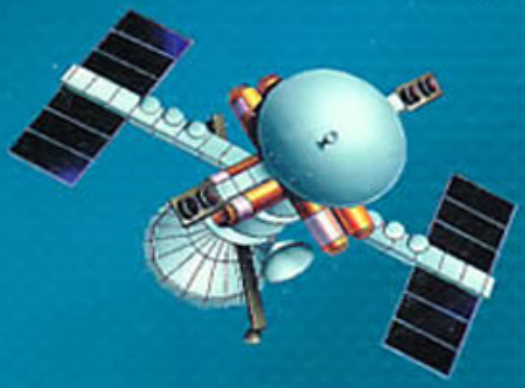
普通高等教育“十二五”规划教材
普通高等院校物理精品教材

大学物理学辅导与题解

饶瑞昌　吕波　符五久　潘琳　编



華中科技大学出版社
http://www.hustp.com

需要全本请访问 www.ertongbook.com

普通高等教育“十二五”规划教材
普通高等院校物理精品教材

大学物理学辅导与题解

饶瑞昌　吕　波
符五久　潘　琳　编

华中科技大学出版社
中国·武汉

内 容 简 介

本书是为配合饶瑞昌教授主编的《大学物理学》上、下册而编写的辅导教材，章节与教材同步，每章内容包括基本要求、内容提要、习题解答三部分。

本书习题都附有原题，便于使用不同教材的读者参考。书中的带“*”号的习题是与教材中带“*”号内容配套的习题。

本书可作为普通高等院校理工科非物理专业学生学习大学物理课程的辅导书或自学参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理学辅导与题解/饶瑞昌　吕波　符五久　潘琳　编.—武汉：华中科技大学出版社，2011.12

ISBN 978-7-5609-6864-3

Ⅰ.大…　Ⅱ.①饶…　②吕…　③符…　④潘…　Ⅲ.物理学-高等学校-教学参考资料　Ⅳ.O4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 259641 号

大学物理学辅导与题解　　饶瑞昌　吕波　符五久　潘琳　编

责任编辑：徐正达
封面设计：潘　群
责任校对：朱　玢
责任监印：熊庆玉
出版发行：华中科技大学出版社(中国·武汉)
武昌喻家山　　邮编：430074　　电话：(027)87557437
录　　排：武汉佳年华科技有限公司
印　　刷：武汉首壹印务有限公司
开　　本：787mm×1092mm　1/16
印　　张：15
字　　数：320 千字
版　　次：2010 年 12 月第 1 版第 1 次印刷
定　　价：28.00 元

本书若有印装质量问题，请向出版社营销中心调换
全国免费服务热线：400-6679-118　竭诚为您服务
版权所有　侵权必究

前　言

大学物理是理工科大学开设的一门必修的重要基础理论课程，对培养和提高学生的科学素质、科学思维方法以及科学研究能力具有其他课程不可替代的重要作用。

在大学物理的学习过程中，习题求解是一个不可缺少的重要环节，它既是学生巩固在课堂上所学知识的必要途径，也是运用所学知识解决实际问题的一种训练。只有做一定数量的习题，才能加深对基本概念、基本规律的理解，才能融会贯通、举一反三，才能切实提高分析问题和解决问题的能力。然而，多年来的教学实践表明，学生在学习大学物理过程中存在着一定的困难，在习题求解这一环节困难更为突出，面对习题，他们往往束手无策，无所适从，这说明他们在分析问题、解决问题的能力上还有待进一步提高。

针对学生在学习大学物理课程中存在的各种问题和困难，为使学生在学习过程中少走弯路，在短时间内掌握好大学物理的基本概念、基本规律和基本方法，灵活运用各种方法求解大学物理习题，我们依据普通高等院校《非物理类理工科大学物理课程基本要求(2008)》，在总结多年教学实践经验的基础上，编写了这本《大学物理学辅导与题解》。

