联考奇迹百分百

MBA/MPA/MPAcc

2011 数学大纲 新增内容 复习指南

范培华 尤承业 王培德 编著

清华大学出版社

需要全本请访问 www.ertongbook.com

MBA/MPA/MPAcc
联考奇迹百分百
2011数学大纲新增内容复习指南

范培华　尤承业　王培德　编著

清华大学出版社
北　京

内 容 简 介

MBA、MPA、MPAcc 学位招生入学考试综合能力考试 2011 年数学考试大纲增加了不少内容. 本书针对这些新增内容,由资深考前辅导名师编写而成.

本书分为 6 章,内容包括集合、二次函数、均值不等式与函数最值、指数函数与对数函数、空间几何体、数据描述. 本书力求言简意赅,通过典型例题和习题,让考生在最短的时间内掌握大纲要求的新增内容.

版权所有,侵权必究. 侵权举报电话:010-62782989 13701121933

图书在版编目(CIP)数据

2011 数学大纲新增内容复习指南/范培华,尤承业,王培德编著. --北京:清华大学出版社,2010.10

(MBA/MPA/MPAcc 联考奇迹百分百)

ISBN 978-7-302-23956-7

Ⅰ. ①2… Ⅱ. ①范… ②尤… ③王… Ⅲ. 高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 191329 号

责任编辑:冯 昕

责任校对:王淑云

责任印制:

出版发行:清华大学出版社 **地 址**:北京清华大学学研大厦 A 座

http://www.tup.com.cn **邮 编**:100084

社 总 机:010-62770175 **邮 购**:010-62786544

投稿与读者服务:010-62776969,c-service@tup.tsinghua.edu.cn

质 量 反 馈:010-62772015,zhiliang@tup.tsinghua.edu.cn

印 刷 者:

装 订 者:

经 销:全国新华书店

开 本:185×260 **印 张**:6.5 **字 数**:155 千字

版 次:2010 年 10 月第 1 版 **印 次**:2010 年 10 月第 1 次印刷

印 数:1~0000

定 价:00.00 元

产品编号:040234-01

MBA/MPA/MPAcc 联考奇迹百分百

——2011 数学大纲新增内容复习指南

前　言

工商管理硕士(Master of Business Administration)简称“MBA”,公共管理硕士(Master of Public Administration)简称“MPA”,专业会计硕士(Master of Professional Accounting)简称“MPAcc”. 国家教育主管部门决定,从 2010 年起,MBA、MPA、MPAcc 入学考试使用同样的综合能力考试试卷和英语考试试卷. MBA 学位招生入学考试中数学考试属于综合能力考试的一部分,综合能力考试时间 3 小时,满分 200 分,其中数学占 75 分. 综合能力考试中的数学基础部分主要考查考生的运算能力、逻辑推理能力、空间想象能力和数据处理能力,通过问题求解和条件充分性判断两种形式来测试. 均是五选一的单向选择题.

2010 年综合能力考试数学考试大纲增加了不少内容,如函数(集合、一元二次函数及其图像、指数函数、对数函数),均值不等式,空间几何体(长方体、圆柱体、球体),数据描述(方差与标准差、数据的图表表示、直方图、饼图、数表)等. 为了帮助广大考生熟悉并掌握数学考试大纲新增加的内容,应广大考生的要求,我们编写了这本 MBA、MPA、MPAcc 联考数学辅导的补充教程. 力求更精准地瞄准联考方向,把握联考最新动态.

本书不仅介绍了作为大纲新增内容要求的知识点,与大纲的传统内容融为一体,而且从解题思路和解题方法上对传统的方法予以拓展. 如集合既作为工具性知识,又将集合法作为解决某些概率、排列组合等问题的切入点之一;把二次函数、指数函数、对数函数及其图像作为运用数形结合思想的重要突破口;把二次函数、均值不等式作为解决函数最大值或最小值问题的主要渠道之一. 空间几何体则看作是平面图形的延伸与拓展,突出了空间问题平面化的数学转化思想.

数据分析则属于现代统计学. 统计学是一门应用性很强的学科,它主要研究如何合理收集数据、整理数据、分析数据,帮助我们从数据中提取有用的信息,从而对考察的问题作出推断和预测,直至为我们制定决策和行动提供依据和建议.

本书例题和习题的解法从应试的实际出发,不仅介绍了常规解法,而且使用了逻辑排除法、特殊化方法、整体思考方法、模糊法等应试有效实用的方法.

最后,衷心地希望广大读者通过学习此书备考 MBA、MPA、MPAcc 取得数学高分. 祝大家考试成功!

编者

2010 年 9 月

MBA/MPA/MPAcc 联考奇迹百分百

——2011 数学大纲新增内容复习指南

目　录

第 1 章　集合 …… 1
1.1　集合 …… 1
1.1.1　集合的概念 …… 1
1.1.2　元素与集合 …… 1
1.1.3　集合的分类 …… 1
1.1.4　集合表示法 …… 1
1.2　集合关系与运算 …… 1
1.2.1　子集 …… 1
1.2.2　并集 …… 2
1.2.3　交集 …… 2
1.2.4　补集 …… 2
1.3　集合的运算性质 …… 2
习题 1 …… 7
参考答案 …… 10
第 2 章　二次函数 …… 13
2.1　二次多项式与二次函数 …… 13
2.1.1　二次多项式 …… 13
2.1.2　二次函数的概念 …… 14
2.1.3　二次函数的解析式 …… 14
2.1.4　二次函数的图像 …… 14
2.2　二次函数与二次方程、不等式的关系 …… 16
2.3　二次三项式符号恒定的讨论 …… 18
2.4　函数 …… 20
2.4.1　函数的概念 …… 20
2.4.2　函数的三要素 …… 20
2.5　函数的图像及性质 …… 20
2.5.1　函数图像的平移 …… 20

