

## 目 录

|                                        |     |
|----------------------------------------|-----|
| 前 言 .....                              | 3   |
| 第一章 超高频铁氧体器件的基本理论 .....                | 5   |
| 引 言 .....                              | 5   |
| § 1-1 旋磁媒质 .....                       | 5   |
| § 1-2 铁磁媒质内的宏观磁场与外加磁场的关系 .....         | 15  |
| § 1-3 马克士威尔方程和边界条件 .....               | 23  |
| § 1-4 旋转媒质的电动方程式 .....                 | 26  |
| § 1-5 在与恒稳磁场方向有关的简谐波作用下的旋转媒质 .....     | 33  |
| § 1-6 平方关系, 劳伦茨预备定理和乌莫夫——坡印亭理论综述 ..... | 36  |
| § 1-7 微扰法 .....                        | 41  |
| (一) 基本微扰公式 .....                       | 41  |
| (二) 准静态近似内场 .....                      | 45  |
| § 1-8 在无限旋转媒质中的均匀平面波 .....             | 48  |
| § 1-9 在纵向磁化旋转媒质中的平面波, 法拉第效应 .....      | 50  |
| § 1-10 在横向磁化旋转媒质中的平面波 .....            | 54  |
| 第二章 法拉第旋转器件 .....                      | 59  |
| § 2-1 填满铁氧体的圆波导 .....                  | 59  |
| § 2-2 置有铁氧体杆的圆波导 .....                 | 63  |
| § 2-3 法拉第旋转器的损耗特性 .....                | 69  |
| § 2-4 法拉第旋转器的频率特性 .....                | 72  |
| § 2-5 法拉第旋转式和转门式环行器 .....              | 75  |
| § 2-6 其他法拉第旋转器件 .....                  | 82  |
| (一) 倒相器 .....                          | 82  |
| (二) 法拉第旋转式隔离器 .....                    | 83  |
| (三) 不可逆的分功率器 .....                     | 84  |
| (四) 法拉第旋转式微波开关 .....                   | 85  |
| (五) 法拉第旋转式调制器 .....                    | 87  |
| 第三章 横场旋磁器件 .....                       | 91  |
| § 3-1 填满横向磁化铁氧体的矩形波导 .....             | 91  |
| § 3-2 含有横向磁化铁氧体片的矩形波导 .....            | 95  |
| § 3-3 含单片铁氧体的矩形波导 .....                | 101 |
| § 3-4 铁氧体片紧靠窄壁的矩形波导 .....              | 107 |
| § 3-5 谐振式隔离器的理论分析及实验研究 .....           | 116 |

|                                  |     |
|----------------------------------|-----|
| (一) 諧振式隔離器工作特性的研究·····           | 117 |
| (二) 實驗結果·····                    | 122 |
| (三) 有電介質時的諧振現象·····              | 126 |
| § 3-6 諧振式隔離器的頻率特性及高功率效應·····     | 128 |
| (一) 隔離器的頻率特性·····                | 128 |
| (二) 隔離器的高功率效應·····               | 130 |
| § 3-7 鐵磁諧振式同軸綫隔離器·····           | 135 |
| § 3-8 含有橫向磁化鐵氧體片的複雜截面的波導隔離器····· | 142 |
| § 3-9 場移式矩形波導隔離器·····            | 151 |
| (一) 場移式隔離器的理論分析·····             | 151 |
| (二) 具有單片鐵氧體的場移式隔離器的實驗研究·····     | 158 |
| (三) 具有雙片鐵氧體的場移式隔離器的實驗研究·····     | 161 |
| (四) 場移現象的其他應用·····               | 163 |
| (五) 模擬原理·····                    | 164 |
| § 3-10 Y型及星型環行器·····             | 165 |
| <b>第四章 微波鐵氧體調諧器和輻射器</b> ·····    | 170 |
| § 4-1 含有張量參數媒質諧振腔的自由振蕩·····      | 170 |
| § 4-2 強迫振蕩·····                  | 173 |
| § 4-3 含有鐵氧體諧振腔之計算·····           | 176 |
| § 4-4 鐵氧體調諧的空腔諧振器·····           | 184 |
| § 4-5 用置有鐵氧體的諧振腔所構成的濾波器·····     | 191 |
| § 4-6 鐵氧體定向耦合器·····              | 194 |
| § 4-7 鐵氧體輻射系統·····               | 200 |
| <b>第五章 微波非綫性鐵氧體器件</b> ·····      | 208 |
| § 5-1 檢波及倍頻·····                 | 208 |
| § 5-2 變頻·····                    | 220 |
| § 5-3 鐵氧體發生器·····                | 234 |
| § 5-4 鐵氧體參量放大器·····              | 243 |
| § 5-5 鐵氧體行波放大器·····              | 249 |

## 前 言

超高频波段一般指的是频率由  $10^8$  到  $10^{11}$  赫范围内的电磁波频段，这一波段通常也可以用波长来表示，一米左右或数米的波长可认为是超高频波段的“长波”界限，而1毫米左右的波长是“短波”界限。在无线电技术中经常采用的术语“微波”就是指这一频段而言。

如所周知，属于这一波段的微波技术是现代的尖端科学技术之一。在国防、国民经济和科学研究上都有着极其重要的应用。例如近代的雷达、微波多路通讯、超高频电视、射电天文学等都属于微波技术范围。

将铁氧体应用到微波领域中是从1952年左右开始的，至今不过十年光景，但它发展之迅速以及在微波技术领域中引起的一系列革命性或革新性的变化的广泛和深刻，却是非常巨大和使人惊异的。铁氧体微波器件的研究和应用已成为最近几年来微波技术和固体电子学领域中最为活跃、最受重视的部门之一；同时铁氧体的微波性质的理论和实验的研究由于实际需要的推动，也成为磁学和固体物理学中一个新兴的、受到普遍重视的分支。

铁氧体材料是一族化合物的总称，它具有异常高的电阻系数，一般在  $10^2 \sim 10^{10}$  欧姆一厘米范围内，其上限几乎近于绝缘体，因此电磁波可以在这种媒质中顺利地通过。铁氧体在外加恒稳磁场和微波频率的交变磁场共同作用下会呈现出旋磁特性，因而在微波频段应用的铁氧体又称旋磁媒质。当将不同形状或成分的旋磁媒质放入谐振腔、波导管、同轴线或其他微波传输线内，在外加恒稳磁场和低功率电磁波的交变磁场共同作用下就会呈现出不可逆特性，而在外加恒稳磁场和高功率电磁波的交变磁场共同作用下又会呈现出非线性现象。不可逆特性和非线性特性是构成各种超高频铁氧体器件的物理基础，这些新式的超高频铁氧体器件或者是大大地简化了微波线路和设备，或者是完成了其他超高频器件不能或难于完成的功能，例如隔离器、环行器、相移器、磁调谐振腔、微波放大器等就是这样。

目前，超高频铁氧体器件在各个使用微波技术的领域中都占据着很重要的地位。在近代雷达中，在微波多路通讯中，信号的调制，天线的快速扫描，发射和接收信号的分开，电路中反射的消除，快速开关的作用等，都要应用到各种各样的超高频铁氧体器件。

自1957年第一个实验性的铁氧体微波放大器问世以来，无论是理论研究或实验研究都有了长足的进展，这种放大器具有低噪音和能在室温下工作的优点。显然，如果铁氧体微波放大器能够从实验阶段迅速推进到实际应用中去，那么它将和其他低噪音微波放大器（顺磁性量子放大器，晶体二极管微波放大器等）一样，在研究宇宙星空的射电天文望远镜中，在控制火箭和洲际导弹的超远程雷达中，在目前的宇宙航行通讯中，将显示其重大的作用，由上可见，超高频铁氧体器件在近代尖端科学技术中的作用是非常显著的，其发展也是无可限量的。因此曾经有人将铁氧体在微波技术中的发展情况比喻为1948年晶体管发明后在一般无线电领域中的发展情况，是丝毫不夸张的。

近几年来，在党和政府的重视和支持下，超高频铁氧体器件的研究工作和实践工作在我国已得到了广泛的发展，并取得了一定的成绩，可以相信，今后在党的坚强领导下及有关专业的配合和共同努力下，这方面的研究工作和实践工作定会在最短期内取得更大的成就。

这本教材就是介绍超高频铁氧体器件的,共分五章。第一章是超高频铁氧体的基本理论,第二章是法拉第旋转器件,第三章是横场旋磁器件,第四章是磁调谐振器和辐射器,最后一章是微波非线性铁氧体器件。

本教材是根据对无线电磁性材料与器件专业的授课讲稿经修改后而编写成的,有关理论部分主要参考了苏联学者 А.Р.Руревич. 所著的“超高频铁氧体”一书,其余部分则在该书基础上参考有关的文献汇编而成。

由于时间短促,加以编写者的知识和经验都不足,因此在内容和章节安排欠妥之处以及谬误之处在所难免,敬希诸位读者批评指正,我们一定抱着虚心学习的态度迎候大家的意见。

# 第一章 超高頻鉄氧体器件的基本理論

## 引 言

鉄氧体在近代超高頻技術中获得非常重要的应用，主要是基于它的鉄磁諧振現象以及由此而来的法拉第效应和科登——冒登效应（或称双折射效应）。一般的金屬鉄磁材料，如仅按其磁性來說，也应当具有这种效应，但由于金屬磁的电阻系数非常低，在超高頻段中渦流大，因而有集肤效应，使电磁波根本不能进入内部，电磁波既不能通过，就更談不上法拉第效应和科登——冒登效应的利用了。然而在鉄氧体情况下，电阻系数可达  $10^{10}$  欧姆—厘米以上，几乎是絕緣体了，因而电磁波可以順利地在鉄氧体内傳播，这两种效应便都可以表現出来，因此有可能加以利用。这就使鉄氧体有了特殊的，目前尚不能为別种磁性材料所代替的各种用途。

本章首先要简单地討論一下鉄磁諧振現象和旋轉媒质的特性，然后再比較詳細地討論电磁波在旋轉媒质中的傳播情况。在討論中均采用高斯电磁单位制。

### § 1-1 旋磁媒质<sup>1,2</sup>

由鉄磁理論知，物质的鉄磁性主要是由于原子或离子的  $3d$  或  $4f$  未滿壳层上存在着未被补偿的自旋磁矩所致。由于这些电子之間交換能的作用就使电子的自旋磁矩彼此平行地排列起来。