本书本着力求概念准确、思路清晰、推理严密、方法简捷、适用性强的指导思想，对覆盖大学物理课程全部内容的习题逐一给出了较为详尽的解答，有的习题还给出了多种解法，以引导学生建立起合理的解题思路，深入理解相关的大学物理问题和规律。

任何辅导书只能起参考作用，绝不可能代替个人的独立思考和刻苦学习，因此希望学生们在使用本书时能够边阅读，边练习，边思考，并用本书介绍的方法和技巧去解答更多的大学物理习题，去思考更好的解题方法。

在本书的编写过程中，得到了东华理工大学物理系全体同仁的支持和帮助，在此，谨致以衷心的感谢，并欢迎大家在使用过程中提出宝贵意见。

编　者

2010 年 9 月

目　录

第1篇　力　学

第1章　质点运动的基本规律 …… (1)
基本要求 …… (1)
内容提要 …… (1)
习题解答 …… (4)
第2章　守恒定律 …… (22)
基本要求 …… (22)
内容提要 …… (22)
习题解答 …… (23)
第3章　刚体的定轴转动 …… (39)
基本要求 …… (39)
内容提要 …… (39)
习题解答 …… (40)

第2篇　波　动　学

第4章　机械振动 …… (51)
基本要求 …… (51)
内容提要 …… (51)
习题解答 …… (54)
第5章　机械波 …… (67)
基本要求 …… (67)
内容提要 …… (67)
习题解答 …… (69)
第6章　波动光学 …… (81)
基本要求 …… (81)
内容提要 …… (81)
习题解答 …… (85)

第3篇　热　学

第7章　气体动理论 …… (100)
基本要求 …… (100)

内容提要……（100）
习题解答……（102）
第 8 章　热力学基础……（113）
基本要求……（113）
内容提要……（113）
习题解答……（115）

第 4 篇　电　磁　学

第 9 章　真空中的静电场……（128）
基本要求……（128）
内容提要……（128）
习题解答……（130）
第 10 章　静电场中的导体和电介质……（146）
基本要求……（146）
内容提要……（146）
习题解答……（148）
第 11 章　稳恒磁场……（159）
基本要求……（159）
内容提要……（159）
习题解答……（162）
第 12 章　变化的磁场和电场……（179）
基本要求……（179）
内容提要……（179）
习题解答……（182）

第 5 篇　近代物理学

第 13 章　狭义相讨论……（196）
基本要求……（196）
内容提要……（196）
习题解答……（198）
第 14 章　早期量子论……（206）
基本要求……（206）
内容提要……（206）
习题解答……（209）
第 15 章　量子力学初步……（218）
基本要求……（218）

内容提要…… (218)
习题解答…… (220)
* **第 16 章　现代科学与高新技术物理基础专题** …… (228)
基本要求…… (228)
内容提要…… (228)
习题解答…… (229)

第1篇　力　学

第1章　质点运动的基本规律

基本要求

1. 掌握描述质点运动基本物理量($\boldsymbol{r}$ 、$\Delta\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{\alpha}$)的定义及物理意义。

2. 明确质点运动方程的物理意义及作用,熟练掌握利用质点运动方程处理质点运动学问题的方法。

3. 深入理解牛顿运动定律的基本内容,明确牛顿运动定律的适用范围和条件,掌握用牛顿运动定律解题的一般方法和步骤。

4. 理解两个不同平动参考系之间的位移、速度和加速度变换关系,会计算与平动有关的相对运动问题。

内容提要

1. 参考系和坐标系

描述物体运动时用做参考的其他物体称为参考系。为了定量地说明物体对参考系的位置,需要在该参考系建立固定的坐标系。常用的坐标系有直角坐标系和自然坐标系。

2. 描述质点运动的物理量

(1) 位矢　　$\boldsymbol{r}$

(2) 位移　　$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1$

(3) 速度　　$\boldsymbol{v}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$

(4) 加速度　　$\boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}$

3. 描述质点运动的坐标系

(1) 直角坐标系

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$$

大小：　　$|\boldsymbol{r}|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

方向：$\cos\alpha=\frac{x}{|\boldsymbol{r}|}$，$\cos\beta=\frac{y}{|\boldsymbol{r}|}$，$\cos\gamma=\frac{z}{|\boldsymbol{r}|}$

$$\Delta\boldsymbol{r}=\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j}+\Delta z\boldsymbol{k}$$