需要全本请访问 www.ertongbook.com

2.5.2 函数的单调性 …… 20
2.5.3 函数的奇偶性 …… 21
习题 2 …… 23
参考答案 …… 26

第 3 章 均值不等式与函数最值 …… 30
3.1 函数定义域 …… 30
3.2 函数思想的应用 …… 31
3.3 均值不等式 …… 33
3.3.1 均值不等式 …… 33
3.3.2 均值不等式的推论 …… 33
3.3.3 均值不等式的推广 …… 33
3.4 函数的最值 …… 34
3.4.1 待定系数法求函数的范围与最值 …… 34
3.4.2 二次函数的最值 …… 35
3.4.3 二次函数的范围最值 …… 36
3.4.4 利用均值不等式求最值 …… 37
3.4.5 利用“对勾函数”求最值 …… 38
习题 3 …… 40
参考答案 …… 43

第 4 章 指数函数与对数函数 …… 46
4.1 指数式与对数式 …… 46
4.1.1 指数式与对数式的概念 …… 46
4.1.2 指数性质 …… 46
4.1.3 对数性质 …… 46
4.2 指数对数方法 …… 49
4.2.1 指数对数互化法 …… 49
4.2.2 化同底法 …… 49
4.2.3 换元法 …… 49
4.2.4 取对数法 …… 50
4.2.5 图像法 …… 50
4.3 指数函数与对数函数 …… 50
4.3.1 指数函数 …… 50
4.3.2 对数函数 …… 51
4.4 指数方程与对数方程 …… 53
4.5 指数不等式与对数不等式 …… 55
习题 4 …… 58
参考答案 …… 61

第 5 章　空间几何体 …… 63
5.1　长方体 …… 63
5.2　圆柱体 …… 65
5.3　球体 …… 66
5.3.1　球体 …… 66
5.3.2　旋转体 …… 67
习题 5 …… 69
参考答案 …… 74

第 6 章　数据描述 …… 75
6.1　方差与标准差 …… 75
6.1.1　总体与样本 …… 75
6.1.2　平均值 …… 75
6.1.3　中位数 …… 75
6.1.4　众数 …… 75
6.1.5　方差 …… 75
6.1.6　标准差 …… 76
6.2　直方图 …… 78
6.3　直方图显示的数字特征 …… 82
6.3.1　直方图中求样本的平均数 …… 82
6.3.2　直方图中求样本的中位数 …… 82
6.3.3　直方图中求样本的众数 …… 82
6.3.4　直方图中求样本的频率 …… 82
6.4　饼图、数表 …… 85
6.4.1　饼图 …… 85
6.4.2　数表 …… 85
习题 6 …… 87
参考答案 …… 94

第1章 集　　合

1.1 集　　合

1.1.1 集合的概念

满足一定条件的事物的全体称为集合.例如,一个班集体中全体学生构成了一个集合,2008年北京奥运会的所有比赛项目构成了一个集合,上海世博会参展的所有国家也构成了一个集合.

1.1.2 元素与集合

集合中的每一个个体就是集合中的元素,只要给定了一个集合,就说明这个集合的元素已经确定了.上面各集合中,每一位学生、每一个比赛项目和参展的每个国家就分别是各个集合中的元素.

集合中的元素具有确定性、无序性和互异性.

元素 m 在集合 A 中,记作 $m\in A$;否则,记作 $m\notin A$.

1.1.3 集合的分类

按集合中元素的个数,集合可分为:

(1) 有限集.集合中只有有限个元素.上面列举的3个集合都是有限集.

(2) 无限集.集合中含有无限多个元素.自然数集合就是无限集.

(3) 空集.元素个数为零的集合.

1.1.4 集合表示法

1. 列举法.如小于5的自然数集合 $A=\{0,1,2,3,4\}$.

2. 描述法.如小于5的自然数集合 $A=\{m\mid m\in\mathbf{N},m<5\}$.

3. 图像法.欧拉-韦恩图(即 Venn 图).

1.2 集合关系与运算

1.2.1 子集

定义 1.1 若 $m\in A$,必有 $m\in B$,则称集合 A 包含于集合 B 或集合 A 是集合 B 的子集,记作 $A\subseteq B$.若 $A\subseteq B$ 且 $A\neq B$,则称集合 A 是集合 B 的真子集,记作 $A\subset B$.如图 1-1 所示.

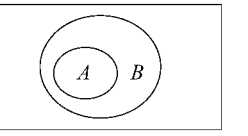


图 1-1

子集与集合相等的性质:

(1) $A\subseteq A$;$\varnothing\subseteq A$.

(2) 若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$,则 $A=B$.

(3) 若 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq C$,则 $A\subseteq C$.

