21st CENTURY
实用规划教材

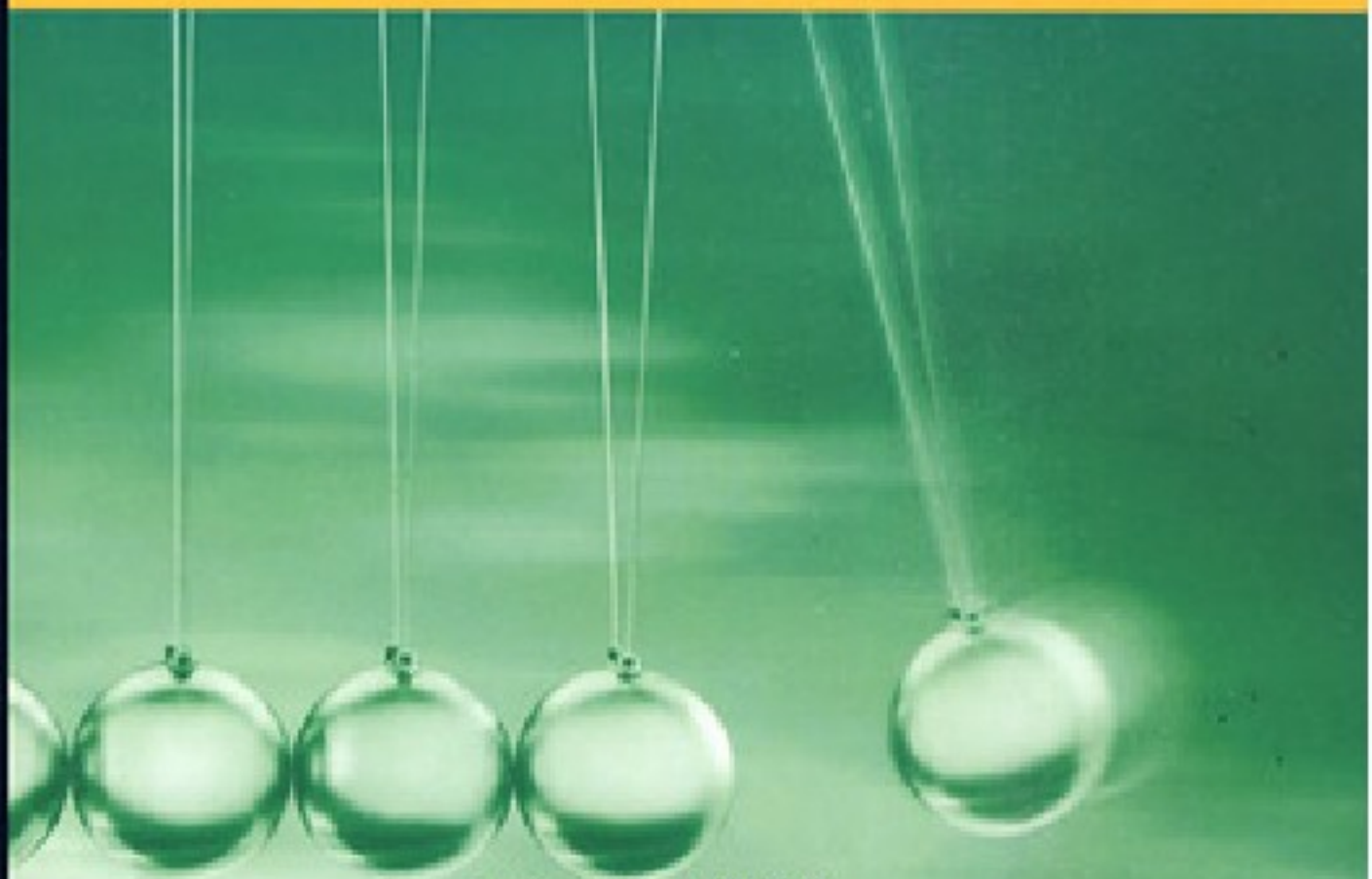
21世纪全国高等院校实用规划教材

大学物理实验

（第2版）

主　编　刘　跃　张志津
副主编　祝　威　张丽芳

Daxue Wuli Shiyan



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

需要全本请访问 www.ertongbook.com

21 世纪全国高等院校实用规划教材

大学物理实验
(第 2 版)

主　编　刘　跃　张志津
副主编　祝　威　张丽芳
参　编　马巧云　周　严
　　田雅丽　黄书彬

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

大学物理实验是为理、工科各专业学生独立设置的一门必修课程，是学生进入大学后系统接受科学实验能力培养的开端，是进行科学实验方法和实验技能训练的重要基础。

本书是编者在多年物理实验教学实践的基础上编写而成的。全书内容共分为 5 篇：第 1 篇不确定度与数据处理基础，第 2 篇力学及热学实验，第 3 篇电磁学实验，第 4 篇光学实验，第 5 篇近代物理和综合实验。本书实验项目总计 59 个。

本书可作为高等院校物理及其他各专业大学物理实验课程的教学用书，也可供相关人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验/刘跃，张志津主编. —2 版. —北京：北京大学出版社，2010.2
(21 世纪全国高等院校实用规划教材)
ISBN 978-7-301-16920-9

Ⅰ. 大… Ⅱ. ①刘…②张… Ⅲ. 物理学—实验—高等学校—教材 Ⅳ. 04-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 020525 号

