前　言

我们从事考研图书十年编创与策划的辛路历程：“十年辛苦寻常事，忧乐甘苦寸心知。挥手十年求知路，击水长天待有时”。“文章千古事，得失寸心知”。**我们的权威名家作者的精神追求和学术写照：**“板登坐得十年冷，文章不写一句空。虽不能至，心向往之”　。“路漫漫其修远兮，吾将上下而求索!”在现在这个越来越急功近利、越来越喧嚣浮躁的考研消费主义时代，我们希望自己能够始终保持这种对学术的虔诚与纯粹，始终保持自己淡泊宁静的心态和勇于探索新领域的热情，为广大考生朋友提供优质的精神食粮。

本书为 11～12 月重点规划课题项目，由北京各大名校的实力派考研名师和北京考研班中青年骨干教师亲自执笔，是高等学校“十一五”社会科学重点规划攻关课程的主要项目之一。

随着全国硕士研究生入学考试时间的日渐逼近，大家在前一段时间可能对考研数学已经进行了一个全面，系统的复习，那么现在复习备考已进入最后冲刺阶段，就应该通过实战演练，起到查漏补缺，有针对性的进行复习，为了考生在这一阶段的复习，　我们特组织了大量有丰富教学和辅导经验的专家和教授花费大量的时间和精力，编写了这套《**考研数学最后冲刺押题浓缩 10 套卷**》，以便考生能在有限的时间内通过这套冲刺押题试卷掌握“最新、最全、最准”的考点。短期内迅速提高考生的应试水平，在考试中取得高分。

本套《考研数学最后冲刺押题浓缩 10 套卷》有以下几大特点：

1. 本书严格按照 2007 年考研大纲要求编写，题型和题量与 2007 年考研试题的规定，完全一致，且严格按照考研大纲所要求的考点以及最新变化的命题趋势，精选题目，逐题推敲优化设计具体试题、难度、信度完全符合考试标准要求，这是一大特点。

2. 本书的编者均为曾多次参与教育部考试中心的考研数学命题工作和教育部

考试中心考研数学的阅卷工作，对命题的重点及规律有着非常准确的把握，其中“浓缩精华、突出重点、明确方向、把握动态、实战实用”是本书的又一突出特色。

3. 本书的第三个特点就是解析的详尽性、准确性、权威性。其中每道题的【详解】对其分析的比较透彻明了，让考生阅读后不仅知其然，而且知其所以然，而且【详解】中采用的方法比较灵活、简便，在解题过程中有的试题还采用了不同种解法，来扩展考生的视野和思路，比较各种解题方法的特点和适用范围，从而提高考生的应试水平。

4. 每题均全新优化设计、综合性强。为使考研同学考前多一些查漏补缺的机会，多见一些新题型，多一些针对性，考试中多一份把握，我们特优化设计了这 10 套押题试卷；在内容设计上，每道题均涉及两个或两个以上的知识点，这些题涵盖新大纲所有考查知识点。相信通过这 10 套全新优化设计的试题训练，一定能提高考生数学的分析问题、解决问题的能力。（**注：模拟题中带※均为今年考研的热点·重点预测题或新增知识点预测题。**）

时间紧迫，希望考生能够认真去做《**考研数学最后冲刺押题浓缩 10 套卷**》上的每一道题，做题时切记，不要一遇到困难就看答案分析，一定要先思考而且要多思考、只有这样才能迅速提高考生准确、灵活的解题能力和应试水平，使考生轻轻松松、胸有成竹的上战场，达到本书编写的目的。

