考点·重点·难点分析　分类归纳　逐题详解　透彻解析　详细注释　客观题独特解法·绝招

2003版

历届
数学考研试题研究

考点分析　应试技巧　解题训练

武忠祥　主编　魏战线　吴云江　编著

数学一

西安交通大学出版社

China 需要全本请访问 www.ertongbook.com



武忠祥　西安交通大学理学院教授，从事高等数学及工程数学教学二十余年，曾获国家、省、校级优秀教学成果奖二十余项。多次参加全国数学考试命题工作，具有丰富的教学、命题及辅导经验。著有《大学数学教程》《高等数学典型题》等多部著作。长期的考研辅导和对考研试题深入细致的研究，使得他的考研辅导效果显著，切题率高，深受历届考生的欢迎。



魏战线　西安交通大学理学院副教授，长期从事工科数学教学和科研工作。曾获国家、省级（部）及校优秀教学成果奖２０余项，国家级高等数学、线性代数、概率统计试题库题库组成员，线性代数试题库题库组骨干成员。著有《线性代数》、《数学考研典型题》等多部著作。多次获西安交大数学优秀奖一等奖，长期参与数学考研辅导工作，有丰富的教学经验。



吴云江　西安交通大学理学院副教授，硕士研究生指导教师，长期从事数学特别是概率论与数理统计的教学和科研工作。曾获得授课竞赛和教学成果二等奖，发表科研及教学论文多篇。

ISBN 7-5605-1397-2

China

2003 版

历届数学考研试题研究

(数学一)

考点分析·应试技巧·解题训练

主编　武忠祥

编著　魏战线　吴云江

西安交通大学出版社

·西安·

China

内 容 提 要

本书内容分为三部分:第一部分,通过典型例题介绍、归纳客观题的解题方法和技巧;第二部分,汇集了 1987 年至 2002 年全部数学考研试题,并逐题分类给出详细解答,透彻分析每题所考的知识点,归纳总结出常考的题型;第三部分,在研究分析历年试题的基础上,精心设计了有针对性的自测练习题,同时附有答案与提示供考生复习之用 .

本书适合考研读者使用,也可供大专院校师生参考.

图书在版编目(CIP)数据

历届数学考研试题研究/武忠祥,魏战线,吴云江主编 .—西安:西安交通大学出版社,2002.4
ISBN 7-5605-1397-2

Ⅰ.历… Ⅱ.①武…②魏…③吴… Ⅲ.高等数学-研究生-入学考试-解题 Ⅳ.O13-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 16290 号

*

西安交通大学出版社出版发行
(西安市兴庆南路 25 号 邮政编码:710049 电话:(029)2668315)
陕西友盛印务有限责任公司印装
各地新华书店经销

*

开本:850 mm×1 168 mm 1/32 印张:12.625 字数:380 千字
2002 年 4 月第 2 版 2002 年 4 月第 2 次印刷
全套定价:68.00 元 本册定价:19.00 元

若发现本社图书有倒页、白页、少页及影响阅读的质量问题,请去当地销售部门调换或与我社发行科联系调换。发行科电话:(029)2668357,2667874

China

2003 版前言

本书 2002 版出版以后，受到报考硕士研究生读者的普遍欢迎，同时也得到了很多考研辅导专家和高校数学教授的肯定和支持，对此我们表示深切的感谢. 应广大读者的要求，2003 版在 2002 版的基础上增加了最新的 2002 年考研试题，同时还补充和更新了部分自测练习题.

自 2002 年开始，数学二中增加了部分线性代数的考试内容（具体增加内容见大纲）. 同时将“线性代数初步”更名为“线性代数”，并调整了试卷的结构. 在数学二的试卷中，高等数学部分由原来的 85% 降为 80%，线性代数部分由原来的 15% 提高到 20%. 对于这个变化，我们在数学二分册中增加了“矩阵的特征值和特征向量”一节.

