

博弈论 简明教程

李光久 李 昕 编著

BOYILUN
JIANMING JIAOCHENG

 江苏大学出版社
JIANGSU UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

博弈论简明教程 / 李光久, 李昕编著. — 镇江:
江苏大学出版社, 2013. 4
ISBN 978-7-81130-451-0

I. ①博… II. ①李… ②李… III. ①对策论—教材
IV. ①O225

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 049743 号

博弈论简明教程

编 著/李光久 李 昕
责任编辑/吴昌兴 徐 婷 宋慧娟
出版发行/江苏大学出版社
地 址/江苏省镇江市梦溪园巷 30 号(邮编: 212003)
电 话/0511-84446464(传真)
网 址/http://press. ujs. edu. cn
排 版/镇江文苑制版印刷有限责任公司
印 刷/丹阳市兴华印刷厂
经 销/江苏省新华书店
开 本/787 mm×1 092 mm 1/16
印 张/21
字 数/536 千字
版 次/2013 年 4 月第 1 版 2013 年 4 月第 1 次印刷
书 号/ISBN 978-7-81130-451-0
定 价/42.00 元

如有印装质量问题请与本社营销部联系(电话:0511-84440882)

前言 001

1 博弈论概述 001

- 1.1 博弈论几个典型的例子 001
- 1.2 博弈论的基本概念 006
- 1.3 博弈论与经济学 010

2 完全信息静态博弈 012

- 2.1 博弈的战略式表述与纳什均衡 012
 - 2.1.1 博弈的战略式表述 012
 - 2.1.2 严格占优战略均衡 012
 - 2.1.3 逐步剔除严格劣战略均衡 013
 - 2.1.4 纳什(Nash)均衡 016
- 2.2 纳什均衡应用举例 019
 - 2.2.1 库诺特(Cournot)双寡头垄断产量竞争模型 019
 - 2.2.2 伯川德(Bertrand)双寡头垄断价格竞争模型 023
 - 2.2.3 最后要价仲裁模型 024
 - 2.2.4 公共地的悲剧 026
- 2.3 混合战略纳什均衡 027
 - 2.3.1 混合战略的概念 028
 - 2.3.2 混合战略纳什均衡 029
- 2.4 双人零和博弈 035
 - 2.4.1 博弈矩阵、安全战略 035
 - 2.4.2 零和博弈的纯战略纳什均衡 037
 - 2.4.3 零和博弈的混合战略纳什均衡 039
- 2.5 纳什均衡的存在性 044
 - 2.5.1 纳什均衡的存在性 044
 - 2.5.2 纳什均衡的多重性 049

练习题 052

3 完全信息动态博弈 058

3.1 博弈的扩展式表述 058

3.1.1 博弈的扩展式表述 058

3.1.2 博弈树 059

3.1.3 信息集 060

3.2 扩展式表述的博弈的纳什均衡 064

3.2.1 动态博弈的战略式表述 064

3.2.2 扩展式表述博弈的纳什均衡 066

3.2.3 动态博弈的多代理人表示与行为战略均衡 070

3.2.4 完全且完美信息动态博弈 078

3.3 子博弈精炼纳什均衡 081

3.3.1 子博弈精炼纳什均衡 082

3.3.2 用逆向归纳法求解子博弈精炼纳什均衡 085

3.3.3 逆向归纳法和子博弈精炼纳什均衡的评论 087

3.4 完全信息动态博弈应用举例 090

3.4.1 斯坦克尔伯格(Stackelberg)双寡头竞争模型 090

3.4.2 工会与企业之间博弈——里昂惕夫(Leontief)工会与企业的工资和就业模型 092

3.4.3 罗宾斯坦(Robinsein)轮流出价的讨价还价模型 094

3.5 两阶段可观察动态博弈及应用举例 099

3.5.1 多阶段可观察动态博弈的一般概念 100

3.5.2 两阶段可观察动态博弈的子博弈精炼纳什均衡 100

3.5.3 两阶段可观察动态博弈应用举例 101

3.6 重复博弈 108

3.6.1 有限次重复博弈 108

3.6.2 无限次重复博弈 114

练习题 132

4 不完全信息静态博弈 137

4.1 不完全信息静态博弈和贝叶斯均衡 137

4.1.1 不完全信息下的库诺特模型 137

4.1.2 不完全信息静态博弈的战略式表述 139

4.1.3 海萨尼(Harsanyi)转换 140

4.1.4 贝叶斯均衡 142

| | | |
|-------|----------------|-----|
| 4.2 | 贝叶斯均衡应用举例 | 148 |
| 4.2.1 | 不完全信息库诺特模型 | 148 |
| 4.2.2 | 不完全信息下的公共产品的提供 | 150 |
| 4.2.3 | 一级密封价格拍卖 | 152 |
| 4.2.4 | 双方叫价拍卖 | 156 |
| 4.3 | 贝叶斯博弈与混合战略均衡 | 160 |
| 4.4 | 机制设计与显示原理 | 164 |
| 4.4.1 | 机制设计的两个例子 | 165 |
| 4.4.2 | 机制设计的显示原理 | 172 |
| | 练习题 | 177 |