书　　名：大学物理实验(第 2 版)
著作责任者：刘　跃　张志津　主编
责 任 编 辑：郭穗娟
标 准 书 号：ISBN 978-7-301-16920-9/O・0810
出　版　者：北京大学出版社
地　　址：北京市海淀区成府路 205 号　　邮编：100871
网　　址：http://www.pup.cn　　http://www.pup6.com
电　　话：邮购部 62752015　发行部 62750672　编辑部 62750667　出版部 62754962
电 子 邮 箱：pup_6@163.com
印　刷　者：
发　行　者：北京大学出版社
经　销　者：新华书店
787mm×1092mm　16 开本　22.25 印张　彩插 2　519 千字
2007 年 2 月第 1 版　2010 年 2 月第 2 版　2010 年 2 月第 1 次印刷
定　　价：35.00 元

未经许可，不得以任何方式复制或抄袭本书之部分或全部内容。
版权所有，侵权必究　　举报电话：**010-62752024**
电子邮箱：**fd@pup. pku. edu. cn**

目　　录

第 1 篇　不确定度与数据处理基础 1

1.1　测量与误差的基本概念 1
1.2　随机误差的估算 3
1.3　测量的不确定度 6
1.4　有效数字及测量结果的表示 10
1.5　实验数据处理方法 12
习题 17

第 2 篇　力学及热学实验 19

2.1　力学及热学实验基础知识 19
2.2　实验 2-1　长度的测量 26
2.3　实验 2-2　物体密度的测定 30
2.4　实验 2-3　气垫导轨上滑块的速度和加速度的测定 37
2.5　实验 2-4　气垫导轨上动量守恒定律的研究 45
2.6　实验 2-5　气垫导轨上简谐振动的研究 51
2.7　实验 2-6　固体线膨胀系数的测定及温度的 PID 调节 54
2.8　实验 2-7　动力学法测定材料的杨氏弹性模量 58
2.9　实验 2-8　扭摆法测定物体转动惯量 63
2.10　实验 2-9　落球法测定液体在不同温度下的黏度 68
2.11　实验 2-10　拉伸法测定金属丝的杨氏弹性模量 72

第 3 篇　电磁学实验 77

3.1　电磁学实验基础知识 77
3.2　实验 3-1　伏安法测电阻 84
3.3　实验 3-2　电表的改装和校正 86
3.4　实验 3-3　线性电阻和非线性电阻的伏安特性曲线 90
3.5　实验 3-4　三极管的伏安特性曲线 94
3.6　实验 3-5　*RC* 串联电路的暂态过程 98
3.7　实验 3-6　直流电桥法测量电阻 102
3.8　实验 3-7　双臂电桥法测量电阻 110
3.9　实验 3-8　非平衡电桥的原理和应用 114
3.10　实验 3-9　电位差计的使用 121
3.11　实验 3-10　模拟法测绘静电场 127

3.12 实验 3-11 用霍尔元件测量磁场.....130
3.13 实验 3-12 示波器的使用.....135
第 4 篇 光学实验.....156
4.1 光学实验基础知识.....156
4.2 实验 4-1 薄透镜焦距的测定.....157
4.3 实验 4-2 分光计的调整.....161
4.4 实验 4-3 玻璃三棱镜折射率的测定.....165
4.5 实验 4-4 折射极限法测定液体的折射率.....170
4.6 实验 4-5 光栅特性及光的波长的测定.....173
4.7 实验 4-6 牛顿环法测量平凸透镜的曲率半径.....176
4.8 实验 4-7 劈尖干涉.....181
4.9 实验 4-8 光的偏振现象.....184
4.10 实验 4-9 照相技术.....187
4.11 实验 4-10 暗室技术基础.....194
4.12 实验 4-11 翻拍技术.....198
4.13 实验 4-12 菲涅耳双棱镜干涉现象.....202
4.14 实验 4-13 用超声光栅测量声速.....207
4.15 实验 4-14 显微镜和望远镜的组装.....214
4.16 实验 4-15 杨氏双缝干涉实验.....219
第 5 篇 近代物理和综合实验.....222
5.1 实验 5-1 迈克尔逊干涉仪.....222
5.2 实验 5-2 小型棱镜摄谱仪.....226
5.3 实验 5-3 光电效应法测定普朗克常量.....229
5.4 实验 5-4 稳态平板法测定不良导体的导热系数.....235
5.5 实验 5-5 声速的测量.....239
5.6 实验 5-6 全息照相技术基础.....243
5.7 实验 5-7 密立根油滴法测定电子电荷.....250
5.8 实验 5-8 温度传感器.....256
5.9 实验 5-9 光纤传感实验仪.....261
5.10 实验 5-10 LED 光源 *I*–*P* 特性曲线测试.....264
5.11 实验 5-11 光纤纤端光场径(轴)向分布的测试.....266
5.12 实验 5-12 反射式光纤位移传感器.....268
5.13 实验 5-13 微弯式光纤压力(位移)传感器.....270
5.14 实验 5-14 多普勒效应综合实验.....279
5.15 实验 5-15 核磁共振(NMR).....284
5.16 实验 5-16 脉冲核磁共振.....296

需要全本请访问 www.ertongbook.com

5.17　实验 5-17　PN 结伏安特性随温度变化的测定.....312
5.18　实验 5-18　用波尔共振仪研究受迫振动.....317
5.19　实验 5-19　扫描隧道显微镜的使用.....326
5.20　实验 5-20　原子力显微镜的使用.....328
5.21　实验 5-21　静态磁致伸缩系数的测量.....331
5.22　实验 5-22　铁磁材料的磁滞回线和基本磁化曲线.....335
附录.....340
第 2 版后记.....347
参考文献.....348

第 1 篇

不确定度与数据处理基础

用实验方法研究物理现象，必须进行大量的观测，获得大量的数据，然后将所得数据进行处理，找出数据之间的相互关系；另一方面，还必须对所测结果进行分析，估算结果的可靠程度，并对所测数据给予合理的解释。为此，必须掌握有关的误差理论、不确定度与实验数据处理的基本知识。