由于作者水平所限，本书难免有疏漏与不足之处，恳请读者批评指出. 我们也希望继续得到读者对本书的关心和支持.

编　者

2002 年 3 月 26 日

于西安交大

China需要全本请访问 www.ertongbook.com

前　言

任何事物的产生和发展都具有规律性，复习考试也不例外，对任何考试都要重视运用“研究过去，找出规律；认识现在，掌握重点；预测未来，胸有成竹”的思维方法. 自从1987年全国工学、经济学硕士研究生入学实行统一考试以来，至今已有15年. 对于数学考试，多年来的试题总是含有稳定的、普遍的、反复出现的共性. 事实上，近两年的研究生入学考试数学试题（数学一，数学二，数学三，数学四）中就有近二十道试题是与往届考题完全类似、解题思路几乎完全一样的. 因此，为了准备新的研究生入学考试，我们应当认真分析研究历届试题，从中发现规律，归纳出每部分内容的重点、难点及常考的题型，进一步把握考题的特点以及命题的思路和规律.

本书汇集了1987年至2001年历届全国硕士研究生入学统一考试数学试题，这些试题是考研同学了解、分析和研究全国硕士研究生入学考试最直接、最宝贵的第一手资料. 考研题是命题组专家的智慧结晶，它不仅具体地反映了《考试大纲》所规定的对考生数学知识、能力和水平的测试要求，而且全面展现了考研试卷的结构，各部分试题分布，考研试题的特点，每部分内容的考点、重点和难点；同时还蕴含着命题的指导思想、基本原则和命题的趋势. 本书以历届考研试题为基本素材，对每一道试题进行了详细解答和分析，对考生关心的问题进行了深入的分析、研究和总结.

本书对历年考研试题逐题给出了详细解答，并尽量做到一题多解. 有很多题目的解法是我们几位作者长期从事教学和考研辅

China

导研究总结出来的,具有独到之处,其中有些题目的解法比标准答案的解法更简捷,甚至可以节省解题时间一半以上.另外,根据多年的考试分析,考生在客观题(即选择题和填空题)部分得分率较低.客观题共30分,占整个试卷分数约三分之一,一旦这部分失分太多,考生成绩很难上去.分析客观题得分率较低的原因,我们认为主要是考生没有很好掌握客观题特有的解法和技巧.因为同样一种素材设计成客观题与设计成非客观题,在解法上往往有很大的差异.出成客观题后,因为答题时只看结果不问过程,所以往往有独特的、巧妙的解法.因此本书在第1章通过典型例题给读者归纳总结了客观题的解题方法和技巧,以提高读者求解客观题的能力.在后面的各章中我们对历年考研客观题不仅给出了答案,而且给出了解答和分析,以便读者进一步看到第1章中介绍的客观题解题方法和技巧在每个具体问题中的灵活应用.

本书在对历年考研数学试题逐题解析的基础上,每题都给出了注释,不仅对每题所考的知识点和难点进行了分析,而且对试题的类型、每一种类型试题的解法进行了归纳总结,使考研同学能够举一反三,触类旁通;同时通过具体题目,对考生常犯的错误进行了分析,使考生引以为戒;另外针对考生普遍感到很多考研试题拿到后往往难以下手的问题,对于这样的试题在解答之前都有一个分析,通过分析解题思路和解题方法,以提高读者的破题能力.

本书把历年考研试题依据考试大纲的章节,按内容分章,每章有两个统计表,一个是本章历年试题分数统计表,另一个是本章考点分析和统计表.通过第一个表可看到,本章内容历年所考分数,通过第二个表可清楚看到本章内容的考点、重点以及这些考点重点在历届考试中考到的次数和所占的分数.我们在统计表的基础上对本章的考点、重点及常考的题型进行了归纳和总结,以利于读者在复习时抓住要害、突出重点.另外,把历年同一章内容试题放在一起,我们不难从中发现近几年的考题中有许多与往年的试题类似,因此研究往年的考题对我们准备下一年的研究生考试是很

China

有好处的.

