《大学物理学习指导》

主　编　赵维娟　沈　岩

副主编　王杰芳　陈长青

编　委　（以姓氏笔画为序）

马润香　王杰芳　沈　岩

陈长青　赵维娟　姚乾凯

梁富增　冀　勇

需要全本请访问 www.ertongbook.com

内容简介

本书是与姚乾凯、梁富增、贾瑜、沈岩主编的《大学物理教程(上、下册)》(郑州大学出版社,2007年出版)相配套的学习参考用书。章节顺序和原教材(上、下册)相同,每一章包括基本要求、内容提要、基本题型、典型例题和习题选解5个部分。基本要求是根据教育部教学指导委员会最新制定的大学物理课程教学基本要求进行编写的;内容提要是对该章的基本概念、原理、定律、公式及它们之间的相互联系的总结;基本题型是对该章的具体物理问题进行分析和总结,使读者能够掌握物理题的解题思路和解题方法;典型例题是以实例向读者介绍物理学的解题方法和技巧,拓宽学生的解题思路;习题选解是各章部分习题的解答。

本书可供使用《大学物理教程(上、下册)》为教材的师生作为参考书;对参加研究生考试的学生,本书也有很好的参考价值。

言

物理学是高等学校理工科各专业大学生必修的一门重要的基础理论课。姚乾凯、贾瑜等主编的《大学物理教程(上、下册)》(以下简称教材)是在教育部教学指导委员会颁布的大学物理课程教学基本要求的基础上,结合河南省的教学改革实践,组织省内几个高校长期工作在大学物理教学第一线的专家、学者编写而成的,是河南省"十一五"重点图书出版规划高等院校理工科专业教材。本书是与教材相配套的一本辅助性教学用书,章节顺序和教材相同,每一章都包含基本要求、内容提要、基本题型、典型例题和习题选解5个部分,使学生在更全面而深刻地理解物理概念、规律,正确地分析、解决物理问题等方面得到启迪和帮助。

本书内容紧紧围绕基本要求,对各章的公式、定理、概念等进行总结,内容重点突出,语言通俗易懂,富有启发性。典型例题具有一定的代表性,内容广泛,并尽可能与现代工程相联系,从而拓展学生的知识面,引导他们掌握新技术和前沿科学知识;习题解答简明扼要,具体计算让学生自己去做,从而加强学生分析问题和解决问题的能力。典型例题和习题的难度有高有低,适用于不同类型、不同层次的学生,为了教学方便,我们把各章难度较大的习题进行了详细解答。

本书的作者都是长期工作在大学物理教学第一线的教师,具有丰富的教学经验。由郑州大学赵维娟(第二十、二十一章)、郑州轻工业学院沈岩(第十三、十四、十五章)担任主编;其他参编人员是:中原工学院梁富增(第一、二、三、四章),郑州大学马润香(第五、二十二章)、陈长青(第六章)、冀勇(第八、九、十、十一章)、王杰芳(第十六、十七、十八、十九章),河南工业大学姚乾凯(第七、十二章)。本书的习题选解部分参考或使用了原教材作者提供的习题解答。

本书在编写过程中,得到了郑州大学物理工程学院李玉晓教授、袁斌

教授、贾瑜教授、李德民教授、张逸民教授的关心和帮助，并提出了很多具体的建议。郑州大学出版社对本书的编写和出版给予了极大的关心和支持，在此，编者致以诚挚的感谢。

由于编者水平有限，书中难免有不妥甚至错误之处，敬请读者批评指正。

编者

2007 年 6 月

『目　录』
Contents

第一篇　宏观低速物体运动规律

第一章　质点运动学 …… 1
第二章　质点力学 …… 17
第三章　刚体的转动 …… 42
第四章　物体的周期性运动 …… 58

第二篇　宏观高速物体运动规律

第五章　狭义相对论基础 …… 73
第六章　广义相对论简介 …… 82

第三篇　物质的相互作用与场

第七章　场论基础 …… 87
第八章　真空中的静电场 …… 92
第九章　静电场中的导体和电介质 …… 105
第十章　运动电荷的磁场 …… 121
第十一章　电磁场的统一理论 …… 141
第十二章　物质世界的场论图像 …… 154

