



中华人民共和国国家标准

GB/T 2414.2—1998

压电陶瓷材料性能试验方法 长条横向长度伸缩振动模式

Test methods for the properties of piezoelectric ceramics
Transverse length extension vibration mode for bar

1998-11-10 发布

1999-07-01 实施

国家质量技术监督局 发布

中 华 人 民 共 和 国
国 家 标 准
压电陶瓷材料性能试验方法
长条横向长度伸缩振动模式
GB/T 2414.2—1998

*

中国标准出版社出版
北京复兴门外三里河北街16号
邮政编码:100045
电 话:68522112
中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
版权专有 不得翻印

*

开本 880×1230 1/16 印张 1¼ 字数 31 千字
1999年4月第一版 1999年4月第一次印刷
印数 1—1 000

*

书号: 155066·1-15608 定价 13.00 元

*

标 目 369—05

前 言

本标准是在 GB/T 2414—1981《压电陶瓷材料性能测试方法 圆片的径向伸缩振动、长条的横向长度伸缩振动》的基础上修订的。

本标准与 GB/T 2414—1981 相比,作了下列的修订:

- 1 与圆片的径向伸缩振动模式分开,成为一个独立的标准,其名称为《压电陶瓷材料性能试验方法 长条横向长度伸缩振动模式》;
- 2 按照 GB/T 1.1—1993 的规定,增加了前言,并按照“试验方法”作为一项独立标准所规定的标准内容及其顺序进行编写;
- 3 试验方法增加了“电桥法”;
- 4 修改了试验环境条件;
- 5 附录 A“ $k_{31} \sim \Delta f/f_s$ 对应数值表”的范围从 0.34 扩展到 0.50。

本标准的附录 A 是标准的附录。

本标准从实施之日起,代替 GB/T 2414—1981 中的相关内容。

本标准由全国铁电压电陶瓷标准化技术委员会提出。

本标准由全国铁电压电陶瓷标准化技术委员会归口。

本标准起草单位:七二一厂。

本标准主要起草人:罗绍棠、高明仙、田德辉。

中华人民共和国国家标准

压电陶瓷材料性能试验方法 长条横向长度伸缩振动模式

GB/T 2414.2—1998

代替 GB/T 2414—1981 部分

Test methods for the properties of piezoelectric ceramics
Transverse length extension vibration mode for bar

1 范围

本标准规定了压电陶瓷材料长条横向长度伸缩振动模式的介电、压电和弹性性能的测试方法。
本标准适用于压电陶瓷材料长条横向长度伸缩振动模式参数性能的测试。

2 引用标准

下列标准所包含的条文,通过在本标准中引用而构成本标准的条文。本标准出版时,所示版本均为有效。所有标准都会被修订,使用本标准的各方应探讨使用下列标准最新版本的可能性。

GB/T 2413—1981 压电陶瓷材料体积密度测量方法

GB/T 3389.1—1996 铁电压电陶瓷词汇

3 定义和符号

本标准中采用的定义和符号按 GB/T 3389.1—1996 的规定。

4 试验原理

4.1 等效电路与特征频率

一个以单一模式自由振动的压电陶瓷振子,在其谐振频率附近的机电特性可用图 1 的等效电路来表示。它由动态电容 C_1 、动态电感 L_1 、动态电阻 R_1 组成的串联支路与并联电容 C_0 并联而成。在谐振频率附近可认为这些参数与频率无关。

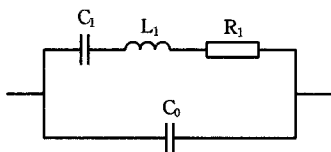


图 1 等效电路

根据图 1 所示的等效电路,压电陶瓷振子的导纳可用公式(1)表示:

$$Y = j\omega C_0 + \frac{1}{R_1 + j(\omega L_1 - 1/\omega C_1)} = Y_0 + Y_1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

式中: Y_0 ——并联支路的导纳, $Y_0 = j\omega C_0$, S;

Y_1 ——串联支路的导纳, $Y_1 = \frac{1}{R_1 + j(\omega L_1 - 1/\omega C_1)}$, S;

ω ——角频率, rad/s。

在电导-电纳坐标平面上,随着频率的变化,串联支路导纳 Y_1 矢量终端的轨迹为一个圆。当机械品质因数 Q_m 较大时, ωC_0 在谐振区的变化甚小,因此可看作为一个常数。在不考虑介质损耗时,压电陶瓷振子导纳 Y 的圆图如图 2 所示。

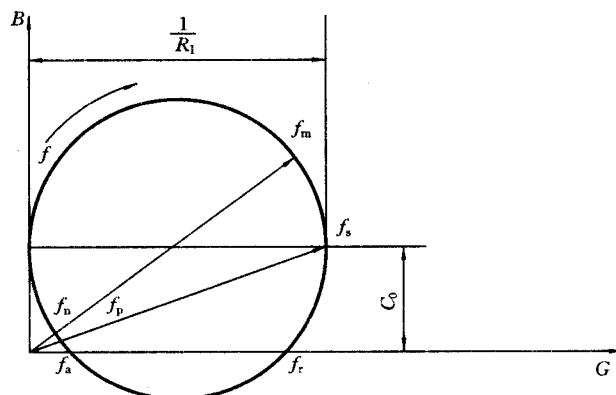


图 2 导纳圆图

从图 2 的导纳圆图中,可得到以下六个特征频率:

- f_s ——串联谐振频率;
- f_p ——并联谐振频率;
- f_r ——谐振频率(电纳等于零);
- f_a ——反谐振频率(电纳等于零);
- f_m ——最大导纳频率(最小阻抗频率);
- f_n ——最小导纳频率(最大阻抗频率)。

在一般情况下, $f_m < f_s < f_r$; $f_n > f_p > f_a$; $(f_n - f_m) > (f_p - f_s) > (f_a - f_r)$ 。当振子的优值 M 较高时,在一级近似下, $f_m = f_s = f_r$, $f_n = f_p = f_a$; 当优值 M 较低时,用 $(f_n - f_m)$ 代替 $(f_p - f_s)$ 计算参数性能,必须加以修正,其近似公式为:

$$\Delta f = (f_p - f_s) \approx \frac{f_n - f_m}{\sqrt{1 + 4/M^2}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$M = \frac{1}{2\pi f_s R_1 C_0} \approx \frac{1}{2\pi f_m C^T |Z_m|} \quad \dots\dots\dots (3)$$

式中: M ——压电振子的优值;

C^T ——自由电容, F;

Z_m ——压电振子的最小阻抗, Ω 。

如果 $M^2(f_p - f_s)/f_s > 100$, 利用近似公式(2)和(3)所产生的误差小于 1%。

4.2 试验概述

本标准采用传输电路法或电桥法测试压电陶瓷长条横向长度伸缩振动模式的材料性能。

采用传输网络测压电振子的最大传输频率 f_{mT} 、最小传输频率 f_{nT} 、最小阻抗 Z_m 。采用阻抗分析仪测压电振子的最大导纳频率 f_m 、最小导纳频率 f_n 、最小阻抗 Z_m ; 或谐振频率 f_r 、反谐振频率 f_a 和谐振电阻 R_r 。

在一级近似下, $f_{mT} = f_m = f_r = f_s$, $f_{nT} = f_n = f_a = f_p$, $|Z_m| = R_r = R_1$ 。

得到串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 和动态电阻 R_1 后,即可通过计算或查附录 A(标准的附录),确定机电耦合系数 k_{31} ,并计算压电振子的其他参数。

5 试验条件

5.1 环境条件

a) 试验的标准大气条件:

- 温度: $15^{\circ}\text{C} \sim 35^{\circ}\text{C}$;
- 相对湿度: $45\% \sim 75\%$;
- 气压: $86 \text{ kPa} \sim 106 \text{ kPa}$ 。

b) 仲裁试验的标准大气条件:

- 温度: $25^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$;
- 相对湿度: $45\% \sim 55\%$;
- 气压: $86 \text{ kPa} \sim 106 \text{ kPa}$ 。

5.2 试样尺寸及要求

试样为长条片,试样的长度 l 、宽度 b 和厚度 t 应满足 $(l/b)^2 \geq 10$ 、 $(l/t)^2 \geq 10$;直线度不大于长度(或宽度)的公差,平行度不大于厚度的公差。两主平面全部被敷上金属层作为电极,沿厚度方向进行极化处理。

推荐试样尺寸: $30 \text{ mm} \times 5 \text{ mm} \times (0.7 \sim 1) \text{ mm}$ 。

试样应保持清洁、干燥,根据不同瓷料的要求,极化后存放一定时间,并在 5.1 规定的环境条件下放置 2 h 后进行试验。

5.3 试验信号要求:

- a) 测电容和介质损耗时,电场强度 $E \leq 5 \text{ V/mm}$,频率 $f = 1 \text{ kHz}$;
- b) 测串联谐振频率和动态电阻时,电场强度 $E \leq 30 \text{ mV/mm}$ 。