5 不完全信息动态博弈 181

| | | |
|-------|---------------------------------------|-----|
| 5.1 | 精炼贝叶斯均衡 | 181 |
| 5.1.1 | 均衡概念的深化:精炼 | 181 |
| 5.1.2 | 精炼贝叶斯均衡 | 183 |
| 5.1.3 | 不完美信息博弈的精炼贝叶斯均衡 | 185 |
| 5.2 | 信号博弈及其精炼贝叶斯均衡 | 189 |
| 5.2.1 | 信号博弈的概念 | 189 |
| 5.2.2 | 信号博弈的精炼贝叶斯均衡 | 191 |
| 5.2.3 | 求解信号博弈的精炼贝叶斯均衡示例 | 193 |
| 5.3 | 信号博弈应用举例 | 198 |
| 5.3.1 | 股权融资 | 198 |
| 5.3.2 | 斯宾塞(Spence)劳务市场模型 | 201 |
| 5.3.3 | 负债率与企业质量 | 205 |
| 5.4 | 精炼贝叶斯均衡的再精炼及其他均衡概念 | 207 |
| 5.4.1 | 用剔除严格劣战略方法再精炼 | 208 |
| 5.4.2 | 直观标准 | 212 |
| 5.4.3 | 克瑞普斯-威尔逊(Kreps-wilson)的序贯均衡 | 214 |
| 5.4.4 | 泽尔腾(Selten)的颤抖手均衡 | 221 |
| 5.5 | 不完全信息有限次重复博弈与声誉效应 | 227 |
| 5.5.1 | 不完全信息囚徒困境有限次重复博弈中的合作行为 ——KMRW 声誉模型 | 227 |
| 5.5.2 | KMRW 声誉模型——有限次重复的不完全信息连锁店博弈 | 233 |
| 5.5.3 | 博弈论均衡概念的简要总结 | 237 |
| | 练习题 | 239 |

6 合作博弈 242

6.1 合作博弈的联盟型表述 242

6.1.1 合作博弈与非合作博弈之间的差异 242

6.1.2 合作博弈的联盟型表述 (N, v) 243

6.2 联盟博弈的解 246

6.2.1 联盟博弈的解:核 $C(N, v)$ 246

6.2.2 联盟博弈的 VNM 解:稳定集 252

6.2.3 联盟博弈的数值解:夏普利值 253

6.3 讨价还价(谈判)问题的纳什解 262

练习题 268

7 演化博弈 273

7.1 演化博弈的缘起 273

7.2 单种群演化博弈 274

7.2.1 单种群演化博弈的演化稳定策略 274

7.2.2 单种群演化稳定策略的性质 276

7.2.3 单种群演化稳定策略存在、唯一性讨论 278

7.3 两种群演化稳定策略 283

7.4 基因复制动态过程 286

7.5 应用举例 290

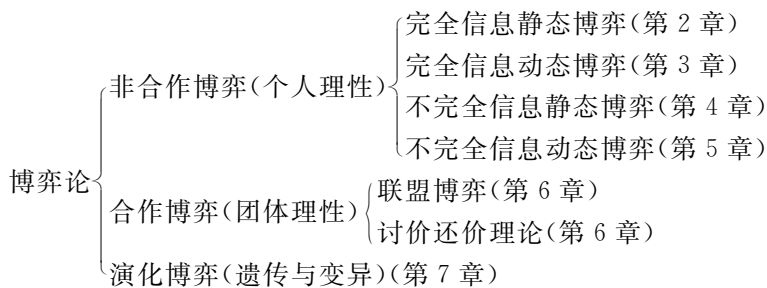
练习题 294

参考文献 295

练习题解答 296

《博弈论简明教程》是在作者近年来讲授博弈论课程过程中的读书笔记、教案讲稿的基础上,不断组织、增删、扩充完成的。因此,本书的读者群主要定位于经济、管理学科的本科生及硕士、博士研究生。博弈论是对策理论,因此本书也可以作为应用数学专业学生的教材和参考书。

作为教材,首先要考虑知识结构的相对完整性,因此,作者将博弈论的三大主要板块——非合作博弈、合作博弈和演化博弈安排在主要章节之中。整体结构安排如下:



本教程第1章的绪论,开门见山地介绍了四个博弈论的典型例子,以期引起读者的兴趣,并由此引入博弈的五个要素:参与者、信息、行动与战略、收益以及结局(均衡)。绪论还简要阐述了博弈论发展的大致脉络,以及博弈论与经济学相互渗透、相互促进的进程。

基于个人理性假设的传统非合作博弈是本教程的主要内容,该部分占全书五分之四的篇幅,考虑到近数十年发展迅速的基于团体理性假设的合作博弈,以及不要求参与者完全理性假设的演化博弈的地位与作用的显现,为了让读者能及时接触到博弈论的发展前沿,本教程安排第6章介绍合作博弈,第7章介绍演化博弈,供读者选读。

作为教师的共识,一门课程总要求学生掌握“三基”:基本概念、基本理论和基本方法。其中,基本概念是一门课程知识构架的基石,其重要程度不言而喻。

博弈论的基本概念纷繁复杂,同一类概念虽然只有一字(词)之差,但概念的内涵却相差甚远。比如,涉及信息概念,完全信息和完美信息就是两个截然不同的概念;涉及战略概念,纯战略 s_i 、混合战略 p_i 以及行为战略 b_i^j ,三者表达 s_i 、 p_i 和 b_i^j 的不同,它们之间的区别是严格的,联系却又是紧密的。博弈论的基本概念常常以定义形式给出,其中除了精辟的文字阐述外,往往还需要复杂的数学表达式展示概念的内涵,这些对于初学者来说都会形成障碍。本教程力图在介绍各章基本概念时,尽量用直观的方式,从多层面、多角度去阐释基本概念(定义)的真谛。基本理论常常以定理的形式出现,涉及的数学知识偏多、偏深,因此本教程对基本理论只作论述,而将严格的论证过程省略。比如,纳什均衡的存在性、重复博

