总　序

自1995年以来，华南理工大学应用数学系(现教学科学学院)的老师们为建设国家工科数学课程教学基地不懈努力，在教育改革中做出了显著的成绩。“国家工科数学课程教学基地建设系列教材”的出版，就是这些成果的重要部分。

21世纪是经济全球化、信息化的时代，数学科学在科学技术中占有核心地位，成为直接的生产力。大学数学课程在高等教育中起关关键的作用，对学生素质的提高和创新能力的培养起着越来越重要的作用。提高大学数学的教学质量，是一项艰巨而重要的任务。

大学数学的教学，应该使学生在理解数学思想、数学建模和运算能力等方面，得到最基本的训练。为使学生理解数学思想，必须讲清基本概念，并通过必要的逻辑推理训练使学生理解基本概念和基本定理。通过数学建模的学习，学生可以了解数学的来源，并且学会动用数学。运算能力的培养是以上两种能力的基础。当然，这三种能力的培养是一个有机的整体，根据不同专业的要求和学生的实际情况可以有所侧重。

为了适应新形势，本系列教材力求反映数学与其他学科的最新发展，删减过时的内容，介绍各种数学软件的应用，充分使用多媒体等技术。

本系列教材的出版，反映了我院教师多年来教学改革的成果，也吸取了不少兄弟院校同行的宝贵经验。限于我们的水平，其中疏漏在所难免，恳请国内外专家、同行指正。本系列教材的出版得到华南理工大学校领导与华南理工大学出版社的大力支持，特此表示感谢。

华南理工大学数学科学学院

2004年8月

需要全本请访问 www.ertongbook.com

前　言

随着国民经济和科学技术的发展，概率统计的理论和方法已广泛应用于工业、农业、军事、经济和科学技术中。在理论联系实际方面，概率统计是数学最活跃的分支之一。

本书是华南理工大学出版社出版的《概率论与数理统计》教材的补充与延伸。我们结合多年来对该课程的教学实践经验编写了这本辅导书，目的在于从解答概率与数理统计习题的思路及方法上给读者以指导和帮助，以弥补教材因篇幅所限，有些概念及技巧不便于详细叙述的不足，从而提高学生应用概率与数理统计的知识解决各种实际问题的能力。

本书各章的编排顺序与教材一致，第1～9章包含如下内容：大纲要求、重点知识结构图、基本知识、典型例题、课本习题全解、自测题及答案；第10章列举了一个具体的统计软件应用实例，并给出了课本习题全解。

本书可作为学生学习概率论与数理统计课程的指导书，也可作为概率论与数理统计课程自学者的辅导参考书。

本书末还附有2000年至今研究生入学考试的部分概率统计试题及解答，可供报考研究生的同学参考。

本书的编写得到了华南理工大学数学科学学院吴敏院长和王全迪副院长的关心和支持，本校研究生范彩云和孙守东同学分别在典型例题和课本习题全解及其文字处理中做了大量的工作，在此表示感谢。

由于水平所限，书中难免有不妥之处，欢迎读者批评指正。

编　者

2006年10月

于广州五山

目　录

第 1 章　随机事件与概率 …… 1

一、大纲要求 …… 1
二、重点知识结构图 …… 1
三、基本知识 …… 1
四、典型例题 …… 3
五、课本习题全解 …… 6
六、自测题及答案 …… 9

第 2 章　条件概率与独立性 …… 12

一、大纲要求 …… 12
二、重点知识结构图 …… 12
三、基本知识 …… 12
四、典型例题 …… 14
五、课本习题全解 …… 17
六、自测题及答案 …… 21

第 3 章　一维随机变量 …… 25

一、大纲要求 …… 25
二、重点知识结构图 …… 25
三、基本知识 …… 26
四、典型例题 …… 28
五、课本习题全解 …… 37
六、自测题及答案 …… 44

第 4 章　二维随机变量 …… 52

一、大纲要求 …… 52
二、重点知识结构图 …… 52
三、基本知识 …… 53
四、典型例题 …… 55

五、课本习题全解 …… 63
六、自测题及答案 …… 70

第5章 随机变量的数字特征 …… 77

一、大纲要求 …… 77
二、重点知识结构图 …… 77
三、基本知识 …… 78
四、典型例题 …… 80
五、课本习题全解 …… 85
六、自测题及答案 …… 90

第6章 大数定理和中心极限定理 …… 98

一、大纲要求 …… 98
二、重点知识结构图 …… 98
三、基本知识 …… 99
四、典型例题 …… 99
五、课本习题全解 …… 103
六、自测题及答案 …… 106

第7章 数理统计的基础知识 …… 110

一、大纲要求 …… 110
二、重点知识结构图 …… 110
三、基本知识 …… 110
四、典型例题 …… 114
五、课本习题全解 …… 118
六、自测题及答案 …… 121