由于电子的自旋运动，它就要在自旋軸  $OA$  的两个方向上产生一个机械矩  $\vec{P}$  和磁矩  $\vec{I}$ ，可分別用 (1-1-1) 和 (1-1-2) 式表示

$$\vec{P} = \frac{1}{2} \frac{h}{2\pi} \quad (1-1-1)$$

$$\vec{I} = -g \frac{e}{2mc} \vec{P} = -\gamma \vec{P} \quad (1-1-2)$$

式中  $h = 6.6238 \cdot 10^{-27}$  尔格·秒——普朗克常数，

$e = 4.8022 \cdot 10^{-10}$  靜电单位——电子电荷，

$m = 9.1072 \cdot 10^{-28}$  克——电子质量，

$c = 2.9979 \cdot 10^{10}$  厘米/秒——光速，

$g = 2$ ——朗德因子，

$\gamma = g \frac{e}{2mc} = 1.7653 \cdot 10^7$  1/奥·秒——磁机械比或旋磁比。

若电子位于一均匀的恒穩磁場  $\vec{H}_0$  中， $\vec{H}_0$  就对  $\vec{I}$  作用而产生一轉矩矢量  $\vec{I} \times \vec{H}_0$ ，其方向系按矢量分析的两矢量叉乘規則求出，如图 1 所示。我們知道，在一般情形下，轉矩的作用是使  $\vec{I}$  轉向  $\vec{H}_0$  的方向。可是現在电子有自旋运动，轉矩的作用就不能使  $\vec{I}$  轉向  $\vec{H}_0$  的方向，而是使它圍繞  $\vec{H}_0$  自由地进动，如图 1 所示。 $\vec{I} \times \vec{H}$  是外加轉矩， $\vec{P}$  是电子本身的机械轉

矩。按照力学原理，外加轉矩矢量应当等于物体在单位時間內机械轉矩矢量的变化，即：

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{T} \times \vec{H}_0 \quad (1-1-3)$$

將 (1-1-2) 式代入，得

$$\frac{d\vec{I}}{dt} = -\gamma(\vec{T} \times \vec{H}_0) \quad (1-1-4)$$

根据矢量分析就可以写出上式的分量方程式，即：

$$\left. \begin{aligned} \frac{dI_x}{dt} &= -\gamma(I_y H_{0z} - I_z H_{0y}), \\ \frac{dI_y}{dt} &= -\gamma(I_z H_{0x} - I_x H_{0z}), \\ \frac{dI_z}{dt} &= -\gamma(I_x H_{0y} - I_y H_{0x}), \end{aligned} \right\} \quad (1-1-5)$$

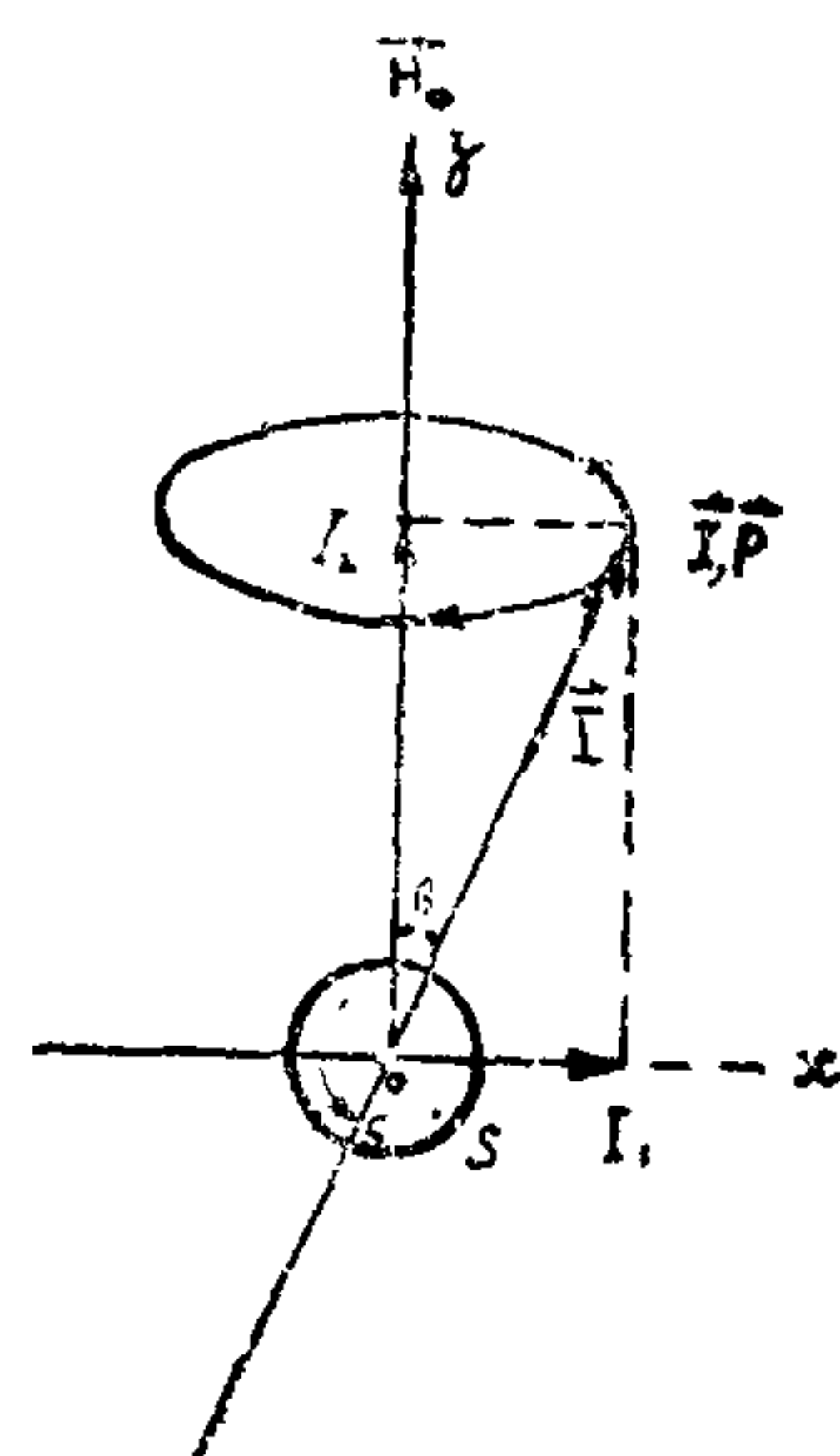


图1 有磁矩的自旋球体

在我們所选择的坐标系中， $H_0$  是沿着  $z$  軸方向的，故  $H_{0x} = H_{0y} = 0$ ， $H_{0z} = H_0$ ，可将式 (1-1-5) 简化得：

$$\left. \begin{aligned} \frac{dI_x}{dt} &= -\gamma H_0 I_y, \\ \frac{dI_y}{dt} &= +\gamma H_0 I_x, \\ \frac{dI_z}{dt} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1-6)$$

由上列第三式知  $I_z = \text{常数} = I_z$  (见图1)，即  $I_z$  由  $I$  的起始位置决定，以后即不变。將 (1-1-6) 中第一式微分一次，然后用第二式代入得：

$$\frac{d^2 I_x}{dt^2} = -(\gamma H_0)^2 I_x \quad (1-1-7)$$

解上式 (参看图1) 可得：

$$I_x = I_1 \cos \omega_0 t \quad (1-1-8)$$

再用 (1-1-6) 的第一式，即得：

$$I_y = -I_1 \sin \omega_0 t \quad (1-1-9)$$

在式 (1-1-8) 和 (1-1-9) 中

$$\omega_0 = \omega_H = \gamma H_0 \quad (1-1-10)$$

將式 (1-1-8) 和 (1-1-9) 平方相加，可得：

$$I_x^2 + I_y^2 = I_1^2 \quad (1-1-11)$$

上式是一个圆的方程式，充份表明  $\vec{I}$  在  $xy$  平面內随時間变更位置的进动，进动的方向如图1所示 (对应于自旋方向及外加磁場  $\vec{H}_0$ )，而进动的角频率为  $\omega_0 = \gamma H_0$ 。可見  $\omega_0$  只与  $\gamma$  及  $H_0$  有关，而与  $\vec{I}$  及  $\vec{P}$  的大小无关，与  $\vec{I}$  及  $\vec{H}_0$  之間的夹角也无关。这种进动又叫做拉摩进动，其频率又叫拉摩频率。

由 (1-1-10) 式可見，当磁場  $H_0 = 3000$  奥斯特 (一般电磁鉄易于产生的磁場) 时，频率

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{\gamma H_0}{2\pi} \approx 10000 \text{ 兆赫},$$

这正是微波波段的频率。

以上是用经典理论来解释自旋电子的进动运动；与此不同，铁磁谐振现象还可以很方便地用量子力学理论来解释。如所周知，物质基本质点的进动都必须服从量子力学的规律，其突出的特点是磁矩  $\vec{T}$  在磁场  $\vec{H}_0$  的作用下，方向不能是任意的，而只能有若干特定方向，亦即图 1 中  $\theta$  值不是任意的，而只能有若干特定的不连续的值。图 2 表示一个单电子在  $\vec{H}_0$  作用下其  $\vec{T}$  的可能位置。一个位置 1 相当于量子数  $S = -\frac{1}{2}$ ，另一个位置 2 相当于量子数  $S = \frac{1}{2}$ 。电子只有两个这样可能的位置。我们知道磁矩在磁场中是有位能的，设这两个位置的位能分别为  $W_1$  及  $W_2$ ，根据量子力学，

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= -\frac{1}{2} g \mu_B H_0, \\ W_2 &= \frac{1}{2} g \mu_B H_0, \end{aligned} \right\} \quad (1-1-12)$$

其中  $g$  是光谱分裂因子，对于自由电子来说  $g$  等于 2， $\mu_B$  是单个电子的自旋磁矩，即波尔磁子。这两个能量之差是：

$$\Delta W = W_2 - W_1 = g \mu_B H_0 \quad (1-1-13)$$

设有一量子  $h\nu$  加到这个电子上（这就是说有一频率为  $\nu$  的电磁波达于此电子），其中  $h$  是普朗克常数，而且令  $h\nu = \Delta W$ ，则此量子便容易引起电子在能级间跳动。若跳动是自位置 1 到位置 2，则它吸收能量  $h\nu$ ，这就是谐振吸收。因此，谐振吸收的频率条件是

$$h\nu = g \mu_B H_0 \quad (1-1-14)$$

因  $\mu_B = \frac{eh}{4\pi mc}$  及  $\gamma = -\frac{ge}{2mc}$ ，代入式 (1-1-13) 后可以证明  $2\pi\nu = \gamma H_0$ ，即  $\nu$  与拉摩进动角频率相同。