弈的无名氏定理、联盟博弈为凸博弈的解的性质定理等,都是如此处理的。而博弈论的基本方法直接关系到博弈均衡求解,因此本教程在基本方法的介绍上是不吝笔墨的。在非合作博弈方面,求解纳什均衡,介绍了按定义法、划线法、无差异方法、图解法、解析法等多种方法;求解贝叶斯均衡,介绍了按定义法、代理人法、海萨尼转换法等多种方法。不同方法从不同角度对博弈论的基本概念给予剖析,相互比照,各有千秋。

为了便于读者自学,本教程在对博弈论基本概念与基本方法进行阐述时,都佐以大量例题并对其给予较为详细的诠释,且在各章之后附有练习题,供读者对这些概念和方法予以消化吸收。初学者总希望能够对练习题的求解过程及答案的正确性进行检验,因此,本教程在书后的附录部分对全书各章之后共计 103 道练习题作出了较为详尽的解答,供读者参考。因此,本教程兼顾了博弈论教材与习题解答两种功能。

作者在编写的过程中,参考和引用了国内外很多博弈论方面的专家、学者的论著和研究成果,这些论著的研究成果均列于本教程的参考书目之中,在此对这些专家、学者致以深深的谢意。

鉴于编著者水平所限,本教程难免存在问题和疏漏,为了听取读者的质询和意见,特给出我们的通讯方式:

Tel:0086 - 511 - 88780066

E-mail:Lgj304@hotmail.com

编 者

1.1 博弈论几个典型的例子

博弈论(Game Theory)是研究两人或多人谋略和互动决策问题的理论。博弈论分析的目的在于预测博弈的结果,不言而喻,每一个参与者(一个人、一个企业等)要选择的战略(在什么时候选择什么行动)必须是针对其他参与者所选择战略的最优反应,每一个参与者都希望尽可能提高自己的利益所得。参加博弈的人都是在相互依存、相互制约的状态下展开竞争的,因此,每一个参与者都必须眼观六路、耳听八方,捕捉各种信息,审时度势,在适当的时候选择一种最佳的行动。这就要求每一个参与者既要想到自己该怎么做,又要想到别人会怎么做,常常需要将自己置身于其他参与者的位置去思考问题,从而猜度其他参与者可能会选择的行动,在这个基础上每一个参与者拿定主意决定自己最理想的行动。小孩玩的“石头、剪刀、布”游戏,大人在棋盘上的对弈都不难印证这些道理。

博弈论原本是数学的一个分支,最近一二十年才融入主流经济学中。经济学作为博弈论的应用领域,不仅使博弈理论找到了自身的用武之地,同时也极大地推动了博弈论的理论发展。源于数学的博弈理论,总少不了抽象的概念、深奥的理论、严密的推理。基于“感性—理性—感性”的一般认识事物的规律,本教程首先让读者熟悉几个博弈论的通俗、典型的实例。这些例子直观、浅显,而且饶有趣味,可以说是博弈论的品牌。这些例子是想学习博弈论的读者的导游,能够引导读者由浅入深地去理解博弈论的各种概念、理论和方法,更重要的是让读者通过这些例子去认识博弈论在经济学以及社会、政治、军事等众多领域的应用,尤其是初步体验博弈论与经济学的密不可分的关系。

例1 囚徒困境

两个共同作案的犯罪嫌疑人被捕并受到指控,除非至少一人认罪,否则警方无充分证据将他们按罪判刑。警方把他们关入不同的牢室,并对他们说明不同行动所带来的后果。如果两人都采取沉默的抗拒态度,因警方证据不足,两人将均被判为轻度犯罪入狱1个月;如果双方都坦白,根据案情两人将被判入狱6个月;如果一人招认而另一人拒不坦白,招认者有主动认罪表现将立即释放,而另一人将判入狱9个月(所犯罪行判6个月,干扰司法加判3个月)。

囚徒困境问题可以用如图1-1所示的双变量收益矩阵的形式来描述。

在此博弈中,每个囚徒有两种战略可供选择:坦白(或招认)、不坦白(或沉默),图1-1所示的矩阵中每一个单元的两个数字表示一组特定的战略组合下两个囚徒的收益(或支付、或效用),其中第一个数字是囚徒1的收益,第二个数字是囚徒2的收益。例如,如果囚徒1选择沉默,而囚徒2选择坦白,那么囚徒1的收益为-9(表示判刑9个月),囚徒2的收益为0(表示马上释放)。

囚徒 2

| | | | |
|------|----|-------|--------|
| | | 坦白 | 沉默 |
| | | 坦白 | -6, -6 |
| 囚徒 1 | 沉默 | -9, 0 | -1, -1 |

图 1-1

博弈论为囚徒困境问题提供的解是战略组合(坦白, 坦白), 这个战略组合是一个占优战略组合, 因为不论对方如何选择, 囚徒的最优选择都是坦白。比如说, 如果囚徒 2 不坦白(选择沉默), 那么囚徒 1 坦白就会马上获释, 不坦白还得坐 1 个月的牢, 因此, 对囚徒 1 来说, 坦白比不坦白好; 如果囚徒 2 坦白, 那么囚徒 1 坦白要判 6 个月, 不坦白则要判 9 个月, 这样对囚徒 1 来说, 还是坦白比不坦白好。因此, 坦白是囚徒 1 的占优战略。同样分析表明, 坦白也是囚徒 2 的占优战略。权衡结果, 每个囚徒都会选择坦白, 各判刑 6 个月。