第8章 参数估计 …… 127

一、大纲要求 …… 127
二、重点知识结构图 …… 127
三、基本知识 …… 127
四、典型例题 …… 130
五、课本习题全解 …… 138
六、自测题及答案 …… 143

第 9 章　假设检验 …… 151

一、大纲要求 …… 151
二、重点知识结构图 …… 151
三、基本知识 …… 151
四、典型例题 …… 154
五、课本习题全解 …… 161
六、自测题及答案 …… 167

第 10 章　SAS 统计软件 …… 173

一、统计分析在媒体收视调查中的应用实例 …… 173
二、课本习题全解 …… 192

附录　研究生入学考试的部分概率统计试题及解答 …… 205

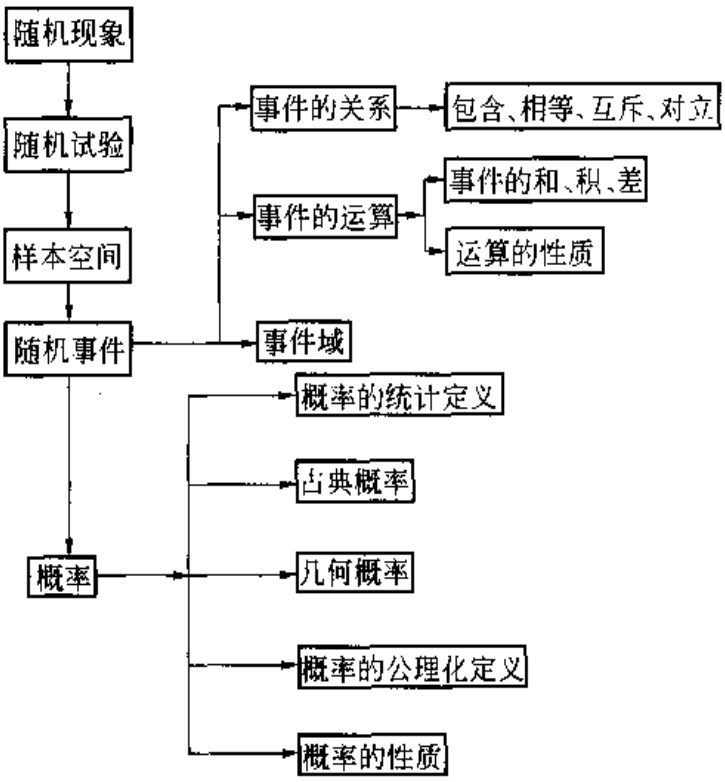
需要全本请访问 www.ertongbook.com

第 1 章　随机事件与概率

一、大纲要求

(1)理解随机事件的概念,了解样本空间的概念,掌握事件之间的关系与运算.
(2)了解概率的统计定义和公理化定义,掌握概率的基本性质.
(3)会计算古典概型的概率和几何概型的概率.

二、重点知识结构图



三、基本知识

1.随机试验的特征

(1)试验可以在相同的条件下重复地进行.
(2)试验的可能结果不止一个,但明确知道其所有可能会出现的结果.
(3)在每次试验前,不能确知这次试验的结果,但可以肯定,试验的结果必是所有可能

结果中的某一个.

2.样本空间

在讨论一个随机试验时,试验的所有可能结果的集合是明确知道的,称这个集合为该试验的样本空间,常用 Ω(或 S)表示,其元素称为样本点,常用 ω 记之,它是试验的一个可能结果.

3.随机事件

在实际问题中,面对一个随机试验,人们可能会关心某些特定的事情在重复试验下是否会发生.例如,投资者关心明日收市股价是否上涨,即明日股价>今日收市价,它是样本空间的一部分.因此,称样本空间的一些子集为随机事件,简称事件,通常用大写英文字母 A、B、C 等记之.

4.事件的关系和运算

一个较为复杂的事件,通过种种关系,可使其与一些较为简单的事件联系起来,这时,我们就可设法利用这种联系,通过简单的事件去研究那些较为复杂的事件,用已知的事件去表示未知的事件.

5.事件的蕴含与包含

若当事件 A 发生时 B 必发生,则称 A 蕴含 B,或者说 B 包含 A,记作 $A\subset B$.

6.事件的相等

若 A 与 B 互相蕴含,即 $A\subset B$ 且 $B\subset A$,则称事件 A 与 B 相等,记为 $A=B$.

7.事件的互斥(或称互不相容)

若事件 A、B 不能在同一次试验中都发生(但可以都不发生),则称它们是互不相容或互斥的.

若一些事件中的任意两个事件都互不相容,则称这些事件是两两互不相容的,或简称互不相容的.

8.事件的对立(或称逆)

互不相容的一个重要特例是"对立".称事件 $B=\{A$ 不发生$\}$ 为 A 的对立事件或逆事件,常记作 $\overline{A}$.