1.1 测量与误差的基本概念

物理学是一门实验科学，进行物理实验时主要是进行各种测量，不仅要定性地观察物理变化的过程，而且还要定量地测定物理量的大小。

1. 测量

测量是把被测量和体现计量单位的标准量作比较的过程。通过比较，确定出被测量是计量单位的若干倍，该倍数值和单位一起表示被测量的测量值(数据)。因此，记录数据时测量值的大小和单位缺一不可。

测量分为直接测量和间接测量两类。

1) 直接测量

用量具或仪表直接读出测量结果的，称为直接测量。直接测量常用的方法有直读法和比较法两种。直读法是使用具有相应分度的量具或仪表直接读取被测量的测量值(如用米尺测量长度、用电流表测量电流等)，比较法是把被测对象直接与体现计量单位的标准器进行比较(如用电桥测电阻、电位差计测电动势、用标准信号源和示波器测频率等)。

2) 间接测量

由直接测量结果经过公式计算才能得出结果的，称为间接测量。对大多数被测物理量来说，没有直接读数用的量具或仪表，只能用间接的方法进行测量，即根据被测物理量与若干可直接测量的物理量的关系，先测出这些可直接测量的物理量的测量值，再通过相关的物理公式进行计算而得出。例如，要测量圆柱体的体积，可先直接测出圆柱体的直径和高的测量值，然后通过相关的公式进行计算后就可得出。其中，圆柱体的直径和高是可直接测量的量。

此外，根据测量条件的不同，测量又可分为等精度测量和不等精度测量。

等精度测量是指在测量过程中，影响测量的诸多因素相同的测量，即在测量条件相同的情况下进行的一系列测量。例如，由同一个人在同一地点、用同一台仪器和同样的测量方法对同一被测物理量进行的连续多次测量。不等精度测量是指在测量条件部分相同或完全不同的情况下进行的一系列测量。等精度测量的数据处理比较简单，常为大多数实验采用，本书只讨论等精度测量方面的问题。

2. 测量误差

任何被测对象都具有各种各样的特性，反映这些特性的物理量都有其客观真实的值。被测物理量的客观真实数值，称为被测量的真值。测量的目的就是力图得到该真值。但是，由于测量仪器、实验条件及种种不确定因素伴随在测量过程之中，测量结果具有一定程度的不确定性，因此，被测量的真值是不能通过测量得出的。测量结果只能给出被测量的近真值或最佳值，并给出其不确定度。有关不确定度的概念及其估算将在1.3节中介绍，本节和1.2节的内容只介绍有关误差的基本知识。

测量值与被测量的真值之差，称为测量误差。

测量误差反映的是测量值偏离被测量真值的大小和方向，因此也常称为绝对误差或真误差。若被测量的测量值为 x，被测量的真值为 x_0，则测量误差为：

$$\Delta = x - x_0 \tag{1-1-1}$$

与绝对误差相对应，相对误差的定义为：

$$E_r = \frac{\Delta}{x_0} \times 100\% \tag{1-1-2}$$

3. 误差的种类

根据误差产生的原因和性质的不同，误差可分为两类。

1) 系统误差

在相同条件下，多次测量同一物理量时，测量值对真值的偏离(包括大小和方向)总是相同的，这类误差称为系统误差。

系统误差的主要来源有：

(1) 测量仪器本身的固有缺陷。如刻度不准、砝码未经校正等。

(2) 测量方法或理论公式的近似性，或测量方法有缺陷。如用伏安法测电阻时，若不考虑电表内阻的影响，就会使测量结果产生误差。

(3) 个人习惯与偏向。如用秒表计时，掐表的反应能力(提前或滞后的倾向)。

(4) 测量过程中，环境条件(温度、气压等)的变化。如尺长随温度的变化。

系统误差使测量结果具有一定的偏向，或者偏大、或者偏小、或者按一定的规律变化，其来源又是多方面的。消减系统误差是个比较复杂的问题。要很好地分析整个实验中依据的原理及测量的每一环节和所用仪器，才能找出产生系统误差的种种原因。系统误差的特点是稳定性，不能用增加测量次数的方法使它减小。学生应该在实验中不断提高对系统误差的分析和处理能力。

消减和修正系统误差的措施如下：

(1) 消减产生系统误差的根源。例如，采用符合实际的理论公式；保证仪器装置良好且满

足规定的使用条件等。

(2) 找出修正值对测量结果进行修正。如用标准仪器校准一般仪器，作出校正曲线进行修正；对理论公式进行修正，找出修正项大小；修正千分尺的零点等。

(3) 在系统误差值不易被确切地找出时，可选择适当的测量方法设法抵消它的影响。如替换法、交换法、对称观测法、半周期偶数观测法，等等。这些测量方法后续章节将结合有关实验加以介绍。

(4) 培养实验者的良好习惯。

2) 随机误差

在相同条件下，多次测量同一物理量时，每次出现的误差的大小、正负没有确定的规律，以不可预知的方式变化着，这类误差称为随机误差。

大多数情况下，随机误差是由对测量值影响不大的、相互独立的多种变化因素造成的综合效果。如各种实验条件在控制范围内的波动使测量仪器和测量对象产生的微小起伏变化；重复测量中实验者每次在对准、估读、判断、辨认上产生的微小差异；其他一些未知的偶然因素的影响等。在多次测量中，由于随机误差具有时大时小、时正时负的特点，因此，把多次测量值取平均值，必然会抵消掉部分影响。