具有拉摩频率的电磁波容易被吸收也可以用下面的概念来说明。图 2 中的  $\vec{h}$  表示电磁波的交变磁场，在某一瞬间，它在  $x$  的方向而电子磁矩  $\vec{T}$  则在  $yz$  平面内。设电磁波是圆极化的，即  $\vec{h}$  也在旋转，其旋转的方向和频率与  $\vec{T}$  的进动相同。 $\vec{h}$  要对  $\vec{T}$  产生一个转矩  $\vec{T} \times \vec{h}$ ，其方向如图 2 所示。这一磁矩将始终跟随着  $\vec{T}$  而起作用，结果会将  $\vec{T}$  从位置 1 拉到位置 2，即促使电子吸收能量，向高能级跃迁。如果  $\vec{h}$  的旋转频率不同于  $\vec{T}$  的进动频率，则  $\vec{T} \times \vec{h}$  不能总跟着  $\vec{T}$  起作用，也就不易使电子吸收能量。如外来的电磁波不是圆极化波而是线极化波时，则因后者总可以分解成正反旋转的两个圆极化波（以后讨论中分别称它们为右旋波和左旋波），其中之一将如上述。所以总的看起来，当电子等质点处于互相垂直的恒稳磁场及交变磁场中时，就容易发生谐振现象，而且交变磁场的谐振频率就是质点磁矩  $\vec{T}$  在恒稳磁场中发生拉摩进动的频率。

以上说明了单个电子的铁磁谐振现象。在一块宏观的铁磁物质内包含了许多个这样的自

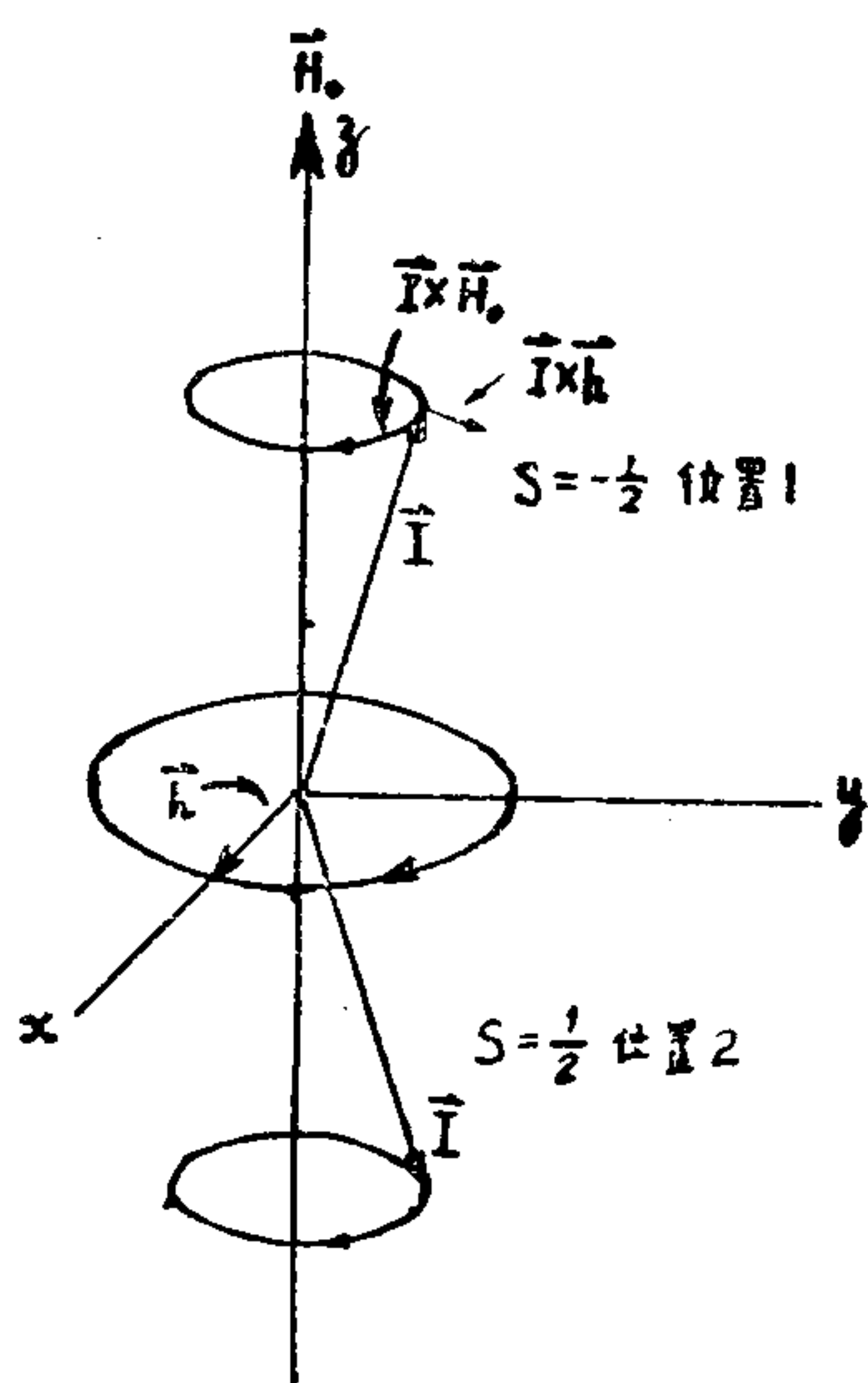


图 2 在磁场中电子磁矩

旋电子，它們在磁畴区域内借交换能的作用，彼此平行地排列起来而自发磁化，在饱和的外磁场作用下铁磁物质内的全部自旋电子就平行一致地排列起来，当发生谐振时，已排列的电子一致行动，这就是铁磁谐振。

在(1-1-4)式两端分别用单位体积内的电子数 $N$ 相乘，就得到兰道——利弗雪兹运动方程式：

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma \vec{M} \times \vec{H}_{\text{eff}} \quad (1-1-15)$$

式中 $\vec{M} = N \vec{I}$ ——物质的宏观磁化强度， $\vec{H}_{\text{eff}}$ 是有效磁场，它考虑了各种型式的交换相互作用。对于磁化到饱和的各向同性媒质来说

$$\vec{H}_{\text{eff}} = \vec{H} + \vec{H}_{0\text{ex}} \quad (1-1-16)$$

式中 $\vec{H}$ ——内磁场（在无限媒质情况下它就等于外磁场，因为此时不存在退磁场），而 $\vec{H}_{0\text{ex}}$ ——有效的交换相互作用场，它又由两部分组成：

$$\vec{H}_{0\text{ex}} = \vec{H}_\lambda + \vec{H}_q \quad (1-1-17)$$

式中 $\vec{H}_\lambda$ 是魏斯分子场，而 $\vec{H}_q$ 是考虑到由于相邻自旋电子磁矩不完全平行而引起的附加交换能而产生的。在我们所研究的情况下，铁氧体内磁化强度是均匀进动的，并且铁氧体被磁化到饱和，因而 $\vec{H}_q$ 可以不考虑。为了简单起见，以下我们用 $\vec{H}$ 来代替 $\vec{H}_{\text{eff}}$ ，这样(1-1-15)可写成：

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma \vec{M} \times \vec{H} \quad (1-1-18)$$

现在我们来研究同时有恒稳磁场及交变磁场作用于铁磁物质的情况，即研究磁化强度的微弱强迫振荡情况。这时磁场可写成下列形式：

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{h} e^{j\omega t} \quad (1-1-19)$$

式中 $\vec{H}_0 = \vec{Z}_0 H_0$ ， $\vec{Z}_0$ 是在 $Z$ 轴方向上的单位矢量，即恒稳磁场 $\vec{H}_0$ 是加在 $Z$ 轴方向的。而 $\vec{h} = \vec{x}_0 h_x + \vec{y}_0 h_y + \vec{z}_0 h_z$ ，是随时间按正弦变化的交变磁场。对应的磁化强度可以写成：

$$\vec{M} = \vec{M}_0 + \vec{m} e^{j\omega t} \quad (1-1-20)$$

现在我们假定 $h \ll H_0$ ， $m \ll M_0$ 。将(1-1-19)和(1-1-20)代入(1-1-18)，略去有两个小量相乘的各项而只留有一大量和一少量相乘的各项，同时注意到 $\vec{M}_0 \times \vec{H}_0 = 0$ ，就可以求得关于 $\vec{m}$ 的方程式：

$$\frac{d\vec{m}}{dt} + \gamma \vec{m} \times \vec{H}_0 = -\gamma \vec{M}_0 \times \vec{h} \quad (1-1-21)$$

将方程式(1-1-21)投影到坐标轴，并考虑到(1-1-10)的符号，就可以写出下面三个分量方程式

$$\left. \begin{aligned} j\omega m_x + \omega_H m_y &= \gamma M_0 h_y, \\ -\omega_H m_x + j\omega m_y &= -\gamma M_0 h_x, \\ j\omega m_z &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1-1-22)$$

解方程式(1-1-22)得：

$$m_x = \frac{M_0}{H_0} \frac{\omega_H^2}{\omega_H^2 - \omega^2} h_x + \frac{M_0}{H_0} \frac{j\omega\omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2} h_y,$$

$$\left. \begin{aligned} m_y &= -\frac{M_0}{H_0} \frac{j\omega\omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2} h_x + \frac{M_0}{H_0} \frac{\omega_H^2}{\omega_H^2 - \omega^2} h_y, \\ m_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1-23)$$

由上式可見，交变磁場的纵向分量 $h_z$ 并不引起纵向交变磁化强度 $m_z$ 。而交变磁場的横向分量 $h_x$ 和 $h_y$ 不仅引起与其平行的磁化强度，而且还引起与其垂直的磁化强度。

令：

$$x = \frac{M_0}{H_0} \frac{\omega_H^2}{\omega_H^2 - \omega^2}, \quad x_k = \frac{M_0}{H_0} \frac{\omega\omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2} \quad (1-1-24)$$

式(1-1-23)可写成下列形式：

$$\left. \begin{aligned} m_x &= xh_x + jx_k h_y, \\ m_y &= -jx_k h_x + xh_y, \\ m_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-1-25)$$

按照磁化强度的定义，可将上式写成下列总的形式：

$$\vec{m} = \vec{x} \vec{h} \quad (1-1-26)$$

不过現在的磁化系数不再是标量而是具有下列形式的張量了

$$\vec{x} = \begin{vmatrix} x & jx_k & 0 \\ -jx_k & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (1-1-27)$$

磁感应密度的交变分量为

$$\vec{b} = \vec{h} + 4\pi\vec{m} \quad (1-1-28)$$

将式(1-1-26)代入上式得：

$$\vec{b} = \vec{\mu} \vec{h} \quad (1-1-29)$$

式中：

$$\vec{\mu} = \vec{1} + 4\pi\vec{x} \quad (1-1-30)$$

可見 $\vec{\mu}$ 和 $\vec{x}$ 一样，具有張量特性，我們把它称作張量导磁系数。 $\vec{1}$ 表示单位張量，可用下列行列式来表示：

$$\vec{1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

显然(1-1-29)也可写成类似于(1-1-25)式的三个分量方程式：

$$\left. \begin{aligned} b_x &= \mu h_x + jk h_y, \\ b_y &= -jk h_x + \mu h_y, \\ b_z &= \mu_{||} h_z, \end{aligned} \right\} \quad (1-1-31)$$