最后建议考生在实战演练时应注意以下几点：

1. 答题前应作好充分准备，找类似“考场的环境”答题，答题时应完全进入“考试状态”使自己置身于“真正在考试”的环境中，必须在规定的时间内答完每份试卷。

2. 切忌边答题边看答案，即使碰上一看就会的题，也必须按要求答完。

3. 答完每份试卷后，应参照答案自己评分，有条件的考生，最好请老师或他人为自己评分。

4. 答题后，应根据得分情况，找出差距，及时查漏补缺，直到验收合格为止，只有这样答题时才能思路畅通，有的放矢。

愿这本《**考研数学最后冲刺押题浓缩 10 套卷**》能对广大考生有所帮助，为实现考研目标助一臂之力，诚祝广大考生考研成功！

目　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

黑博士“考前10小时金题预测”讲座（1月）

临考金题点题：“一道题实现考研梦想”

考研狙击+金题预测+时政结合

—2007年超级押题浓缩·“政治考前10小时金题预测”报告会

金题预测一：构建社会主义和谐社会的必要性及具体措施（十六届六中全会最新精神）(重点预测题，特别推荐)

金题预测二：调节收入分配制度，保障社会公平正义的必要性及途径 (十六届六中全会构建和谐社会的重要途径)

金题预测三：提高自主创新能力与创新型国家的重要意义（“邓论”重要内容，结合“十一五”规划，重点预测题)

金题预测四：建设社会主义新农村（“三农”问题历来都是热点，“十一五”规划，重点预测题)

金题预测五：科学发展观的内涵及落实 (联系考点：事物的普遍联系性，历年都是热点，重点预测题)

金题预测六：区域协调发展战略的必要性及具体措施 (联系考点：矛盾论的相关原理，“十一五”规划，构建和谐社会的重要方面，重点预测题)

金题预测七：建设资源节约型、环境友好型社会的必要性及具体途径(人口、资源、环境问题历来是社会焦点，构建和谐社会重要方面，“十一五”规划，重点预测题)

金题预测八：构建和谐世界 (大国关系的调整，建立国际政治经济新秩序，重点预测题)

金题预测九：社会主义荣辱观（“邓论”中新增内容，联系社会主义思想道德建设，重点预测题)

金题预测十：尊重和保障人权（“邓论”中新增内容，重点预测题）

所有预测均结合最新时政材料出材料分析题

推荐教材：《黑博士考研政治最后冲刺金背诵版A、B、C》
《2007考研政治最后冲刺密押5套卷A/B》
《黑博士考研政治考前突围最后10道题》
《考研政治命题猜想20大热点》
《政治疯狂冲刺狂练最后浓缩押题一套卷》
《政治疯狂冲刺背诵押题30题》

时　　间：2007年1月1日～2007年1月19日（**每周五、六、日**）
19：30～21：00（听课证50元，凭赠送卡免费领取）

地　　点：北京、上海、南京、武汉、西安、沈阳、呼和浩特
天津、济南、成都、长沙、广州、合肥、乌鲁木齐
长春、南昌、郑州、重庆、兰州、太原、昆明、银川
福州、杭州、大连、石家庄、哈尔滨、烟台、徐州

主　　办：黑博士考研工作室　　21世纪考研连锁书店
中国人民大学考研班　　北京导航考研培训中心
北京大学考研辅导班　　北京学林培训辅导学校
北京文都考研培训中心　　济南高联考研培训中心
北京海文考研培训学校　　长沙博闻考研培训学校

独家协办网站：**www.21ky.net（21世纪考研网）、www.010ky.com（北京考研网）**

现场有大量免费资料赠送

黑博士巡回讲座组委会　　黑博士考研培训学校

北京大学最后冲刺点题

新编题型·数学一押题试卷(一)

试卷命制人 范培华(教育部考试中心命题组组长)　　命制日期:11月23日
试卷修订人 龚冬保(教育部考试中心命题专家)　　修订日期:11月28日

注: 带※均为今年考研的热点·重点预测试题。

评卷人	得分

一、选择题(本题共10小题,每小题4分,满分40分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在题后的括号内.)

(1) 下列4个命题

① 若 $f(x)$ 在 $x=a$ 可导,则 $|f(x)|$ 在 $x=a$ 必可导.