6 试验方法

6.1 自由电容 C^T 和介质损耗角正切 $\text{tg}\delta$ 的试验

6.1.1 试验设备及要求

电桥 电容的测量误差不大于 0.5% ;介质损耗角正切测量误差不大于 $5\% + 1 \times 10^{-4}$ 。

6.1.2 试验程序

将试样接至电桥上,直接测出其电容量和介质损耗角正切值。

6.1.3 试验的不确定度

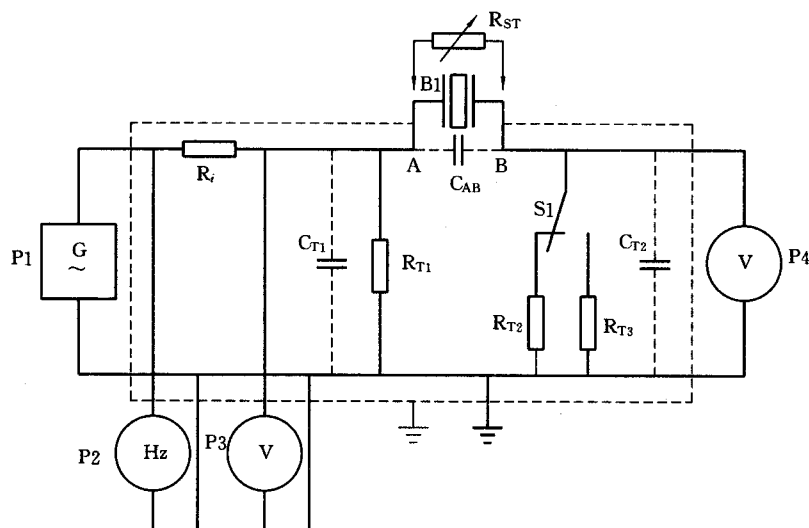
6.1.3.1 电容试验的不确定度: $U_c \leq \pm 1\%$ 。

6.1.3.2 介质损耗试验的不确定度: $U_{\text{tg}\delta} \leq \pm 10\%$ 。

6.2 串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 和动态电阻 R_1 的试验

6.2.1 传输电路法

6.2.1.1 试验电路(一)如图 3 所示



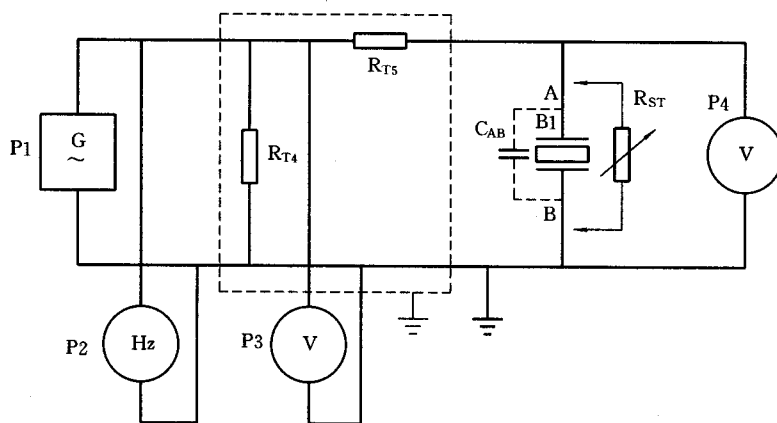
P1—信号发生器;P2—频率计;P3、P4—电压表;B1—试样; R_i 、 R_{T1} —分压电阻;
 R_{T2} 、 R_{T3} —终端电阻; R_{ST} —可变无感电阻箱; C_{T1} 、 C_{T2} 、 C_{AB} —分布电容;S1—开关

图3 π 型网络传输线路法试验电路

图3中,分压电阻 R_i 的阻值与信号发生器的输出阻抗相匹配, $R_i \geq 10R_{T1}$, $R_{T2} \ll R_1$,一般取 $R_{T1} = R_{T2}$, $R_{T3} = 1 \text{ k}\Omega \sim 3 \text{ k}\Omega$ 。

A—B间的分布电容 C_{AB} 远低于试样的自由电容 C^T ,即 $C_{AB} \ll C^T$;分布电容 C_{T1} 、 C_{T2} 的电抗应满足: $1/(\omega C_{T1}) \gg R_{T1}$, $1/(\omega C_{T2}) \gg R_{T2}$ 。

6.2.1.2 试验电路(二)如图4所示



P1—信号发生器;P2—频率计;P3、P4—电压表;B1—试样; R_{T4} —匹配电阻;
 R_{T5} —限流电阻; R_{ST} —可变无感电阻箱; C_{AB} —分布电容

图4a 测 f_s 和 R_1 的试验电路

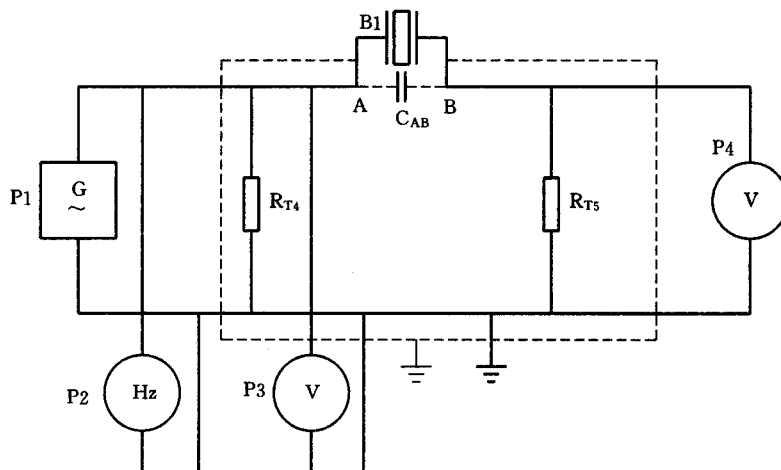
图 4b 测 f_p 的试验电路

图 4 中,匹配电阻 R_{T4} 的阻值与信号发生器的输出阻抗相匹配,限流电阻 R_{T5} 取值范围应远大于试样的动态电阻 R_1 ,其参考值范围为: $R_{T5}=500\ \Omega\sim 3\ \text{k}\Omega$ 。A~B 间的分布电容 C_{AB} 远低于试样的自由电容 C^T ,即 $C_{AB}\ll C^T$ 。