需要全本请访问 www.ertongbook.com

第四篇　大量粒子系统的运动规律

第十三章　气体动理论…… 156
第十四章　热力学基础…… 168
第十五章　流体力学…… 188

第五篇　波动物理学基础

第十六章　机械波动理论…… 197
第十七章　光的干涉…… 210
第十八章　光的衍射与偏振…… 225
第十九章　物质波理论…… 239

第六篇　物质的微观结构及其运动规律

第二十章　现代量子理论…… 246
第二十一章　核物理与粒子物理简介…… 260
第二十二章　固体物理学…… 269

参考文献…… 271

第一篇　宏观低速物体运动规律

第一章　质点运动学

一、基本要求

1. 掌握位置矢量、位移、速度、加速度等描述物体运动和运动变化的物理量。理解这些物理量的矢量性、相对性和瞬时性。

2. 理解质点圆周运动的角量描述及角量与线量之间的关系。

3. 熟练掌握运动学两类基本问题的求解方法。

4. 了解速度、加速度的变换式，会用变换式求解相对运动问题。

二、内容提要

(一)参考系

为描述物体的运动被选作参考的物体(或物体系)称为参考系。要确定质点的位置首先确定参考系，确定物体的位置的方法主要有位矢法和坐标法，通常使用质点位置的直角坐标来描述质点的位置。

(二)运动学方程

表示运动中质点的位置随时间变化的函数称为运动学方程。质点的位置用位矢 $\boldsymbol{r}$ 表示，运动方程为

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$$

用直角坐标系表示，则有

$$\boldsymbol{r}=x(t)\boldsymbol{i}+y(t)\boldsymbol{j}+z(t)\boldsymbol{k}$$

(三)质点的位移、速度和加速度

位移　　$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t+\Delta t)-\boldsymbol{r}(t)$

Δr 是位矢大小的差，而 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 是位移的大小，一般情况下 $|\Delta\boldsymbol{r}|\neq\Delta r$。

速度　　$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$

加速度 $$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$$

在直角坐标系中

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{a}=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

(四)圆周运动

质点作以半径为 R 的圆周运动,其线速度(即速率)为 v,则:

运动方程为 $$\theta=\theta(t)$$

角速度为 $$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\frac{v}{R}$$

角加速度为 $$\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$$

线量与角量的关系

$$s=R\theta$$

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=R\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=R\omega$$

切向加速度 $$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=R\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=R\beta$$

法向加速度 $$a_n=\frac{v^2}{R}=\omega^2R$$

(五)运动学中两类问题

1. 已知运动方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$,求速度、加速度,采用微分方法。

2. 已知加速度 $\boldsymbol{a}$ 及初始条件 $\boldsymbol{r}_0$、$\boldsymbol{v}_0$,求运动方程,采用积分方法。

(六)相对运动

设运动参考系 S' 相对于静坐标系 S 以速度 $\boldsymbol{u}$ 匀速运动,在 S' 系中质点的速度为 $\boldsymbol{v}'$,加速度为 $\boldsymbol{a}'$,在 S 系中的速度为 $\boldsymbol{v}$,加速度为 $\boldsymbol{a}$,则有

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}'+\boldsymbol{u}$$

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}'$$

三、基本题型

1. 已知质点的运动方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$,求质点的运动轨迹、速度和加速度。

2. 已知质点的加速度及初始条件,求速度和运动方程。

3. 已知质点的运动学方程 $s=s(t)$,求质点的速度、切向加速度和法向加速度;或已知切向加速度为时间或坐标等的函数以及必要的初始条件求质点

的速度、运动方程。

4. 由速度和加速度变换(伽利略变换)求解有关问题。

四、典型例题

例 1-1 已知一质点的运动方程为 $\boldsymbol{r}=(a+b\cos\omega t)\boldsymbol{i}+(c+d\sin\omega t)\boldsymbol{j}$,取 SI 单位制,其中 a,b,c,d,ω 均为常量($b>d$)。