本书每章后还编写了自测练习题,并附有答案与提示.一方面读者读完每章后,可用这些题目作一个自我检查;另一方面在每章通过历届考题介绍了很多解题方法和技巧后,这些自测题又给读者提供了一个很好的练习和实践的机会.通过这些练习不仅有利于读者尽快掌握这些解题方法和技巧,同时还有利于加深读者对每章内容的考点、重点及难点的理解.

另外,我们在编写自测练习题时也充分注意到近年来经济学类数学试卷(数学三,数学四)中出现了不少与工学类往年数学试卷中完全类似的题目,同样工学类试卷中也出现了与经济类往年数学试卷中类似的题目.所以,我们在编写工学类自测练习题时,充分吸收了经济类往年考题中典型的和新颖的试题;同样在经济学类的自测练习题中也充分吸收了工学类往年试题中的典型试题.这也就是说,我们的自测练习题同时也是下一年考试的预测题.

本书共有四册,(即数学一,数学二,数学三,数学四),书中的高等数学部分和客观题解题方法与技巧部分由武忠祥教授编写;线性代数部分由魏战线副教授编写;概率统计部分由吴云江副教授编写.

关于书中的记号作两点说明:一个是在试题解析中,有的试题的解法或证明前标有记号"Δ",表示本题的这种解法或证法是作者研究和总结出的独特的解法或证法;另一个是在考点分析的表格中,在同一个考点和同一个年份会出现类似于"3+5"的数据,这表示在这一年,这个考点被两道题考到,其中一题3分,另一题5分.

限于作者水平,加之时间仓促,书中难免有不足之处,恳请读者批评指正.

编　者

2001年3月于西安交大

China

目　录

2003 版前言

前言

第 1 章　客观题解题方法与技巧

1.1　填空题的求解方法与技巧 …… 1

1　利用几何意义 …… 1

2　利用物理意义(重心、形心)…… 2

3　利用对称性和奇偶性 …… 3

1.2　选择题的解题方法和技巧 …… 5

1　直接法 …… 5

2　排除法 …… 8

第 2 章　高等数学

1　函数 极限 连续 …… 14

1.1　历年试题分数统计…… 14

1.2　历年试题…… 14

1.3　试题解析…… 15

1.4　考点分析…… 20

1.5　自测练习题…… 21

答案与提示…… 23

2　一元函数微分学…… 25

2.1　历年试题分析统计…… 25

China需要全本请访问 www.ertongbook.com

2.2 历年试题 …… 25
2.3 试题解析 …… 29
2.4 考点分析 …… 45
2.5 自测练习题 …… 46
答案与提示 …… 50
3 一元函数积分学 …… 52
3.1 历年试题分数统计 …… 52
3.2 历年试题 …… 52
3.3 试题解析 …… 56
3.4 考点分析 …… 74
3.5 自测练习题 …… 75
答案与提示 …… 79
4 向量代数与空间解析几何 …… 82
4.1 历年试题分数统计 …… 82
4.2 历年试题 …… 82
4.3 试题解析 …… 83
4.4 考点分析 …… 88
4.5 自测练习题 …… 89
答案与提示 …… 90
5 多元函数微分学 …… 91
5.1 历年试题分数统计 …… 91
5.2 历年试题 …… 91
5.3 试题解析 …… 94
5.4 考点分析 …… 105
5.5 自测练习题 …… 106
答案与提示 …… 109
6 多元函数积分学 …… 111
6.1 历年试题分数统计 …… 111
6.2 历年试题 …… 111

China

6.3 试题解析 …… 116
6.4 考点分析 …… 143
6.5 自测练习题 …… 144
答案与提示 …… 149
7 无穷级数 …… 151
7.1 历年试题分数统计 …… 151
7.2 历年试题 …… 151
7.3 试题解析 …… 155
7.4 考点分析 …… 171
7.5 自测练习题 …… 173
答案与提示 …… 177
8 常微分方程 …… 179
8.1 历年试题分数统计 …… 179
8.2 历年试题 …… 179
8.3 试题解析 …… 182
8.4 考点分析 …… 199
8.5 自测练习题 …… 200
答案与提示 …… 203