在采用多次重复测量的方法取得大量数据以后，需加以分析。分析表明：虽然每一个数据中所含随机误差是不可预知的，但大量数据中所含随机误差是服从统计学分布规律的。随机误差的特点是随机性。如果在相同的宏观条件下，对某一物理量进行多次测量，当测量次数足够多时，便可以发现这些测量值呈现出一定的规律性。

在一个实验中，随机误差和系统误差一般同时存在。除此以外，还可能存在因实验者的粗心大意而造成的错误，如读错数、记错数等。这些错误虽然不属于误差，但是实验者必须避免的。

1.2 随机误差的估算

本节中，假定系统误差已经被减弱到足以被忽略的程度。

1. 随机误差的统计学分布规律

如前所述，随机误差是由一些不确定的因素或无法控制的随机因素引起的。这些因素使得每一次测量中误差的大小和正负没有规律，从表面上看纯属偶然。但是，大量实践证明：当对某个被测量物重复进行测量时，测量结果的随机误差却服从一定的统计学分布规律。

常见的一种是随机误差服从正态分布(高斯分布)规律，其分布曲线如图 1-2-1 所示。该分布曲线的横坐标 Δ 为误差，纵坐标 $f(\Delta)$为误差的概率密度分布函数。分布曲线的含义是：在误差 Δ 附近，单位误差范围内误差出现的概率。即误差出现在 $\Delta\sim\Delta+\mathrm{d}\Delta$ 区间内的概率为 $f(\Delta)\cdot\mathrm{d}\Delta$。

由图 1-2-1 可见，服从正态分布的随机误差具有以下特点。

(1) 单峰性：绝对值小的误差出现的概率比绝对值大的误差出现的概率大。

(2) 对称性：绝对值相同的正负误差出现的概率相同。

(3) 有界性：绝对值很大的误差出现的概率接近于零。

(4) 抵偿性：随机误差的算术平均值随着测量次数的增加而减少，最后趋于零。

由此可见，增加测量次数可以减少随机误差。在实验中常常采取多次测量方法的原因就在于此。但是，当测量次数有限时，随机误差是不能消除的，测量后必须进行误差估算。为定量估算，下面进一步考查正态分布曲线。

理论研究表明，正态分布的误差概率密度分布函数 $f(\Delta)$ 可表示为：

$$f(\Delta)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}\mathrm{e}^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} \tag{1-2-1}$$

在某一次测量中，随机误差出现在 a～b 内的概率应为：

$$P=\int_a^b f(\Delta)\cdot \mathrm{d}\Delta \tag{1-2-2}$$

给定的区间不同，P 也不同。给定的区间越大，误差越过此范围的可能性就越小。显然，在−∞ ～+∞ 内，P =1，即有：

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta)\cdot \mathrm{d}\Delta=1 \tag{1-2-3}$$

由理论可进一步证明，$\Delta=\pm\sigma$ 是曲线的两个拐点的横坐标值。当 $\Delta\to 0$ 时，$f(0)\to\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}$。

由图 1-2-2 可见，σ 越小，必有 $f(0)$越大，分布曲线中部上升越高，两边下降越快，表示测量的离散性小；与此相反，σ 越大，必有 $f(0)$越小，分布曲线中部下降较多，误差的分布范围就较宽，测量的离散性大。因此，σ 这个量在研究和计算随机误差时是一个很重要的特征量。σ 被称为标准误差。

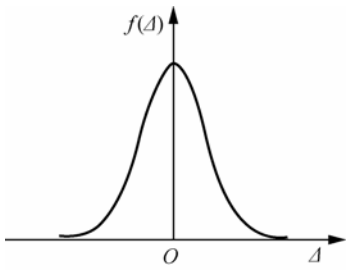


图 1-2-1　正态分布的误差概率密度分布

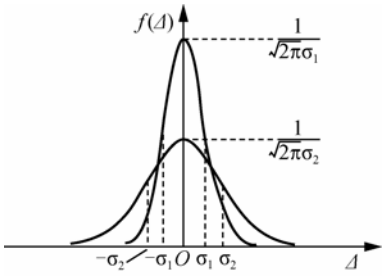


图 1-2-2　标准误差分布

2. 标准误差的统计意义

理论上，标准误差由式(1-2-4)表示

$$\sigma=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-x_0)^2}{n}} \tag{1-2-4}$$

式中，n 为测量次数；x_i 为第 i 次测量的测量值；x_0 为被测量的真值。

该式成立的条件是要求测量次数 $n\to\infty$。某次测量的随机误差出现在−σ ～+σ 内的概率，可以证明为 $P=\int_{-\sigma}^{\sigma} f(\Delta)\cdot \mathrm{d}\Delta=0.683$。同理可求，随机误差出现在−2$\sigma$ ～+2σ 和−3σ ～3σ 内的概率分别为：

$$P=\int_{-2\sigma}^{2\sigma} f(\Delta)\cdot \mathrm{d}\Delta=0.955$$

$$P=\int_{-3\sigma}^{3\sigma} f(\Delta)\cdot \mathrm{d}\Delta=0.997$$

由此可见标准误差σ所表示的统计意义为：对被测量x任作一次测量时，误差落在$-\sigma$～$+\sigma$内的可能性为68.3%，误差落在-2σ～$+2\sigma$内的可能性为95.5%，误差落在-3σ～$+3\sigma$内的可能性为99.7%。因此，近年来标准误差σ被广泛地用在随机误差的估算中。