式中 $\mu$ ， $k$ ， $\mu_{||}$ 可由(1-1-24)，(1-1-30)式求得：

$$\left. \begin{aligned} \mu &= 1 + 4\pi \frac{M_0}{H_0} \frac{\omega_H^2}{\omega_H^2 - \omega^2}, \\ k &= 4\pi \frac{M_0}{H_0} \frac{\omega\omega_H}{\omega_H^2 - \omega^2}, \\ \mu_{||} &= 1, \end{aligned} \right\} \quad (1-1-32)$$

和 (1-1-27) 一样, 这时張量导磁系数可写成下列形式:

$$\vec{\mu} = \begin{vmatrix} \mu & jk & 0 \\ -jk & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu_{\parallel} \end{vmatrix} \quad (1-1-33)$$

由式 (1-1-27) 或 (1-1-33) 可得結論, 所研究之鉄磁材料的張量  $\vec{x}$  和  $\vec{\mu}$  乃是对角的張量和非对角的張量之組合。張量  $\vec{x}$  和  $\vec{\mu}$  的橫分量  $x, x_k, \mu$  和  $k$  决定于  $\omega$  及  $H_0$ , 它們之間存在着諧振特性。当  $\omega$  与磁化强度的固有进动頻率相同时, 就出現諧振。此时  $x, x_k, \mu$  和  $k$  变为无限大。这是絕緣体鉄磁性材料受到恒穩磁場及弱交变場同时作用, 发生諧振时, 其导磁系数的基本特性。

应当指出, 鉄磁单晶的磁化系数在沒有恒穩磁場下也具有張量特性。可是这个張量是对称的。

$\vec{\mu}$  和  $\vec{H}_0$  之关系如图 3 所示。此图是按公式 (1-1-32) 算出的。計算时取用  $g=2.0$ ,  $M_0=160$  高斯 (这是用于超高频段鉄氧体的典型值),  $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 9375$  兆赫 (相当于波长为 3.2 厘米)。

在弱  $H_0$  下的計算值未繪入图 3, 因为此时不滿足媒质磁化到飽和的基本假定。

由 (1-1-32) 和图 3 可見, 在

$$H_{\omega} = \frac{\omega}{\gamma} \quad (1-1-34)$$

下,  $\mu$  和  $k$  变为无限大, 此时未考虑損耗。

在小于  $H_{\omega}$  下 (但此时的  $H_0$  应足以使媒质磁化到飽和), 可认为  $\omega^2 \gg \omega_H^2$ , 可求得近似的表示式:

$$\mu \approx 1 - 4\pi \frac{M_0 H_0}{H_{\omega}} \quad (1-1-35)$$

$$k \approx -4\pi \frac{M_0}{H_0} \quad (1-1-36)$$

曲綫  $\mu(H_0)$  及  $k(H_0)$  的特性点是在  $H_0=H_1$  处,  $\mu=|k|$  和  $H_0=H_2$  处,  $\mu=0$ 。对于第一个点由方程式 (1-1-18) 可求得:

$$H_1 = H_{\omega} - 4\pi M_0 \quad (1-1-37)$$

而第二个点

$$H_2 = \sqrt{H_{\omega}^2 + (2\pi M_0)^2} - 2\pi M_0 \quad (1-1-38)$$

現在我們来研究絕緣性鉄磁材料的另一个特点。假定用下面的綫性組合来代替矢量  $\vec{h}$ ,  $\vec{m}$  和  $\vec{b}$  的橫向分量:

$$\begin{aligned} h_+ &= h_x + j h_y & h_- &= h_x - j h_y \\ \vec{m}_+ &= m_x + j m_y & m_- &= m_x - j m_y \\ b_+ &= b_x + j b_y & b_- &= b_x - j b_y \end{aligned}$$

$h_x$  与  $h_y$  之間滿足

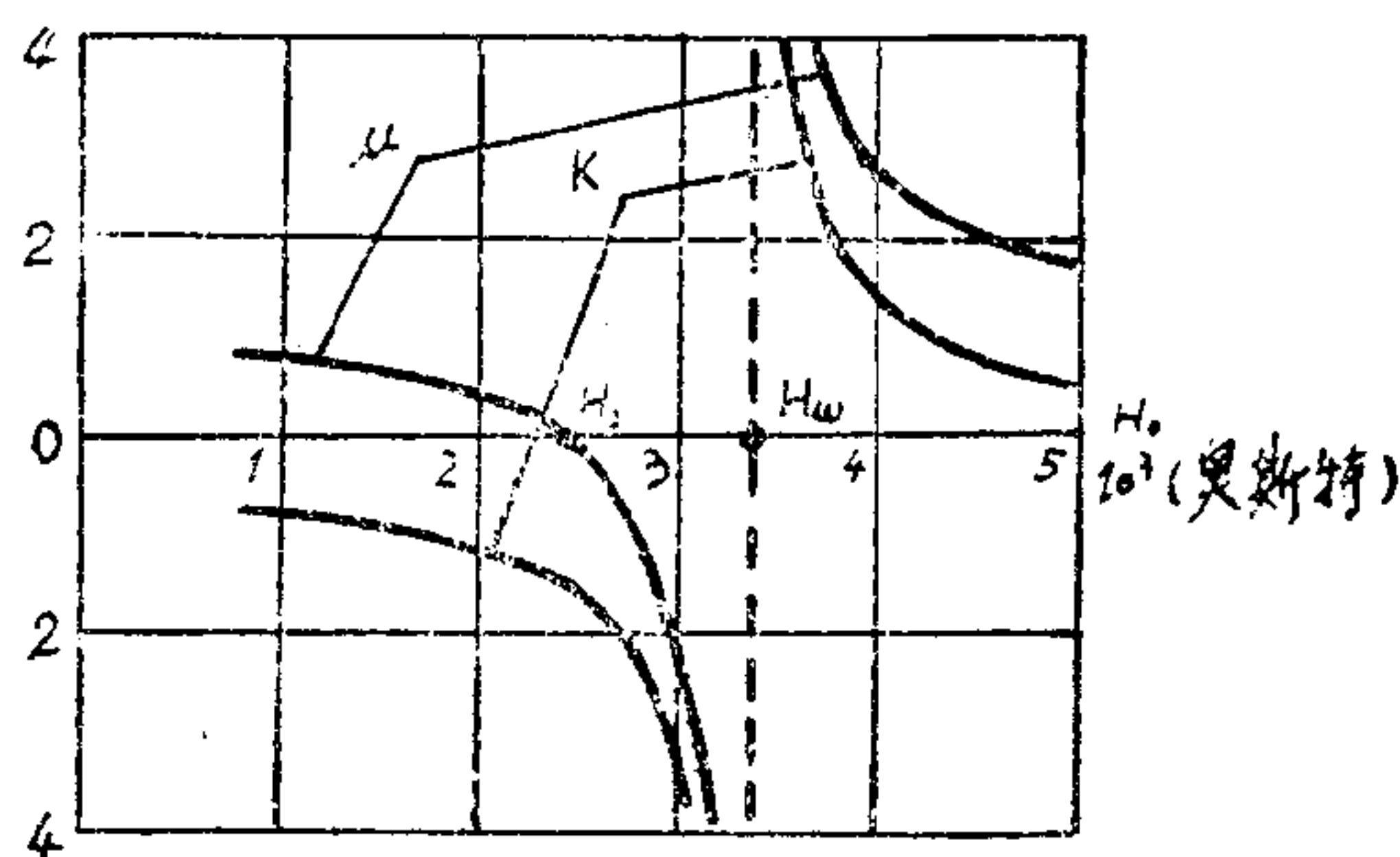


图 3 張量  $\mu$  与恒穩磁場  $H_0$  的关系 (不計損耗) 頻率 9375 兆周  $M_0=160$  高斯

$$h_y = \pm j h_x \quad (1-1-39)$$

即設  $\vec{h}$  是一个在  $xy$  平面內旋轉的磁場。

利用 (1-1-25), (1-1-31) 和上面的假定就可以求得下列的正确关系式:

$$m_{\pm} = (x \pm x_k) h_{\pm}, \quad (1-1-40)$$

$$b_{\pm} = (\mu \pm k) h_{\pm}, \quad (1-1-41)$$

由 (1-1-24) 和 (1-1-32) 式可見,  $x$ ,  $x_k$ ,  $\mu$  及  $k$  都是标量, 故此时的磁化系数和导磁系数不是張量而是标量了, 而且两者的数值与交变磁場的旋轉方向有关, 正, 反旋轉各不相同。因此, 凡具有式 (1-1-27) 所示的張量磁化系数或 (1-1-33) 所示的張量导磁系数的介质就被称为旋磁介质。其中, 右旋圓极化波 (交变磁場  $\vec{h}$  的旋轉方向与磁化强度固有进动方向相同) 的磁化系数为:

$$x_{\Pi} = x + x_k \quad (1-1-42)$$

而左旋圓极化波 (交变磁場  $\vec{h}$  的旋轉方向与进动方向相反) 的磁化系数为:

$$x_{\Lambda} = x - x_k \quad (1-1-43)$$

将 (1-1-24) 式代入式 (1-1-42) 和 (1-1-43) 可得:

$$x_{\Pi, \Lambda} = \frac{M_0}{H_0} \frac{\omega_H}{\omega_H \mp \omega} \quad (1-1-44)$$

同理, 对于右旋或左旋的圓极化波的导磁系数也为标量。

$$\mu_{\Pi, \Lambda} = 1 + 4\pi \frac{M_0}{H_0} \frac{\omega_H}{\omega_H \mp \omega} \quad (1-1-45)$$

$\mu_{\Pi}$  和  $\mu_{\Lambda}$  与  $H_0$  的关系如图 4 曲綫所示。求作該关系曲綫时, 所用之参数  $g$ ,  $M_0$  及  $\omega$  值仍与求作图 3 时相同。由式 (1-1-45) 及图 4 可知, 仅仅只有  $\mu_{\Pi}$  和  $H_0$  之間具有諧振特性, 而  $\mu_{\Lambda}$  与  $H_0$  之間并无諧振特性。

以上我們討論了沒有損耗情况下旋磁媒质的張量导磁系数, 在实际的旋磁媒质中, 由于自旋磁矩和它周圍的自旋磁矩之間相互作用的結果, 总会引起磁損耗的, 也即磁化强度  $\vec{M}$  的进动总会遇到阻力的。因此在实际的旋磁媒质中当存有損耗时, 磁化强度的自由进动是要受到衰减的, 并且在沒有外加交变磁場下很快就稳定在靜磁化强度  $\vec{M}_0$  方向上。当有外加交变磁場  $\vec{h}$  使磁化强度  $\vec{M}$  强迫进动时, 磁損耗的存在就使張量  $x$  和  $\mu$  的分量变为复数, 并在鉄磁諧振下这个分量的实数和虚数部份变为无限的。