初次接触博弈论的人, 难免会提出这样的问题: 战略组合(沉默, 沉默), 即如果两个人都不坦白, 各人只判刑 1 个月, 不是比战略组合(坦白, 坦白)带来的各判刑 6 个月要好吗? 如果引用经济学中的“有效”术语, (沉默, 沉默)是一个有效结局, 但有效结局并不是囚徒困境问题的博弈解, 与此相关的理论问题在第 2 章可以找到答案。

与囚徒困境类似的博弈问题, 在社会经济领域有许多版本, 这里举几个例子。

A, B 两个公司以高、低两种价格向市场竞相销售同一种产品, 双方协定以高价格垄断市场, 可以使彼此获得满意的利润收益, 至少要远远好于双方都以低价格出售产品的情形。但是如果某一方坚持高价, 而另一方为了独占市场却将产品以低价推销(协定不被遵守且不受处罚), 那么后者将获得高盈利而前者则损失惨重。市场上商品价格战的结局常常是以低价格销售商品, 消费者从中受益, 这种结果正是博弈论预测的合理结局, 读者不妨自己设计一个类似于图 1-1 的 A, B 公司收益矩阵。

公共产品的供给也类似于囚徒困境问题, 每个人可供选择的战略是: 出钱、不出钱。如果大家出钱兴办公共事业, 所有人的福利都会增加。问题是, 如果自己出钱他人不出钱, 自己将得不偿失; 而如果自己不出钱而他人出钱, 自己就可以占他人的便宜。结果每个人的最优选择都是“不出钱”。

再有一个例子是军备竞赛问题。冷战时期, 美苏两个超级大国构成博弈的两方, 可供选择的战略是: 扩军(增加军费预算)、裁军(减少军费预算)。如果双方都热衷于扩军, 两国都要为此付出高额军费(从社会福利角度看这是一笔庞大的负收益); 如果双方都选择裁军, 则可以省下这笔钱; 但是如果一方裁军而另一方进行扩军, 扩军的一方到时就会以武力相威胁甚至发动战争, 这时, 战争胜败双方的收益与支付将出现难以估量的差异。可以给出如下一个假想的双变量收益矩阵(如图 1-2 所示, 单位: 亿美元)。

| | | | |
|----|----|--------------|--------------|
| | | 前苏联 | |
| | | 扩军 | 裁军 |
| 美国 | 扩军 | 3 000, 3 000 | 10 000, ∞ |
| | 裁军 | ∞, 10 000 | 2 000, 2 000 |

图 1-2

博弈论给出军备竞赛问题的解是战略组合(扩军,扩军),博弈理论预测双方都扩军可以达到对抗中的相对稳定,这是一个符合现实的合理结局。

例2 智猪争食

猪圈里喂养两头猪,一头大猪,一头小猪。猪圈的一边有一个猪食槽,对面的一边装有控制开关,只要猪用鼻头拱一下控制开关,一次就会有6个单位的饲料流进猪食槽。如果大猪和小猪都不拱开关,那么它们都吃不到饲料。如果小猪去拱开关,那么等它跑到猪食槽时,大猪已将流出的饲料全部吃光了;如果大猪去拱开关,那么等它跑到猪食槽时,小猪差不多已吃掉了5个单位饲料,结果大猪只能吃到1个单位饲料;如果大猪和小猪一起去拱开关,再一起跑去吃食,那么大猪可吃到4个单位饲料,小猪也能吃到2个单位饲料。假定每拱一次开关需要消耗0.5个单位饲料的能量。大猪和小猪长期在一起进食,上面所说的情况(信息、知识)已为它们所掌握。仿照囚徒困境的情形,可以画出如图1-3所示的双变量收益矩阵。

| | | | |
|----|----|----------|--------|
| | | 小猪 | |
| | | 拱 | 不拱 |
| 大猪 | 拱 | 3.5, 1.5 | 0.5, 5 |
| | 不拱 | 6, -0.5 | 0, 0 |

图 1-3

在这个博弈中,大猪与小猪都有两种战略选择:拱、不拱。不论大猪选择拱还是不拱,小猪的最优选择总是不拱。这是因为,如果大猪去拱开关,小猪不拱(等在猪食槽旁边)比拱(再跑回去争食)划算($5 > 1.5$);如果大猪不去拱开关,小猪不拱顶多都不得食,而去拱却要白白消耗能量($0 > -0.5$)。因此,不拱是小猪的占优战略。给定小猪总是选择不拱,大猪的最优选择只能是拱。这样,智猪争食问题的博弈论解是战略组合(拱,不拱)。

如果说,囚徒困境博弈的解(坦白,坦白)具有战略稳定性,那么智猪争食博弈的解(拱,不拱)也具有战略稳定性。

大猪或小猪都没有主观意愿去偏离战略解所提供的战略,因为偏离者获取的食物(能量)只可能减少而不会增加。比如,大猪如果偏离战略解所提供的战略,形成战略组合(不拱,不拱),那么这时大猪获取的食物(能量)就从0.5减少到0,所以大猪不会主动偏离战略:拱。同样,小猪也不会主动偏离战略:不拱,因为一旦偏离,小猪获取的食物(能量)将从5减少到1.5。相反,战略组合(拱,拱),(不拱,拱),(不拱,不拱)就不具有战略稳定性,在这些战略组合中,大猪或小猪改变战略选择,就可从中获取更多的食物(能量)。

智猪争食模型在社会经济领域也可以找到许多实例。

比如,股份公司中有大股东和小股东之分,股东都承担监督经理的职能,但他们从监督中得到的收益却不一样。在监督成本相同的情况下,大股东从监督中得到的好处显然多于小股东。通常,在股份公司里总是由大股东担当监督任务,而小股东则搭大股东的便车。