大小：$$|\Delta\boldsymbol{r}|=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2+\Delta z^2}$$

方向：$\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

大小：$$|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2+v_z^2}$$

方向：沿曲线在该点的切线方向

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$

大小：$$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

方向：$\Delta\boldsymbol{r}$ 的极限方向

(2) 自然坐标系

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}\quad\text{（方向沿轨道的切线方向）}$$

$$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_\tau+\boldsymbol{a}_n=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{\tau}+\frac{v^2}{\rho}\boldsymbol{n}$$

切向加速度 a_τ 的大小 $a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$ 表示质点速度大小的改变，方向沿轨道的切线方向。

法向加速度 a_n 的大小 $a_n=v^2/\rho$（ρ 为曲率半径）表示质点速度方向的改变，方向沿曲率半径指向瞬时圆心。

加速度 $\boldsymbol{a}$ 的大小：$$a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}$$

方向：$\theta=\arctan\frac{a_n}{a_\tau}$（$\theta$ 为 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}_\tau$ 之间的夹角）

4. 运动方程

质点的位矢随时间变化的函数关系 $r=r(t)$ 称为质点的运动方程。在直角坐标系中，运动方程的分量式为

$$x=x(t),\quad y=y(t),\quad z=z(t)$$

从运动方程中消去 t，便得到质点的轨道方程。

5. 圆周运动的角量描述

(1) 角位置 θ

(2) 角位移 $\Delta\theta=\theta_2-\theta_1$

(3) 角速度 $\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}$

工程上，$\omega=2\pi n$（n 为转速）。

(4) 角加速度 $\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2}$

(5) 角量与线量的关系

$$v=R\omega,\quad a_n=R\omega^2,\quad a_\tau=R\beta$$

6. 几种典型的质点运动

(1) 匀速直线运动

$$a=0,\quad v=\text{常量},\quad x=x_0+vt$$

(2) 匀变速直线运动

$$a=\text{常量},\quad x-x_0=v_0+\frac{1}{2}at^2,\quad v=v_0+at,\quad v^2-v_0^2=2a(x-x_0)$$

(3) 抛体运动

$$a_x=0,\quad a_y=-g,\quad v_x=v_0\cos\theta,\quad v_y=v_0\sin\theta-gt$$

$$x=v_0\cos\theta t,\quad y=v_0\sin\theta t-\frac{1}{2}gt^2$$

(4) 匀速圆周运动

$$\beta=0,\quad \omega=\text{常量},\quad \Delta\theta=\omega t$$

(5) 匀变速圆周运动

$$\beta=\text{常量},\quad \theta-\theta_0=\omega_0 t+\frac{1}{2}\beta^2,\quad \omega=\omega_0+\beta t,\quad \omega^2-\omega_0^2=2\beta(\theta-\theta_0)$$

7. 相对运动

在两个作相对平动的参考系间存在的变换关系为

(1) 坐标变换　　$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{r}'$

(2) 速度变换　　$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{u}+\boldsymbol{v}'$

(3) 加速度变换　　$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}_0+\boldsymbol{a}'$

式中：$\boldsymbol{r}$、$\boldsymbol{v}$ 和 $\boldsymbol{a}$ 分别为质点相对于静止参考系的绝对位矢、绝对速度和绝对加速度，$\boldsymbol{r}'$、$\boldsymbol{v}'$、$\boldsymbol{a}'$分别为质点相对于运动参考系的相对位矢、相对速度和相对加速度，$\boldsymbol{r}_0$、$\boldsymbol{u}$、$\boldsymbol{a}_0$ 分别为运动参考系相对静止参考系的牵连位矢、牵连速度和牵连加速度。