9.事件的并(或称和)

对给定的事件 A、B,定义一个称为并或和的事件,以 $A\cup B$ 记之.

$$A\cup B=\{A \text{ 发生或} B \text{ 发生}\}=\{A、B \text{ 至少有一个发生}\}$$

10.事件的交(或称积)

对给定的事件 A、B,定义一个称为交或积的事件,以 AB 记之.

$$AB=\{A \text{ 发生且} B \text{ 发生}\}=\{A、B \text{ 同时发生}\}$$

11. 事件的差

两个事件 A、B 之差，记为 $A-B$. 其定义是：

$$A-B=\{A \text{ 发生但 } B \text{ 不发生}\}=\{A \text{ 发生且 } \bar{B} \text{ 发生}\}$$

从定义可看出：$A-B=A\bar{B}$.

12. 事件域

定义　称样本空间 Ω 的一些子集所组成的集合 $\mathscr{F}$ 为事件域.

如果满足以下 3 个条件：①$\Omega\in\mathscr{F}$；②若 $A\in\mathscr{F}$，则 $\bar{A}\in\mathscr{F}$；③若 $A_i\in\mathscr{F}(i=1,2,\cdots)$，则 $\bigcup_{i=1}^{\infty}A_i\in\mathscr{F}$；称 $\mathscr{F}$ 中的元素为事件.

13. 概率的统计定义

定义　若事件 A 在 n 次试验中出现了 r 次，则称比值 r/n 为事件 A 在 n 次试验中出现的频率，记作 $f_n(A)$，即

$$f_n(A)=\frac{r}{n}$$

式中，r 称为事件 A 在 n 次试验中出现的频数.

概率的统计定义　在同一组条件下所做的大量重复试验中，事件 A 出现的频率总是在区间 $(0,1)$ 上的一个确定的常数 p 附近波动，并且稳定于 p，则称 p 为事件 A 的概率，记作 $P(A)$. 即

$$P(A)=p$$

14. 古典概率定义

古典概率定义　在古典概型中，如果基本事件的总数为 n（n 为有限数），事件 A 所包含的样本点个数为 $r(r\leqslant n)$，则定义事件 A 的概率 $P(A)$ 为 r/n. 即

$$P(A)=\frac{r}{n}=\frac{A \text{ 中包含的样本点个数}}{\text{基本事件总数}}$$

15. 概率的公理化定义

定义　设 Ω 是样本空间，A 是随机事件，即 A 是 Ω 上事件域 $\mathscr{F}$ 中的一个元素，$P(A)$ 是 A 的实值函数，且满足下列 3 条公理，则称函数 $P(A)$ 为事件 A 的概率.

公理 1　对于任一事件 A，有 $0\leqslant P(A)\leqslant 1$.

公理 2　$P(\Omega)=1$.

公理 3　若 $A_1,A_2,\cdots,A_n,\cdots$ 两两互斥，则 $P\left(\sum_{i=1}^{\infty}A_i\right)=\sum_{i=1}^{\infty}P(A_i)$（可列可加性）.

四、典型例题

例 1　设 A、B 是两个随机事件，若 $P(AB)=0$，则下列命题中正确的是（　　）.

(A)A 和B 互不相容(互斥) (B)AB 是不可能事件

(C)AB 不一定是不可能事件 (D)$P(A)=0$ 或 $P(B)=0$

解 一个事件的概率为0,这个事件未必是不可能事件;因此C项正确.反例如下:随机地向[0,1]区间内投点,令 x 表示点的坐标,设 $A=\{0\leqslant x\leqslant 1/2\}$,$B=\{1/2\leqslant x\leqslant 1\}$,则 $AB=\{x=1/2\}$,由几何概率可知,$P(AB)=0$,由此例子还可得出A项和B项是不对的.D项也是错误的,反例如下:掷一枚均匀的硬币,设 A 表示出现正面,B 表示出现反面,则 $P(A)=P(B)=1/2$,但 $AB=\varnothing$,从而 $P(AB)=0$.

例2 设当事件 A 与 B 同时发生时,事件 C 必发生,则下列式子正确的是(　　).

(A)$P(C)\leqslant P(A)+P(B)-1$ (B)$P(C)\geqslant P(A)+P(B)-1$

(C)$P(C)=P(AB)$ (D)$P(C)=P(A\cup B)$

解 已知 $AB\subset C$,则 $P(C)\geqslant P(AB)$,又因为

$$P(AB)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)\geqslant P(A)+P(B)-1$$

所以B项正确,而A项、C项和D项显然是错误的.

例3 袋子里有5个白球,3个黑球,从中任取两个球,求取出的两个球都是白球的概率.

解 样本空间所包含的样本点总数为 $n=C_8^2$.

设事件 $A=\{$取出的两个球都是白球$\}$,则事件 A 包含的样本点总数为 $k=C_5^2$,故

$$P(A)=\frac{k}{n}=\frac{C_5^2}{C_8^2}\approx 0.357$$

例4 一批产品共200个,其中有6个废品,求:(1)这批产品的废品率;(2)任取3个恰有1个废品的概率;(3)任取3个全是废品的概率.