第3章 线性代数

1 行列式 …… 206
1.1 历年试题分数统计 …… 206
1.2 历年试题 …… 206
1.3 试题解析 …… 206
1.4 考点分析 …… 207
1.5 自测练习题 …… 207
答案与提示 …… 211
2 矩阵 …… 213
2.1 历年试题分数统计 …… 213

China

2.2 历年试题 …… 213
2.3 试题解析 …… 215
2.4 考点分析 …… 227
2.5 自测练习题 …… 229
答案与提示 …… 233
3 向量 …… 236
3.1 历年试题分数统计 …… 236
3.2 历年试题 …… 236
3.3 试题解析 …… 238
3.4 考点分析 …… 246
3.5 自测练习题 …… 248
答案与提示 …… 252
4 线性方程组 …… 254
4.1 历年试题分数统计 …… 254
4.2 历年试题 …… 254
4.3 试题解析 …… 257
4.4 考点分析 …… 267
4.5 自测练习题 …… 270
答案与提示 …… 274
5 矩阵的特征值和特征向量 …… 278
5.1 历年试题分数统计 …… 278
5.2 历年试题 …… 278
5.3 试题解析 …… 280
5.4 考点分析 …… 289
5.5 自测练习题 …… 291
答案与提示 …… 295
6 二次型 …… 300
6.1 历年试题分数统计 …… 300
6.2 历年试题 …… 300

China

6.3 试题解析 …… 301
6.4 考点分析 …… 308
6.5 自测练习题 …… 310
答案与提示 …… 312

第 4 章 概率论与数理统计初步

1 随机事件和概率 …… 317
1.1 历年试题分数统计 …… 317
1.2 历年试题 …… 317
1.3 试题解析 …… 319
1.4 考点分析 …… 325
1.5 自测练习题 …… 326
答案与提示 …… 327
2 随机变量及其概率分布 …… 328
2.1 历年试题分数统计 …… 328
2.2 历年试题 …… 328
2.3 试题解析 …… 330
2.4 考点分析 …… 341
2.5 自测练习题 …… 342
答案与提示 …… 345
3 随机变量的数字特征 …… 348
3.1 历年试题分数统计 …… 348
3.2 历年试题 …… 348
3.3 试题解析 …… 350
3.4 考点分析 …… 359
3.5 自测练习题 …… 360
答案与提示 …… 362
4 大数定律和中心极限定理 …… 364
4.1 历年试题分数统计 …… 364

China

4.2 历年试题 …… 364
4.3 试题解析 …… 364
4.4 考点分析 …… 364
4.5 自测练习题 …… 365
答案与提示 …… 365
5 数理统计的基本概念 …… 366
5.1 历年试题分数统计 …… 366
5.2 历年试题 …… 366
5.3 试题解析 …… 366
5.4 考点分析 …… 369
5.5 自测练习题 …… 370
答案与提示 …… 371
6 参数估计 …… 372
6.1 历年试题分数统计 …… 372
6.2 历年试题 …… 372
6.3 试题解析 …… 373
6.4 考点分析 …… 375
6.5 自测练习题 …… 376
答案与提示 …… 377
7 假设检验 …… 379
7.1 历年试题分数统计 …… 379
7.2 历年试题 …… 379
7.3 试题解析 …… 379
7.4 考点分析 …… 380
7.5 自测练习题 …… 380
答案与提示 …… 381
附录
2001 年全国硕士研究生入学统一考试 数学(一)试题 … 382
2002 年全国硕士研究生入学统一考试 数学(一)试题 … 386