股票市场上也有类似现象,一般大户总是重视搜集信息,积极进行行情分析,对小户而言,跟大户是常见现象。

在进行产品研究开发以及新产品广告宣传时,对大企业而言,资金实力及可期望的收益都会使其有投资的积极性,而对小企业而言往往会得不偿失。因此,小企业通常采取与大企业建立协作生产或移植部分技术的做法。

例3 雇主雇工

雇工为雇主干活,有两种战略可供选择:工作、偷懒。如果雇工选择工作,他需要付出成本 $g > 0$,并且能为雇主生产价值为 $v > 0$ 的产出,同时能获得雇主付给的工资报酬 w ($v > w$ 以及 $w > g$ 应该是合理的假设)。雇主为了监察雇工的表现,也有两种战略可供选择:检查、不检查。雇主选择检查,需要付出成本 $h > 0$ (不妨设 $h < w$),以此代价获取雇工是否偷懒的信息,一旦发现雇工偷懒,则扣除工资作为惩罚。该博弈的格局可以用如图 1-4 所示的双变量收益矩阵来表达。

| | | | |
|----|-----|--------------|---------|
| | | 雇工 | |
| | | 工作 | 偷懒 |
| 雇主 | 检查 | $v-w-h, w-g$ | $-h, 0$ |
| | 不检查 | $v-w, w-g$ | $-w, w$ |

图 1-4

在这个博弈中,雇主没有占优战略。这是因为如果雇工在工作,此时雇主不检查优于检查 ($v-w > v-w-h$); 如果雇工偷懒,此时检查优于不检查 ($-h > -w$)。也就是说,雇主的两个战略:检查与不检查,不能断定检查一定优于不检查。同样分析,雇工也不存在占优战略。

博弈构成的四个战略组合:(检查,工作)、(检查,偷懒)、(不检查,工作)、(不检查,偷懒),都不具有战略稳定性。也就是说,对于这四种战略组合,雇主和雇工中某个人总能在战略偏离过程中获得好处,这就让他产生偏离的主观愿望。比如,对于战略组合(检查,工作),这时雇主就会主动偏离战略检查,选择不检查就能节省检查花费的成本 h ,形成的战略组合(不检查,工作)让雇主的收益提高到 $v-w$ ($> v-w-h$)。其余三种战略组合的不稳定性均可作类似推断。这表明,该博弈不存在战略组合解。

大家都会想到雇主可以采取一种不确定的、随机的检查方式,形成雇主的随机战略 $p_1 = (p, 1-p)$,随机战略是一个概率分布:

| | | |
|------------|-----|-------|
| 战略 | 检查 | 不检查 |
| 概率分布 p_1 | p | $1-p$ |

这表明雇主选择检查的可能性(概率)是 p ,选择不检查的可能性(概率)是 $1-p$ 。相应地,随机战略 $p_1 = (1, 0)$ 就是战略检查,因为不检查的概率是 0。有人自然会提出问题:雇主的最优随机战略是什么? 也就是 p 应该取何值? 从雇主的角度考虑,采取随机战略 $p_1 = (p, 1-p)$,就是可能随时去检查,也可能不检查,让对方(雇工)产生一种不确定性,也就是让对方(雇工)在选择工作或偷懒两种战略上分不清好坏,产生的效果呈现无差异性,即战略组合 $(p_1, 工作)$ 和战略组合 $(p_1, 偷懒)$ 对雇工来说产生的效果无差异。战略组合 $(p_1, 工作)$ 对

雇工来说产生的效果(期望收益)为 $p(w-g)+(1-p)(w-g)=w-g$; 而战略组合 $(p_1, \text{偷懒})$ 产生的效果为 $p \times 0 + (1-p)w = w - wp$ 。这两个效果无差异, 即有 $w-g = w - wp$, 解出 $p = \frac{g}{w}$ 。这就产生雇主的最优随机战略 $p_1 = (p, 1-p) = (\frac{g}{w}, 1 - \frac{g}{w})$ 。这里对 $p = \frac{g}{w}$ 稍作背景解释: 设工资报酬 w 固定, 当雇工的工作成本 g 增加时(工资激励效果 $w-g$ 减少), 雇主选择检查的可能性(概率 $p = \frac{g}{w}$) 就随着 g 的增加而变大。

同样, 雇工也可以采取一种不确定的(随机的)方式选择工作或偷懒, 形成雇工的随机战略 $p_2 = (q, 1-q)$, 即

| | | |
|------------|-----|-------|
| 战略 | 工作 | 偷懒 |
| 概率分布 p_2 | q | $1-q$ |

这表明雇工选择工作的可能性(概率)是 q , 选择偷懒的可能性(概率)是 $1-q$ 。雇工选择随机战略 $p_2 = (q, 1-q)$ 也是要让对方(雇主)产生一种不确定性, 即让雇主在战略组合(检查, p_2)与(不检查, p_2)之间产生的效果(期望收益)无差异。类似上面的推算过程, 最后可以解出 $p_2 = (1 - \frac{h}{w}, \frac{h}{w})$ 。从中可以看到, 设工资报酬 w 固定, 随着雇主检查成本 h 的增加, 雇工选择偷懒的可能性(概率 $\frac{h}{w}$) 也随之变大。

雇主雇工博弈的随机战略解就是随机战略组合 $(p_1, p_2) = ((\frac{g}{w}, 1 - \frac{g}{w}), (1 - \frac{h}{w}, \frac{h}{w}))$ 。