解 样本空间所包含的样本点总数为 $n=C_{200}^3$.

设事件 $A_i=\{$取出的3个产品中有 i 个废品$\}$ $(i=1,3)$;事件 $B=\{$这批产品的废品率$\}$.若取出的3个产品中有 i 个废品,则这 i 个废品必是从6个废品中获得的,而另 $3-i$ 个合格品必是从194个合格品中获得的,从而事件 A_i 所包含的样本点数为 $k_i=C_6^iC_{194}^{3-i}$ $(i=1,3)$,故

$$P(B)=\frac{6}{200}=0.03$$

$$P(A_1)=\frac{k_1}{n}=\frac{C_6^1C_{194}^2}{C_{200}^3}\approx 0.086$$

$$P(A_3)=\frac{k_3}{n}=\frac{C_6^3}{C_{200}^3}\approx 0.00002$$

例5 袋子里装有6个球,其中4个白球,2个红球.从袋中取球两次,每次任取一个,试分别就放回抽样和不放回抽样两种情况,求:(1)取到的两个球都是白球的概率;(2)取到的两个球颜色相同的概率;(3)取到的两个球中至少有一个是白球的概率.

解　设事件 $A=\{$两个球都是白球$\}$;事件 $B=\{$两个球都是红球$\}$;

事件 $C=\{$两个球中至少有一个是白球$\}$.

第一种情况:不放回抽样

样本空间的基本事件总数为 $n=C_6^1C_5^1=30$. 事件 A 的基本事件数为 $k_A=C_4^1C_3^1=4\times3=12$. 事件 B 的基本事件数为 $k_B=C_2^1C_1^1=2\times1=2$.

(1)　$$P(A)=\frac{k_A}{n}=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$$

(2)由于 $P(B)=\frac{k_B}{n}=\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$,且 $AB=\varnothing$,因此

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{2}{5}+\frac{1}{15}=\frac{7}{15}$$

(3)　$$P(C)=1-P(B)=1-\frac{1}{15}=\frac{14}{15}$$

第二种情况:放回抽样

第一次从袋中取球有 6 个球可供抽取,第二次也有 6 个球可供抽取,由乘法原理,共有 6×6 种取法,即样本空间的基本事件总数为 6×6. 对事件 A 而言,第一次有 4 个白球可供抽取,第二次也有 4 个白球可供抽取,由乘法原理,共有 4×4 种取法,即 A 中包含 4×4 个基本事件. 同理,B 中包含 2×2 个基本事件.

(1)　$$P(A)=\frac{4\times4}{6\times6}=\frac{4}{9}$$

(2)由于 $P(B)=\frac{2\times2}{6\times6}=\frac{1}{9}$,且 $AB=\varnothing$,因此

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{4}{9}+\frac{1}{9}=\frac{5}{9}$$

(3)　$$P(C)=P(\overline{B})=1-P(B)=1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$$

例 6　从 n 双不同型号的鞋子中任取 $2k(2k<n)$ 只,试求下列事件的概率:(1)$A=\{$没有成对的鞋子$\}$;(2)$B=\{$恰有一对鞋子$\}$.

解　样本空间包含 C_{2n}^{2k} 个样本点.

(1)为使事件 A 发生,先将鞋子成双地放在一起,然后从 n 双鞋子中取出 $2k$ 双,最后再从这 $2k$ 双鞋子中每双取出 1 只,故事件 A 的概率为

$$P(A)=\frac{C_n^{2k}(C_2^1)^{2k}}{C_{2n}^{2k}}=\frac{2^{2k}C_n^{2k}}{C_{2n}^{2k}}$$

(2)为使事件 B 发生,先从 n 双鞋子中取出 1 双,再从剩下的 $n-1$ 双鞋子中任取 $2k-2$ 双,最后再从这 $2k-2$ 双鞋子中每双取出 1 只,故事件 B 的概率为

$$P(B)=\frac{C_n^1C_{n-1}^{2k-2}(C_2^1)^{2k-2}}{C_{2n}^{2k}}=\frac{n2^{2k-2}C_{n-1}^{2k-2}}{C_{2n}^{2k}}$$

例 7 随机地向半圆 $0<y<\sqrt{2ax-x^2}$（a 为正常数）内掷一点，点数在半圆内任何区域的概率与区域的面积成正比，试求原点和该点的连线与 x 轴的夹角小于 $\pi/4$ 的概率.

解 这是一个几何概型的概率计算问题.