1.2.2 并集

定义 1.2 我们把属于集合 A 或者属于集合 B 的元素组成的集合叫做集合 A 与集合 B 的并集,记作 $A\cup B$. 如图 1-2 所示. 从而有

$$A\cup B=\{m\mid m\in A\text{ 或 }m\in B\}.$$

1.2.3 交集

定义 1.3 我们把属于集合 A 并且属于集合 B 的元素组成的集合叫做集合 A 与集合 B 的交集,记作 $A\cap B$. 如图 1-3 所示. 从而有

$$A\cap B=\{m\mid m\in A\text{ 且 }m\in B\}.$$

1.2.4 补集

定义 1.4 我们把全集 I 中不属于集合 A 的元素组成的集合叫做集合 A 的补集,记作 $\overline{A}$. 如图 1-4 所示. 从而有

$$\overline{A}=\{m\mid m\notin A\text{ 且 }m\in I\}.$$

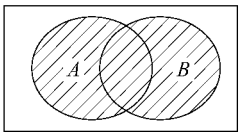


图 1-2

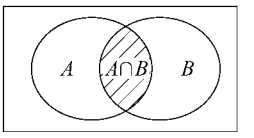


图 1-3

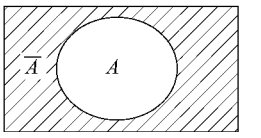


图 1-4

1.3 集合的运算性质

1. $A\cap A=A$,$A\cap\varnothing=\varnothing$;$A\cup A=A$,$A\cup\varnothing=A$.
2. $A\cap B=B\cap A$;$A\cup B=B\cup A$;$A\cap B\subseteq A\subseteq A\cup B$.
3. $A\cap B=A\Leftrightarrow A\subseteq B$;$A\cup B=A\Leftrightarrow B\subseteq A$.
4. $A\subseteq B\Leftrightarrow\overline{A}\supseteq\overline{B}$.
5. $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$;$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$.
6. 两个集合的并集合的元素个数 $n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$.

三个集合的并集合的元素个数 $n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$.

以上性质均可通过画欧拉-韦恩图(即 Venn 图)得到验证.

例 1.1 设集合 $S=\{x\parallel x-2|>3\}$,$T=\{x|a<x<a+8\}$,$S\cup T=\mathbf{R}$,则 a 的取值范围是(　　).

(A) $-3<a<-1$　　(B) $-3\leqslant a\leqslant-1$　　(C) $a\leqslant-3$ 或 $a\geqslant-1$

(D) $a<-3$ 或 $a>-1$　　(E) 以上结果均不正确

需要全本请访问 www.ertongbook.com

答案 (A).

解 $S=(-\infty,-1)\cup(5,+\infty)$，$T=\{x|a<x<a+8\}$，因为 $S\cup T=\mathbf{R}$，如图 1-5 所示.

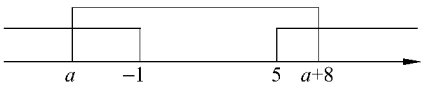


图 1-5

所以有 $\begin{cases}a<-1,\\a+8>5,\end{cases}$ 解得 $-3<a<-1$.

故选(A).

例 1.2 设 P 和 Q 是两个集合，定义集合 $P\backslash Q=\{x|x\in P,\text{且 } x\notin Q\}$，如果 $P=\{x|\log_2 x<1\}$，$Q=\{x||x-2|<1\}$，那么 $P\backslash Q$ 等于(　　).

(A) $\{x|0<x<1\}$　　(B) $\{x|0<x\leqslant 1\}$　　(C) $\{x|1\leqslant x<2\}$

(D) $\{x|2\leqslant x<3\}$　　(E) $\{x|0<x<2\}$

答案 (B).

解 P 中，$\log_2 x<1$，$\log_2 x<\log_2 2$，由 $y=\log_2 x$ 的定义域与单调性(增函数)，可知 $0<x<2$.

Q 中，$-1<x-2<1$，$1<x<3$. $P\backslash Q$ 就是集合 $\{x|0<x\leqslant 1\}$.

故选(B).

例 1.3 设集合 $A=\{x||x-a|<1,x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{x||x-b|>2,x\in\mathbf{R}\}$. 若 $A\subseteq B$，则实数 a，b 必满足(　　).

(A) $|a+b|\leqslant 3$　　(B) $|a+b|\geqslant 3$　　(C) $|a-b|\leqslant 3$

(D) $|a-b|\geqslant 3$　　(E) 以上结果均不正确

答案 (D).

解 A 中，$-1<x-a<1$，$a-1<x<a+1$.

B 中，$x-b<-2$ 或 $x-b>2$，$x<b-2$ 或 $x>b+2$.

要满足 $A\subseteq B$，必须令 $a+1\leqslant b-2$ 或 $a-1\geqslant b+2$，即

$$a-b\leqslant -3 \quad \text{或} \quad a-b\geqslant 3.$$

从而有 $|a-b|\geqslant 3$. 故选(D).

例 1.4 已知集合 $M=\{1,2\}$，$N=\{x|ax-2=0\}$，$M\cup N=M$，则满足条件的 a 的集合为(　　).

(A) $\{0,1\}$　　(B) $\{0,2\}$　　(C) $\{0,1,2\}$

(D) $\{1,2\}$　　(E) 以上结果均不正确

答案 (C).

解 由 $M\cup N=M$，知 $N\subseteq M$，又集合 N 至多有一个元素，从而 $N=\varnothing$，$\{1\}$，$\{2\}$.

若 $N=\varnothing$，则 $a=0$；若 $N=\{1\}$，$a-2=0$，$a=2$；若 $N=\{2\}$，$2a-2=0$，$a=1$. 因此，满足条件的 a 的集合为 $\{0,1,2\}$. 故选(C).

例 1.5 已知集合 $M=\{x|m\leqslant x\leqslant m+1\}$，$N=\{x|x<-1\text{ 或 }x>1\}$，$M\cap N=\varnothing$，则 m 的取值范围是(　　).

(A) $m<-2$　　(B) $-1\leqslant m\leqslant 0$　　(C) $m\leqslant -1$

(D) $m\leqslant -1$ 或 $m\leqslant 2$　　(E) $m\leqslant -2$ 或 $m\leqslant 1$

答案 (B).