6.2.1.3 试验设备及要求:

- 信号发生器:频率瞬时稳定度高于待测频率的精确度,输出波形为正弦波,谐波失真抑制大于 30 dB,按试验电路图 4a 测动态电阻 R_1 时,谐波失真抑制大于 50 dB;
- 频率计:分辨率优于 1 Hz,输入阻抗远大于信号发生器输出阻抗,且不影响信号发生器输出电平;
- 电压表:输入阻抗大于 $1\ \text{M}\Omega$,输入电容不大于 40 pF,频率范围应符合试验要求;
- 可变无感电阻箱:最小分度为 $0.1\ \Omega$,使用频率不低于 200 kHz;
- 屏蔽盒及样品支架:屏蔽盒与各仪表连线用短屏蔽线,接插件采用射频连接器。支架夹持力要小,以能夹住试样为准。保证夹具与试样电极接触良好,夹具与试样接触面的直径一般为 $0.3\ \text{mm}\sim 1.0\ \text{mm}$,并夹在试样节点处。样品支架与屏蔽盒连在一起,支架分布电容要小,绝缘性能良好。

6.2.1.4 试验程序

a) 串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 的试验

把试样置于试验支架,接入试验电路,调整信号发生器输出电压,使其符合 5.3 的规定。终端电阻接 R_{T2} ,调整信号发生器频率,使试验电路图 3 电压表 P4 指示最大或试验电路图 4a 终端电压表指示最小,此时频率为最大传输频率 f_{mT} ,在一级近似下即为串联谐振频率 f_s 。终端电阻接 R_{T3} (试验电路图 3)或 R_{T5} (试验电路图 4b),增高信号发生器频率,使电压表 P4 指示最小,此时频率为最小传输频率 f_{nT} ,在一级近似下即为并联谐振频率 f_p ;

b) 动态电阻 R_1 的试验

按图 3 或图 4a 测出的最大传输频率 f_{mT} 处,用可变无感电阻箱代替试样,改变电阻箱的阻值,使电压表 P4 的指示与替代前相同。此时电阻箱的阻值 R_n 即为试样最小阻抗绝对值 $|Z_m|$,在一级近似下 $|Z_m|=R_1$;

c) 试验的不确定度:

- 谐振频率试验的不确定度 $U_{f_s}\leq\pm 0.3\%$;
- 动态电阻试验的不确定度 $U_{R_1}\leq\pm 10\%$ 。

6.2.2 电桥法

6.2.2.1 试验电路如图 5 所示

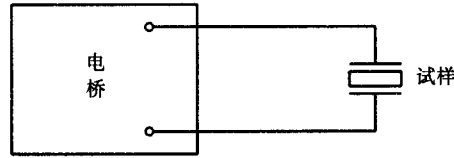


图5 电桥法试验电路

6.2.2.2 试验设备及要求

- a) 电桥:频率精度优于 100×10^{-6} , 阻抗分辨率优于 0.05Ω ;
- b) 样品支架:同 6.2.1.3 中 e) 的要求。

6.2.2.3 试验程序:

- a) 串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 和动态电阻 R_1 的试验

将试样接入电桥输入端如图 5 所示, 调整电桥输出电压, 使其符合 5.3 的规定。调节电桥的频率, 使试样的阻抗最小, 此时频率为最大导纳频率 f_m , 阻抗为最小阻抗 Z_m ; 或使试样相位为零, 此时频率为谐振频率 f_r , 阻抗为谐振电阻 R_r 。增高电桥频率, 使试样阻抗最大, 此时频率为最小导纳频率 f_n ; 或使试样相位为零, 此时频率为反谐振频率 f_a 。

在一级近似下: $f_m = f_r = f_s$, $f_n = f_a = f_p$, $Z_m = R_r = R_1$;

- b) 试验的不确定度:

- 1) 谐振频率试验的不确定度 $U_f \leq \pm 0.3\%$;
- 2) 动态电阻试验的不确定度 $U_{R_1} \leq \pm 5\%$ 。

6.3 体积密度 ρ 的试验

按 GB/T 2413 规定的方法测出压电陶瓷材料的体积密度 ρ 。

6.4 试样尺寸的测量

用精度优于 0.01 mm 的量具测量试样的长度 l 、宽度 b 和厚度 t 。

6.5 压电陶瓷材料参数性能的计算

6.5.1 横向机电耦合系数 k_{31}

根据 6.2 测出的长条试样串联谐振频率 f_s 和并联谐振频率 f_p , 用公式(4)计算横向机电耦合系数 k_{31} 。

$$k_{31} = \left\{ \frac{(\pi/2)(1 + \Delta f/f_s) \operatorname{tg}[(\pi/2)(\Delta f/f_s)]}{1 + (\pi/2)(1 + \Delta f/f_s) \operatorname{tg}[(\pi/2)(\Delta f/f_s)]} \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (4)$$

式中: k_{31} ——横向机电耦合系数;