8. 牛顿运动定律

(1) 第一运动定律　　$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{0}$ 时，　$\boldsymbol{v}=$常矢量

(2) 第二运动定律　　$\boldsymbol{F}=m\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=m\boldsymbol{a}$

在具体应用时，通常用其分量式。以平面运动为例，在直角坐标系及自然坐标系中，其分量式为：

对于直角坐标系，有　　$F_x=ma_x,\quad F_y=ma_y$

$$\begin{cases}F_x=ma_x\\F_y=ma_y\end{cases}\quad\text{或}\quad\begin{aligned}F_\tau&=m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}\\F_n&=mv^2/R\end{aligned}$$

对于自然坐标系，有　　$F_\tau=m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t},\quad F_n=m\dfrac{v^2}{R}$

(3) 第三运动定律 $\boldsymbol{F}=-\boldsymbol{F}'$

牛顿运动定律是物体作低速运动($v\ll c$)时所遵循的动力学基本规律,是经典力学的基础。

9. 力学中常见的几种力

(1) 万有引力 两物体(质点)间的相互吸引的作用力。

$$\boldsymbol{F}=G_0\frac{m_1m_2}{r^2}\boldsymbol{r}_0 \quad (G_0=6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2/kg})$$

地球对地面附近物体的万有引力称为重力,用 $\boldsymbol{G}$ 表示。

$$\boldsymbol{G}=m\boldsymbol{g} \quad (g=9.8\ \mathrm{m/s^2})$$

(2) 弹性力 属电磁力,具有多种形式,常见的有弹簧的弹性力($F=-kx$)、正压力、绳子的张力等。

(3) 摩擦力 两个互相接触的物体间有相对滑动或相对滑动趋势时,在接触面上产生的阻碍物体发生相对滑动的力。

① 滑动摩擦力(有相对滑动)

$$f=\mu N$$

② 静摩擦力(有相对滑动趋势)

$$f_s\leqslant\mu_s N$$

式中:μ 为滑动摩擦因数;μ_s 为静摩擦因数;N 为物体的正压力。

***10. 非惯性系中的力学定律**

$$\boldsymbol{F}+\boldsymbol{F}^*=m\boldsymbol{a}'$$

$$\boldsymbol{F}^*=-m\boldsymbol{a}_0$$

式中:m 为物体质量,$\boldsymbol{a}_0$ 为非惯性系相对惯性系的加速度,$\boldsymbol{a}'$ 为物体相对于非惯性系的加速度,$\boldsymbol{F}$ 为物体受的合外力,$\boldsymbol{F}^*$ 为假想的惯性力(此力无相应的反作用力)。

习题解答

1-1 选择题

(1) 一质点作平面曲线运动,某一瞬时的位矢为 $\boldsymbol{r}(x,t)$,则它该时刻的速度大小为(　　)。

(A) $\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$　　(B) $\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$　　(C) $\dfrac{\mathrm{d}|\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}$　　(D) $\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$

解 在直角坐标系中,速度大小可由公式 $v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2+\left(\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2}$ 求解。

本题正确答案为(D)。

(2) 下列表述中正确的是(　　)。

(A) 质点沿 x 轴运动,若加速度 $a<0$,则质点必作减速运动

(B) 在曲线运动中，质点的加速度必定不为零

(C) 若质点的加速度为常矢量，则其运动轨道必为直线

(D) 当质点作抛体运动时，其法向加速度 a_n、切向加速度 a_τ 是不断变化的，因此 $a=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}$ 也是不断变化的

解　判断质点作加速运动还是作减速运动，不能只看加速度的正负号，而要由速度 $\boldsymbol{v}$ 和加速度 $\boldsymbol{a}$ 的正负号共同来决定。$\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同号(同正、同负皆可)为加速运动，$\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 异号为减速运动，因此(A)错误。