② 若 $\varphi(x)$ 在 $x=a$ 连续,则 $f(x)=(x-a)\varphi(x)$ 在 $x=a$ 必可导.

③ 在 $x=a$ 的某邻域 $U(a)$ 内 $f(x)$ 有定义,且存在常数 $L>0$ 及常数 $\alpha>1$ 当 $x\in U(a)$ 时有 $|f(x)|\leqslant L|x-a|^{\alpha}$,则 $f'(a)$ 必存在.

④ 在 $x=a$ 的某邻域 $U(a)$ 内 $f(x)$ 有定义,且 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(a+x)-f(a-x)}{x}$ 存在,则 $f'(a)$ 必存在. 正确的命题为　【　】

(A) ①与②　　(B) ③与④　　(C) ②与③　　(D) ①与④

※ (2) 已知 $f(x)$ 在点 $x=0$ 的某邻域内连续,$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)}{e^{x^2}-1}=2$,则在点 $x=0$ 处,$f(x)$ 必定【　】

(A) 不可导　　(B) 可导且 $f'(0)\neq0$

(C) 取得极大值　　(D) 取得极小值

(3) 设 $f(x)$ 在 $(-\ ,+\ )$ 内有定义,且 $\lim\limits_{x\to}f(x)=a$,$g(x)=\begin{cases} f\left(\dfrac{1}{x}\right) & x\neq0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$,则　【　】

(A) $x=0$ 必是 $g(x)$ 的第一类间断点

(B) $x=0$ 必是 $g(x)$ 的第二类间断点

(C) $x=0$ 必是 $g(x)$ 的连续点

(D) $g(x)$ 在点 $x=0$ 处的连续性与 a 的取值有关

※ (4) 设 $f(x,y)$ 连续,且满足 $f(x,y)=xy\iint\limits_{D}f(x,y)\,dxdy+3x^2y^2$(其中 $D:|x|+|y|\leqslant1$),则 $f(x,y)$ 等于　【　】

(A) $3x^2y^2$　　(B) $\dfrac{1}{15}xy$

(C) $\frac{1}{15}xy+3x^2y^2$　　(D) $3xy+\frac{1}{15}x^2y^2$

(5) 设 $y=f(x)$ 是微分方程 $y''+y'-e^{\sin x}=0$ 的解,且 $f'(x_0)=0$,则 $f(x)$ 在　　【　】

(A) x_0 的某邻域内单调增加　　(B) x_0 的某邻域内单调减少

(C) x_0 处取极小值　　(D) x_0 处取极大值

(6) 曲线 $y=(x+2)e^{\frac{x-1}{x}}$　　【　】

(A) 仅有水平渐近线　　(B) 仅有垂直渐近线

(C) 既有垂直又有水平渐近线　　(D) 既有垂直又有斜渐近线

(7) 若 $A\sim B$,则以下结论中正确的是　　【　】

(A) $A^T\sim B^T$　　(B) $A^{-1}\sim B^{-1}$

(C) $A+A^T\sim B+B^T$　　(D) $AB\sim BA$

※ (8) 已知 $P^{-1}AP=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&0\end{bmatrix}$,$A\boldsymbol{\alpha}_1=\boldsymbol{\alpha}_1$,$A\boldsymbol{\alpha}_2=\boldsymbol{\alpha}_2$,$A\boldsymbol{\alpha}_3=0$,其中 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 均为3维非零的列向量,且 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2$ 线性无关,则矩阵 P 不能为　　【　】

(A) $[-\boldsymbol{\alpha}_1\quad 5\boldsymbol{\alpha}_2\quad \boldsymbol{\alpha}_3]$　　(B) $[\boldsymbol{\alpha}_2\quad \boldsymbol{\alpha}_1\quad \boldsymbol{\alpha}_3]$