Δf ——频差 $\Delta f = f_p - f_s$, Hz;

f_s ——串联谐振频率, Hz。

也可通过计算 $\Delta f/f_s$ 的比值, 查附录 A(标准的附录), 确定横向机电耦合系数 k_{31} 值。

横向机电耦合系数试验的不确定度 $U_{k_{31}} \leq \pm 1\%$ 。

6.5.2 机械品质因数 Q_m

根据 6.1 测出的试样自由电容 C^T 和根据 6.2 测出的试样串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 和动态电阻 R_1 , 用公式(5)计算试样的机械品质因数 Q_m 。

$$Q_m = \frac{1}{2\pi f_s R_1 C^T [(f_p^2 - f_s^2)/f_p^2]} \dots\dots\dots (5)$$

式中: Q_m ——机械品质因数;

f_s ——串联谐振频率, Hz;

f_p ——并联谐振频率, Hz;

R_1 ——动态电阻, Ω ;

C^T ——自由电容,F。

机械品质因数试验的不确定度 $U_{Q_m} \leq \pm 10\%$ 。

6.5.3 自由相对电容率 ϵ_{r3}^T

根据 6.1 测出的自由电容 C^T 和 6.4 测出的试样长度 l 、宽度 b 与厚度 t ,用公式(6)计算自由相对电容率 ϵ_{r3}^T 。

$$\epsilon_{r3}^T = \frac{\epsilon_{33}^T}{\epsilon_0} = \frac{11.3C^T t}{lb} \times 10^{10} \quad \dots\dots\dots(6)$$

式中: ϵ_{r3}^T ——自由相对电容率;

ϵ_{33}^T ——自由电容率,F/m;

ϵ_0 ——真空电容率,F/m;

C^T ——自由电容,F;

l ——试样长度,m;

b ——试样宽度,m;

t ——试样厚度,m。

自由相对电容率试验的不确定度 $U_{\epsilon} \leq \pm 2\%$ 。

6.5.4 横向频率常数 N_1

根据 6.2 测出的串联谐振频率 f_s 和 6.4 测出的试样长度 l ,用公式(7)计算横向频率常数 N_1 。

$$N_1 = f_s l \quad \dots\dots\dots(7)$$

式中: N_1 ——横向频率常数,Hz·m;

f_s ——串联谐振频率,Hz;

l ——试样长度,m。

横向频率常数试验的不确定度 $U_{N_1} \leq \pm 0.3\%$ 。

6.5.5 横向声速 ν_1^E

根据 6.2 测出的串联谐振频率 f_s 和 6.4 测出的试样长度 l ,用公式(8)计算横向声速 ν_1^E 。

$$\nu_1^E = 2f_s l \quad \dots\dots\dots(8)$$

式中: ν_1^E ——横向声速,m/s;

f_s ——串联谐振频率,Hz;

l ——试样长度,m。

横向声速试验的不确定度 $U_{\nu_1^E} \leq \pm 0.3\%$ 。

6.5.6 弹性柔顺常数 s_{11}^E, s_{11}^D

根据 6.2 测出的串联谐振频率 f_s 和 6.4 测出的试样长度 l ,以及根据 6.3 测出的体积密度 ρ ,用公式(9)、(10)分别计算弹性柔顺常数 s_{11}^E, s_{11}^D 。

$$s_{11}^E = 1/(4l^2 f_s^2 \rho) \quad \dots\dots\dots(9)$$

式中: s_{11}^E ——短路弹性柔顺常数,m²/N;

l ——试样长度,m;

f_s ——串联谐振频率,Hz;

ρ ——体积密度,kg/m³。

短路弹性柔顺常数试验的不确定度 $U_{s_{11}^E} \leq \pm 1\%$ 。

$$s_{11}^D = s_{11}^E (1 - k_{31}^2) \quad \dots\dots\dots(10)$$

式中: s_{11}^D ——开路弹性柔顺常数,m²/N;

s_{11}^E ——短路弹性柔顺常数,m²/N;

k_{31} ——横向机电耦合系数。

开路弹性柔顺常数试验的不确定度 $U_{s_{11}^E} \leq \pm 2\%$ 。

6.5.7 压电应变常数 d_{31}

根据 6.5.1 得出的横向机电耦合系数 k_{31} 和 6.5.3 得出的自由相对电容率 ϵ_{r3}^T 以及 6.5.6 得出的弹性柔顺常数 s_{11}^E ，用公式(11)计算压电应变常数 d_{31} 。

$$d_{31} = k_{31}(\epsilon_{r3}^T \epsilon_0 s_{11}^E)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (11)$$

式中： d_{31} ——压电应变常数，C/N= m/V ；

k_{31} ——横向机电耦合系数；

ϵ_{r3}^T ——自由相对电容率；

ϵ_0 ——真空电容率，F/m；

s_{11}^E ——短路弹性柔顺常数， m^2/N 。

压电应变常数试验的不确定度 $U_{d_{31}} \leq \pm 3\%$ 。

6.5.8 压电电压常数 g_{31}

根据 6.5.7 得出的压电应变常数 d_{31} 和 6.5.3 得出的自由相对电容率 ϵ_{r3}^T ，用公式(12)计算压电电压常数 g_{31} 。

$$g_{31} = d_{31}/(\epsilon_{r3}^T \epsilon_0) \quad \dots\dots\dots (12)$$

式中： g_{31} ——压电电压常数，V·m/N= m^2/C ；

ϵ_{r3}^T ——自由相对电容率；

ϵ_0 ——真空电容率，F/m；

d_{31} ——压电应变常数，C/N= m/V 。

压电电压常数试验的不确定度 $U_{g_{31}} \leq \pm 3\%$ 。

附录 A

(标准的附录)