解 由 $M\cap N=\varnothing$，知 $M\subseteq\overline{N}$，又 $\overline{N}=\{x|-1\leqslant x\leqslant 1\}$，从而 $m\geqslant -1$ 且 $m+1\leqslant 1$，因此，$-1\leqslant m\leqslant 0$. 故选(B).

例 1.6 已知 R 为全集，$A=\{x|\log_{\frac{1}{2}}(3-x)\geqslant -2\}$，$B=\left\{x\left|\frac{5}{x+2}\geqslant 1\right.\right\}$，则 $\overline{A}\cap B$ 是(　　).

(A) $(3,+\infty)$　　(B) $(-2,-1)$　　(C) $[-2,-1]\cup\{3\}$

(D) $[-2,-1)\cup\{3\}$　　(E) $(-2,-1)\cup\{3\}$

答案 (E).

解 $\log_{\frac{1}{2}}(3-x)\geqslant -2$，$\log_{\frac{1}{2}}(3-x)\geqslant -2\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}=\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=\log_{\frac{1}{2}}4$. 由函数 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 的定义域与单调性(减函数)，可知 $0<3-x\leqslant 4$，即 $A=\{x|-1\leqslant x<3\}$.

由
$$\frac{5}{x+2}\geqslant 1,\quad \frac{5}{x+2}-1\geqslant 0,\quad \frac{5-x-2}{x+2}\geqslant 0,$$
$$\frac{3-x}{x+2}\geqslant 0,\quad \frac{x-3}{x+2}\leqslant 0,\quad \begin{cases}(x+2)(x-3)\leqslant 0,\\ x+2\neq 0.\end{cases}$$
得 $-2<x\leqslant 3$.

即 $B=\{x|-2<x\leqslant 3\}$. $\overline{A}=\{x|x<-1$ 或 $x\geqslant 3\}$，$\overline{A}\cap B=\{x|-2<x<-1$ 或 $x=3\}$. 故选(E).

例 1.7 集合 $M=\{x|x^2+4x=0\}$，$N=\{x|x^2+2(a+1)x+a^2-1=0\}$，则满足条件 $M\cap N=N$ 的实数 a 为(　　).

(A) $a=1$　　(B) $a=1$ 或 $a<-1$　　(C) $a=1$ 或 $a\leqslant -1$

(D) $a=-1$ 或 $a\geqslant 1$　　(E) 以上结果均不正确

答案 (B).

解 $M=\{-4,0\}$，由 $M\cap N=N$，知 $N\subseteq M$.

(1) 若 $0\in N$，则 $a^2-1=0$，$a=\pm 1$，

① $a=1$ 时，$x^2+4x=0$，$N=M$.

② $a=-1$ 时. $x^2=0$，$N=\{0\}$，满足 $N\subseteq M$.

(2) 或 $-4\in N$，$(-4)^2+2(a+1)(-4)+a^2-1=0$，
$$a^2-8a+7=0,\quad a=1\text{ 或 }a=7.$$
① $a=1$ 时，$x^2+4x=0$，$N=M$.

② $a=7$ 时，$x^2+16x+48=0$，$x=-12$ 或 $x=-4$，$N=\{-12,-4\}$，不满足 $N\subseteq M$.

(3) 若 $N=\varnothing$，$x^2+2(a+1)x+a^2-1=0$ 的判别式 $\Delta<0$，$\Delta=4[(a+1)^2-(a^2-1)]=4(2a+2)<0$，故 $a<-1$.

综上，有 $a=1$ 或 $a\leqslant -1$. 故选(C).

例 1.8 函数 $f(x)=x^2+px+q$，集合 $A=\{x|f(x)=x\}$，$B=\{x|f(f(x))=x\}$. 若 $A=\{-1,3\}$，则 $B=$(　　).

(A) $\{-\sqrt{3},\sqrt{3}\}$　　(B) $\{-\sqrt{3},-1,\sqrt{3}\}$　　(C) $\{-\sqrt{3},-1,\sqrt{3},3\}$

(D) $\{-\sqrt{3},-1,0,\sqrt{3},3\}$　　(E) 以上结果均不正确

答案 (C).

解 由 $f(x)=x$，得 $x^2+px+q=x$，$x^2+(p-1)x+q=0$. 又因为 $A=\{-1,3\}$，则由根与系数的关系有 $-(p-1)=-1+3=2$，$p=-1$，$q=-1\times 3=-3$. $f(x)=x^2-x-3$.

集合 B 的元素是方程 $(x^2-x-3)^2-(x^2-x-3)-3=x$ 的根.

化简得
$$(x^2-x-3)^2-x^2=0,\quad (x^2-2x-3)(x^2-3)=0,$$

解得

$$x=-1,\quad x=3,\quad x=\pm\sqrt{3}.$$

故选(C).

例 1.9 某老人旅行团游览甲、乙、丙三个景点，有 1 人因病三景点全未去，三个景点全都游览的有 1 人，游览两个景点的有 15 人. 游览甲景点和游览乙景点的人数之和为 29 人，游览甲景点和游览丙景点的人数之和为 25 人，游览乙景点和游览丙景点的人数之和为 20 人，那么该老人旅行团的人数为(　　).

(A) 30　　(B) 28　　(C) 25　　(D) 22　　(E) 21

答案 (E).