在曲线运动中，至少可以肯定速度的方向是变化的，既然速度在变化，那么就必定有加速度，因此(B)正确。

当 $\boldsymbol{a}=$常矢量时，质点不一定作直线运动，例如抛体运动，加速度为重力加速度，运动轨道却为抛物线，因此(C)错误。

抛体运动的法向加速度 $\boldsymbol{a}_n$、切向加速度 $\boldsymbol{a}_\tau$ 是不断变化的，但它们的矢量和却是恒定不变的，恒等于重力加速度，即

$$\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}=g$$

$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{g}$，因此(D)错误。

本题正确答案为(B)。

(3) 在相对地面静止的坐标系内，A、B 两船都以 2 m/s 的速率匀速行驶，A 船沿 x 轴正向，B 船沿 y 轴正向。今在 A 船上设置与静止坐标方向相同的坐标系(x、y 方向的单位矢量用 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 表示)，那么在 A 船的坐标系中，B 船的速度(以 m/s 为单位)为(　　)。

(A) $2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$　　(B) $-2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$　　(C) $-2\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$　　(D) $2\boldsymbol{i}-2\boldsymbol{j}$

解　取地面为静止参考系(S 系)，A 船为运动参考系(S' 系)，B 船为运动物体，则

绝对速度为　　$\boldsymbol{v}=2\boldsymbol{j}$

牵连速度为　　$\boldsymbol{u}=2\boldsymbol{i}$

而相对速度为　　$\boldsymbol{v}'=\boldsymbol{v}-\boldsymbol{u}=2\boldsymbol{j}-2\boldsymbol{i}$，　即　$\boldsymbol{v}'=-2\boldsymbol{i}+2\boldsymbol{j}$

本题正确答案为(B)。

(4) 一个质点在作圆周运动时，有(　　)。

(A) 切向加速度一定改变，法向加速度也改变

(B) 切向加速度可能不变，法向加速度一定改变

(C) 切向加速度可能不变，法向加速度不变

(D) 切向加速度一定改变，法向加速度不变

解　加速度的切向分量 $\boldsymbol{a}_\tau$ 起改变速度大小的作用，而法向分量 $\boldsymbol{a}_n$ 起改变速度方向的作用。质点作圆周运动时，由于速度方向不断改变，相应法向加速度的方向也在不断改变，因而法向加速度是一定改变的。至于 $\boldsymbol{a}_\tau$ 是否改变，则要视质点的速率

情况而定。质点作匀速率圆周运动时，$\boldsymbol{a}_\tau$ 恒为零；质点作匀变速率圆周运动时，$\boldsymbol{a}_\tau$ 为一不为零的常量；质点作一般的变速圆周运动时，$\boldsymbol{a}_\tau$ 为一个不为零的变量。

本题正确答案为(B)。

(5) 用水平力 $\boldsymbol{F}_N$ 把一个物体压着靠在粗糙的竖直墙面上保持静止。当 $\boldsymbol{F}_N$ 逐渐增大时，物体所受的静摩擦力 $\boldsymbol{F}_s$ 的大小(　　)。

(A) 不为零，但保持不变　　(B) 随 $\boldsymbol{F}_N$ 成正比地增大

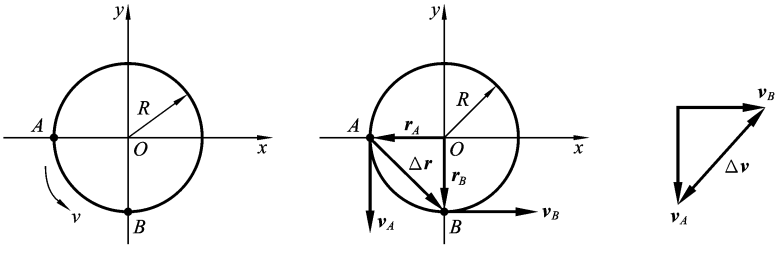
(C) 开始随 $\boldsymbol{F}_N$ 增大，达到某一最大值后，就保持不变　(D) 无法确定