囚徒困境博弈的解(坦白, 坦白)表示为随机战略组合就是 $((1, 0), (1, 0))$ 。

智猪争食博弈的解(拱, 不拱)表示为随机战略组合就是 $((1, 0), (0, 1))$ 。

这里提出的随机战略在博弈论中的规范名称是混合战略, 在 2.3 节还会进行深入的讨论。

许多游戏类(如“出手心手背”, “剪刀、石头、布”)博弈和赌博类(如“出牌比点数”)博弈都和本例给出的博弈格局类似, 这些博弈都不存在战略组合的解, 选择战略都带有不确定性(随机性), 需要去探寻随机战略的解。

在众多的社会经济领域也有与雇主雇工博弈类似的案例。例如, 纳税监督博弈, 税务机关可以选择的战略: 查税或不查税, 纳税人可以选择的战略: 逃税或不逃税。设应纳税款为 a , 查税需付出成本为 c , 逃税被查到应交罚款为 F ($a + F > c$ 是合理的假设)。纳税监督博弈格局的双变量收益矩阵如图 1-5 所示。

| | | | |
|------|-----|---------------------|-------------|
| | | 纳税人 | |
| | | 逃税 | 不逃税 |
| 税务机关 | 查税 | $a + F - c, -a - F$ | $a - c, -a$ |
| | 不查税 | $0, 0$ | $a, -a$ |

图 1-5

这个博弈中, 纳税机关有一个最优随机战略 $p_1 = (p, 1-p) = (\frac{a}{a+F}, \frac{F}{a+F})$; 纳税人有

一个最优随机战略 $p_2 = (q, 1-q) = \left(\frac{c}{a+F}, \frac{a+F-c}{a+F}\right)$ 。

上面的解揭示了以下一些背景：纳税大户(a 大)，纳税机关随机查税的概率 $p = \frac{a}{a+F}$ 也大，即对重点户头会经常去查税；查税成本小(c 小)，纳税人逃税的概率 $q = \frac{c}{a+F}$ 也小，但由于查税成本小，税收机关查税频率也高，纳税人不应存侥幸心理。

类似于雇主雇工博弈的还有警察与小偷的社会治安博弈、政府救济流浪汉的社会福利博弈等问题。

前面介绍的三个博弈论的典型例子，首先，是让读者对博弈论有一个初步的感性认识，虽然在阐述中也涉及了专业术语，诸如理性、有效、战略、占优战略、博弈解等，但这些术语的含义是读者可以接受的。其次，通过这些例子可以给读者留下一个深刻印象：博弈论与社会经济等诸多领域的联系是非常广泛和密切的。下面章节将对囚徒困境博弈在不同的理论高度进行研究和分析，因此这个例子会在不同地方被引用。

1.2 博弈论的基本概念

本章的目的在于对博弈论在基础的层次上作出总体的、轮廓性的概述，本节就博弈论的一般概念和相关理论作了初步的阐述，结合 1.1 节的例子读者不难理解这些概念和理论。同时，也为后面各章不同类型博弈的严格定义和深入的理论讲述奠定了基础。

什么是博弈论？简而言之，博弈论是研究多人谋略和决策问题的理论。若要较深入地理解这句话，还需要关注以下一些问题。首先，一个博弈问题必须至少有两个或多个参与博弈的主体(可以是个人，也可以是团体，如企业、国家)，参与者在博弈过程中都有各自的切身利益。由于利益的驱动，他们在作出自己的决策时，总想使出最好的招数(最优战略)。其次，博弈中的各个主体之间总不可避免地存在着竞争，竞争自然贯穿博弈的全过程，竞争又将博弈的主体紧紧地联系在一起，相互依存，相互较量。再者，主体之间要进行较量，每一个博弈主体都不会闭目塞听，靠灵机一动想出高招去赢得对手，而是需要眼观六路、耳听八方，尽量掌握博弈中对手的特点和已经采取或可能采取的行动等信息。最后，就是博弈主体最为关心的博弈结果。博弈结果随主体之间使出的招数(战略)的不同而不同，博弈结果通俗地说就是输赢大小，博弈论用收益(或效用)来描述博弈结果。博弈论是从理论上进行研究和分析，对博弈预测出一个理想的结局，预测结局的正确性体现在博弈主体各方都能自愿选择理论推导出的战略，并且没有博弈主体愿意独自偏离依照博弈理论所选定的战略。可想而知，每个博弈主体所选择的战略一定是针对其他主体所选战略的最优反应。

以上只是对博弈论进行粗线条的描述，为了对博弈理论深入讨论，下面对博弈论几个重要的基本概念给出明确定义。

1. 参与者

参与者是指一个博弈中的决策主体，通常又称为参与者或局中人。参与者的目的是通过合理选择自己的行动，以期取得最大化的收益(或效用)。参与者可以是自然人，也可以是企业、团队、国家，甚至是由国家组成的集团(如欧盟、OPEC等)。对参与者而言，在博弈过程中，他必须有不同的行动可作应对选择；在博弈的结局中，他能知道或计算出各参与者

不同的行动组合产生的收益(或效用)。

在博弈论中,为了分析研究问题的需要,还有一个虚拟参与者——“自然”。这里,“自然”是指不以博弈参与者的意志为转移的外生事件。“自然”选择的是外生事件的各种可能现象,并且用概率分布来描述“自然”的选择机理。在博弈论的论著中,一般用 $i=1, 2, \dots, n$ 代表参与者,用 N 代表“自然”。下面的实例就很能说明虚拟参与者“自然”的必要性与重要性。