(C) $[\boldsymbol{\alpha}_1+\boldsymbol{\alpha}_2\quad \boldsymbol{\alpha}_2\quad \boldsymbol{\alpha}_3]$　　(D) $[\boldsymbol{\alpha}_1\quad \boldsymbol{\alpha}_2\quad \boldsymbol{\alpha}_2+\boldsymbol{\alpha}_3]$

(9) 设随机变量 X 与 Y 相互独立,且 $X\sim N(0,\frac{1}{2})$,$Y\sim N(1,\frac{1}{2})$,则与随机变量 $Z=Y-X$ 同分布的随机变量是　　【　】

(A) $X-Y$　　(B) $X+Y$　　(C) $X-2Y$　　(D) $Y-2X$

※ (10) 设总体 $Z\sim N(0,\sigma^2)$,$Z_1,Z_2,\cdots,Z_n$ 为简单随机样本,则 σ^2 的无偏估计量为　　【　】

(A) $\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}Z_i^2$　　(B) $\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}Z_i^2$

(C) $\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n}Z_i^2$　　(D) $\hat{\sigma}^2=\frac{n}{(n+1)^2}\sum_{i=1}^{n}Z_i^2$

评卷人	得分

二、填空题(本题共6小题,每小题4分,满分24分.把答案填在题中横线上.)

(11) 极限:

$$\lim_{x\to 0}\left(\frac{\arcsin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}=\underline{\qquad\qquad}.$$

(12) 曲线 $\begin{cases}x^2+y^2+z^2-3x=0\\2x-3y+4z-3=0\end{cases}$ 在点 $(1,1,1)$ 处切线方程为________.

※ (13) 已知 $f(x)=x+1$,$x\in[0,1]$,$f(x)$ 展开为以2为周期的正弦级数,设该级数的和函数为

$S(x)$,则 $S(0)+S\left(-\frac{5}{2}\right)=$ ________.

※(14)设 $u=e^{-x}\sin\frac{x}{y}$,则 $\frac{\partial^2 u}{\partial x\partial y}$ 在点 $\left(2,\frac{1}{\pi}\right)$ 处的值为________.

(15)设 $A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 2 & 3\end{pmatrix}$,$B=A^2-3A+2E$,则 $B^{-1}=$ ______ .

(16)假设无线电测距仪无系统误差,其测量的随机误差服从正态分布,已知随机测量的绝对误差以概率0.95不大于20米,则随机测量的标准差 $\sigma=$ ______.

评卷人	得分

三、解答题(本题共8小题,满分86分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

(17)(本题满分10分)

海拔高度为 z 时单位面积上的大气压记为 $P(z)$,已知大气密度 ρ 与大气压及高度有如下关系;

$$\rho=\frac{k}{T_0-az}P,$$

其中 k,T_0,a 为正的已知常数.又知海平面大气压为 P_0.

(Ⅰ)用微元法考察 $P(z+\Delta z)-P(z)$,导出 $P(z)$ 满足的一阶微分方程的初值问题.

(Ⅱ)求 $P(z)$.

※(18)(本题满分11分)

设函数 $z=25-x^2-y^2+xy$,在 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2-xy\leqslant 25\}$ 内有定义.

① 设 $M(x_0,y_0)$ 为 D 内一点,问函数 z 在点 M 处沿什么方向的方向导数最大?记最大值为 $g(x,y)$,写出其表达式.

② 求 $g(x,y)$ 在条件 $x^2+y^2-xy=25$ 下的最大值.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

※（19）（本题满分 10 分）

设 $a_1=1, a_2=1, a_{n+2}=2a_{n+1}+3a_n, n=1,2,\cdots$，求幂级数 $\sum\limits_{n=1} a_n x^n$ 的收敛半径、收敛区间及和函数.

（20）（本题满分 11 分）

设函数 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上二阶可导，且 $f(1)=f(2)=0$，$F(x)=(x-1)^2 f(x)$，试证在 $(1,2)$ 内至少存在一点 ξ，使 $F''(\xi)=0$.