(1)证明质点的运动轨迹为一椭圆;

(2)证明质点的加速度恒指向椭圆的中心。

分析 给定运动方程 $x=x(t),y=y(t)$,将运动方程中的参数 t 消去,即可得到质点的运动轨迹。对运动方程求导可得到质点的速度、加速度。

证明 (1)由题意可知,

$$x=a+b\cos\omega t,\quad y=c+d\sin\omega t$$

将以上两式中的参量 t 消去,可得质点的运动轨迹

$$\frac{(x-a)^2}{b^2}+\frac{(y-c)^2}{d^2}=1$$

质点的运动轨迹为一椭圆。中心位于(a,c)。

(2)根据速度的定义,有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=(-\omega b\sin\omega t)\boldsymbol{i}+(\omega d\cos\omega t)\boldsymbol{j}$$

质点的加速度为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{a}&=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=(-\omega^2 b\cos\omega t)\boldsymbol{i}+(-\omega^2 d\sin\omega t)\boldsymbol{j}\\&=-\omega^2[(a+b\cos\omega t)\boldsymbol{i}+(c+d\sin\omega t)\boldsymbol{j}-(a\boldsymbol{i}+c\boldsymbol{j})]\\&=-\omega^2[\boldsymbol{r}-(a\boldsymbol{i}+c\boldsymbol{j})]\end{aligned}$$

显然,质点的加速度与矢量 $\boldsymbol{r}-(a\boldsymbol{i}+c\boldsymbol{j})$ 的方向相反,由图 1-1 可知,加速度的方向恒指向椭圆的中心。

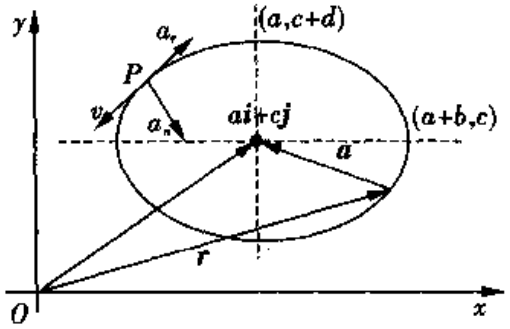


图 1-1 例 1-1 图

例 1－2　一质点沿半径为 R 的圆周以 $s=v_0t-\frac{1}{2}bt^2$ 规律运动，其中 v_0、b 都是正常数，求：

(1) t 时刻质点的总加速度；

(2) 什么时刻质点的总加速度大小等于 b？

(3) 当加速度达到 b 时，质点沿圆周运行了多少圈？

分析　对运动方程 $s=s(t)$ 求导，可得到质点的运动速率，即 $v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$，从而得到切向加速度 $a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 和法向加速度 $a_n=\frac{v^2}{R}$，得总加速度 $a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}$。当 $a=b$ 时，可求出时间 t，代入运动方程可求得加速度达到 b 时质点运动的路程，利用路程除以圆周长度可得运动的圈数。

解　(1) 已知质点的运动方程，可知质点作圆周运动的速度为

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=v_0-bt$$

质点的切向加速度和法向加速度分别为

$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-b$$

$$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{(v_0-bt)^2}{R}$$

质点的总加速度为

$$a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}=\frac{\sqrt{R^2b^2+(v_0-bt)^4}}{R}$$

(2) 当总加速度大小等于 b 时，

$$\frac{\sqrt{R^2b^2+(v_0-bt)^4}}{R}=b$$

可得

$$t=\frac{v_0}{b}$$

(3) 将 $t=\frac{v_0}{b}$ 代入质点的运动方程，可得质点运动路程为

$$s=v_0t-\frac{1}{2}bt^2=v_0\frac{v_0}{b}-\frac{1}{2}b\left(\frac{v_0}{b}\right)^2=\frac{v_0^2}{2b}$$