例 4 房地产开发博弈

现有开发商 A(按博弈论的说法是参与者 1)正考虑是否投资开发一座商住楼,他面临的行动选择是开发或不开发。假设开发,就必须投入 1 亿元资金;如果不开发,投资就是 0。房地产开发市场总是存在风险的,首先风险来自市场需求的不确定性,需求可能大,也可能小。其次,风险来源于竞争对手——房地产开发商 B(参与者 2)。开发商 B 也面临着与开发商 A 同样的决策问题。

假定,市场上有两座楼出售,需求大时,每座楼售价可达 1.4 亿元;需求小时,每座售价为 7 千万元。如果市场上只有一座楼出售,那么,需求大时,售价将高达 1.8 亿元;需求小时,售价也可达 1.1 亿元。可以用如图 1-6 所示的双变量收益矩阵来描述这个博弈问题。

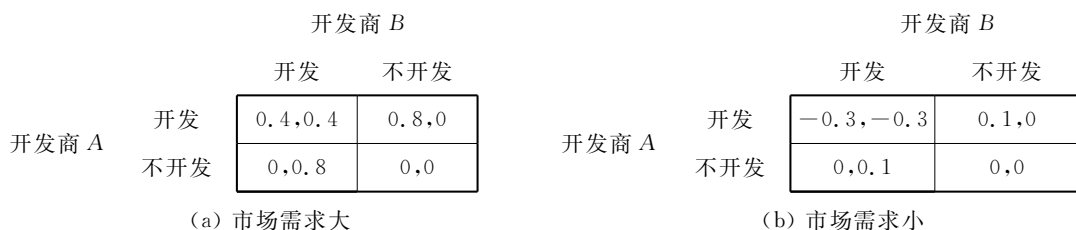


图 1-6

在这个例子中,市场需求作为虚拟参与者“自然”出现在博弈问题中,“自然”(市场需求)是以一定的概率表现出不同的状态(需求大还是小)。不言而喻,“自然”(需求市场)直接关系到博弈的决策结果。这个例子几乎涉及博弈论要讨论的方方面面的重要问题。有关研究分析将在后面有关章节进行阐述。

2. 信息

信息是指参与者在博弈过程中能了解和观察到的知识,这些知识包括“自然”的选择,其他参与者的特征和行动等。信息对参与者是至关重要的,每一个参与者在每一次进行决策之前,必须根据观察到的其他参与者的行动和了解到的有关情况作出自己的最佳选择。

由于信息的内涵不同,派生出的各种有关信息的概念将博弈论划分成不同的类型,因此寻求博弈解的方法也不同。本着由浅入深认识事物的规律,本书将对博弈论中的一些相关概念在以后的章节,逐步予以介绍。此处只就信息有关的两个基本的、重要的概念进行讨论。

首先,关于“共同知识”的概念。一个博弈问题所涉及的“自然”的不同选择、参与者的行动以及相应产生的效用(效果、收益)都是一种知识(信息)。比如,房地产开发商博弈问题,市场需求的大小,开发商 A, B 是开发还是不开发,不同情况下的利润和亏损,都是知识。开发商 A, B 知道这些知识也是一种信息,开发商 A 知道开发商 B 知道这些知识也是一种

信息,等等。博弈论所谓的共同知识指的是“所有参与者知道,所有参与者知道所有参与者知道,所有参与者知道所有参与者知道所有参与者知道……”的知识。可以想象,市场需求大小是一个知识,可能开发商 A, B 都知道市场需求有大与小两种状态,但是开发商 A 并不知道开发商 B 知道市场需求,这时市场需求就不构成共同知识,而只能说是 A 与 B “共同”享有的知识。

其次,关于“完全信息”的概念。完全信息是博弈论非常重要的基本概念,有了上述共同知识的概念,这里就可以给出完全信息的严格定义。完全信息是指所有参与者各自选择的行动的不同组合所决定的收益对所有参与者来说是共同知识。简单地说,完全信息就是指每一个参与者对自己以及其他参与者的行动,以及各参与者选择的行动组合产生的收益等知识有完全的了解。

3. 战略

战略是参与者如何对其他参与者的行动作出反应的行动规则,它规定参与者在什么时候选择什么行动。或者说,战略是参与者“相机行动方案”。

博弈论中,通常用 s_i 表示参与者 i 的一个特定战略,用 $S_i = \{s_i\}$ 表示参与者 i 的所有可选择的战略集合(又称为参与者 i 的战略空间)。如果 n 个参与者每人选择一个战略,那么 n 维向量 $s = (s_1, s_2, \dots, s_n)$ 就称为一个战略组合,其中 s_i 是参与者 i 选择的战略。

如果博弈过程中所有参与者同时行动,没有任何人能获得他人行动的信息,那么,战略选择就变成简单的行动选择,这时战略与行动是相同的。在房地产开发问题中,如果市场需求较大,而开发商 A, B 同时行动,这时每人只有两种战略,也就是两种可能的行动,战略空间也就是行动空间,即 $S_A = S_B = \{\text{开发, 不开发}\}$ 。

同样的例子,如果开发商 A, B 行动有先后次序,那么各人的战略以及战略组合就不一样了。比如, A 行动在先,他有两个战略,即 $S_A = \{\text{开发, 不开发}\}$ 。 B 在得知 A 的行动后再选择自己的行动,这样 B 就有四个战略,即 $S_B = \{(\text{开发, 开发}), (\text{开发, 不开发}), (\text{不开发, 开发}), (\text{不开发, 不开发})\}$ 。 B 的四个战略中,第一个行动是针对 A 的“开发”行动作出的选择,而第二个行动是针对 A 的“不开发”行动作出的选择。如果把 A 的两个战略和 B 的四个战略组合起来,就能形成八种战略组合。比如,战略组合 $s = (\text{开发}, (\text{不开发, 开发}))$ 就表示 A 的战略是“开发”, B 的战略是“如果 A 开发,则我不开发;如果 A 不开发,则我开发”。