3. 随机误差的估算

众所周知，实际测量的次数是不可能达到无穷大的，且被测量的真值也是不可能得到的，因此标准误差σ的计算只有理论上的意义。物理实验中随机误差的估算方法如下所述。

1) 被测量的算术平均值

在相同条件下，对被测量x进行n次测量，测量值分别为$x_1, x_2, \cdots, x_n$，则被测量x的算术平均值定义为：

$$\overline{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \tag{1-2-5}$$

根据随机误差的抵偿性，随着测量次数的增大，算术平均值越接近真值。因此，测量值的算术平均值为近真值或测量结果的最佳值。

2) 偏差

测量值与算术平均值之差，称为偏差。上述某一次测量的偏差可表示为$x_i-\overline{x}$。

3) 标准偏差

在有限次数的测量中，可用标准偏差s作为标准误差σ的估计值。标准偏差s的计算公式如下：

$$s(x)=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n-1}} \tag{1-2-6}$$

标准偏差s有时也称为标准差，它具有与标准误差σ相同的概率含义。式(1-2-6)称为贝塞尔公式。

被测量x的有限次测量的算术平均值$\overline{x}$，也是一个随机变量。即对x进行不同组的有限次测量，各组测量结果的算术平均值是不会相同的，彼此之间有所差异。因此，有限次测量的算术平均值也存在标准偏差。如用$s(\overline{x})$表示算术平均值的标准偏差，可以证明，$s(\overline{x})$与$s(x)$之间有如下关系：

$$s(\overline{x})=\frac{s(x)}{\sqrt{n}} \tag{1-2-7}$$

或表示为：

$$s(\overline{x})=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n(n-1)}} \tag{1-2-8}$$

被测量x的有限次测量的算术平均值及其标准偏差$s(\overline{x})$被求得以后，意味着被测量x的真值x_0落在$\overline{x}-s(\overline{x})$～$\overline{x}+s(\overline{x})$内的可能性为68.3%；落在$\overline{x}-2s(\overline{x})$～$\overline{x}+2s(\overline{x})$内的可能性为95.5%，落在$\overline{x}-3s(\overline{x})$～$\overline{x}+3s(\overline{x})$内的可能性为99.7%。

【例1-2-1】 对某一长度l测量了10次，测得数据为63.57，63.58，63.55，63.56，63.56，63.59，63.55，63.54，63.57，63.57(单位：cm)。求其算术平均值$\overline{l}$及标准偏差$s(l)$、$s(\overline{l})$。

需要全本请访问 www.ertongbook.com

解：算术平均值为：

$$\bar{l}=\frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}l_i=63.564\text{cm}$$

标准偏差 $s(l)$ 为：

$$s(l)=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(l_i-\bar{l})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{2040\times10^{-6}}{9}}\text{cm}=0.015\text{cm}$$

算术平均值 $\bar{l}$ 的标准偏差为：

$$s(\bar{l})=\frac{s(l)}{\sqrt{n}}=\frac{0.015}{\sqrt{10}}\text{cm}=0.0048\text{cm}$$

1.3 测量的不确定度

长期以来，在报告测量的结果时，由于不同国家和不同学科有不同的规定，影响了国际的交流和对成果的相互利用。为加速与国际惯例接轨，原国家技术监督局(现为国家质量监督检验检疫总局)于 1999 年 1 月 11 日颁布了新的计量技术规范 JJF 1059—1999《测量的不确定度与表示》，代替了 JJF 1027—1991《测量误差及数据处理》中的误差部分，并于 1999 年 5 月 1 日起实行。为了培养面向新世纪的高科技人才，物理实验课程中正在逐步推行用不确定度来评价测量结果的质量，以适应国内外形势发展的需要。

1. 测量的不确定度的基本概念

测量的不确定度(简称为不确定度)是对被测量的真值所处量值范围的评定。它反映了被测量的平均值附近的一个范围，而真值以一定的概率落在其中。不确定度越小，标志着误差的可能值越小，测量值的准确程度越高；不确定度越大，标志着误差的可能值越大，测量值的准确程度越低。

测量结果与很多量有关，所以不确定度来源于许多因素，这些因素对测量结果形成若干不确定度分量。因此，不确定度一般由若干分量组成。

如果这些分量只用标准误差给出，称为标准不确定度，用符号 u(通常带有作为序号的下角标)表示。按照评定方法的不同，标准不确定度可分为两类：一类是用统计的方法评定的不确定度，称为 A 类标准不确定度；另一类由其他方法和其他信息的概率分布(非统计的方法)来估计的不确定度，称为 B 类标准不确定度。

计算 A 类标准不确定度的方法有多种，如贝塞尔法、最大偏差法、极差法等；而 B 类标准不确定度常用估计方法，要估计适当，需要确定分布规律，需要参照标准，更需要估计者的学识水平、实践经验等。因此，在物理实验课的教学中，将计算进行理想化和简单化的处理，以利于教学。

2. A 类标准不确定度的评定

用贝塞尔法计算 A 类标准不确定度时，就是直接对多次测量的数值进行统计计算，求其平均值的标准偏差。因此，在物理实验课的教学中，A 类标准不确定度的计算方法如下：

对被测量 x，在相同条件下，测量 n 次，以其算术平均值 $\bar{x}$ 作为被测量的最佳值。它的 A

类标准不确定度为：

$$u_{\mathrm{A}}(x)=s(\bar{x})=\frac{s(x)}{\sqrt{n}} \tag{1-3-1}$$

式中的 $s(x)$ 可由贝塞尔公式即式(1-2-6)求出。

在特殊情况下，对被测量 x 只测量一次时，测量结果的 A 类标准不确定度为：

$$u_{\mathrm{A}}(x)=s(x) \tag{1-3-2}$$

式中，$s(x)$ 是在本次测量的“先前的多次测量”(实验者本人或其他实验人员完成或生产厂家、检定单位完成)时得到的。当然，本次测量的测量条件与“先前的多次测量”时的测量条件一致。