质点沿圆周运行的圈数为

$$n=\frac{s}{2\pi R}=\frac{v_0^2}{4\pi Rb}$$

例 1－3　以角速度为 ω_0 匀速转动的电风扇，在关闭电源后，其角加速度

与角速度平方成正比，即 $\beta = -k\omega^2$，式中 k 为正的常量。求电风扇在关闭电源后又转过的角度 θ、角速度 ω、角加速度与时间 t 的关系。

分析 对 $\beta = -k\omega^2$ 积分，可求得 $\omega = \omega(t)$，代入 $\beta = -k\omega^2$ 可得到角加速度与时间 t 的关系，利用 $\mathrm{d}\theta = \omega \mathrm{d}t$，将角速度的表达式 $\omega = \omega(t)$ 代入，积分可求得角度 θ 与时间 t 的关系。

解 根据已知条件 $\beta = -k\omega^2$，得

$$\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = -k\omega^2$$

即

$$\frac{\mathrm{d}\omega}{\omega^2} = -k\mathrm{d}t$$

对上式两边积分，

$$\int_{\omega_0}^{\omega} -\frac{\mathrm{d}\omega}{\omega^2} = \int_0^t k\mathrm{d}t$$

$$\omega = \frac{\omega_0}{1 + k\omega_0 t}$$

$$\beta = -k\omega^2 = -\frac{k\omega_0^2}{(1 + k\omega_0 t)^2}$$

又因 $\omega = \dfrac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$，则 $\mathrm{d}\theta = \omega \mathrm{d}t$，将角速度的表达式代入，得

$$\mathrm{d}\theta = \frac{\omega_0}{1 + k\omega_0 t}\mathrm{d}t$$

积分得

$$\int_0^{\theta} \mathrm{d}\theta = \int_0^t \frac{\omega_0}{1 + k\omega_0 t}\mathrm{d}t$$

$$\theta = \frac{1}{k}\ln(1 + k\omega_0 t)$$

例 1-4 一汽车在作匀速直线运动，受到制动后，开始减速，若加速度按 $a = -kx$ 规律变化，其中 k 为常量，且 $t = 0$ 时，$v = v_0$，$x = 0$。求速度与路程的函数关系和汽车运动的最远路程。

分析 本题中加速度为路程的函数，可利用积分变量变换

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

通过积分求得速度与路程的函数关系，由于汽车在作减速运动，当速度等于零时，汽车运动到最远点。

解 根据题意 $a = -kx$，即

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}$$

需要全本请访问 www.ertongbook.com

所以有 $$-kx = v\frac{dv}{dx}$$

即 $$-kxdx = vdv$$

两边积分，并注意到 $t=0$ 时，$v=v_0$，$x=0$，有

$$-\int_0^x kxdx = \int_{v_0}^{v} vdv$$

得 $$\frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} = -k\frac{x^2}{2}$$

所以 $$v = \sqrt{v_0^2 - kx^2}$$

汽车运动最远距离时，$v=0$，则最远距离为

$$x = \sqrt{\frac{v_0^2}{k}} = \frac{v_0}{\sqrt{k}}$$

例 1-5 在离水面高度为 h 的岸边，以恒定的速率 v_0 收绳以使船靠岸，如图 1-2 所示。求当船距岸边的水平距离为 x 时，船的速度与加速度。

分析 首先明确收绳的速率 v_0 与绳的速度以及船的速度三者的关系。在收绳的过程中，绳上各点的移动速度均不相等。收绳的速率 v_0 是各点的速度沿绳方向速度分量，它并不代表绳上各点的运动速率。显然 v_0 是船的速度 v 沿绳方向的分量，即 $v_0 = v\cos\theta$，而不是 $v = v_0\cos\theta$。在收绳过程中，绳与水平面的夹角 θ 逐渐增大，$\cos\theta$ 在减小，船的速率在增大，因此 $v_0 \neq \left|\frac{dr}{dt}\right|$，$v_0 = \left|\frac{dr}{dt}\right|$，是矢径大小的变化率，也就是绳的长短的变化率。因此可以建立坐标，将船视为质点写出船的位矢，对其求导可得船的速度、加速度；或利用 $v_0 = v\cos\theta$ 或利用 $v_0 = \left|\frac{dr}{dt}\right|$，求得船的速度和加速度。