※(21)(本题满分 11 分)

将二次型

$$f(x_1,x_2,x_3) = 4x_1^2 + 4x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3.$$

通过正交变换化成标准形. 并求所作的正交变换.

(22)(本题满分 11 分)

设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$,$B = (kE + A)^2$,其中 k 为实数,求对角矩阵 Λ,使 B 与 Λ 相似,并求 k 为何值时,B 为正定矩阵.

(23)（本题满分 11 分）

已知随机变量 (X,Y) 的联合分布函数为

$$F(x,y)=\begin{cases}0, & x<0 \text{ 或 } y<0,\\ \dfrac{1}{3}, & 0\leqslant x<1,\quad y\geqslant 0,\\ \dfrac{2}{3}, & x\geqslant 1,\quad 0\leqslant y<1,\\ 1, & x\geqslant 1, y\geqslant 1.\end{cases}$$

求关于 X,Y 的边际分布函数及 X,Y 的边际概率分布.

※(24)（本题满分 11 分）

设总体 X 的概率密度为 $f(x)=\begin{cases}axe^{-\frac{x^2}{\lambda}}, & x>0\\ 0, & x\leqslant 0\end{cases}$，其中 a 是常数，$\lambda>0$ 是未知参数. 从总体 X 中抽取样本 $X_1,X_2,\cdots,X_n$，

1）求常数 a；

2）求 λ 的最大似然估计量 λ；

3）判别 λ 是否为 λ 的无偏估计量.

清华大学最后冲刺点题

新编题型·数学一押题试卷(二)

试卷命制人:胡金德(教育部考试中心命题组组长)　　命制日期:11月23日
试卷修订人:高应才(教育部考试中心命题组成员)　　修订日期:11月28日

注: 带※均为今年考研的热点·重点预测试题。

评卷人	得分

一、选择题(本题共10小题,每小题4分,满分40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的,把所选项前的字母填在题后的括号内.)

※(1) 设$f(x)$连续,且$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x^2}=k\quad(k<0)$,则$f(x)$在点$x=0$处　【　】

(A) 导数不存在　　(B) 导数存在,且$f'(0)\neq 0$

(C) 取得极小值　　(D) 取得极大值

(2) 设$\sum\limits_{n=0}a_n x^n$在$x=2$处条件收敛,则$\sum\limits_{n=0}\dfrac{a_n}{n+1}(x-1)^n$在$x=-1$处　【　】

(A) 必绝对收敛　　(B) 必条件收敛

(C) 必发散　　(D) 敛散性要看具体的$\{a_n\}$

(3) 设空间曲线$l:x^2+y^2+z^2=R^2,x=y,z\geqslant 0$,$l_1$为$l$在第一卦限部分,则下列对弧长的曲线积分中,正确的是　【　】

(A) $\int_l xds=2\int_{l_1}yds$　　(B) $\int_l yds=2\int_{l_1}yds$

(C) $\int_l zds=2\int_{l_1}yds$　　(D) $\int_l \sin(xy)ds=2\int_{l_1}\sin(xy)ds$

(4) 曲面$3x^2+y^2+z^2=16$上点$(-1,-2,3)$处的切平面与平面$z=1$所夹的锐角是【　】

(A) $\dfrac{\pi}{4}$　　(B) $\arccos\dfrac{3}{\sqrt{22}}$

(C) $\arccos\dfrac{7}{\sqrt{22}}$　　(D) $\arccos\dfrac{7}{16}$

※(5) 函数$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$在点$(0,0)$处　【　】

(A) 不连续且偏导数不存在　　(B) 不连续但偏导数存在

(C) 连续且偏导数存在　　(D) 连续但偏导数不存在

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

※ (6) 设函数 $f(x) = x^2 \ (0 \leqslant x \leqslant 1)$，$S(x) = \sum\limits_{n=1} b_n \sin n\pi x$，$- \quad < x < + \quad$，其中 $b_n = 2\int_0^1 f(x) \sin n\pi x dx$，$n = 1,2,3,\cdots$，则 $S\left(-\frac{1}{2}\right)$ 为 【　】