China

第1章 客观题解题方法与技巧

硕士研究生入学考试数学试题中的客观题有两种：一种是填空题，另一种是选择题．客观题在研究生入学考试中占30分，占总分近三分之一．从目前情况看，考生在客观题部分得分率很低，正是由于这部分得分率很低，所以总分就很难上去．分析其原因主要是两方面：一方面是考生做计算题的准确率较低，基本概念和基本理论没有吃透；另一方面是考生对求解客观题的解题方法和解题技巧掌握得不好．

填空题绝大部分是计算题，但填空题不像一般计算题，它只看结果，不看过程．所以，若做计算题的准确率不高，填空题很容易失分．选择题大部分主要考查基本概念和基本理论，如果基本概念和基本理论没有吃透，选择题部分也就很容易丢分．另一个方面，同一道题出成客观题后往往会有更巧妙更简单的方法．当然客观题用我们平时求解主观题的方法也能求解，但这种一般方法和简单方法从解题时间上看有时相差几倍，甚至十来倍．因此，要提高客观题部分的得分率，一方面要提高做计算题的准确率，吃透基本概念和基本理论；另外一个很重要的方面，就是要掌握一定的客观题的解题方法和技巧．本章主要是通过一些典型例题，归纳总结客观题解题方法和技巧，以提高考生求解客观题的能力．

1.1 填空题的求解方法与技巧

填空题绝大部分是计算题，常用的技巧有三种：一种是利用几何意义；另一种是利用物理意义(重心、形心)；第三种是利用对称性和奇偶性．

1．利用几何意义

例1 (00年，数学一) $\int_0^1 \sqrt{2x-x^2}\,dx =$ _____．

China

解　本题应填$\frac{\pi}{4}$. 本题常规的求解方法是先把$\sqrt{2x-x^2}$根号里面配方，再用三角代换，但计算量较大．实际上，本题根据定积分几何意义立刻知道应填$\frac{\pi}{4}$．事实上，该积分在几何上表示单位圆$(x-1)^2+y^2\leqslant 1$面积的$\frac{1}{4}$，如图 1.1.

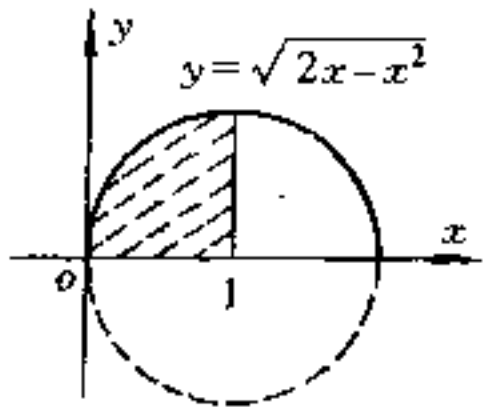


图 1.1

例 2　(91 年，数学一) 若随机变量 X 服从均值为 2，方差为 σ^2 的正态分布，且 $P\{2<X<4\}=0.3$，则 $P\{X<0\}=$ _____.

解　应填 0.2.

由于正态分布的密度函数是关于均值 $x=2$ 对称．由图 1.2 易知

$$P\{X<0\}=S_2=0.5-S_1$$
$$=0.5-0.3=0.2$$

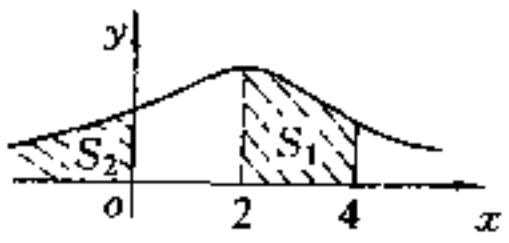


图 1.2

例 3　$\iint\limits_{x^2+y^2\leqslant a^2}\sqrt{a^2-x^2-y^2}\,\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$ _____.

解　应填$\frac{2}{3}\pi a^3$.