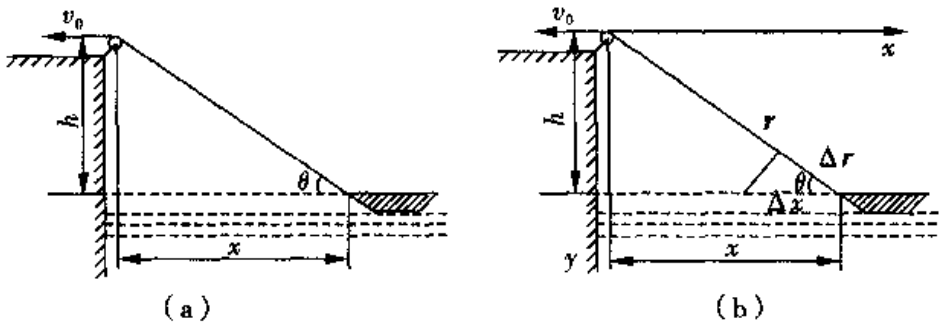


图 1-2 例 1-5 图

解 建立如图 1-2(b)所示的坐标系，由图可以得到船的位矢为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + h\boldsymbol{j}$$

而

$$x = \sqrt{r^2 - h^2}$$

根据速度的定义，有

$$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} + \frac{\mathrm{d}h}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} = v_x\boldsymbol{i}$$

$$v_x = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\sqrt{r^2 - h^2} = \frac{r}{\sqrt{r^2 - h^2}}\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$$

由于$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$就是收绳的速率，且绳在缩短，所以$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = -v_0$，代入上式，

$$v_x = -\frac{r}{\sqrt{r^2 - h^2}}v_0 = \frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x}v_0$$

故

$$\boldsymbol{v} = -\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x}v_0\boldsymbol{i}$$

负号表示速度的方向沿 x 轴的负方向。

根据加速度的定义，有

$$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = -v_0\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\sqrt{x^2 + h^2}}{x}\right)\boldsymbol{i}$$

$$= v_0\frac{h^2}{x^2\sqrt{x^2 + h^2}}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i} = -\frac{v_0^2h^2}{x^3}\boldsymbol{i}$$

负号表示加速度的方向沿 x 轴的负方向。速度与加速度方向都沿 x 的负方向，说明船在作加速运动。

读者可利用 $v_0 = v\cos\theta$ 或利用 $v_0 = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|$ 给出另外两种解法。

例 1-6 一人骑自行车向东前进，其速率为 $v_1 = 18\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ 时，觉得风从正南方向吹来，当速率增大为 $v_2 = 27\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ 时，觉得风从正东南方向吹来，求风的速度 $\boldsymbol{v}$。

分析 利用伽利略速度变换画出矢量图，就可方便地求出风的速度[图 1-3(a)]。

解 设人前、后两次对地的速度为分别为 $\boldsymbol{v}_1$ 和 $\boldsymbol{v}_2$，人感觉得到的风速是风相对于以人为参考系的速度，设前、后分别为 $\boldsymbol{u}$ 和 $\boldsymbol{u}'$。根据速度合成法则，得

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{u} = \boldsymbol{v}_2 + \boldsymbol{u}'$$

将上式在 x 轴上投影，得

$$v_x = v_1 = v_2 - u'\sin 45°$$

由此可得

$$u'\sin 45° = v_2 - v_1 = 27 - 18 = 9(\text{km} \cdot \text{h}^{-1})$$

由图 1-3(b)可得风在 y 轴上的分量

$$v_y = u'\cos 45° = u'\sin 45° = 9(\text{km} \cdot \text{h}^{-1})$$

风速大小为

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_1^2 + v_y^2} = \sqrt{18^2 + 9^2} = 20.12(\text{km} \cdot \text{h}^{-1})$$