3. B 类标准不确定度的评定

B 类标准不确定度的评定中往往依据的是计量器具的检定书、标准、技术规范、手册上提供的技术数据及国际上公布的常数与常量等。这些信息也是通过统计方法得出的，但是，给出的信息不完全，依据这些信息进行估算，往往比较复杂。在物理实验课的教学中，B 类标准不确定度主要体现在对测量仪器的最大允许误差的处理上。

1) 测量仪器的最大允许误差

生产厂家在制造某种仪器时，在其技术规范中预先设计、规定了最大允许误差(又称为极限允许误差、误差界限、允差等)，终检时，凡是误差不超过此界限的仪器均为合格品。因此，最大允许误差是生产厂家为一批仪器规定的技术指标(过去常用的仪器误差、示值误差或准确度，实际上都是最大允许误差)。它不是某台仪器实际存在的误差或误差范围，也不是使用该仪器测量某个被测量值时所得到的测量结果的不确定度。在物理实验课的教学中，测量仪器的最大允许误差通常用 $\Delta_{仪}$ 表示。

测量仪器的最大允许误差是一个范围，某种仪器的最大允许误差为 $\Delta_{仪}$，表明凡是合格的该种仪器，其误差必定在$-\Delta_{仪}$ ～$+\Delta_{仪}$ 范围之内。它的给出方式有如下两种：

(1) 以绝对误差形式给出；

(2) 以引用误差形式给出，即以绝对误差与特定值之比的百分数来表示，“特定值”指的是量程值或其他值。

如量程为 1mA、1.0 级直流毫安表的 $\Delta_{仪}=\pm(\mathrm{mA}\times 1.0\%)=\pm 0.01\mathrm{mA}$ 。其引用误差为 0.01mA/1mA=1.0%，以“1.0”在表盘上表示。

又如数字式电压表的最大允许误差为 $\Delta_{仪}=\pm$ (级别%×读数+n×最低位数值)。其中 n 代表仪器固定项误差，相当于最小量化单位的倍数，只取 1，2，3，…例如，某台数字式电压表的级别为 0.02，读数为 1.1666V，n=2，则 $\Delta_{仪}=\pm(0.02\%\times 1.1666+2\times 0.0001)\mathrm{V}=\pm 4.3\times 10^{-4}\mathrm{V}$ 。

2) B 类标准不确定度的估计

在物理实验课的教学中，B 类标准不确定度的估计方法是：

对误差服从正态分布的仪器，B 类标准不确定度为 $u_{\mathrm{B}}=\dfrac{|\Delta_{仪}|}{3}$；

对误差服从均匀分布的仪器，B 类标准不确定度为 $u_{\mathrm{B}}=\dfrac{|\Delta_{仪}|}{\sqrt{3}}$。

所谓均匀分布是指测量值的某一范围内，测量结果取任一可能值的概率相等，而在该范围外的概率为零。若对某类仪器的分布规律一时难以判断，可近似按均匀分布处理。在物理

实验课教学中，一般规定(除非另有说明)：均按均匀分布处理。

4. 合成标准不确定度

如上所述，在测量结果的质量评定中，标准不确定度有两类分量。总的标准不确定度是由各标准不确定度分量合成而来。由各标准不确定度分量合成而来的标准不确定度称为合成标准不确定度。在直接测量的情况下，合成标准不确定度的计算比较简单；在间接测量的情况下，间接被测量往往由若干量以一定的方式合成而来，合成标准不确定度的计算则比较复杂。这是因为，不仅仅要考查“若干量”中的每个量，而且要考查“若干量”中的每个量之间的相关性。

在物理实验课的教学中，合成标准不确定度的估计方法简化如下：

(1) 当被测量量 y 是直接测量量 x 时，即 $y=x$ 时，合成标准不确定度为

$$u_c(y)=u(x) \tag{1-3-3}$$

$u(x)$ 的来源有 A 类、B 类无数个标准不确定度分量，分别为 $u_1(x)$，$u_2(x)$,… 如果这些分量是相互独立的，即不相关的，则有

$$u(x)=\sqrt{u_1^2(x)+u_2^2(x)+\cdots} \tag{1-3-4}$$

即合成标准不确定度等于各标准不确定度分量的平方和的根(方和根法)。

【例 1-3-1】 用螺旋测微器(测量范围为 0～25mm、$\Delta_{仪}=\pm0.004$mm)测量钢丝的直径 d，5 次测量的数据为 0.575，0.576，0.574，0.576，0.577(单位：mm)，求钢丝的直径 d 的算术平均值 $\overline{d}$ 及合成标准不确定度 $u_c(d)$。

解：钢丝的直径 d 的算术平均值为：

$$\overline{d}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}d_i=\frac{1}{5}\times(0.575+0.576+0.574+0.576+0.577)\text{mm}=0.5756\text{mm}$$

测量的 A 类标准不确定度分量为：

$$u_A(d)=s(\overline{d})=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(d_i-\overline{d})^2}{n(n-1)}}=\sqrt{\frac{[(-0.6)^2+0.4^2+(-1.6)^2+0.4^2+1.4^2]\times10^{-6}}{5\times(5-1)}}\text{mm}$$

$$=0.1\times10^{-3}\text{mm}$$

测量的 B 类标准不确定度分量为：

$$u_B(d)=\frac{\Delta_{仪}}{\sqrt{3}}=\frac{0.004}{\sqrt{3}}\text{mm}=2\times10^{-3}\text{mm}$$

测量的合成标准不确定度为：

$$u_c(d)=u(d)=\sqrt{u_A^2(d)+u_B^2(d)}=\sqrt{(0.1)^2+(2)^2}\times10^{-3}\text{mm}=2\times10^{-3}\text{mm}$$