 $k_{31} \sim \Delta f/f_s$ 对应数值表横向机电耦合系数 k_{31} 和频差 Δf 与串联谐振频率 f_s 比值的对应数值见表 A1。表 A1 $k_{31} \sim \Delta f/f_s$ 对应数值表

$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}
0.000 1	0.015 707	0.003 6	0.094 000	0.007 1	0.131 673	0.010 6	0.160 478
0.000 2	0.022 211	0.003 7	0.095 289	0.007 2	0.132 587	0.010 7	0.161 222
0.000 3	0.027 201	0.003 8	0.096 561	0.007 3	0.133 495	0.010 8	0.161 962
0.000 4	0.031 407	0.003 9	0.097 817	0.007 4	0.134 397	0.010 9	0.162 698
0.000 5	0.035 111	0.004 0	0.099 055	0.007 5	0.135 292	0.011 0	0.163 431
0.000 6	0.038 460	0.004 1	0.100 279	0.007 6	0.136 181	0.011 1	0.164 160
0.000 7	0.041 538	0.004 2	0.101 487	0.007 7	0.137 064	0.011 2	0.164 886
0.000 8	0.044 403	0.004 3	0.102 680	0.007 8	0.137 941	0.011 3	0.165 609
0.000 9	0.047 093	0.004 4	0.103 860	0.007 9	0.138 812	0.011 4	0.166 328
0.001 0	0.049 637	0.004 5	0.105 026	0.008 0	0.139 678	0.011 5	0.167 044
0.001 1	0.052 055	0.004 6	0.106 179	0.008 1	0.140 538	0.011 6	0.167 756
0.001 2	0.054 366	0.004 7	0.107 319	0.008 2	0.141 393	0.011 7	0.168 466
0.001 3	0.056 582	0.004 8	0.108 446	0.008 3	0.142 242	0.011 8	0.169 172
0.001 4	0.058 714	0.004 9	0.109 562	0.008 4	0.143 086	0.011 9	0.169 875
0.001 5	0.060 770	0.005 0	0.110 667	0.008 5	0.143 924	0.012 0	0.170 575
0.001 6	0.062 758	0.005 1	0.111 760	0.008 6	0.144 758	0.012 1	0.171 272
0.001 7	0.064 685	0.005 2	0.112 842	0.008 7	0.145 587	0.012 2	0.171 965
0.001 8	0.066 555	0.005 3	0.113 913	0.008 8	0.146 410	0.012 3	0.172 656
0.001 9	0.068 374	0.005 4	0.114 975	0.008 9	0.147 229	0.012 4	0.173 344
0.002 0	0.070 145	0.005 5	0.116 026	0.009 0	0.148 043	0.012 5	0.174 029
0.002 1	0.071 872	0.005 6	0.117 067	0.009 1	0.148 853	0.012 6	0.174 711
0.002 2	0.073 558	0.005 7	0.118 099	0.009 2	0.149 658	0.012 7	0.175 390
0.002 3	0.075 206	0.005 8	0.119 122	0.009 3	0.150 458	0.012 8	0.176 067
0.002 4	0.076 818	0.005 9	0.120 136	0.009 4	0.151 254	0.012 9	0.176 741
0.002 5	0.078 396	0.006 0	0.121 141	0.009 5	0.152 045	0.013 0	0.177 411
0.002 6	0.079 943	0.006 1	0.122 137	0.009 6	0.152 832	0.013 1	0.178 080
0.002 7	0.081 460	0.006 2	0.123 125	0.009 7	0.153 615	0.013 2	0.178 745
0.002 8	0.082 948	0.006 3	0.124 105	0.009 8	0.154 393	0.013 3	0.179 408
0.002 9	0.084 410	0.006 4	0.125 077	0.009 9	0.155 168	0.013 4	0.180 068
0.003 0	0.085 847	0.006 5	0.126 041	0.010 0	0.155 938	0.013 5	0.180 726
0.003 1	0.087 260	0.006 6	0.126 998	0.010 1	0.156 705	0.013 6	0.181 381
0.003 2	0.088 650	0.006 7	0.127 947	0.010 2	0.157 467	0.013 7	0.182 033
0.003 3	0.090 018	0.006 8	0.128 889	0.010 3	0.158 226	0.013 8	0.182 683
0.003 4	0.091 365	0.006 9	0.129 824	0.010 4	0.158 980	0.013 9	0.183 331
0.003 5	0.092 692	0.007 0	0.130 752	0.010 5	0.159 731	0.014 0	0.183 976

表 A1(续)