解 设游览甲、乙、丙三个景点的老人分别组成集合 P,Q,R，仅游览甲、乙、丙三个景点中一个景点的老人数分别为 a,b,c，游览甲、乙、丙三个景点中两个景点甲乙、乙丙、丙甲的老人数分别为 d,e,f. 如图 1-6 所示. 由题意有：

$$\begin{cases}d+e+f=15,\\ a+b+2d+e+f=27,\\ a+c+d+e+2f=23,\\ b+c+d+2e+f=18.\end{cases}$$

$2(a+b+c)+4(d+e+f)=68$，　$a+b+c=4$，　$a+b+c+d+e+f+2=21$.

该旅行团的人数为 21. 故选(E).

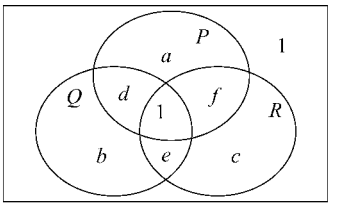


图 1-6

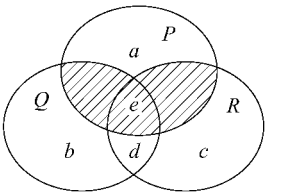


图 1-7

例 1.10 某校有 25 位同学参加智力竞赛，共有 A,B,C 三题，每位同学至少做出一道题；在没答对 A 题的同学中答对 B 题的人数是答对 C 题的人数的 2 倍；只解出 A 题的同学比其余答对 A 题的同学多 1 人；只解出一道题的人中有一半没有答对 A 题. 那么该校参加智力竞赛的学生中只解出 B 题的人数为(　　).

(A) 5　　(B) 6　　(C) 7　　(D) 8　　(E) 9

答案 (B).

解 设答对 A,B,C 三题的同学分别组成集合 P,Q,R，仅答对 A,B,C 三题中一道题的同学人数分别为 a,b,c，答对 B,C 两道题但未解出 A 题的同学人数为 d. 在集合 P 中不只解出 A 题的人数为 e. 如图 1-7 所示. 由题意有：

$$\begin{cases}a+b+c+d+e=25,\\ b+d=2(c+d),\\ a=e+1,\\ b+c=a,\end{cases}\quad\begin{cases}a+b+a-b+d+a-1=25,\\ b-2c=d,\\ c=a-b,\end{cases}\quad\begin{cases}3a+d=26,\\ b-2(a-b)=d,\end{cases}$$

$$\begin{cases}3a+3b-2a=26,\\ d=3b-2a,\end{cases}\quad\begin{cases}a+3b=26,\\ a=b+c,\end{cases}\quad\begin{cases}c+4b=26,\\ b-2(26-4b)=d,\end{cases}\quad\begin{cases}26-4b=c\geqslant 0,\\ 9b-52=d\geqslant 0.\end{cases}$$

$\frac{52}{9}\leqslant b\leqslant\frac{26}{4}$，因此 $b=6$. 故选(B).

例 1.11 集合 $M=\{a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n\}$的子集个数是(　　).

(A) 2^n　　(B) 2^{n-1}　　(C) 2^n-1

(D) 2^n-2　　(E) 以上结果均不正确

答案 (A).

解 集合 $M=\{a_1,a_2,a_3,\cdots,a_n\}$的子集按照是否含有元素 a_1，有两种可能；同样地，这 n 个元素中的任何一个是否含在集合 M 的子集中都有两种可能. 因此，集合 M 的子集个数是 2^n. 故选(A).

例 1.12 设函数 $f(x)=-\frac{x}{1+|x|}(x\in\mathbf{R})$，区间 $M=[a,b](a<b)$，集合 $N=\{y\mid y=f(x),x\in M\}$，则使 $M=N$ 成立的实数对(a,b)有(　　).

(A) 0 个　　(B) 1 个　　(C) 2 个　　(D) 3 个　　(E) 无数多个

答案 (E).

解 当 $x\geqslant0$ 时，$f(x)=-\frac{x}{1+x}=-\frac{x+1-1}{1+x}=-1+\frac{1}{x+1}$；它的图像是反比例函数 $f(x)=\frac{1}{x}$的图像向左平移 1 个单位，再向下平移 1 个单位得到的.

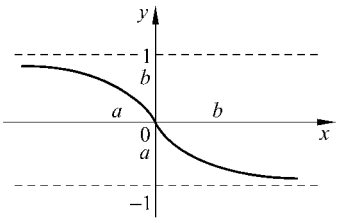


图 1-8

当 $x<0$ 时，$f(x)=-\frac{x}{1-x}=\frac{x-1+1}{x-1}=1+\frac{1}{x-1}$；它的图像是反比例函数 $f(x)=\frac{1}{x}$的图像向右平移 1 个单位，再向上平移 1 个单位得到的.

函数 $f(x)=-\frac{x}{1+|x|}(x\in\mathbf{R})$的图像如图 1-8 所示，要求 $M=N$，即函数值取值范围与自变量取值范围相同，都是$[a,b]$，其中 $-1<a\leqslant0\leqslant b<1$. 从而有

$$\begin{cases}f(a)=b,\\f(b)=a,\end{cases}\quad\begin{cases}1+\frac{1}{a-1}=b,\\-1+\frac{1}{b+1}=a,\end{cases}\quad\begin{cases}(a-1)(b-1)=1,\\(a+1)(b+1)=1,\end{cases}\quad\begin{cases}ab-a-b=0,\\ab+a+b=0,\end{cases}\quad\begin{cases}a+b=0,\\ab=0,\end{cases}\quad\begin{cases}a=0,\\b=0.\end{cases}$$

即使 $M=N$ 成立且满足条件 $a<b$ 的实数对(a,b)不存在. 故选(E).