设 $S=\{(x,y):0\leqslant y\leqslant\sqrt{2ax-x^2},0\leqslant x\leqslant 2a\}$，在极坐标下可写为

$$S=\{(r,\theta):r\leqslant 2a\cos\theta,0\leqslant\theta\leqslant\pi/2\}$$

设事件 $A=\{(r,\theta):r\leqslant 2a\cos\theta,0\leqslant\theta<\pi/4\}$，故

$$P(A)=\frac{A\text{ 的面积}}{S\text{ 的面积}}=\frac{\frac{a^2}{2}+\frac{\pi a^2}{4}}{\frac{\pi a^2}{2}}=\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}$$

例 8 将 50 个铆钉随机地取来用在 10 个部件上，其中有 3 个铆钉强度太弱，每个部件用 3 个铆钉，若将 3 个强度太弱的铆钉都装在同一个部件上，则这个部件的强度就太弱，问发生一个部件强度太弱的概率是多少?

解 设事件 $A=\{$发生一个部件强度太弱$\}$，则 A 所含的样本点数为 $C_{10}^{1}C_{47}^{27}\frac{27!}{(3!)^9}$. 将 50 个铆钉装在 10 个部件上的所有装法的全体看作样本空间，则所包含的样本点数为 $C_{50}^{30}\frac{30!}{(3!)^{10}}$，故

$$P(A)=\frac{C_{10}^{1}C_{47}^{27}\frac{27!}{(3!)^9}}{C_{50}^{30}\frac{30!}{(3!)^{10}}}=\frac{1}{1960}$$

例 9 设 A、B 为随机事件，$P(A)=0.5$，$P(A-B)=0.2$，求 $P(\overline{AB})$.

解 因为 $A-B=A-AB$，且 $AB\subset A$，所以

$$P(A-B)=P(A)-P(AB)$$

于是 $$P(AB)=P(A)-P(A-B)=0.5-0.2=0.3$$

因此 $$P(\overline{AB})=1-P(AB)=0.7$$

例 10 在(0,1)内任取三个数 a、b、c，求以 a、b、c 为长度的三条线段围成一个三角形的概率.

解 设样本空间 $S=\{(a,b,c):0<a、b、c<1\}$；

所求事件 $A=\{(a,b,c):a+b>c,a+c>b,b+c>a\}$.

因此 $$P(A)=\frac{A\text{ 的体积}}{S\text{ 的体积}}=\frac{\text{六面体 }OABCD\text{ 的体积}}{\text{边长为 1 的正方体体积}}=\frac{1-3\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1^2\times1}{1^3}=\frac{1}{2}$$

五、课本习题全解

1-1 (1)$\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$；

需要全本请访问 www.ertongbook.com

(2)$\Omega=\{(1,2,3),(1,2,4),(1,2,5),(1,3,4),(1,3,5),(1,4,5),(2,3,4),(2,3,5),(2,4,5),(3,4,5)\}$;

(3)$\Omega=\{3,4,5,6,7,8,9,10\}$;

(4)用数字 1 代表正品,数字 0 代表次品,则

$\Omega=\{(0,0),(1,0,0),(0,1,0),(1,1,0,0),(0,1,1,0),(1,0,1,0),(1,1,1,0),(1,1,0,1),(1,0,1,1),(1,1,1,1)\}$.

1-2　(1)A 为随机事件;　B 为不可能事件;　C 为随机事件;　D 为必然事件;

(2)、(3)、(4)、(5)均为随机事件.

1-3　(1)A;　(2)$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$;　(3)$A\cup B\cup C$;　(4)$\overline{ABC}$;　(5)$A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}B\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}C$.

1-4　(1)$AB\bar{C}$;　(2)$\bar{A}BC\cup A\bar{B}C\cup AB\bar{C}$;　(3)$ABC$;　(4)$\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ 或$\overline{A\cup B\cup C}$;

(5)$\bar{A}\bar{B}\bar{C}\cup A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}B\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}C\cup AB\bar{C}\cup A\bar{B}C\cup\bar{A}BC$ 或$\overline{ABC}$;

(6)$A\cup B\cup C$ 或$A\bar{B}\bar{C}\cup\bar{A}B\bar{C}\cup\bar{A}\bar{B}C\cup AB\bar{C}\cup A\bar{B}C\cup\bar{A}BC\cup ABC$ 或$\overline{\bar{A}\bar{B}\bar{C}}$.

1-5　(1)买的是 1985 年以后出版的英文版物理书;

(2)在"书店所有物理书都是 1985 年以前出版的且是英文版"这一条件下,$ABC=A$.

1-6　(1)、(4)、(5)、(6)、(7)正确,其余均不正确.

1-7　若需要测试 7 次,即前 6 次恰好取出 2 个次品,还有一个次品在第 7 次取出,故有 $C_3^2C_7^4A_6^6$ 次.而在 10 个中取出 7 个共有 A_{10}^7 种取法.设 $A=\{$测试 7 次$\}$,故

$$P(A)=\frac{C_3^2C_7^4A_6^6}{A_{10}^7}=\frac{1}{8}$$

1-8　设 $A=\{$能开门$\}$,从 6 把钥匙中任取 2 把共有 C_6^2 种取法,故 $P(A)=\frac{1}{C_6^2}=\frac{1}{15}$.