在此情况下, 运动方程式 (1-1-15) 中應該計入損耗項。該損耗項是比例于磁化强度的变化率, 可写成下列形式:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma \vec{M} \times \vec{H}_{\text{eff}} + \frac{\alpha}{|\vec{M}|} \vec{M} \times \frac{d\vec{M}}{dt} \quad (1-1-46)$$

这里,  $\alpha$  是一个表示損失特性的系数。

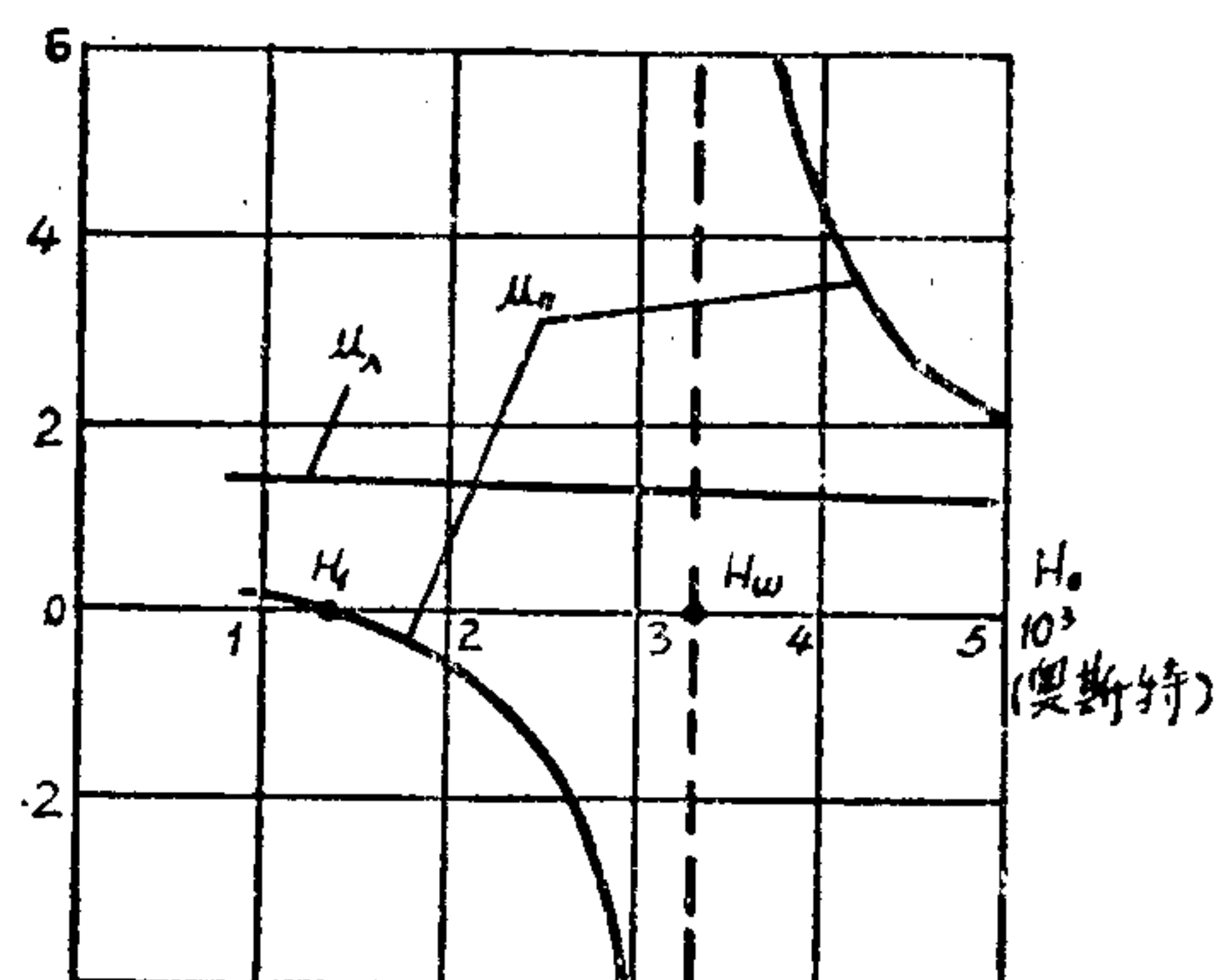


图 4  $\mu_{\Pi}$  和  $\mu_{\Lambda}$  与  $H_0$  的关系曲綫 (不計損耗)

如果損失很小，即 (1-1-46) 式中第二項比第一項小得多，因此第二項的  $\frac{d\vec{M}}{dt}$  可以近似地用  $-\gamma \vec{M} \times \vec{H}_0$  來代替，因而方程式 (1-1-46) 可寫成下列形式（以下將  $\ll \partial \phi \gg$  省去）：

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma \vec{M} \times \vec{H} - \frac{\eta}{M^2} \vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{H}) \quad (1-1-47)$$

式中  $\eta = \alpha \gamma M_0$ 。

阻尼轉矩  $\frac{\eta}{M^2} \vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{H})$  的方向如图 5 所示。可見它是企图把  $\vec{M}$  拉向  $\vec{H}_0$  的方向，即使  $\theta$  减小，也就是使  $\vec{M}$  在磁場中的位能降低，当只有  $\vec{H}_0$  作用下， $\vec{M}$  一方面繞  $\vec{H}_0$  进动，一方面逐漸与  $\vec{H}_0$  靠近，而  $\theta$  越来越小。

由矢量分析知：

$$\vec{M} \times (\vec{M} \times \vec{H}) = \vec{M}(\vec{M} \cdot \vec{H}) - \vec{H} \cdot |\vec{M}|^2 \quad (1-1-48)$$

所以式 (1-1-47) 可寫成：

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma \vec{M} \times \vec{H} + \eta \left[ \vec{H} - \frac{\vec{M}(\vec{H} \cdot \vec{M})}{M^2} \right] \quad (1-1-49)$$

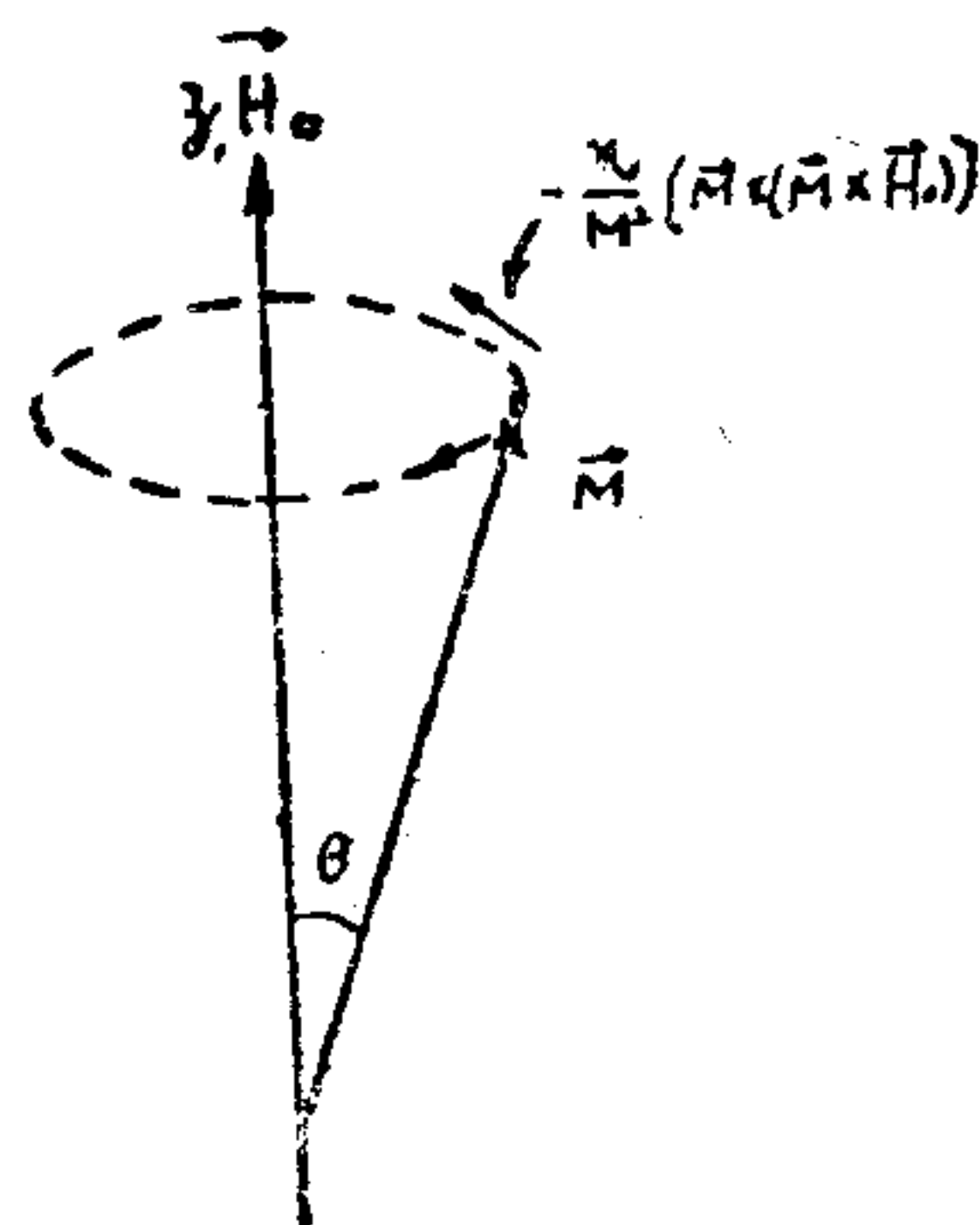


图 5 阻尼轉矩

以上考虑了阻尼的运动方程式是在 1935 年由苏联学者 Л. Д. 兰道和 E. M. 利弗雪茲提出的。

由方程式 (1-1-46) 或 (1-1-47) 可得出下列結論：

$$\vec{M} \frac{d\vec{M}}{dt} = 0$$

$$\text{即：} \quad M^2 = \text{常数} \quad (1-1-50)$$

說明在磁矩的运动方程式中引入損耗以后， $\vec{M}$  矢量的大小并不发生改变。

如果交变磁場强度和磁化强度分量比恒穩磁場强度和磁化强度小得多，那么在 (1-1-49) 式中最后一項的乘数  $\frac{\vec{H} \cdot \vec{M}}{M^2}$  可用  $\frac{H_0}{M_0} = \frac{1}{x_0}$  來取代。

$$\text{令} \quad \omega_r = \frac{1}{x_0} \eta \quad (1-1-51)$$

則方程式 (1-1-49) 可寫成下列形式：

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = -\gamma \vec{M} \times \vec{H} + \omega_r [x_0 \vec{H} - \vec{M}] \quad (1-1-52)$$