例 1.13 条件充分性判断

MBA 联考题型中“条件充分性判断”就是要求判断所给出的条件能否充分支持题干中陈述的结论，阅读每小题中的条件(1)和条件(2)后选择：

(A) 条件(1)充分，但条件(2)不充分；

(B) 条件(2)充分，但条件(1)不充分；

(C) 条件(1)和条件(2)单独都不充分，但条件(1)和条件(2)联合起来充分；

(D) 条件(1)充分，条件(2)也充分；

(E) 条件(1)和条件(2)单独都不充分，条件(1)和条件(2)联合起来也不充分.

1. 某班有 45 人，其中参加数学小组的有 28 人，参加化学小组的有 21 人，则参加数学小组

又参加化学小组的有 x 人.

(1) $0\leqslant x\leqslant 21$； (2) $4\leqslant x\leqslant 28$.

答案 (C).

解 设参加数学小组的人组成集合 A，参加化学小组的人组成集合 B，如图 1-9 所示，既没有参加数学小组又没有参加化学小组 y 人. 则 $A\cap\overline{B}$ 中有 $(28-x)$ 人，$A\cap B$ 中有 x 人 $B\cap\overline{A}$ 中有 $(21-x)$ 人，于是有

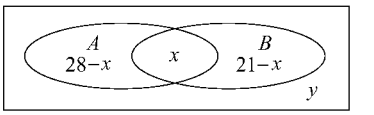


图 1-9

$$28+(21-x)+y=45.$$

$$\begin{cases}x-y=4,\\0\leqslant y\leqslant 17,\end{cases}\quad\begin{cases}y=x-4,\\0\leqslant x-4\leqslant 17,\end{cases}\quad 4\leqslant x\leqslant 21,$$

故选(C).

2. 申请机动车驾驶证时，必须参加理论考试和路考，且两种考试均通过. 若在同一批学员中有 70%的人通过了理论考试，80%的人通过了路考，则最后领到机动车驾驶证的人有 60%.

(1) 10%的人两种考试都没有通过； (2) 20%的人仅通过了路考.

答案 (D).

解 设通过了理论考试的学员组成集合 A，通过了路考的学员组成集合 B.

条件(1)中，设 $A\cap B$ 中学员占的百分数为 x，如图 1-10 所示，则 $A\cap\overline{B}$ 中学员占的百分数为 $70\%-x$，$\overline{A}\cap B$ 中学员占的百分数为 $80\%-x$，则

$$(70\%-x)+(80\%-x)+x=1-10\%.$$

解得 $x=60\%$. 即最后领到机动车驾驶证的人有 60%. 条件(1) 充分.

条件(2)中，$\overline{A}\cap B$ 中学员占的百分数为 20%，$A\cap B$ 中学员占的百分数为 $80\%-20\%=60\%$，如图 1-11 所示，最后领到机动车驾驶证的人有 60%. 条件(2) 也充分. 故选(D).

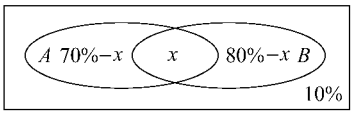


图 1-10

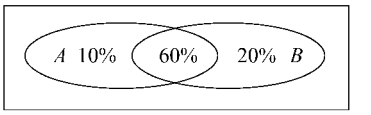


图 1-11

习 题 1

一、问题求解

1. 已知全集 $U=R$，集合 $M=\{x\mid -2\leqslant x-1\leqslant 2\}$ 和 $N=\{x\mid x=2k-1,k=1,2,\cdots\}$ 的关系的韦恩(Venn)图如图 1-12 所示，则阴影部分所示的集合的元素共有(　　).

(A) 3 个 (B) 2 个 (C) 1 个 (D) 0 个 (E) 无穷个

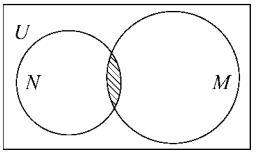


图 1-12

2. 集合 $A=\{0,2,a\}$，$B=\{1,a^2\}$. 若 $A\cup B=\{0,1,2,4,16\}$，则 a 的值为(　　).

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 16

3. 若集合 $M=\{y\mid y=2^{-x}\}$，$P=\{y\mid y=\sqrt{x-1}\}$，则 $M\cap P=$(　　).

(A) $\{y\mid y>1\}$ (B) $\{y\mid y\geqslant 1\}$ (C) $\{y\mid y>0\}$

(D) $\{y|y\geqslant 0\}$　　(E) 以上结果均不正确

4. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$ 的定义域为 M，$g(x)=\ln(1+x)$ 的定义域为 N，则 $M\cap N=$(　　).

(A) $\{x|x>-1\}$　　(B) $\{x|x<1\}$　　(C) $\{x|-1<x<1\}$

(D) $\varnothing$　　(E) 以上结果均不正确

5. 已知集合 $M=\{x|(x+2)(x-1)<0\}$，$N=\{x|x+1<0\}$，则 $M\cap N=$(　　).

(A) $(-1,1)$　　(B) $(-2,1)$　　(C) $(-2,-1)$

(D) $(1,2)$　　(E) $(0,1)$

6. 已知集合 $M=\{x|x^2-5x+4\geqslant 0\}$，$N=\{x|x^2-5x+4\leqslant 0,x\in\mathbf{N}\}$，设集合 P 含有三个元素，$P\cap M=\{1,4\}$，$P\cap N=P$，则满足条件集合 P 的个数是(　　).

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3　　(E) 以上结果均不正确

7. $A=\{x|(x-1)^2<3x-7\}$，则 $A\cap\mathbf{Z}$ 的元素的个数为(　　).