1-9　设 $A=\{$拨号不超过 3 次就能接通电话$\}$,则

$$P(A)=\frac{1}{10}+\frac{9}{10}\times\frac{1}{9}+\frac{9}{10}\times\frac{8}{9}\times\frac{1}{8}=0.3$$

设 $B=\{$若记得最后一位是奇数时,拨号不超过 3 次就能接通电话$\}$,则

$$P(B)=\frac{1}{5}+\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}+\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=0.6$$

1-10　设 $A=\{$恰有 2 人的生日在同一个月份$\}$,则 $P(A)=\frac{C_4^2C_{12}^1C_{11}^1C_{10}^1}{12^4}=\frac{55}{144}$.

1-11　将五个数字有放回地抽取,出现的结果有 $5^3=125$ 种.

三个数字不同的取法有 $C_5^3A_3^3=60$ 种,故 $P(A)=\frac{60}{125}=0.48$;

三个数字不含 1 或 5,即每次只能在 2、3、4 中进行抽取,共有 $3^3=27$ 种取法,故

$P(A)=\frac{27}{125}=0.216$;

三个数字中 5 出现两次，即有 $C_3^2C_4^1-12$ 种取法，故 $P(C)=\dfrac{12}{125}=0.096$.

1－12 设 $A=\{$指定的 3 本书恰好放在一起$\}$，10 本书的排列方法共有 10！种，而指定的 3 本书的排列方法有 3！种，剩下的 7 本书与指定的 3 本书这一整体的排列有 8！种，故

$$P(A)=\frac{3!\ 8!}{10!}=\frac{1}{15}$$

1－13 (1)$P(A)=\dfrac{C_3^2C_4^1C_3^1}{4^3}=\dfrac{9}{16}$；(2)$P(B)=\dfrac{4}{4^3}=\dfrac{1}{16}$.

1－14 从 10 个人中任选 3 人共有 C_{10}^3 种方法.

(1)设 $A=\{$最小号码是 5$\}$，当最小号码是 5 时，在 6～10 之间还有两个号码，即有 C_5^2 种方法，故

$$P(A)=\frac{C_5^2}{C_{10}^3}=\frac{1}{12}$$

(2)设 $B=\{$最大号码是 5$\}$，当最大号码是 5 时，在 1～4 之间还有两个号码，即有 C_4^2 种方法，故

$$P(B)=\frac{C_4^2}{C_{10}^3}=\frac{1}{20}$$

1－15 (1)$P(A)=\dfrac{C_2^1C_2^1}{C_6^1C_6^1}=\dfrac{1}{9}$；(2)$P(B)=\dfrac{C_2^1C_4^1+C_4^1C_2^1}{C_6^1C_6^1}=\dfrac{4}{9}$.

1－16 (1)$P(A)=\dfrac{C_2^2}{C_6^2}=\dfrac{1}{15}$；(2)$P(B)=\dfrac{C_2^1C_4^1}{C_6^2}=\dfrac{8}{15}$.

1－17 (1)设 $A=\{$样品中有一套优质品、一套次品$\}$，则 $P(A)=\dfrac{C_{84}^1C_4^1}{C_{100}^2}=\dfrac{56}{825}$；

(2)设 $B=\{$样品中有一套等级品、一套次品$\}$，则 $P(B)=\dfrac{C_{12}^1C_4^1}{C_{100}^2}=\dfrac{8}{825}$；

(3)设 $C=\{$退货$\}$，则 $P(C)=\dfrac{C_4^2+C_{96}^1C_4^1+C_{12}^2}{C_{100}^2}=\dfrac{76}{825}$；

(4)设 $D=\{$该批货被接受$\}$，则 $P(D)=\dfrac{C_{84}^2+C_{84}^1C_{12}^1}{C_{100}^2}=\dfrac{749}{825}$；

(5)设 $E=\{$样品中有一套优质品$\}$，则 $P(E)=\dfrac{C_{84}^1C_{16}^1}{C_{100}^2}=\dfrac{224}{825}$.

1－18 (1)设 $A=\{$恰有 5 张黑桃，4 张红心，3 张方块，1 张梅花$\}$，则

$$P(A)=\frac{C_{13}^5C_{13}^4C_{13}^3C_{13}^1}{C_{52}^{13}}$$

(2)设 $B=\{$恰有大牌 A、K、Q、J 各一张而其余为小牌$\}$，则

$$P(B)=\frac{C_4^1C_4^1C_4^1C_4^1C_{36}^9}{C_{52}^{13}}$$

1－19　设 $A=\{$至少有两张牌的花色相同$\}$，则 $P(A)=\dfrac{C_{13}^3C_4^1+C_{41}^1C_{13}^2C_4^1}{C_{54}^3}=0.562$.