(A) $-\frac{1}{2}$　(B) $\frac{1}{4}$　(C) $-\frac{1}{4}$　(D) $\frac{1}{2}$

(7) 已知 3 阶矩阵 A 的 3 个特征值是 $-1,1,\frac{1}{3}$，它们所对应的特征向量分别是 ξ_1,ξ_2,ξ_3，矩阵 $P = [2\xi_2 \quad \xi_1 \quad 2\xi_3]$，则 $P^{-1}A^{-1}P =$ 【　】

(A) $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$　(B) $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$　(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$　(D) $\begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

※ (8) 设矩阵 $A_{m\times n}$ 的秩 $R(A) = m < n$，E_m 为 m 阶单位矩阵，下述结论正确的是 【　】

(A) A 的任意 m 个列向量必线性无关
(B) A 的任一个 m 阶子式不等于 0
(C) 非齐次线性方程组 $AX = b$ 一定有无穷多组解
(D) A 通过行初等变换可化为 (E_m, O)

(9) 设 X,Y 是两个随机变量，且 $P\{X \leqslant 1, Y \leqslant 1\} = \frac{4}{9}$，$P\{X \leqslant 1\} = P\{Y \leqslant 1\} = \frac{5}{9}$，则 $P\{\min(X,Y) \leqslant 1\} =$ 【　】

(A) $\frac{4}{9}$　(B) $\frac{20}{81}$　(C) $\frac{2}{3}$　(D) $\frac{1}{3}$

(10) 设随机变量 X 和 Y 的分布函数分别为 $F_X(x)$ 和 $F_Y(x)$，为使 $F(x) = aF_X(x) + bF_Y(x)$ 是某随机变量的分布函数，则有 【　】

(A) $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{2}$　(B) $a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$

(C) $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$　(D) $a = -\frac{1}{2}, b = \frac{3}{2}$

评卷人	得分

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 4 分，满分 24 分. 把答案填在题中横线上.）

(11) 积分 $\int_{-2}^{2} (x+1)\sqrt{4|x| - x^2}dx =$ ______.

※ (12) 设 $f(x) = \begin{cases} x^\lambda \sin\frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 其导函数在点 $x = 0$ 处连续，则 λ 的取值范围为________.

(13) 微分方程 $2x^3y' = y(2x^2 - y^2)$ 的通解 $y =$ ________.

(14) 设有级数$\sum\limits_{n=0} a_n\left(\frac{x+1}{3}\right)^n$,且$\lim\limits_{n\to}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|=2$,则该级数的收敛半径 $R=$ ________.

※(15) 线性齐次方程组$\begin{cases}x_1-2x_2-3x_3+x_4=0\\x_2+x_3=0\end{cases}$解空间的标准正交基是________.

※(16) 已知随机变量 X_1 和 X_2 独立,$P\{X_i=1\}=p$,$P\{X_i=2\}=q$ $(i=1,2;p+q=1)$. 设 $X=\begin{cases}1, & 若 X_1+X_2 为奇数\\0, & 若 X_1+X_2 为偶数\end{cases}$则 $Y=(X+1)^2$ 的概率分布为______.

评卷人	得分

三、解答题(本题共8小题,满分86分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

※(17)(本题满分10分)

设 $f(x)=\lim\limits_{t\to}t^2\sin\frac{x}{t}\cdot\left[g\left(2x+\frac{1}{t}\right)-g(2x)\right]$,$g(x)$ 的一个原函数为 $\ln(x+1)$,计算定积分$\int_0^1 f(x)\,dx$.