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3　　(E) 4

8. 满足 $M\subseteq\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$，且 $M\cap\{a_1,a_2,a_3\}=\{a_1,a_2\}$ 的集合 M 的个数是(　　).

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3　　(E) 4

9. 若 $A=\{x\in\mathbf{Z}|2\leqslant 2^{2-x}<8\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}||\log_2 x|>1\}$，则 $A\cap\overline{B}$ 的元素个数为(　　).

(A) 0　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 3　　(E) 4

10. 已知集合 $A=\{x||x-a|\leqslant 1\}$，$B=\{x|x^2-5x+4\geqslant 0\}$. 若 $A\cap B=\varnothing$，则实数 a 的取值范围是(　　).

(A) $(0,1]$　　(B) $(0,1)$　　(C) $[2,3]$　　(D) $(2,3]$　　(E) $(2,3)$

11. 已知集合 $A=\{x|x<a\}$，$B=\{x|1<x<2\}$，且 $A\cup\overline{B}=R$，则实数 a 的取值范围是(　　).

(A) $a\leqslant 1$　　(B) $a<1$　　(C) $a\geqslant 2$　　(D) $a>2$　　(E) $\varnothing$

12. 设集合 $A=\{(x,y)|y\geqslant|x-2|,x\geqslant 0\}$，$B=\{(x,y)|y\leqslant -x+b\}$，$A\cap B=\varnothing$，$b$ 的取值范围是(　　).

(A) $\{y|y>1\}$　　(B) $\{y|y\geqslant 1\}$　　(C) $\{y|y>0\}$

(D) $\{y|y\geqslant 0\}$　　(E) $\{y|y<2\}$

13. 已知 A,B 均为集合 $U=\{1,3,5,7,9\}$ 的子集，且 $A\cap B=\{3\}$，$\overline{B}\cap A=\{9\}$. 则 $A=$(　　).

(A) $\{1,3\}$　　(B) $\{3,7,9\}$　　(C) $\{3,5,9\}$　　(D) $\{3,9\}$　　(E) 以上结果均不正确

14. 设 $A=\{x|x=\sqrt{5k+1},k\in\mathbf{N}\}$，$B\{x|x\leqslant 6,x\in\mathbf{Q}\}$，则 $A\cap B$ 等于(　　).

(A) $\{1,4\}$　　(B) $\{1,6\}$　　(C) $\{4,6\}$　　(D) $\varnothing$　　(E) $\{1,4,6\}$

15. 集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$ 的子集个数是(　　).

(A) 32　　(B) 31　　(C) 30　　(D) 24　　(E)16

16. $M=\{(x,y)|x^2+y^2=1,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，$N=\{(x,y)|x^2-y=0,x\in\mathbf{R},y\in\mathbf{R}\}$，则集合 $M\cap N$ 中元素的个数为(　　).

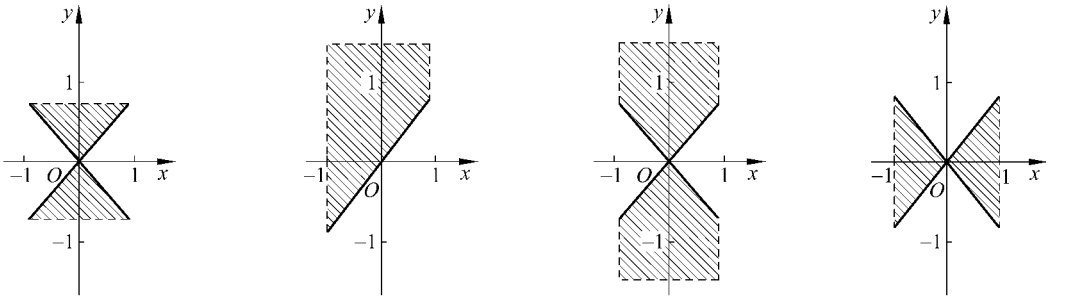
(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4　　(E) 0

17. 已知集合 $M=\{x|m\leqslant x\leqslant m+1<0\}$，$N=\{x|x<-1 \text{ 或 } x>1\}$，$M\cup N=N$，则 m 的取值范围是(　　).

(A) $m<-2$　　(B) $-2<m<1$　　(C) $m>1$

(D) $m<-1$ 或 $m>2$　　(E) $m<-2$ 或 $m>1$

18. 在平面直角坐标系 xOy 中，满足不等式组 $\begin{cases}|x|\leqslant|y|,\\|x|<1\end{cases}$ 的点(x,y)的集合用阴影表示为(　　).



(A)　(B)　(C)　(D)

(E) 以上结果均不正确

19. 某车间有 40 人，其中参加计算机考核的有 31 人，参加英语考核的有 20 人，有 8 人没参加任何一种考核，则同时参加两项考核的职工有(　　)人.

(A) 10　　(B) 13　　(C) 15　　(D) 19　　(E) 以上结论均不正确

20. 某单位有 90 人，其中有 65 人参加外语培训，72 人参加计算机培训，已知参加外语培训而没参加计算机培训的有 8 人，则参加计算机培训而没参加外语培训的人数为(　　).

(A) 5　　(B) 8　　(C) 10　　(D) 12　　(E) 15

21. 某公司的员工中，拥有本科毕业证、计算机等级证、汽车驾驶证的人数分别为 130，110，90. 又知只有一种证的人数为 140，三证齐全的人数为 30，则恰有双证的人数为(　　).