式中  $x_0 = \frac{M_0}{H_0}$  —— 靜态磁化系数，而  $\omega_r$  —— 張弛頻率，它与損耗系数成正比。 $\omega_r$  的倒数

$$\tau_r = \frac{1}{\omega_r} \quad (1-1-53)$$

可称作張弛時間，与損耗系数成反比。

式 (1-1-52) 称作勃洛黑 (Блоха) 微分方程，其損失部份比例于  $[x_0 \vec{H} - \vec{M}]$  值。在 (1-1-48) 式中用  $M_0$  來取代  $M$ ，由 (1-1-51) 就可得到

$$\omega_r = \alpha \gamma H_0 \quad (1-1-54)$$

因此，对于微小的損耗來說，即在  $\alpha \ll 1$  下（实际的鉄氧体正是这样）和微小的进动幅度下，方程式（1-1-46），（1-1-47）和（1-1-52）是等效的。

現在我們来研究一下无限大媒质中磁化强度的自由进动，也就是从考虑了損耗的磁化强度运动公式（1-1-52）出发来求解張量导磁系数。此时我們认为固有进动頻率是复数并等于

$$\omega_0 = \omega_H + j\omega_r \quad (1-1-55)$$

显而易见，張弛時間  $\tau_r$  是具有時間的意义，自由进动的幅度是随着  $e^{-t/\tau_r}$  律而减小。

研究計及損失时的进动可以利用方程式（1-1-36），將式（1-1-19）和（1-1-20）代入式（1-1-52），并略去二項小項相乘各項，就可得到下列方程系統

$$\left. \begin{aligned} (j\omega + \omega_r)m_x + \omega_H m_y &= \gamma M_0 h_y + \omega_y x_0 h_x \\ -\omega_H m_x + (j\omega + \omega_r)m_y &= -\gamma M_0 h_x + \omega_r x_0 h_y \\ (j\omega + \omega_r)m_z &= \omega_r x_0 h_z \end{aligned} \right\} \quad (1-1-56)$$

解此方程系統（1-1-56）就可求得張量磁化系数的分量表示式：

$$x = x_0 \frac{\omega_{pes}^2 + j\omega\omega_r}{\omega_{pes}^2 - \omega^2 + 2j\omega\omega_r} \quad (1-1-57)$$

$$x_k = x_0 \frac{\omega\omega_k}{\omega_{pes}^2 - \omega^2 + 2j\omega\omega_r} \quad (1-1-58)$$

$$x_{||} = x_0 \frac{\omega_r}{j\omega + \omega_r} \quad (1-1-59)$$

式中諧振頻率

$$\omega_{pes} = \sqrt{\omega_H^2 + \omega_r^2} \quad (1-1-60)$$

就工作在超高頻段的实际鉄氧体來說，可以认为  $\omega_r \ll \omega_H$  和  $\omega_r \ll \omega$ 。此时諧振頻率实际上与  $\omega_H$  没有什么差別，而且  $x_{||}$  可以略去不計。

將式（1-1-57），（1-1-58）和（1-1-59）中的实部和虚部分开，可得到：

$$\begin{aligned} x = x' - jx'' &= x_0 \frac{\omega_{pes}^2(\omega_{pes}^2 - \omega^2) + 2\omega^2\omega_r^2}{(\omega_{pes}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\omega_r^2} \\ &\quad - jx_0 \frac{\omega\omega_r(\omega_{pes}^2 + \omega^2)}{(\omega_{pes}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\omega_r^2} \end{aligned} \quad (1-1-57a)$$

$$\begin{aligned} x_k = x'_k - jx''_k &= x_0 \frac{\omega\omega_k(\omega_{pes}^2 - \omega^2)}{(\omega_{pes}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\omega_r^2} - \\ &\quad - jx_0 \frac{2\omega^2\omega_H\omega_r}{(\omega_{pes}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\omega_r^2} \end{aligned} \quad (1-1-58a)$$

$$x_{||} = x'_{||} - jx''_{||} = x_0 \frac{\omega_r^2}{\omega^2 + \omega_r^2} - jx_0 \frac{\omega\omega_r}{\omega^2 + \omega_r^2} \quad (1-1-59a)$$

張量导磁系数的分量可按（1-1-30）由下列表示式来确定：

$$\left. \begin{aligned} \mu' &= 1 + 4\pi x' & \mu'_k &= 4\pi x'_k & \mu'_{||} &= 1 + 4\pi x'_{||} \\ \mu'' &= 4\pi x'' & \mu''_k &= 4\pi x''_k & \mu''_{||} &= 4\pi x''_{||} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-61)$$

$\mu'$ ， $\mu'_k$ ， $\mu''$  及  $\mu''_k$  与  $H_0$  之間的关系可用图 6 来表示，图中  $\omega_r$  取为  $3 \times 10^9$ ，而其他参数量值与求作图 1-3 和 1-4 时的相同。

在諧振点 ( $\omega = \omega_{pes}$ )

$$\left. \begin{aligned} \mu'_{pes} &= 1 + 2\pi x_0, \quad \mu''_{pes} = 2\pi x_0 \frac{\omega_{pes}}{\omega_r} \\ \mu'_{kpes} &= 0, \quad \mu''_{kpes} = 2\pi x_0 \frac{\omega_H}{\omega_r} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-62)$$

如果  $\omega_r \ll \omega_H$ , 則

$$\mu''_{pes} \approx \mu''_{kpes} = 2\pi \frac{\gamma M_0}{\omega_r} \quad (1-1-63)$$

鉄磁諧振綫寬度  $2\Delta H$  可由場  $H_{1/2}$  的差数来决定,  $H_{1/2}$  由:

$$\mu'' = \frac{1}{2} \mu''_{pes}$$

来确定, 将 (1-1-61) 式中的  $\mu''$  和 (1-1-62) 中的  $\mu''_{pes}$  代入此条件并解所得到的  $H_0$  方程式, 在第一次近似下 ( $\omega_r \ll \omega_H$ ) 求得:

$$H_{1/2} = H_w \left( 1 \pm \frac{\omega_r}{\omega} \right)$$

式中  $H_w = \frac{\omega}{\gamma}$ , 由上式可得諧振曲綫的半寬度为

$$\Delta H = \frac{\omega_r}{\gamma} \quad (1-1-64)$$

$\mu''_k$  的諧振曲綫半寬度同样可以利用一次近似得到。

由式 (1-1-62) 及 (1-1-64) 可知,  $\mu''$  或  $\mu''_k$  最大諧振峰反比于  $\omega_r$ , 而綫寬度  $2\Delta H$  却正比于張弛頻率  $\omega_r$ 。  $\mu''$  的最大值  $\mu''_{pes}$  与諧振綫寬度  $2\Delta H$  之乘积为:

$$\mu''_{pes} \cdot 2\Delta H = 4\pi M_0 \quad (1-1-65)$$

在远离諧振时, 可应用前面求得的未考虑損耗的表示式来计算張量  $\vec{x}$  和  $\vec{\mu}$  的实数分量。而  $\vec{x}$  的虛数分量公式在远离諧振下可写成:

$$\left. \begin{aligned} x'' &= x_0 \frac{\omega \omega_r (\omega_H^2 + \omega^2)}{(\omega_H^2 - \omega^2)^2} \\ x''_k &= 2x_0 \frac{\omega_H \omega^2 \omega}{(\omega_H^2 - \omega^2)^2} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-66)$$

在弱磁場区域内 ( $\omega_H^2 \ll \omega^2$ ), 但此磁場足使媒质磁化到饱和, 則:

$$x'' = x_0 \frac{\omega_r}{\omega}, \quad x''_k = 2 \frac{\gamma M_0 \omega_r}{\omega^2} \quad (1-1-67)$$

从前面的分析已知, 不計及損失时, 圓极化場的导磁系数是一个标量, 右旋圓极化波的  $\mu_n = \mu + \mu_k$ , 而左旋圓极化波的导磁系数  $\mu_\lambda = \mu - \mu_k$ 。在考虑到損失以后,  $\mu_n$  和  $\mu_\lambda$  的实数和虛数部分可由式 (1-1-57a), (1-1-58a) 及 (1-1-61) 求得:

