去的富矿，并发扬光大之。科学家、工程师和数学家们也开始苏醒了，虽然慢了点，但毫不逊色。

临近 15 世纪末时，代数学里出现了数学史上第一个激动人心的时刻。正如文艺复兴的其他方面一样，这些成果在很大程度上是先前工作的再发现。这些辉煌的成就都是古代希腊、阿拉伯和印度的数学家们创造的。他们在很多个世纪以前就找到了线性方程和二次方程（形如 $ax+b=c$ 和 $ax^2+bx+c=d$ 的方程）的解法。

阿拉伯的数学家们早在 9 世纪（或许更早）就解决了某些三次方程，但都是针对某些特别数字问题的几何解法，甚至是猜想的解法。极度需要解决的是普通三次方程（$ax^3+bx^2+cx+d=0$）的解，这也是大家积极寻求的。在《大衍术》之前意大利数学界最有影响力的书的作者卢卡·帕乔利（Luca Pacioli）在 1494 年主张，这样的解法不会被找到。

然后，在 1510 年到 1515 年之间的某个时候，博洛尼亚（Bologna）大学的数学教授希皮奥内·德尔·费罗（Scipione del Ferro，1465—1526）提出了第一个三次方程的代数学解法。他发明了一个解决“压缩的三次方程”（缺少二次项的三次方程）的代数公式。换句话说，他找到了形如 $x^3+ax=b$ 的方程的通用解法，这里 a 和 b 都是正数。这是一个真正的突破，但他保密得相当严实，坚持了至少十几年。如何解释这种奇怪的行为呢？

首先,16 世纪之初不是一个“发表或者消失”的时代。当时,没有同行评议的期刊,没有互联网。实际上,对于一个新发现的主人来说,最有可能的做法就是将其严格保密,并且只在能设法证明它确实有利时才公开地用它(如果他确实要这样做的话)。

例如,任期制的想法在很久以后的将来才出现,所以数学上的学术职务会很微妙。席位是依据地位和名望来安排的,随时都要迎接公开的挑战。论战有时会引起公开的、有规模的争辩,争议者的学生和支持者通常会参与。在有些事例中,论战吸引了很多人,甚至掺入了激动人心的打赌。德尔·费罗显然相信,如果有人挑战他,拿着一堆问题要他解答,他能一直用他的解法作为有效的还击手段。

德尔·费罗是否曾经这样用过他的解法,历史没有记载。但我们确知,在 1526 年他去世的时候,他写有这种解法的论文传给了他的女婿兼继任者安尼贝勒·德拉·纳夫(Annibale della Nave)。更重要的是,传给了他一个学生安东尼奥·玛丽亚·费尔(Antonio Maria Fior)[①]。

费尔认为他现在掌握了一个无价之宝,于是他回到家乡威尼斯,希望成为一位数学老师。他让公众知道他在解三次方程方面有特殊才能。但他经常听人说这也许算不了什么,别的人也有这种能耐。他听到的名字是塔尔塔利亚,一位威尼斯的数学老师。后者做过几次声明,声称也会解三次方程。

费尔考虑向塔尔塔利亚发出公开的挑战。如果塔尔塔利亚夸大其词(这看起来非常有可能),那么这次挑战将是撕下对手的伪装并为自己树立名声的绝好途径。

① 也拼作 Fiore,在有些文章中甚至拼作 Florido。

塔尔塔利亚

塔尔塔利亚1499年在意大利北部的布雷西亚(Brescia)出生时,看起来他将来能在数学上作出贡献的可能性非常小。他的父亲是一名邮差,家境贫寒。塔尔塔利亚所学的数学和科学知识,都是靠自学得来。

他并不是一直都叫塔尔塔利亚,他的原名是尼科洛·冯塔纳(Niccolo Fontana)。那是一个危险的年代。在他大约12岁时,他所在的镇被法国人洗劫了。年少的尼科洛嘴巴和上颚严重受伤,差点死了。虽然在他妈妈的精心护理下,他熬了过来,但这次受伤却永久地损害了他的发声器官。结果,他有了塔尔塔利亚的绰号,意为"口吃者"。这名字沿用至今。

塔尔塔利亚最后在威尼斯定居下来,以教数学为生。和其他数学老师一样,通过参加公开的论战和辩论,他竭尽所能在公众面前保住名声。看起来他已经在这些论战中取得了不少成功。19世纪的传记作者亨利·莫雷(Henry Morley)这样描述塔尔塔利亚:"通过自己的努力",他可能"完全够格让我们称其是一位杰出的数学家,同样确定的是,他像很多其他自学成才的人一样,粗犷而自负。"①

塔尔塔利亚曾暗示一位同事,他已经解决了形如 $x^3+cx^2=d$ 的常数方程。这足以对费尔形成一个直接的挑战。1535年初,费尔公开向塔尔塔利亚挑战。他们达成一项协议:每个人向对方出30道题,30天后,谁解题多,谁就是胜利者。因为当时没有其他地方可以求助,所以不用担心耍鬼。

① 莫雷,1854年,第1卷,第218页。