$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}
0.014 1	0.184 618	0.018 1	0.208 571	0.022 1	0.229 809	0.026 1	0.249 031
0.014 2	0.185 258	0.018 2	0.209 132	0.022 2	0.230 312	0.026 2	0.249 490
0.014 3	0.185 896	0.018 3	0.209 690	0.022 3	0.230 814	0.026 3	0.249 948
0.014 4	0.186 532	0.018 4	0.210 247	0.022 4	0.231 314	0.026 4	0.250 405
0.014 5	0.187 165	0.018 5	0.210 803	0.022 5	0.231 814	0.026 5	0.250 861
0.014 6	0.187 795	0.018 6	0.211 357	0.022 6	0.232 312	0.026 6	0.251 316
0.014 7	0.188 424	0.018 7	0.211 909	0.022 7	0.232 808	0.026 7	0.251 770
0.014 8	0.189 050	0.018 8	0.212 460	0.022 8	0.233 304	0.026 8	0.252 223
0.014 9	0.189 674	0.018 9	0.213 009	0.022 9	0.233 798	0.026 9	0.252 675
0.015 0	0.190 296	0.019 0	0.213 556	0.023 0	0.234 291	0.027 0	0.253 127
0.015 1	0.190 915	0.019 1	0.214 102	0.023 1	0.234 783	0.027 1	0.253 577
0.015 2	0.191 533	0.019 2	0.214 646	0.023 2	0.235 274	0.027 2	0.254 026
0.015 3	0.192 148	0.019 3	0.215 189	0.023 3	0.235 764	0.027 3	0.254 475
0.015 4	0.192 761	0.019 4	0.215 730	0.023 4	0.236 253	0.027 4	0.254 922
0.015 5	0.193 372	0.019 5	0.216 270	0.023 5	0.236 740	0.027 5	0.255 369
0.015 6	0.193 981	0.019 6	0.216 808	0.023 6	0.237 226	0.027 6	0.255 815
0.015 7	0.194 587	0.019 7	0.217 345	0.023 7	0.237 711	0.027 7	0.256 260
0.015 8	0.195 192	0.019 8	0.217 881	0.023 8	0.238 195	0.027 8	0.256 704
0.015 9	0.195 795	0.019 9	0.218 415	0.023 9	0.238 678	0.027 9	0.257 147
0.016 0	0.196 395	0.020 0	0.218 947	0.024 0	0.239 160	0.028 0	0.257 589
0.016 1	0.196 994	0.020 1	0.219 478	0.024 1	0.239 641	0.028 1	0.258 030
0.016 2	0.197 590	0.020 2	0.220 007	0.024 2	0.240 120	0.028 2	0.258 470
0.016 3	0.198 185	0.020 3	0.220 536	0.024 3	0.240 599	0.028 3	0.258 910
0.016 4	0.198 778	0.020 4	0.221 062	0.024 4	0.241 076	0.028 4	0.259 349
0.016 5	0.199 369	0.020 5	0.221 588	0.024 5	0.241 552	0.028 5	0.259 786
0.016 6	0.199 957	0.020 6	0.222 111	0.024 6	0.242 028	0.028 6	0.260 223
0.016 7	0.200 544	0.020 7	0.222 634	0.024 7	0.242 502	0.028 7	0.260 659
0.016 8	0.201 129	0.020 8	0.223 155	0.024 8	0.242 975	0.028 8	0.261 095
0.016 9	0.201 713	0.020 9	0.223 675	0.024 9	0.243 447	0.028 9	0.261 529
0.017 0	0.202 294	0.021 0	0.224 193	0.025 0	0.243 918	0.029 0	0.261 962
0.017 1	0.202 874	0.021 1	0.224 710	0.025 1	0.244 388	0.029 1	0.262 395
0.017 2	0.203 451	0.021 2	0.225 226	0.025 2	0.244 857	0.029 2	0.262 827
0.017 3	0.204 027	0.021 3	0.225 741	0.025 3	0.245 325	0.029 3	0.263 258
0.017 4	0.204 601	0.021 4	0.226 254	0.025 4	0.245 791	0.029 4	0.263 688
0.017 5	0.205 174	0.021 5	0.226 766	0.025 5	0.246 257	0.029 5	0.264 118
0.017 6	0.205 744	0.021 6	0.227 276	0.025 6	0.246 722	0.029 6	0.264 546
0.017 7	0.206 313	0.021 7	0.227 785	0.025 7	0.247 186	0.029 7	0.264 974
0.017 8	0.206 880	0.021 8	0.228 293	0.025 8	0.247 649	0.029 8	0.265 401
0.017 9	0.207 446	0.021 9	0.228 800	0.025 9	0.248 111	0.029 9	0.265 827
0.018 0	0.208 009	0.022 0	0.229 305	0.026 0	0.248 571	0.030 0	0.266 252

表 A1(续)