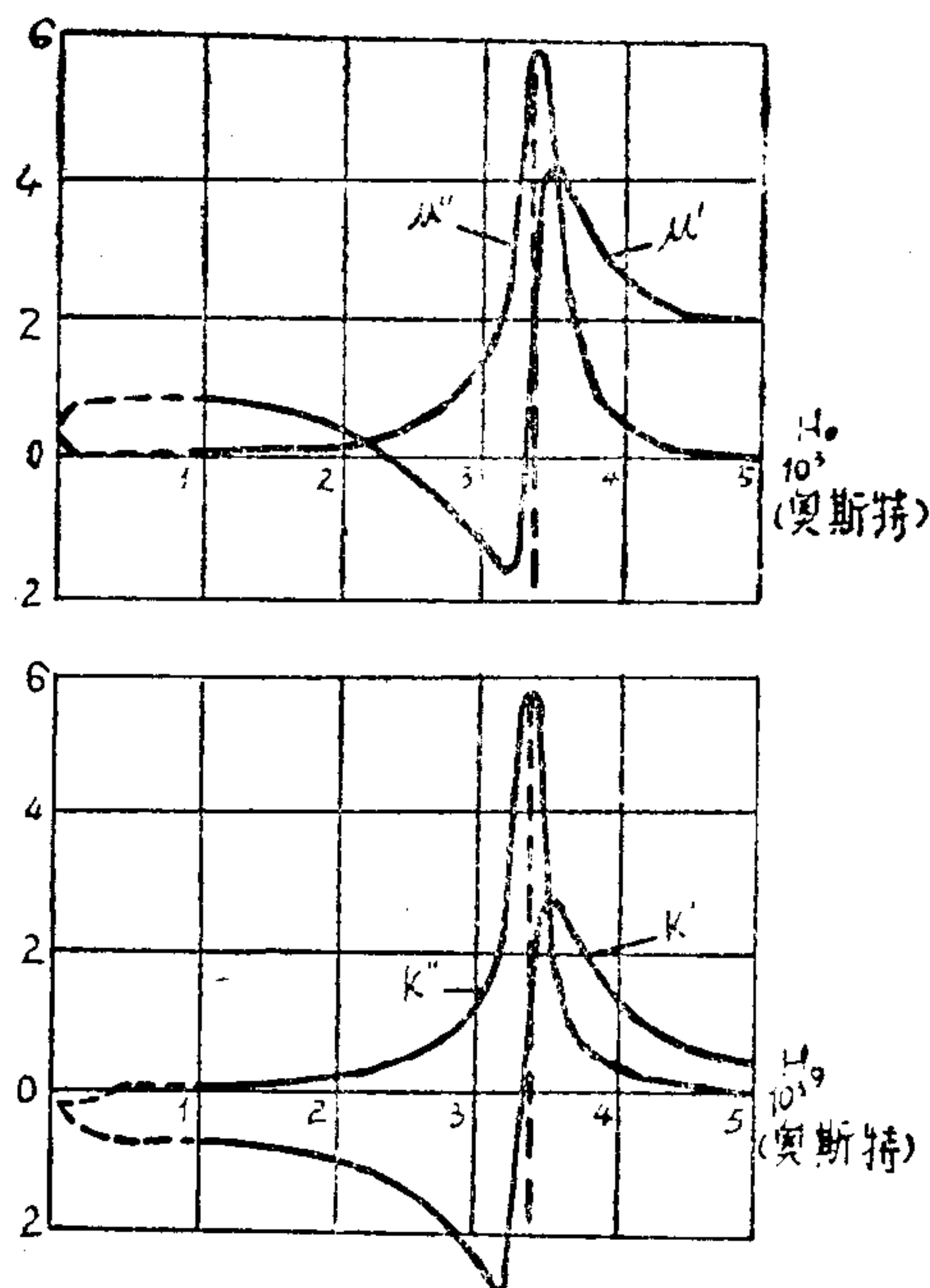


图6 計及損耗时張量导磁系数与恒穩磁場的关系

$$\left. \begin{aligned} \mu'_{n, \lambda} &= 1 + 4\pi x_0 \frac{(\omega_{pe}^2 - \omega^2)(\omega_{pe}^2 \pm \omega\omega_H) + 2\omega^2\omega_r^2}{(\omega_{pe}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\omega_r^2} \\ \mu''_{n, \lambda} &= 4\pi x_0 \omega\omega_r \frac{(\omega_H \pm \omega)^2 + \omega_r^2}{(\omega_{pe}^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\omega_r^2} \end{aligned} \right\} \quad (1-1-68)$$

在图 1 中繪出了  $\mu'_n$ ,  $\mu'_\lambda$ ,  $\mu''_n$  及  $\mu''_\lambda$  对  $H_0$  的关系曲线。由这些曲线可以看出,  $\mu'_n$  和  $\mu''_n$  和  $H_0$  之間存在着諧振特性, 而  $\mu'_\lambda$  和  $\mu''_\lambda$  与  $H_0$  的关系曲线中見不到諧振特性。 $\mu'_\lambda$  值較小, 而  $\mu''_\lambda$  和  $H_0$  之間不存在諧振特性。 $\mu'_\lambda$  单调地变化, 而  $\mu''_\lambda$  則处处很小, 在諧振点上 ( $\omega = \omega_{pe}$ )  $\mu''_n$  达到很大的数值:

$$\mu''_{n, pe} = \gamma \frac{4\pi M_0}{\omega_r} \quad (1-1-69)$$

同时:

$$\mu''_{\lambda, pe} = \pi x_0 \frac{\omega_r}{\omega} \quad (1-1-70)$$

远离諧振点时:

$$\mu''_n = 4\pi x_0 \frac{\omega\omega_r}{\omega_H^2 - \omega^2} \quad (1-1-71)$$

$$\mu''_\lambda = 4\pi x_0 \frac{\omega\omega_r}{\omega_H^2 + \omega^2} \quad (1-1-72)$$

如前所述, 作用于鉄氧体的电磁波 (交变磁场) 的传播方向和极化情况, 恒稳磁场的强度及其方向对磁矩进动的諧振频率, 媒质的导磁系数等都有很大的影响。这一特点在微波技术上得到了极其广泛的应用。例如当有一平行于恒稳磁场方向的綫性极化电磁波通过一无限的旋磁媒质时, 則它可以分解成左右旋的两个圆极化波, 由于鉄氧体对左右旋圆极化波呈现不同的导磁系数, 它們传播的相位速度也将不同, 所以通过鉄氧体后合成波的极化平面就要发生旋轉。当靜磁场的方向与电磁波传播方向垂直时, 如果使恒稳磁场  $H_0$  的数值接近于諧振磁场  $H_\omega$  (参看图 7), 則由于諧振现象仅存在于右旋极化波分量, 所以對於正向传播的电磁波的衰减要比反向强得多。以上两种特性可以用来制成法拉第旋轉器件, 諧振式隔离器, 不可逆相移器, 場移式隔离器等許多不同性质的不可逆与可逆元件。在以后的章节中将要詳細地討論。

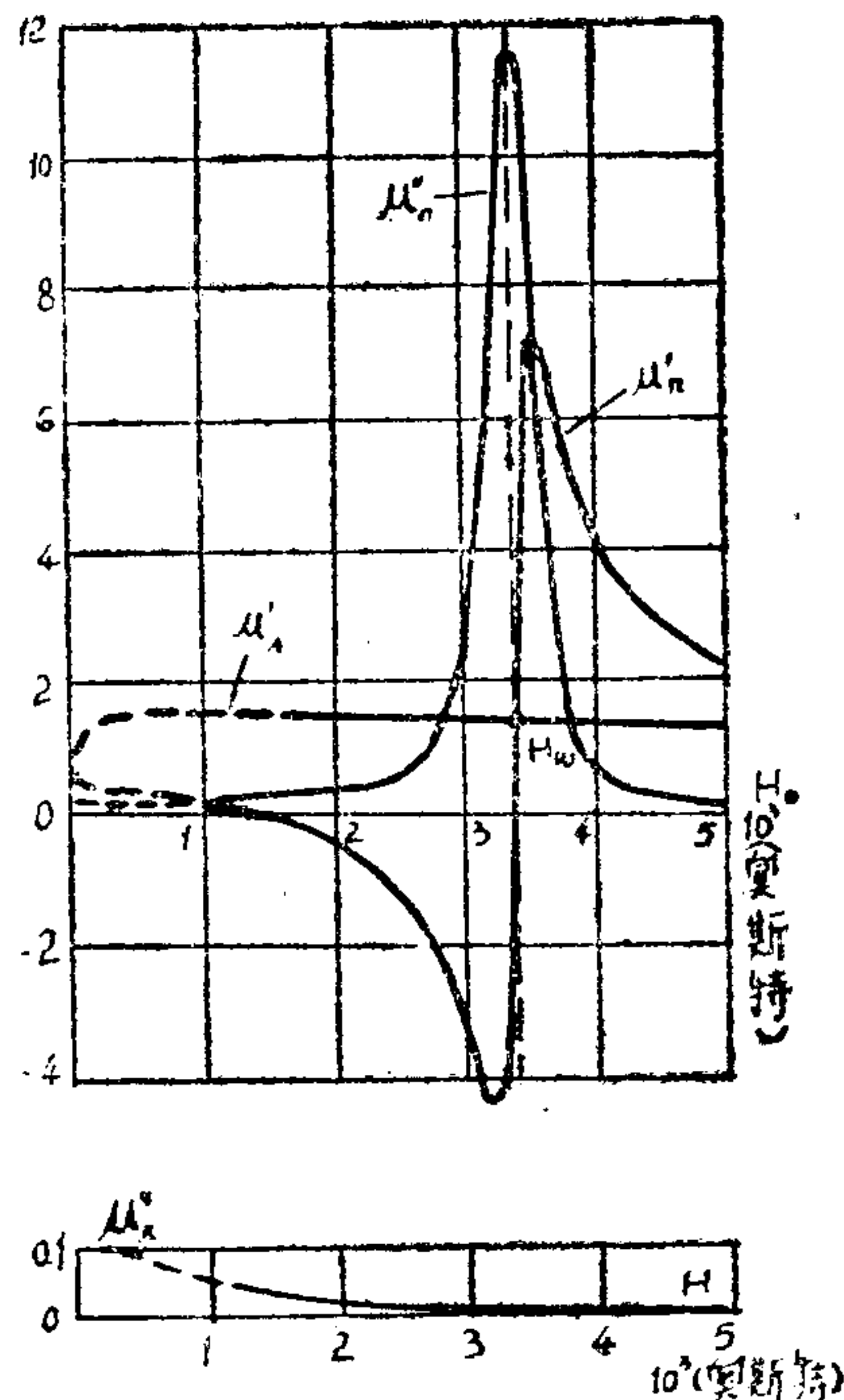


图 7 一定频率下右旋和左旋圆形极化波的导磁系数  $\mu_n$  和  $\mu_\lambda$  与恒稳磁场的关系

## § 1-2 鉄磁媒质內的宏观磁场<sup>3,4</sup>与外加磁场的关系

在以上的討論中都是针对无限大媒质而言的, 那时并不存在去磁效应, 所以在媒质内部的磁场和外加的磁场是相同的。但实际上所使用的鉄磁材料均为有限尺寸的, 在其表面上存在着磁化强度的散度, 即在材料内部的磁化强度是非均匀进动的, 因此在样品内部每一点上

的宏观磁场是不相同的。为简单起见，我们选用尺寸很小的椭圆球作为样品，它的尺寸比电磁波长小得多，因而在这种样品内磁化强度的进动可以看成是均匀的，即磁化是均匀的。

由于对有限尺寸的样品来说，存在着去磁效应，因而样品内外的磁场是不相同的。由铁磁学可知，位于非磁性媒质的外加磁场  $\vec{H}_e$  中的磁性椭圆球体内的磁场是均匀的并可用下式表示：

$$\vec{H}_i = \vec{H}_e - \vec{N}\vec{M} \quad (1-2-1)$$

式中  $\vec{M}$ ——样品的磁化强度，在此情况下它同样是均匀的，而  $\vec{N}$ ——张量去磁系数。数值  $(-\vec{N}\vec{M})$  乃是去磁场。

如果所取的坐标与椭圆球的轴一致时，张量  $\vec{N}$  的三个分量  $N_x$ ,  $N_y$  和  $N_z$  有以下关系：

$$N_x + N_y + N_z = 4\pi$$

式 (1-2-1)，指出了宏观内磁场与外加磁场，去磁场的关系。这种关系对于恒稳磁场情况及交变磁场情况也同样是正确的，即：

$$\vec{H}_{i0} = \vec{H}_{e0} - \vec{N}\vec{M}_0 \quad (1-2-2)$$

$$\vec{h}_i = \vec{h}_e - \vec{N}\vec{m} \quad (1-2-3)$$

在这里我们首先研究均匀自由运动的情况，在此情况下，交变外加磁场  $\vec{h}_e = 0$ ，因此

$$\vec{h}_i = -\vec{N}\vec{m} \quad (1-2-4)$$

现在我们从方程式 (1-1-18) 出发来讨论无损耗情况下的自由进动。将 (1-1-20)，(1-2-2) 和 (1-2-4) 式代入方程式 (1-1-18) 并略去两小量相乘的各项，可得到：

$$j\omega_0 \vec{m} e^{j\omega_0 t} = -\gamma \vec{M}_0 \times (\vec{H}_0 - \vec{N}\vec{M}_0) + \gamma [\vec{M}_0 \times \vec{N}\vec{m} + (\vec{H}_0 - \vec{N}\vec{M}_0) \times \vec{m}] e^{j\omega_0 t} \quad (1-2-5)$$