(2) 被测量量 J 是若干个直接测量量 x，y，z,… 的函数时，即 $J=f(x,\ y,\ z,\cdots)$。

若 x，y，z,… 彼此无关，则合成标准不确定度可按方和根法求得，即：

$$u_c(J)=\sqrt{c_x^2u^2(x)+c_y^2u^2(y)+c_z^2u^2(z)+\cdots} \tag{1-3-5}$$

式中，c_x，c_y，c_z,… 称为不确定度的传播系数，其数值分别为：

$$c_x=\left|\frac{\partial J}{\partial x}\right|,\ \ c_y=\left|\frac{\partial J}{\partial y}\right|,\ \ c_z=\left|\frac{\partial J}{\partial z}\right|,\cdots \tag{1-3-6}$$

【例 1-3-2】 求例 1-3-1 中钢丝的横截面积 S 的最佳值 $\overline{S}$ 及其合成标准不确定度 $u_c(S)$。

解：钢丝的横截面积 S 的最佳值 $\overline{S}$ 为：

$$\overline{S}=\frac{\pi}{4}\overline{d}^2=\frac{\pi}{4}\times(0.5756)^2\,\mathrm{mm}^2=0.065\mathrm{mm}^2$$

其合成标准不确定度为：

$$u_c(S)=\sqrt{c_d^2\cdot u^2(d)}=\sqrt{\left|\frac{\partial S}{\partial d}\right|^2\cdot u^2(d)}=\frac{2\pi}{4}\overline{d}\times 2.3\times10^{-3}=\frac{\pi}{2}\times0.5756\times2.3\times10^{-3}\,\mathrm{mm}^2$$

$$=2\times10^{-3}\,\mathrm{mm}^2$$

【例 1-3-3】 已知圆柱体直径 d 的 $\overline{d}$、$u(d)$，圆柱体高 h 的 $\overline{h}$、$u(h)$，求该圆柱体体积 V 的 $\overline{V}$、$u_c(V)$。

解：圆柱体体积 V 的最佳值为：

$$\overline{V}=\frac{\pi}{4}\cdot\overline{d}^2\cdot\overline{h}$$

圆柱体体积 V 的合成标准不确定度 $u_c(V)$ 为：

$$u_c(V)=\sqrt{c_d^2\cdot u^2(d)+c_h^2\cdot u^2(h)}$$

式中，$c_d=\left|\frac{\partial V}{\partial d}\right|=\frac{\pi}{4}\cdot2\cdot\overline{d}\cdot\overline{h}=\frac{\pi}{2}\overline{d}\cdot\overline{h}$；$c_h=\left|\frac{\partial V}{\partial h}\right|=\frac{\pi}{4}\cdot\overline{d}^2$。

当 $J=f(x,\ y,\ z,\cdots)$ 为乘除或方幂的函数关系时，采用相对不确定度(不确定度与被测量的最佳值之比)可以大大简化合成标准不确定度的运算。方法是先取对数后再作方和根合成，即

$$\frac{u_c(J)}{\overline{J}}=\sqrt{\left(\frac{\partial\ln f}{\partial x}\right)^2\cdot u^2(x)+\left(\frac{\partial\ln f}{\partial y}\right)^2\cdot u^2(y)+\cdots}\qquad(1\text{-}3\text{-}7)$$

【例 1-3-4】 在例 1-3-3 中，如果还测得该圆柱体质量 m 的 $\overline{m}$ 及 $u(m)$，求出该圆柱体密度 ρ 的 $\overline{\rho}$ 及 $u_c(\rho)$。

解：该圆柱体密度的最佳值为：

$$\overline{\rho}=\frac{\overline{m}}{\overline{V}}=\frac{\overline{m}}{\frac{\pi}{4}\overline{d}^2\cdot\overline{h}}=\frac{4\overline{m}}{\pi\overline{d}^2\cdot\overline{h}}$$

$$\frac{u_c(\rho)}{\overline{\rho}}=\sqrt{\left(\frac{\partial\ln\rho}{\partial d}\right)^2\cdot u^2(d)+\left(\frac{\partial\ln\rho}{\partial m}\right)^2\cdot u^2(m)+\left(\frac{\partial\ln\rho}{\partial h}\right)^2\cdot u^2(h)}$$

因为 $\ln\rho=\ln\frac{4}{\pi}+\ln m-\ln h-2\ln d$，所以 $\frac{\partial\ln\rho}{\partial d}=-\frac{2}{\overline{d}}$，$\frac{\partial\ln\rho}{\partial m}=\frac{1}{\overline{m}}$，$\frac{\partial\ln\rho}{\partial h}=-\frac{1}{\overline{h}}$

代入式(1-3-7)可得：

$$\frac{u_c(\rho)}{\overline{\rho}}=\sqrt{\frac{4}{\overline{d}^2}\cdot u^2(d)+\frac{1}{\overline{m}^2}\cdot u^2(m)+\frac{1}{\overline{h}^2}\cdot u^2(h)}$$

常用函数的合成标准不确定度的计算见表 1-3-1。

表 1-3-1　常用函数的合成标准不确定度的计算

函　　数	合成标准不确定度
$J=x\pm y$	$u_c(J)=\sqrt{u^2(x)+u^2(y)}$
$J=x\cdot y$	$\frac{u_c(J)}{J}=\sqrt{\left[\frac{u(x)}{x}\right]^2+\left[\frac{u(y)}{y}\right]^2}$
$J=\frac{x}{y}$	$\frac{u_c(J)}{J}=\sqrt{\left[\frac{u(x)}{x}\right]^2+\left[\frac{u(y)}{y}\right]^2}$
$J=\frac{x^k\cdot y^m}{z^n}$	$\frac{u_c(J)}{J}=\sqrt{k^2\left[\frac{u(x)}{x}\right]^2+m^2\left[\frac{u(y)}{y}\right]^2+n^2\left[\frac{u(z)}{z}\right]^2}$
$J=kx$	$u_c(J)=ku(x)$
$J=\sqrt[k]{x}$	$\frac{u_x(J)}{J}=\frac{1}{k}\cdot\frac{u(x)}{x}$
$J=\sin x$	$u_c(J)=\cos x\cdot u(x)$
$J=\ln x$	$u_c(J)=\frac{u(x)}{x}$