(A) 45　　(B) 50　　(C) 52　　(D) 65　　(E) 100

22. 50 名学生参加甲、乙两项体育活动，每人至少参加了一项，参加甲项的学生有 30 名，参加乙项的学生有 25 名，则仅参加了一项活动的学生人数为(　　).

(A) 50　　(B) 45　　(C) 40　　(D) 35　　(E) 30

23. 两个人玩拣 55 根火柴的游戏. 两人轮流拣火柴，每人每次必须拿 1～5 根火柴. 约定拿到最后一根火柴者为胜家. 甲先拿时，最后都是甲取胜. 甲先拿时，他第一次一定拿(　　).

(A) 1 根　　(B) 2 根　　(C) 3 根　　(D) 4 根　　(E) 5 根

24. 职工甲上、下班时，可乘地铁或公交汽车，他习惯于上班时乘地铁，则下班必乘汽车；下班乘地铁回家，则第二天必乘公交汽车上班，上个月甲共乘地铁 16 次，早晨乘汽车 9 次，下午乘汽车 15 次，则某甲上个月共出勤(　　)天.

(A) 26　　(B) 24　　(C) 22　　(D) 20　　(E) 18

25. 将放有乒乓球的 577 个盒子从左到右排成一行，如果最左边的盒子里放了 6 个乒乓球，且每相邻的四个盒子里共有 32 个乒乓球，那么最右边的盒子里的乒乓球个数为(　　).

(A) 6　　(B) 7　　(C) 8　　(D) 9　　(E) 以上结论均不正确

26. 设集合 $A=\{(x,y)\mid y\geqslant|x-2|,x\geqslant0\}$，$B=\{(x,y)\mid y\leqslant-x+b\}$，$(x,y)\in A\cap B$，且 $x+2y$ 的最大值为 9，则 b 的值是(　　).

(A) 9　　(B) 8　　(C) 6　　(D) 5　　(E) $\frac{9}{2}$

27. 设集合 $M=\{1,2,3,4,5,6\}$，$S_1,S_2,\cdots,S_k$ 都是 M 的含两个元素的子集，且满足：对任意的 $S_i=\{a_i,b_i\}$，$S_j=\{a_j,b_j\}$ $(i\neq j,i,j\in\{1,2,3,\cdots,k\})$，都有 $\min\left\{\frac{a_i}{b_i},\frac{b_i}{a_i}\right\}\neq\min\left\{\frac{a_j}{b_j},\frac{b_j}{a_j}\right\}$ ($\min\{x,y\}$表示两个数 x,y 中的较小者)，则 k 的最大值是(　　).

(A) 64　　(B) 32　　(C) 24　　(D) 16　　(E) 11

28. 设 A,B,I 均为非空集合，且满足 $A\subseteq B\subseteq I$，则下列各式中错误的是(　　).

(A) $\overline{A}\cup B=I$　　(B) $\overline{A}\cup\overline{B}=I$　　(C) $A\cap\overline{B}=\varnothing$

(D) $\overline{A}\cap\overline{B}=\overline{B}$　　(E) 以上结果均不正确

29. 设 S 是至少含有两个元素的集合，在 S 上定义了一个二元运算“$*$”(即对任意的 $a,b\in S$，对于有序元素对(a,b)，在 S 中有唯一确定的元素 $a*b$ 与之对应). 若对于任意的 $a,b\in S$，有 $a*(b*a)=b$，则对任意的 $a,b\in S$，下列等式中不恒成立的是(　　).

(A) $(a*b)*a=a$　　(B) $[a*(b*a)]*(a*b)=a$

(C) $b*(b*b)=b$　　(D) $(a*b)*[b*(a*b)]=b$

(E) $(b*a)*[a*(b*a)]=a$

30. 设集合 $I=\{1,2,3,4,5\}$. 选择 I 的两个非空子集 A 和 B，要使 B 中最小的数大于 A 中最大的数，则不同的选择方法共有(　　)种.

(A) 50　　(B) 49　　(C) 48　　(D) 46　　(E) 45

二、条件充分性判断

1. 设全集 $U=\{0,1,2,3\}$，$A=\{x\in U\mid x^2+mx=0\}$，则 $\overline{A}=\{1,2\}$.

(1) $m\geqslant-3$；　　(2) $m\leqslant-3$.

2. 已知集合 $A=\{x\mid\log_2x\leqslant2\}$，$B=(-\infty,a)$，则 $A\subseteq B$.

(1) $a>4$；　　(2) $a<4$.

3. 某班有 36 名同学参加数学、物理、化学课外探究小组，已知参加数学、物理、化学小组的人数分别为 26，15，13，同时参加数学和物理小组的有 6 人，同时参加物理和化学小组的有4 人. 则同时参加数学和化学小组的有 8 人.

(1) 同时参加三个小组的有 2 人；　　(2) 每名同学至多参加两个小组.

4. 100 个学生中，有手机没电脑的共 15 人，则这 100 个学生中有电脑但没手机的共有 3 人.

(1) 88 人有手机；　　(2) 76 人有电脑.

5. 某地有甲、乙两电视台，某日对观看电视的 560 个观众作调查，知兼收看两台的人数与收看甲台观众人数和收看乙台观众人数成 1∶2∶3 的比例.

(1) 收看甲台人数 280 人；　　(2) 收看乙台人数 420 人.

参考答案

一、问题求解

1. (B).　2. (D).　3. (C).　4. (C).　5. (A).　6. (C).　7. (A)　8. (C).

9. (C).　10. (E).　11. (C).　12. (E).　13. (D).　14. (E).　15. (A).　16. (B).

需要全本请访问 www.ertongbook.com