(18)(本题满分11分)

设函数 $z=f(u)$,方程 $u=\varphi(u)+\int_y^x P(t)\,dt$ 确定 u 是 x,y 的函数,其中 $f(u)$,$\varphi(u)$ 可微;$P(t)$,$\varphi'(u)$ 连续,且 $\varphi'(u)\neq 1$,求 $P(y)\frac{\partial z}{\partial x}+P(x)\frac{\partial z}{\partial y}$.

※(19)(本题满分10分)

求 k 值的取值范围,使当 $x>0$ 时方程 $kx^3-x^2+1=0$ 有且仅有一解.

※（20）（本题满分 11 分）

设空间区域 Ω 由曲面 $z = a^2 - x^2 - y^2$ 与平面 $z = 0$ 围成，其中 a 为正的常数，记 Ω 的外侧面为 S，Ω 的体积为 V. 证明 $\oint\!\!\oint_S x^2yz^2\,dydz - xy^2z^2\,dzdx + z(1 + xyz)\,dxdy = V$

（21）（本题满分 11 分）

设 A 为 n 阶实矩阵，试证

（1）方程组（Ⅰ）$Ax = 0$ 和方程组（Ⅱ）$A^TAx = 0$ 为同解方程组；

（2）$\mathrm{rank}(A) = \mathrm{rank}(A^TA)$.

※（22）（本题满分 11 分）

已知 3 阶方阵 $A = [a_{ij}]$ 的每行元素之和均为 3，且满足 $AB = O$，其中 $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix}$

（1）证明：A 与对角矩阵相似；

（2）求出 A 及 $A^{1\,000}$.

(23)(本题满分11分)

设X和Y两个相互独立的随机变量,X在(0,1)上服从均匀分布,Y的概率密度为

$$f_Y(y)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{-y/2}, & y>0,\\ 0, & y\leqslant 0.\end{cases}$$

(1)求X和Y的联合概率密度;(2)求a的二次方程$a^2+2Xa+Y=0$有实根的概率.

※(24)(本题满分11分)

设$X\sim N(\mu,\sigma^2)$,从总体X中抽取样本$X_1,X_2,\cdots,X_n,X_{n+1}$,记

$$\overline{X}_n=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i, S_n^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X}_n)^2,$$

试推导统计量$\sqrt{\frac{n}{n+1}}\cdot\frac{X_{n+1}-\overline{X}_n}{S_n}$的分布.

中国人民大学最后冲刺点题

新编题型·数学一押题试卷（三）

试卷命制人：龚冬保（教育部考试中心命题组组长） 命制日期：11 月 23 日
试卷修订人：王式安（教育部考试中心命题组组长） 修订日期：11 月 28 日

注： 带 ※ 均为今年考研的热点·重点预测试题。

评卷人	得分

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 4 分，满分 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后的括号内.）

(1) 曲线 $y=\dfrac{1+e^{-x^2}}{1-e^{-x^2}}$ 【 】

(A) 没有渐近线 (B) 仅有水平渐近线

(C) 仅有垂直渐近线 (D) 既有水平渐近线又有垂直渐近线

(2) 设平面区域 D 由直线 $x+y=\dfrac{1}{2}$，$x+y=1$ 及两条坐标轴所围成，记 $I_1=\iint\limits_D (x+y)^9 dxdy$，$I_2=\iint\limits_D [\sin(x+y)]^9 dxdy$，$I_3=\iint\limits_D [\ln(x+y)]^9 dxdy$，则有 【 】

(A) $I_1<I_2<I_3$ (B) $I_3<I_2<I_1$

(C) $I_1<I_3<I_2$ (D) $I_3<I_1<I_2$

※ (3) 已知函数 $f(x,y)$ 在点 $(0,0)$ 的某个邻域内连续，且 $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{f(x,y)}{1-\cos(x^2+y^2)}=-1$，则 【 】