六、自测题及答案

1.事件 A 与 B 互不相容，且 $P(\bar{A})=0.8$，则 $P(A\bar{B})=$_____.

2.$P(A)=0.5$，$P(B-A)=0.2$，则 $P(\bar{A}\bar{B})=$_____.

3.事件 A 与 B 互不相容，且 $A=B$，则 $P(A)=$_____.

4.$P(A)=P(B)=P(C)=1/4$，$P(AB)=0$，$P(AC)=P(BC)=1/16$，则事件 A、B、C 全不发生的概率为_____.

5.设 A、B 是任意两事件，则 $P(A-B)=$(　　).

(A)$P(A)-P(B)$　　(B)$P(A)-P(B)+P(\bar{A}B)$

(C)$P(A)-P(AB)$　　(D)$P(A)+P(\bar{B})-P(AB)$

6.设甲乙两人进行象棋比赛，设事件 $A=\{$甲胜乙负$\}$，则 $\bar{A}$ 为(　　).

(A)$\{$甲胜乙负$\}$　　(B)$\{$甲乙平局$\}$

(C)$\{$甲负$\}$　　(D)$\{$甲负和平局$\}$

7.某单位招工需经过四项考核，设能够通过第一、二、三、四项考核的概率分别是0.6，0.8，0.91，0.95，且各项考核都是独立的，每个应招者都要经过四项考核，只要有一项不通过即被淘汰，试求：(1)这项招工的淘汰率；(2)虽通过第一和第二项考核，但仍被淘汰的概率；(3)设考核按顺序进行，应考者一旦某项不合格即被淘汰，不再参加后面项目的考核，求这种情况下的淘汰率.

8.从 1～9 这九个数字中，有放回地抽取三次，每次任取一个，求所取的三个数之积能被 10 整除的概率.

9.在某城市中发行三种报纸 A、B、C，经调查，订阅 A 报的有 45%，订阅 B 报的有 35%，订阅 C 报的有 30%，同时订阅 A 报及 B 报的有 10%，同时订阅 A 报及 C 报的有 8%，同时订阅 B 报及 C 报的有 5%，同时订阅 A、B、C 报的有 3%，试求下列事件的概率：(1)只订 A 报的；(2)只订 A 报及 B 报的；(3)只订一种报纸的；(4)正好订两种报纸的；(5)至少订阅一种报纸的.

【答案】

1.由 $P(AB)=0$，且 $P(A)=1-P(\bar{A})=1-0.8=0.2$，得

$$P(A\bar{B})=P(A)-P(AB)=0.2-0=0.2$$

2.由 $P(B-A)=P(B)-P(AB)=0.2$，$P(A)=0.5$，得

$$P(\overline{AB}) = P(\overline{A+B}) = 1 - P(A+B) = 1 - P(A) - P(B) + P(AB)$$
$$= 1 - P(A) - [P(B) - P(AB)]$$
$$= 1 - 0.5 - 0.2 = 0.3$$

3.由于 $A=B$,于是有 $AB=A=B$,又由于 A 与 B 互不相容,所以有 $AB=\varnothing$,即 $A=B=\varnothing$,因此 $P(A)=0$.

4.事件 A、B、C 全不发生表示为 $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$,故

$$P(\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}) = P(\overline{A \cup B \cup C}) = 1 - P(A \cup B \cup C)$$
$$= 1 - [P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) - P(ABC)]$$
$$= 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 0 - \frac{1}{16} - \frac{1}{16} + 0\right) = \frac{3}{8}$$

5.C

6.D

7.设 $A_i = \{$第 i 项考核合格$\}$ $(i=1,2,3,4)$,根据题意有

$$P(A_1)=0.6,\quad P(A_2)=0.8,\quad P(A_3)=0.91,\quad P(A_4)=0.95$$

$$(1)P(\overline{A_1A_2A_3A_4}) = 1 - P(A_1A_2A_3A_4) = 1 - P(A_1)P(A_2)P(A_3)P(A_4)$$
$$= 1 - 0.6 \times 0.8 \times 0.91 \times 0.95 \approx 0.585;$$

$$(2)P(A_1A_3\,\overline{A_2A_4}) = P(A_1)P(A_3)P(\overline{A_2A_4}) = P(A_1)P(A_3)[1 - P(A_2)P(A_4)]$$
$$= 0.6 \times 0.91 \times (1 - 0.8 \times 0.95) = 0.131;$$

(3)

$$P(\overline{A}_1 \cup A_1\,\overline{A}_2 \cup A_1A_2\,\overline{A}_3 \cup A_1A_2A_3\,\overline{A}_4)$$
$$= P(\overline{A}_1) + P(A_1\,\overline{A}_2) + P(A_1A_2\,\overline{A}_3) + P(A_1A_2A_3\,\overline{A}_4)$$
$$= P(\overline{A}_1) + P(A_1)P(\overline{A}_2) + P(A_1)P(A_2)P(\overline{A}_3) + P(A_1)P(A_2)P(A_3)P(\overline{A}_4)$$
$$= (1 - 0.6) + 0.6 \times (1 - 0.8) + 0.6 \times 0.8 \times (1 - 0.91) +$$
$$0.6 \times 0.8 \times 0.91 \times (1 - 0.95)$$
$$\approx 0.585.$$