解　与滑动摩擦力不同的是，静摩擦力可在零与最大值 $\mu_1\boldsymbol{F}_N$ 范围内取值。当 $\boldsymbol{F}_N$ 增加时，静摩擦力可取的最大值成正比地增加，但具体大小则取决于被作用物体的运动状态。依题意知，物体一直保持静止状态，故静摩擦力与重力大小相等，方向相反，并保持不变。

本题正确答案为(A)。

1-2　填空题

(1) 如图(a)所示，质点作半径为 R、速率为 v 的匀速率圆周运动。由点 A 运动到点 B，则位移 $\Delta\boldsymbol{r}=$_____，路程 $s=$_____，$\Delta\boldsymbol{v}=$_____，$|\Delta\boldsymbol{v}|=$_____，$\Delta v=$_____。



习题 1-2(1)图

解　由图(b)可知：

位移为　　$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_B-\boldsymbol{r}_A=(-R\boldsymbol{j})-(-R\boldsymbol{i})=R\boldsymbol{i}-R\boldsymbol{j}$

路程为　　$s=\overset{\frown}{AB}=\dfrac{1}{2}\pi R$

由图(c)可知：

速度增量为　　$\Delta\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_B-\boldsymbol{v}_A=v\boldsymbol{i}-(-v\boldsymbol{j})=v\boldsymbol{i}+v\boldsymbol{j}$

速度增量的大小为　　$|\Delta\boldsymbol{v}|=\sqrt{v^2+v^2}=\sqrt{2}v$

速率的增量为　　$\Delta v=v-v=0$

(2) 一质点沿 x 轴运动，其运动方程为 $x=4t^2-2t^3$(SI)，当质点再次返回原点时，其速度 $v=$_____，其加速度 $a=$_____。

解　由 $x=4t^2-2t^3$ 得速度、加速度方程分别为

$$v=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=8t-6t^2,\quad a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=8-12t$$

当再次回到原点时，有

$$x=4t^2-2t^3=0$$

故

$$t=0 \quad 和 \quad t=2\ \mathrm{s}$$

可知，经过 $t=2$ s 后再次回到原点。此时

$$v=8t-6t^2=-8\ \mathrm{m/s},\quad a=8-12t=-16\ \mathrm{m/s^2}$$

(3) 一质点沿直线运动，其运动学方程为 $x=6t-t^2$(SI)，则在 t 由 0 至 4 s 的时间间隔内，质点的位移大小为_____，在 t 由 0 到 4 s 的时间间隔内，质点走过的路程为_____。

解　由 $x=6t-t^2$ 得

$$x|_{t=4}=6\times4-4^2=8\ \mathrm{m},\quad x|_{t=0}=0$$

质点在 0 到 4 s 时间内质点的位移大小为

$$\Delta x=x|_{t=4}-x|_{t=0}=8\ \mathrm{m}$$

求路程要注意在题设时间内运动方向发生了改变，由 $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=0$ 得

$$6-2t=0$$

解得

$$t=3$$

t 由 0 至 3 s 内的位移为

$$\Delta x_1=x|_{t=3}-x|_{t=0}=9\ \mathrm{m}$$

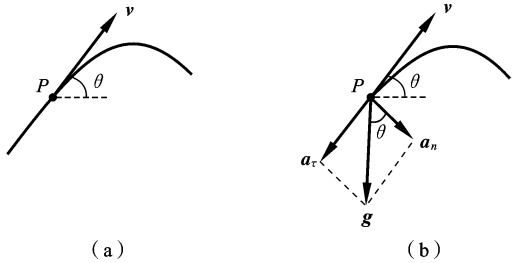
t 由 3 至 4 s 内的位移为

$$\Delta x_2=x|_{t=4}-x|_{t=3}=-1\ \mathrm{m}$$

故所求路程为

$$s=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|=10\ \mathrm{m}$$

(4) 如图(a)所示，一质点作抛体运动，在轨道的点 P 处，速度为 $\boldsymbol{v}$，$\boldsymbol{v}$ 与水平面的夹角为 θ，则在该时刻质点的 $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=$_____，轨道在点 P 处的曲率半径 $\rho=$_____。