$$\tan \varphi = \frac{v_y}{v_x} = \frac{9}{18} = 0.5, \quad \varphi = 26.57°$$

所以风速大小为 20.12 $\text{km} \cdot \text{h}^{-1}$，其方向为东偏北 26.57°。

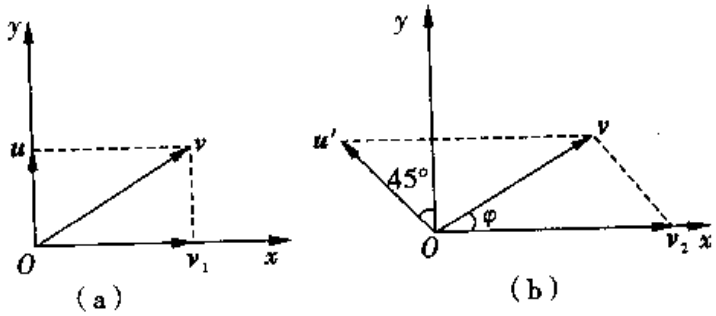


图 1-3　例 1-6 图

五、习题选解

1-3　一小球沿斜面向上作直线运动，其运动方程为 $s = 5 + 4t - t^2$(SI)，求：

(1)小球运动到最高点的时刻。

(2)质点的速度和加速度。

(3)质点作什么样的运动？

解　(1)小球运动到最高点时，速度为零，即

$$v = \frac{ds}{dt} = 4 - 2t = 0$$

$$t = 2 \text{ s}$$

(2)质点的速度为

$$v = 4 - 2t(\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

质点的加速度为

$$a = -2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

(3)质点沿斜面向上作匀减速直线运动。

1-5 质点沿 x 轴作变加速直线运动,设初速度为 v_0,初始位置为 x_0,加速度 $a=ct^2$(c 为常量),求质点的速度和运动方程。

解 因为 $a=\frac{dv}{dt}$,则

$$dv=adt$$

对上式积分,并注意到 $t=0$ 时,$v=v_0$,得

$$v=v_0+\frac{1}{3}ct^3$$

对上式再积分得

$$x=x_0+v_0t+\frac{1}{12}ct^4$$

1-6 一质点沿 x 轴作直线运动,其运动的加速度为 $a=-2x$(SI),设 $x=0$时,初速度 $v_0=4\ m\cdot s^{-1}$。求质点的速度 v 与位置坐标 x 之间的关系。

解

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=v\frac{dv}{dx}=-2x$$

$$vdv=-2xdx$$

两边积分得

$$\int_4^v vdv=-\int_0^x 2xdx$$

$$v^2=16-2x^2$$

1-7 距笔直公路为 500 m 处有一固定在楼上的探照灯,探照灯以转速为 $n=1$ 转/分转动。当光束与公路成 60°夹角时,求光束沿公路移动的速率。

解 以探照灯到公路的垂线交点为坐标原点,某时刻 t 与公路的交点到坐标原点的距离为 s,则

$$s=h\cot\theta$$

光束沿公路移动的速率为

$$v=\frac{ds}{dt}=h\frac{d}{dt}(\cot\theta)=\left|-h\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{d\theta}{dt}\right|$$

因为

$$\frac{d\theta}{dt}=\omega=\frac{n}{60}\times 2\pi=\frac{\pi}{30}$$

当 $\theta=60°$时,光束沿公路移动的速率为

$$v=\frac{200\pi}{9}=69.8(m\cdot s^{-1})$$

1-9 若抛射体的抛射角为 θ,初速度为 v_0,不计空气阻力:

(1)问运动中 $\boldsymbol{a}$ 变化否？a_τ、a_n 变否？

(2)任意位置 a_τ、a_n 为多少？

(3)抛出点、最高点、落地点 a_τ、a_n 各为多少？曲率半径为多少？

解 (1)在不计空气阻力情况下，抛射体运动只受重力作用，运动中的加速度就是重力加速度，故加速度不变。

(2)切向加速度变化，因为 $a_\tau = g\sin\alpha$，α 为 g 与轨道法线间的夹角，在轨道不同的点，夹角是不同的。法向加速度也变化，因为 $a_n = g\cos\alpha$。