(A) 点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极大值点

(B) 点 $(0,0)$ 是 $f(x,y)$ 的极小值点

(C) 点 $(0,0)$ 不是 $f(x,y)$ 的极值点

(D) 无法判断点 $(0,0)$ 是否为 $f(x,y)$ 的极值点

(4) 设 $\sum\limits_{n=1} a_n$ 为正项级数，下述论断正确的是 【 】

(A) 若 $\sum\limits_{n=1} a_n$ 收敛，则必存在 $N>0$，当 $n>N$ 时有 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}<1$

(B) 若 $\sum\limits_{n=1} a_n$ 发散，则必存在 $N>0$，当 $n>N$ 时有 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}>1$

(C) 若存在 $N>0$，当 $n>N$ 时有 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}<1$，则 $\sum\limits_{n=1} a_n$ 必收敛

(D) 若存在 $N>0$,当 $n>N$ 时有 $\frac{a_{n+1}}{a_n}>1$,则 $\sum\limits_{n=1} a_n$ 必发散

※ (5) 二元函数 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 处的两个偏导数 $f'_x(x,y)$,$f'_y(x,y)$ 连续是 $f(x,y)$ 在该点可微的 【 】

(A) 必要条件而非充分条件 (B) 充分条件而非必要条件

(C) 充分必要条件 (D) 既非必要条件又非充分条件

(6) 积分 $\int_a^{a+2\pi} \cos x\cdot\ln(2+\cos x)\,dx$ 的值 【 】

(A) 与 a 无关且恒为正 (B) 与 a 无关且恒为负

(C) 恒为 0 (D) 与 a 有关

※ (7) 设 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,4,3,-1)^T$,$\boldsymbol{\alpha}_2=(2,t,-1,-1)^T$,$\boldsymbol{\alpha}_3=(-2,3,1,t+1)^T$,则 【 】

(A) 对任意的 t,$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 必线性无关

(B) 仅当 $t=-3$ 时,$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关

(C) 若 $t=0$,则 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性相关

(D) 仅 $t\neq0$ 且 $t\neq-3$,$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 线性无关

(8) 设 A 为 3 阶矩阵,其特征值为 $-1,1,2$,则在下列矩阵中满秩的是 【 】

(A) $A+E$ (B) $A+2E$ (C) $A-E$. (D) $A-2E$

(9) 若事件 A、B 同时出现的概率 $P(AB)=0$,则 【 】

(A) A 和 B 互不相容 (B) AB 是不可能事件

(C) AB 未必是不可能事件 (D) $P(A)=0$ 或 $P(B)=0$

※ (10) 设 $X_1,X_2,\cdots,X_n$ 是取自正态总体 $N(0,\sigma^2)$,$\sigma>0$ 的简单随机样本,记 $\bar{X}=\frac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n}X_i$,$S^2=\frac{1}{n-1}\sum\limits_{i=1}^{n}(X_i-\bar{X})^2$,已知 $F=n\frac{\bar{X}^2}{S^2}$ 服从 $F(n_1,n_2)$ 分布,则有 【 】

(A) $n_1=1,n_2=n$ (B) $n_1=1,n_2=n-1$

(C) $n_1=n,n_2=n$ (D) $n_1=n,n_2=n-1$

评卷人	得分

二、填空题(本题共 6 小题,每小题 4 分,满分 24 分. 把答案填在题中横线上.)

(11) 已知 $f(x)$ 在 $x=a$ 处可导,且 $f'(a)=k(k\neq0)$,则 $\lim\limits_{t\to0}\frac{f(a-3t)-f(a-5t)}{t}=$ ________.

(12) 曲线 $L\begin{cases}\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}-\frac{z^2}{5}=1 & (1)\\ x-2z+3=0 & (2)\end{cases}$ 在 xOy 面上的投影柱面方程是________.

※ (13) 微分方程 $xdy-ydx=y^2e^ydy$ 的通解为________.

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com