(a)　　(b)

习题 1-2(4)图

解　如图(b)所示，抛体运动的加速度就是重力加速度 $\boldsymbol{g}$，它的切向分量大小为

$$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-g\sin\theta$$

式中负号表示点 P 处切向加速度的方向与该处速度方向相反。法向加速度分量大小为

$$a_n=g\cos\theta=v^2/\rho$$

由此知点 P 处的曲率半径为

$$\rho=\frac{v^2}{g\cos\theta}$$

(5) 一质点半径为 R 的圆周运动，其角坐标与时间的函数关系(以角量表示的运动方程)为 $\theta=10\pi t+\frac{1}{2}\pi t^2$(SI)，则质点的角速度 $\omega=$_____，角加速度 $\beta=$_____，切向加速度 $a_\tau=$_____，法向加速度 $a_n=$_____。

解 已知 $\theta=10\pi t+\frac{1}{2}\pi t^2$，则：

质点的角速度为 $$\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=10\pi+\pi t$$

角加速度为 $$\beta=\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t}=\pi$$

切向加速度为 $$a_\tau=R\beta=\pi R$$

法向加速度为 $$a_n=R\omega^2=R(10\pi+\pi t)^2$$

1-3 一质点在平面运动，已知其运动方程为 $x=at^2$，$y=bt^2$，求该质点的位置矢量 $\boldsymbol{r}$ 和轨道方程，并判断该质点作何种运动。

解 位置矢量 $$\boldsymbol{r}=at^2\boldsymbol{i}+bt^2\boldsymbol{j}$$

由 $x=at^2$，$y=bt^2$ 联立消去 t，得轨迹方程为

$$y=\frac{b}{a}x$$

可见质点运动轨道为直线，其斜率为 b/a。

根据加速度定义知

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=2a\boldsymbol{i}+2b\boldsymbol{j}$$

即 $$a_x=2a,\quad a_y=2b$$

加速度 $\boldsymbol{a}$ 为常量，所以质点作匀变速直线运动。

1-4 一质点在 Oxy 平面内运动，已知其运动方程为 $x=3t+5$，$y=\frac{1}{2}t^2+3t-4$(SI)，求：

(1) 质点的位矢表达式；

(2) $t=1$ s 和 $t=2$ s 时的位矢，这一秒内质点的位移；

(3) $t=4$ s 时质点的速度大小及方向；

(4) $t=4$ s 时质点的加速度大小及方向。

解 (1) 由题设可写出质点的位矢表达式为

$$\boldsymbol{r}=(3t+5)\boldsymbol{i}+\left(\frac{1}{2}t^2+3t-4\right)\boldsymbol{j}$$

(2) 当 $t=1$ s 时，位矢 $\boldsymbol{r}_1=8\boldsymbol{i}-\frac{1}{2}\boldsymbol{j}$；当 $t=2$ s 时，位矢 $\boldsymbol{r}_2=11\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$。故位移为

$$\Delta\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=3\boldsymbol{i}+\frac{9}{2}\boldsymbol{j}$$

所以位移大小为　　$\Delta r=\sqrt{\Delta x^2+\Delta y^2}=5.4$ m

与 x 轴的方向夹角为　　$\theta=\arctan\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\arctan\dfrac{3}{2}$