(3)在抛出点，$\alpha = \theta$，所以

$$a_\tau = g\sin\theta, \quad a_n = g\cos\theta$$

在最高点，$\alpha = 0°$，所以，

$$a_\tau = 0, \quad a_n = g$$

在落地点，

$$a_\tau = g\sin\theta, \quad a_n = g\cos\theta$$

因为法向加速度 $a_n = \dfrac{v^2}{\rho} = g\cos\alpha$，故在轨道起点和终点 $v = v_0$，在最高点 $v = v_0\cos\theta$，在轨道起点和终点曲率半径为

$$a_n = \frac{v_0^2}{\rho} = g\cos\theta$$

所以

$$|\rho| = \frac{v_0^2}{g\cos\alpha}$$

在最高点

$$a_n = \frac{v_0^2\cos^2\theta}{|\rho|} = g$$

有

$$\rho = \frac{v_0^2\cos^2\theta}{g}$$

1－10　一个人扔石头的最大出手速率为 $v_0 = 25\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$，他能否击中一个与他的手水平距离为 $L = 50\ \mathrm{m}$、高 $h = 13\ \mathrm{m}$ 处的目标？在这个距离内他能击中的目标的最高高度为多少？

解　抛出石头的运动轨迹为

$$y = x\tan\theta - \frac{1}{2}\frac{gx^2}{v_0^2\cos^2\theta}$$

以 $\cos\theta = \dfrac{1}{1+\tan\theta}$ 代入，可得

$$\frac{gx^2}{2v_0^2}\tan^2\theta - x\tan\theta + \left(\frac{gx^2}{2v_0^2} + y\right) = 0$$

$$\tan\theta=\frac{v_0^2}{gL}\left[1\pm\sqrt{1-\frac{2g}{v_0^2}\left(h+\frac{gL^2}{2v_0^2}\right)}\right]$$

将数据代入，可得

$$1-\frac{2g}{v_0^2}\left(h+\frac{gL^2}{2v_0^2}\right)=-0.022<0$$

由此可知，θ 无实数解，所以石头不会击中目标。

只有

$$1-\frac{2g}{v_0^2}\left(h+\frac{gL^2}{2v_0^2}\right)\geqslant 0$$

才有实数解，得

$$h\leqslant\frac{v_0^2}{2g}-\frac{gL^2}{2v_0^2}=\frac{25^2}{2\times 9.8}-\frac{9.8\times 50^2}{2\times 25^2}=12.3(\text{m})$$

它能击中目标的最高高度为 12.3 m。

1－11　一质点按规律 $s=t^3+2t^2$ 沿圆周运动，s 为质点沿圆周运动所经历的路程，以 m 为单位；t 以 s 为单位。如果当 $t=2$ s 时，质点的总加速度为 $16\sqrt{2}$ m·s^{-2}，求圆周的半径。

解　质点沿圆周运动的速率为

$$v=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}=3t^2+4t$$

切向和法向加速度的大小分别为

$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=6t+4$$

$$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{(3t^2+4t)^2}{R}$$

当 $t=2$ s 时，

$$v=20\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1},\quad a_\tau=16\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2},\quad a_n=400/R$$

根据题意，有

$$a=\sqrt{\left(\frac{400}{R}\right)^2+16^2}=16\sqrt{2}$$

得

$$R=2.5\ \text{m}$$

1－14　光盘是一张表面覆盖一层信息记录物质的塑性圆片。音轨区域的内半径为 $R_1=2.2$ cm，外半径为 $R_2=5.6$ cm。沿径向音轨密度为 $N=650$ 条/mm。在程序驱动下，光盘每转一周，激光头沿径向向外移动一条音轨。激光束相对于光盘是以 $v=1.3$ m·s^{-1} 的恒定线速度运动的。求：

(1)这张光盘的全部放音时间是多少？

需要全本请访问 www.ertongbook.com