战略是一个与过程有关的概念,行动是与时序无关的动作。比如,行动就像拳术中的一招一式,战略就是如一招一式构成的套路。

4. 收益

在博弈论中,收益是在一个特定的战略组合下参与者得到的确定的效用或期望效用。效用通常表现为博弈结果的赢输、得失、盈亏。效用必须能用数值表达其大小。收益是博弈参与者真正关心的东西。

博弈论的一个基本特征是参与者的收益不仅取决于自己的战略选择,而且取决于所有参与者的战略选择。或者说,收益是所有参与者各选定一个战略所形成的战略组合的函数。在博弈论中,通常用 u_i 表示参与者 i 的收益,如果一个战略组合是 (s_1, \dots, s_n) , 那么每个参与者的收益可表示为

$$u_i = u_i(s_1, \dots, s_n), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

例如,在囚徒困境博弈中,记囚徒 1 为参与者 1, 囚徒 2 为参与者 2, 他们的收益是被判

刑的月数,就有 $u_1(\text{坦白}, \text{坦白}) = -6, u_2(\text{坦白}, \text{沉默}) = -9$ 等 8 个收益值。

又如,在房地产开发博弈中,开发商 A, B 分别记为参与者 1, 2, 他们的收益是利润水平(单位:亿元),如果市场处于需求大的状态,就有 $u_1(\text{开发}, \text{开发}) = u_2(\text{开发}, \text{开发}) = 0.4, u_1(\text{开发}, \text{不开发}) = u_2(\text{不开发}, \text{开发}) = 0.8, u_1(\text{不开发}, \text{开发}) = u_2(\text{开发}, \text{不开发}) = u_1(\text{不开发}, \text{不开发}) = u_2(\text{不开发}, \text{不开发}) = 0$ 。假定 A 知道市场需求选择大小的概率分布为 $p = P(\text{需求大}) = 0.6, 1 - p = P(\text{需求小}) = 0.4$, 那么,设定参与者 1(开发商 A) 选择开发,参与者 2(开发商 B) 选择开发的期望收益为

$$Eu_2(\text{开发}, \text{开发}) = 0.6 \times 0.4 + 0.4 \times (-0.3) = 0.12。$$

5. 均衡

在博弈论中,均衡是所有参与者的最优战略组合,通常记为

$$s^* = (s_1^*, \dots, s_i^*, \dots, s_n^*)。$$

其中, s_i^* 是参与者 i 在均衡状态下的最优战略,它是参与者 i 所有可能的战略中使 u_i 或 Eu_i 最大化的战略。通常 u_i 是所有参与者的战略组合的函数,而参与者 i 的最优战略又是依赖于其他参与者的战略选择,那么, s_i^* 就是在给定其他 $n-1$ 个参与者的战略选择(记为 $s_{-i} = (s_1, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n)$) 条件下参与者 i 的最优战略,即

$$u_i(s_1^*, s_{-i}) \geq u_i(s'_1, s_{-i}),$$

亦即

$$u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_1^*, s_{i+1}, \dots, s_n) \geq u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s'_i, s_{i+1}, \dots, s_n)$$

对一切 $s'_i \in s_i, s'_i \neq s_i^*$ 成立。显然,如果上式对所有的 $i = 1, 2, \dots, n$ 同时成立,就产生一个均衡。

例如,在囚徒困境博弈中,由于

$$u_1(\text{坦白}, \text{坦白}) = -6 > -9 = u_1(\text{沉默}, \text{坦白}),$$

$$u_1(\text{坦白}, \text{沉默}) = 0 > -1 = u_1(\text{沉默}, \text{沉默}),$$

因此,“坦白”是囚徒 1 的最优战略,即 $s_1^* = \text{坦白}$ 。同样可以验证,囚徒 2 的最优战略是 $s_2^* = \text{坦白}$ 。因此,囚徒困境问题的均衡是 $s^* = (s_1^*, s_2^*) = (\text{坦白}, \text{坦白})$ 。

这里再提出一个“均衡结果”的概念。例如,在房地产开发博弈中,假定市场需求大,开发商 B 在观察到开发商 A 的行动之后再选择行动。开发商 A 的最优战略是“开发”,开发商 B 的最优战略是(开发,开发),即“如果 A 开发, B 开发;如果 A 不开发, B 还是开发”。因此均衡是战略组合(开发,(开发,开发)),而均衡结果是行动组合(开发,开发),这个均衡结果表示开发商 A 先作出“开发”的行动决策,开发商 B 在观察到 A 决定“开发”之后作出“开发”的行动决策。这里 B 选择开发是均衡情况下的最优行动,而不是 B 的最优战略。

均衡是一个博弈论最重要、最基础的概念,对于不同类型、不同条件的博弈问题又形成各种各样的、特定的均衡的概念,它们构成博弈论多种多样的预测结果,各种均衡在不同的社会经济等领域都展现广阔的应用前景。读者充分、深刻地理解这些均衡概念是非常重要的。

有了上面完全信息的概念,再结合参与者行动先后次序的界定,就可以对博弈论的类型作出划分。如果参与者同时选择各自的行动,则这类博弈称为静态博弈。值得注意的是,“同时”具有双层含意,一种是“同时”的字面解释,也就是参与者在同一时间一起行动;另一种是指参与者行动虽然有先后,但后行动者并不知道先行动者采取了什么具体行动。动态博弈是指参