事实上，在几何上原题中积分应等于球体 $x^2+y^2+z^2\leqslant a^2$ 的体积的一半，因此应为$\frac{2}{3}\pi a^3$

2. 利用物理意义(重心，形心)

例 4　(94 年，数学三) 设 $D=\{(x,y)\mid x^2+y^2\leqslant x+y+1\}$，则 $\iint\limits_D(x+y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$ _____.

解　应填$\frac{3}{2}\pi$.

积分域 D 实际上是圆域 $(x-\frac{1}{2})^2+(y-\frac{1}{2})^2\leqslant\frac{3}{2}$.

由形心公式知：　$\bar{x}=\frac{\iint\limits_D x\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{S_D}$，$\bar{y}=\frac{\iint\limits_D y\mathrm{d}x\mathrm{d}y}{S_D}$

其中 $\bar{x}$，$\bar{y}$ 分别表示区域 D 形心的 x 坐标和 y 坐标，S_D 表示区域 D 的面积．

China

本题中的圆域 $(x-\frac{1}{2})^2+(y-\frac{1}{2})^2\leqslant\frac{3}{2}$ 形心显然是圆心$\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$，则 $\overline{x}=\overline{y}=\frac{1}{2}$，而 $S_D=\pi\times\frac{3}{2}=\frac{3}{2}\pi$

则 $\iint\limits_D x\mathrm{d}x\mathrm{d}y=S_D\cdot\overline{x}=\frac{3}{2}\pi\cdot\frac{1}{2}=\frac{3}{4}\pi$，$\iint\limits_D y\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\frac{3}{4}\pi$

故 $$\iint\limits_D(x+y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\frac{3}{2}\pi$$

注 本题原题是计算题．

例5 (99年,数学三,数学四)设 D 是由直线 $x=-2$，$y=0$，$y=2$ 以及曲线 $x=-\sqrt{2y-y^2}$ 所围成的平面域，则$\iint\limits_D y\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$ _____．

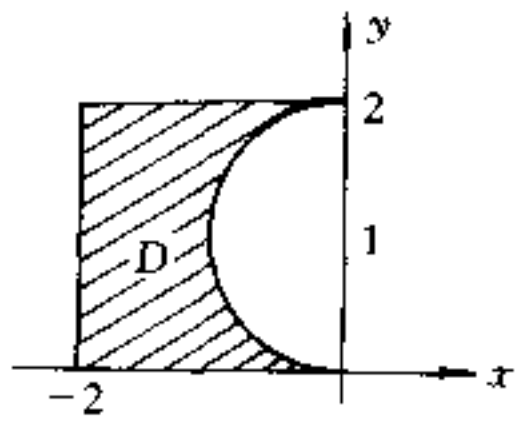


图 1.3

解 应填 $4-\frac{\pi}{2}$．

积分域 D 如图 1.3 所示，由图 1.3 不难看出 $\overline{y}=1$，积分域 D 的面积 S_D 应为正方形面积减去半圆面积，即

$$S_D=4-\frac{\pi}{2}$$

因此，$\iint\limits_D y\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\overline{y}\cdot S_D=4-\frac{\pi}{2}$．

注 本题原题是计算题，事实上数学三和数学四中有5年的试题都可用此技巧求解．

3. 利用对称性和奇偶性

例6 (87年,数学三、数学四)$\int_{-\pi}^{\pi}x^4\sin x\mathrm{d}x=$ _____．

解 应填 0．

由于 $x^4\sin x$ 为奇函数，且积分区间$[-\pi,\pi]$关于原点对称．

例7 (94年,数学三,数学四)$\int_{-2}^{2}\frac{x+|x|}{2+x^2}\mathrm{d}x$ _____．

解 应填 ln3

$$\text{原式}=\int_{-2}^{2}\frac{x}{2+x^2}\mathrm{d}x+\int_{-2}^{2}\frac{|x|}{2+x^2}\mathrm{d}x$$

$$=0+2\int_0^2\frac{x}{2+x^2}\mathrm{d}x$$

China需要全本请访问 www.ertongbook.com