式中标量  $H_{e0}$  用  $H_0$  取代。

式 (1-2-5) 右边部份的静态项应该为零，因为矢量  $\vec{M}_0$  与内场  $\vec{H}_{i0}$  方向是一致的。所以式 (1-2-5) 左边部份的交变项与右边部份的交变项相等，因此得到：

$$j\omega_0 \vec{m} = \gamma \vec{H}_{i0} \times [(\vec{1} + x_0 \vec{N}) \vec{m}] \quad (1-2-6)$$

式中  $\vec{1}$ ——单位张量，而  $x_0$ ——静态磁化系数，它决定于：

$$\vec{M}_0 = x_0 \vec{H}_{i0} \quad (1-2-7)$$

以上的  $\vec{M}_0$  和  $\vec{H}_{i0}$  都选在  $z$  轴坐标上。

张量  $\vec{N}$  是对称的，在我们所选取的坐标系中，（椭圆球的轴和笛卡尔坐标轴一致）张量  $\vec{N}$  可写成下列形式：

$$\vec{N} = \begin{vmatrix} N_{11} & N_{12} & N_{13} \\ N_{21} & N_{22} & N_{23} \\ N_{31} & N_{32} & N_{33} \end{vmatrix}$$

将方程式 (1-2-6) 投影到笛卡尔坐标系就可以得到下列分量表示式：

$$\left. \begin{aligned} (j\omega_0 + \gamma x_0 H_{i0} N_{12}) m_x + \gamma H_{i0} (1 + x_0 N_{22}) m_y &= 0 \\ + \gamma H_{i0} (1 + x_0 N_{11}) m_x + (-j\omega_0 + \gamma x_0 H_{i0} N_{12}) m_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-2-8)$$

$$m_z = 0$$

在联立方程式 (1-2-8) 的系数所组成的行列式等于零的条件下，即：

$$\begin{vmatrix} j\omega_0 + \gamma x_0 H_{i0} N_{12} & \gamma H_{i0} (1 + x_0 N_{22}) \\ \gamma H_{i0} (1 + x_0 N_{11}) & (-j\omega_0 + \gamma x_0 H_{i0} N_{12}) \end{vmatrix} = 0$$

就可求得磁化强度矢量的固有进动频率:

$$\omega_0 = \gamma H_{i0} [(1 + x_0 N_{11})(1 + x_0 N_{22}) - x_0^2 N_{12}^2]^{1/2} \quad (1-2-9)$$

式 (1-2-9) 也可写成下列形式:

$$\omega_0 = \gamma [(H_{i0} + N_{11} M_0)(H_{i0} + N_{22} M_0) - N_{12}^2 M_0^2]^{1/2}$$

当外磁场  $\vec{H}_0$  的方向与椭球体的某轴一致时, 此时恒磁化强度  $M_0$ , 内磁场  $\vec{H}_{i0}$  与  $\vec{H}_0$  方向一致, 因而:

$$N_{12} = 0, N_{11} = N_x, N_{22} = N_y, H_{i0} = H_0 - N_z M_0$$

在此情况下表示式 (1-2-9) 就变为周知的基特公式:

$$\omega_0 = \gamma \{ [H_0 + (N_x - N_z) M_0] [H_0 + (N_y - N_z) M_0] \}^{1/2} \quad (1-2-10)$$

由式 (1-2-10) 可知, 谐振频率  $\omega_0$  与样品的几何形状有关。现在我们来研究一些特殊情况。对于切于其平面磁化的薄圆盘, (图 8a)  $N_x = N_z = 0, N_y = 4\pi$ 。所以

$$\omega_{n, \perp} = \gamma [H_0 (H_0 + 4\pi M_0)]^{1/2} = \gamma (H_0 B_0)^{1/2} \quad (1-2-11)$$

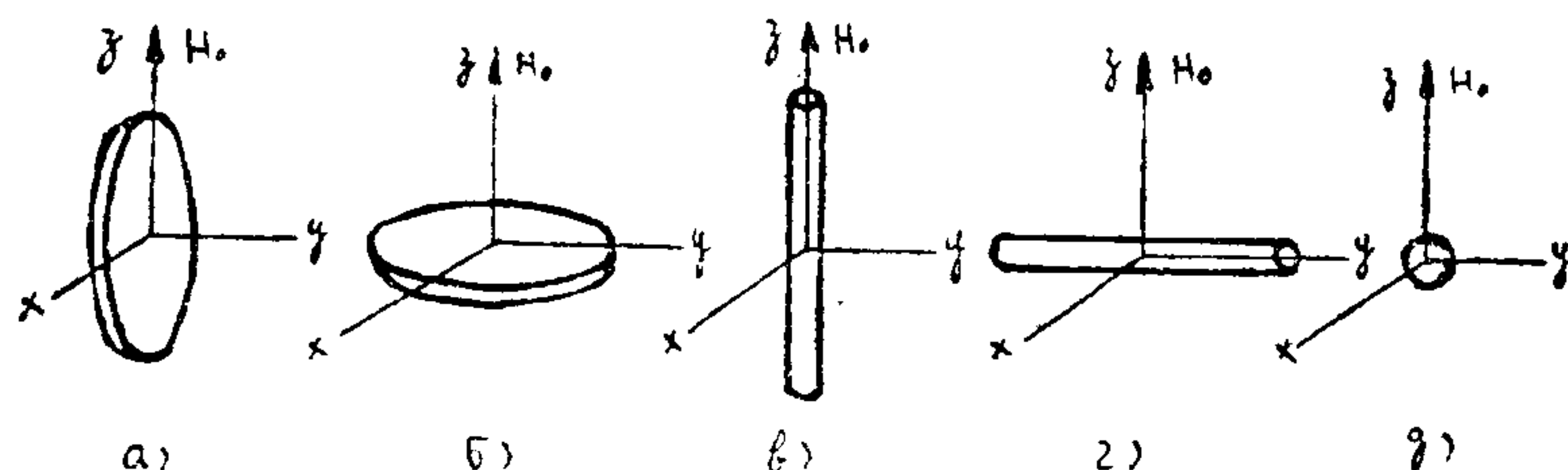


图 8 椭球体的几种极端情况

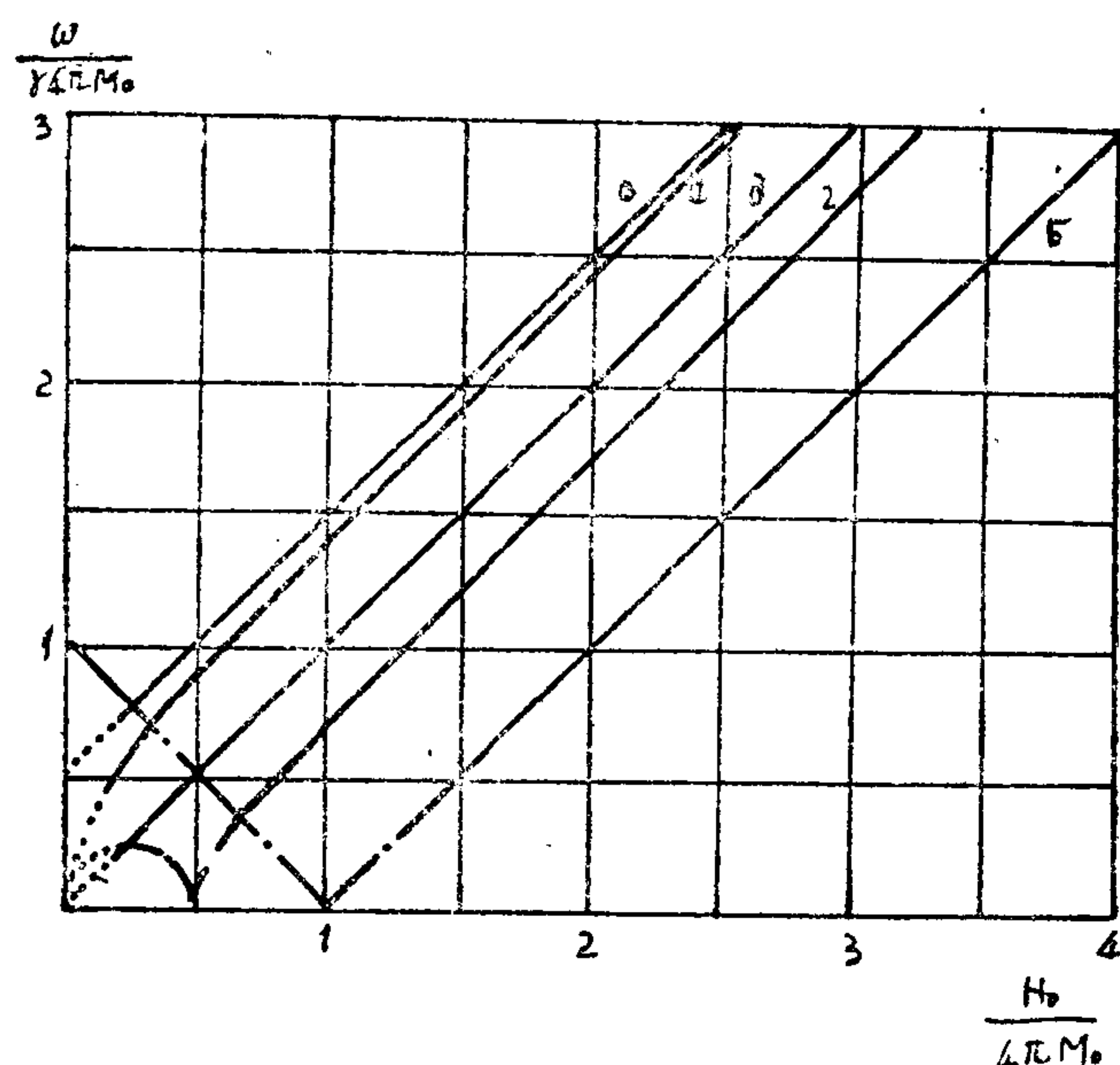


图 9 各种椭球体的极端情况下的谐振频率  $\omega$  与恒稳磁场  $H_0$  的关系

对于垂直于其平面磁化的薄圆盘 (图 8b),  $N_x = N_y = 0$ , 而  $N_z = 4\pi$ , 所以

$$\omega_{n, \perp} = \gamma (H_0 - 4\pi M_0) \quad (1-2-12)$$