8.设 $A_1 = \{$所取的三个数字中含有数字 5$\}$,$A_2 = \{$所取的三个数字中含有偶数$\}$,$A = \{$所取的三个数字之积能被 10 整除$\}$,则 $A = A_1A_2$,故

$$P(A) = P(A_1A_2) = 1 - P(\overline{A_1A_2}) = 1 - P(A_1 \cup A_2)$$
$$= 1 - P(\overline{A}_1) - P(\overline{A}_2) - P(\overline{A_1A_2})$$
$$= 1 - \left(\frac{8}{9}\right)^3 - \left(\frac{5}{9}\right)^3 + \left(\frac{4}{9}\right)^3 = 1 - 0.786 = 0.214$$

9.(1)$P(A\,\overline{BC}) = P(A-B-C) = P(A-(B \cup C)) = P(A-A(B \cup C))$
$$= P(A) - P(A(B \cup C)) = P(A) - P(AB) - P(AC) + P(ABC)$$
$$= 0.45 - 0.10 - 0.08 + 0.03 = 0.30;$$

(2) $P(AB\bar{C}) = P(AB - C) = P(AB - ABC) = P(AB) - P(ABC)$

$= 0.10 - 0.03 = 0.07$;

(3) $P(A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C) = P(A\bar{B}\bar{C}) + P(\bar{A}B\bar{C}) + P(\bar{A}\bar{B}C)$

$= 0.30 + P(B - B(A \cup C)) + P(C - C(A \cup B))$

$= 0.73$;

(4) $P(AB\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC) = P(AB\bar{C}) + P(A\bar{B}C) + P(\bar{A}BC)$

$= P(AB) - P(ABC) + P(AC) - P(ABC) + P(BC) + P(ABC)$

$= P(AB) + P(AC) + P(BC) - 3P(ABC)$

$= 0.10 + 0.08 + 0.05 - 3 \times 0.03 = 0.14$;

(5) $P(A \cup B \cup C)$

$= P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC)$

$= 0.45 + 0.35 + 0.30 - 0.10 - 0.08 - 0.05 + 0.03 = 0.90.$

第2章　条件概率与独立性

一、大纲要求

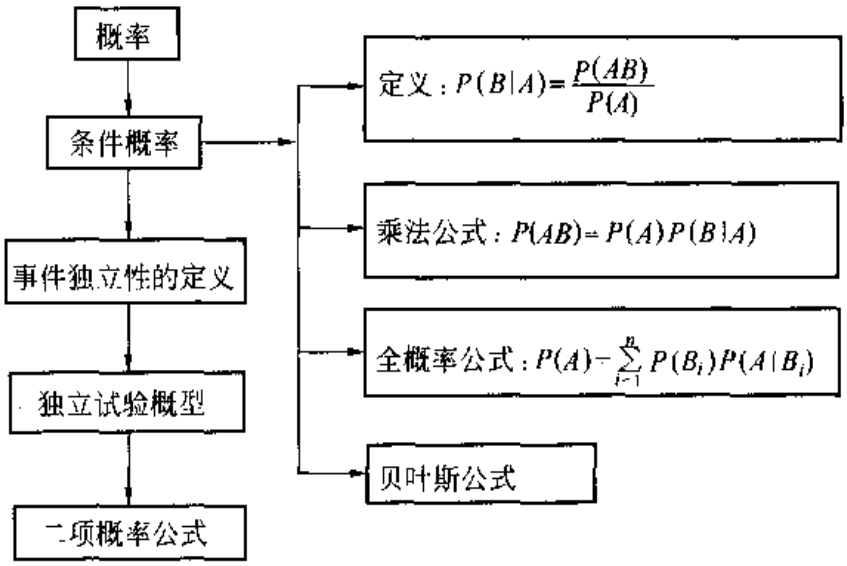
(1)理解条件概率的定义.

(2)掌握概率的加法公式、乘法公式,会应用全概率公式和贝叶斯公式.

(3)理解事件独立性的概念,掌握应用事件独立性进行概率计算.

(4)了解独立重复试验概型,掌握计算有关事件概率的方法,熟悉二项概率公式的应用.

二、重点知识结构图



三、基本知识

1.条件概率

定义　设有两事件 A、B,且 $P(B)\neq 0$,在给定 B 发生的条件下 A 的条件概率,记为 $P(A|B)$,有

$$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$$

2.乘法公式

定理　若对于任意两事件 A、B,都有 $P(A)>0$,$P(B)>0$,则

需要全本请访问 www.ertongbook.com