(3) 当 $t=4$ s 时，速度分量为

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=3\ \mathrm{m/s}$$

$$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=(t+3)=7\ \mathrm{m/s}$$

故　　$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=7.6$ m/s

与 x 轴的方向夹角为　　$\theta=\arctan\dfrac{v_y}{v_x}=\arctan\dfrac{7}{3}=66.8°$

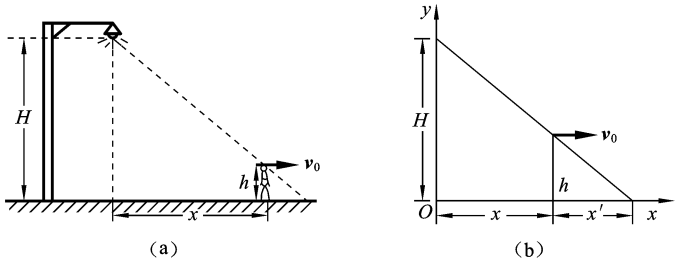
(4) 加速度分量为

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=0,\quad a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=1\ \mathrm{m/s^2}$$

当 $t=4$ s 时，有　　$a=1\ \mathrm{m/s^2}$

方向沿 y 轴正向。

1-5　路灯离地面高度为 H，一个身高为 h 的人，在灯下水平路面上以匀速 v_0 步行，如图(a)所示。求当人与灯的水平距离为 x 时，他的头顶在地面上的影子移动的速度的大小。



习题 1-5 图

解　建立如图(b)所示的坐标系，时刻 t 头顶影子的坐标为 $x+x'$，设头顶影子的移动速度为 v，则

$$v=\frac{\mathrm{d}(x+x')}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}+\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t}=v_0+\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t}$$

由图(b)看出　　$\dfrac{H}{x+x'}=\dfrac{h}{x'}$

则有 $$x'=\frac{hx}{H-h}$$

$$\frac{\mathrm{d}x'}{\mathrm{d}t}=\frac{h}{H-h}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=\frac{hv_0}{H-h}$$

所以 $$v=v_0+\frac{hv_0}{H-h}=\frac{H}{H-h}v_0$$

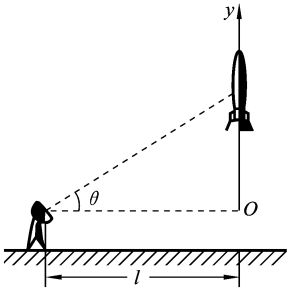
1-6 雷达与火箭发射台的距离为 l，观测沿竖直方向向上发射的火箭，如图所示。观测得 θ 的规律为 $\theta=kt$（k 为常量）。试写出火箭的运动学方程，并求出当 $\theta=\pi/6$ 时，火箭的速度和加速度。

解 由图所示的坐标系知

$$y=l\tan\theta=l\tan kt$$

$$v=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\frac{lk}{\cos^2 kt}$$

$$a=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=2lk\tan kt\cdot\sec^2 kt$$



习题 1-6 图

当 $\theta=\pi/6$ 时，有

$$v=\frac{4}{3}lk,\quad a=\frac{8\sqrt{3}}{9}lk^2$$

由于 v、a 同号，因此，火箭在加速上升。

1-7 一粒子沿着抛物线轨道 $y=x^2$ 运动，粒子速度沿 x 轴的分量 $v_x=3$ m/s，试计算质点在 $x=2/3$ m 处时，其速度和加速度的大小和方向。

解 依题意，有 $$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=3\ \mathrm{m/s}$$

$$y=x^2$$

$$v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=2x\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=2xv_x=6x$$

当 $x=2/3$ m 时，有

$$v_y=6\times 2/3\ \mathrm{m/s}=4\ \mathrm{m/s}$$

速度的大小为 $$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{3^2+4^2}\ \mathrm{m/s}=5\ \mathrm{m/s}$$

速度与 x 轴的夹角为

$$\theta=\arccos\frac{v_x}{v}=\arccos\frac{3}{5}=53°8'$$

又 $$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=0,\quad a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(6x)=6\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=6v_x=18\ \mathrm{m/s^2}$$

故加速度大小为 $$a=a_y=18\ \mathrm{m/s^2}$$

a 的方向沿 y 轴正向。

1-8 在 Oxy 平面内，一质点以角速度 ω，沿半径为 r 的圆周作匀速运动，已知时刻 $t=0$，质点位于 x 轴与圆周的交点处（$x=r$，$y=0$），如图所示。