5. 扩展标准不确定度

扩展标准不确定度是确定测量结果分散区间的参数。它所给出的置信空间有更高的置信水平，它常用标准不确定度的倍数表示，即扩展标准不确定度由合成标准不确定度乘以因子 k 得出。用 U 代表扩展标准不确定度，则有

$$U=k\cdot u_c(J) \tag{1-3-8}$$

式中，k 为包含因子或覆盖因子。

k 把合成标准不确定度 $u_c(J)$ 扩展了 k 倍。在物理实验课的教学中，一般取 k=2 或 k=3。在大多数情况下，k=2 时，区间的置信概率为 95.5%；k=3 时，区间的置信概率为 99.7%。

1.4　有效数字及测量结果的表示

由于测量误差的存在，实验中用仪器直接测得的数值都有一定的不确定度，因此，测出的数据只能是近似数。由这些近似数经过计算而求出的间接测量量也是近似数。显然，几个近似数的运算并不能使运算结果更准确些。因此，测量数据的记录、运算和测量结果的表达都有一些规则，以便体现测量结果的近似性。那么，在一般情况下测量值能准确到哪一位？从哪一位开始有误差？在数据处理的计算中应该用几位数字表示运算结果才比较合理？怎样做才能既不减小又不夸大实际测量的不确定度？这些都是学者要研究的有关有效数字的课题。

1. 有效数字

测量读数时，一般要根据量仪和测量条件的实际情况，估计到仪器最小刻度的下一位，即使是 0 也要读出。这就是说，读数的最后一位是估计出来的，是存疑数字。

例如，用米尺测量物体的长度，如图 1-4-1 所示。将待测物的 A 端与尺子的零点对齐，而 B 端则落在 13—14mm 之间，因此，读数的准确数字应为 13mm。根据读数规则，其超出整刻度部分应进行估读，因 B 端约对应 13—l4mm 之间一个分度值的 7/10，所以可将 AB 的长度记为 13.7mm。显然 7 是估计的数字，是欠准确的，但它却在一定程度上反应了客观实际，表明 AB 的长度可能在 13.6—13.8mm 之间的某一数值。由于观测者分辨能力的限制，在估计读数中可能会产生±0.1mm 的误差。

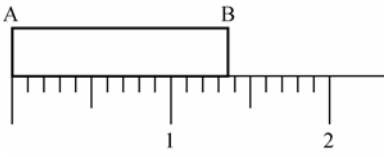


图 1-4-1 用米尺测量物体长度

包括一位存疑(可疑)数字在内的所有从仪器上直接读出的数字称为有效数字。

有效数字的最后一位虽然可疑，但它还是在一定程度上反映了客观真实，它也是有效的。因此，在记录原始测量数据时，有效数字的位数不能随意多写或少写，在运算和表达测量结果时都应遵从一定的规则。

有效数字的几点说明：

(1)“0”的位置。“0”在非零数字中间或最末一位都“有效”，不能随意添加或略去；而表示小数点位置的“0”不是有效数字。如 0.602 00kg 和 602.00g 都是五位有效数字。而不能写成 602g。

(2) 有效数字的位数与十进制单位的变换无关。这从上例不难看出。

(3) 为避免混淆，并使记录和计算方便，当数字很大或很小，但有效数字位数较少时，一般采用科学表达式。例如，0.000 012km 可写成1.2×10^{-5}km，以米为单位时，写成1.2×10^{-2}m。

(4) 参与计算的常数，如π、e、$\sqrt{2}$、1/3 等，其有效数字的位数可以认为是无限多位，可以根据运算需要选取其位数。

2. 如何确定有效数字

(1) 当给出(或求出)不确定度时，测量结果的有效数字由不确定度来确定。依据条件的不同，一般不确定度的有效数字位数可以取一位或两位。测量结果的最后一位要与不确定度的最后一位取齐，例如，(2.03±0.13)cm。一次直接测量结果的有效数字可以由仪器最大允许误差的不确定度来确定；多次直接测量结果(算术平均值)的有效数字，由计算得到的算术平均值的不确定度来确定；对于间接测量结果的有效数字，也是先算出结果的不确定度，再由不确定度来确定。

(2) 当未给出(或未求出)不确定度时，运算结果的有效数字也不能任意选取。

对于直接测量量，在一般情况下，有效数字取决于仪器的最小分度，是否由估读取值以及估读取值的近似程度。

对于间接测量量，其有效数字位数由参与运算的各直接测量量的有效数字位数及运算方式来估计。例如，3.2+0.2231，第一个数的误差在十分位上，已远大于第二个数的误差，因此运算结果应写为 3.4 而不应写为 3.4231。

对于加减类型的运算，由于运算结果的不确定度总是大于或等于各分量中最大的不确定度，所以运算结果的有效数字位数应由这个具有最大不确定度的分量来决定，即运算结果的末位应与末位最高的数的末位取齐。例如，234.3+0.1234−1=233。

对于乘除类型的运算，由于运算结果的相对不确定度总是大于或等于有效数字位数最少

需要全本请访问 www.ertongbook.com