$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}
0.030 1	0.266 677	0.034 1	0.283 043	0.038 1	0.298 345	0.042 1	0.312 739
0.030 2	0.267 100	0.034 2	0.283 438	0.038 2	0.298 715	0.042 2	0.313 089
0.030 3	0.267 523	0.034 3	0.283 832	0.038 3	0.299 085	0.042 3	0.313 437
0.030 4	0.267 945	0.034 4	0.284 226	0.038 4	0.299 454	0.042 4	0.313 786
0.030 5	0.268 367	0.034 5	0.284 618	0.038 5	0.299 823	0.042 5	0.314 134
0.030 6	0.268 787	0.034 6	0.285 011	0.038 6	0.300 191	0.042 6	0.314 481
0.030 7	0.269 207	0.034 7	0.285 402	0.038 7	0.300 558	0.042 7	0.314 828
0.030 8	0.269 626	0.034 8	0.285 793	0.038 8	0.300 925	0.042 8	0.315 175
0.030 9	0.270 045	0.034 9	0.286 183	0.038 9	0.301 292	0.042 9	0.315 521
0.031 0	0.270 462	0.035 0	0.286 573	0.039 0	0.301 658	0.043 0	0.315 866
0.031 1	0.270 879	0.035 1	0.286 962	0.039 1	0.302 023	0.043 1	0.316 211
0.031 2	0.271 295	0.035 2	0.287 350	0.039 2	0.302 388	0.043 2	0.316 556
0.031 3	0.271 710	0.035 3	0.287 738	0.039 3	0.302 752	0.043 3	0.316 900
0.031 4	0.272 124	0.035 4	0.288 125	0.039 4	0.303 116	0.043 4	0.317 243
0.031 5	0.272 538	0.035 5	0.288 511	0.039 5	0.303 479	0.043 5	0.317 587
0.031 6	0.272 951	0.035 6	0.288 897	0.039 6	0.303 842	0.043 6	0.317 929
0.031 7	0.273 363	0.035 7	0.289 282	0.039 7	0.304 204	0.043 7	0.318 271
0.031 8	0.273 775	0.035 8	0.289 666	0.039 8	0.304 565	0.043 8	0.318 613
0.031 9	0.274 186	0.035 9	0.290 050	0.039 9	0.304 926	0.043 9	0.318 955
0.032 0	0.274 596	0.036 0	0.290 434	0.040 0	0.305 287	0.044 0	0.319 295
0.032 1	0.275 005	0.036 1	0.290 816	0.040 1	0.305 647	0.044 1	0.319 636
0.032 2	0.275 414	0.036 2	0.291 198	0.040 2	0.306 006	0.044 2	0.319 976
0.032 3	0.275 821	0.036 3	0.291 580	0.040 3	0.306 365	0.044 3	0.320 315
0.032 4	0.276 229	0.036 4	0.291 961	0.040 4	0.306 724	0.044 4	0.320 654
0.032 5	0.276 635	0.036 5	0.292 341	0.040 5	0.307 082	0.044 5	0.320 993
0.032 6	0.277 041	0.036 6	0.292 720	0.040 6	0.307 439	0.044 6	0.321 331
0.032 7	0.277 446	0.036 7	0.293 099	0.040 7	0.307 796	0.044 7	0.321 669
0.032 8	0.277 850	0.036 8	0.293 478	0.040 8	0.308 152	0.044 8	0.322 006
0.032 9	0.278 254	0.036 9	0.293 856	0.040 9	0.308 508	0.044 9	0.322 343
0.033 0	0.278 657	0.037 0	0.294 233	0.041 0	0.308 863	0.045 0	0.322 679
0.033 1	0.279 059	0.037 1	0.294 610	0.041 1	0.309 218	0.045 1	0.323 015
0.033 2	0.279 460	0.037 2	0.294 986	0.041 2	0.309 573	0.045 2	0.323 350
0.033 3	0.279 861	0.037 3	0.295 361	0.041 3	0.309 926	0.045 3	0.323 685
0.033 4	0.280 261	0.037 4	0.295 736	0.041 4	0.310 280	0.045 4	0.324 020
0.033 5	0.280 661	0.037 5	0.296 111	0.041 5	0.310 633	0.045 5	0.324 354
0.033 6	0.281 060	0.037 6	0.296 484	0.041 6	0.310 985	0.045 6	0.324 688
0.033 7	0.281 458	0.037 7	0.296 857	0.041 7	0.311 337	0.045 7	0.325 021
0.033 8	0.281 855	0.037 8	0.297 230	0.041 8	0.311 688	0.045 8	0.325 354
0.033 9	0.282 252	0.037 9	0.297 602	0.041 9	0.312 039	0.045 9	0.325 686
0.034 0	0.282 648	0.038 0	0.297 974	0.042 0	0.312 389	0.046 0	0.326 018

表 A1(续)

$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}
0.046 1	0.326 350	0.050 1	0.339 272	0.054 1	0.351 585	0.058 1	0.363 353
0.046 2	0.326 681	0.050 2	0.339 587	0.054 2	0.351 886	0.058 2	0.363 641
0.046 3	0.327 011	0.050 3	0.339 902	0.054 3	0.352 186	0.058 3	0.363 928
0.046 4	0.327 342	0.050 4	0.340 216	0.054 4	0.352 486	0.058 4	0.364 215
0.046 5	0.327 671	0.050 5	0.340 530	0.054 5	0.352 786	0.058 5	0.364 502
0.046 6	0.328 001	0.050 6	0.340 843	0.054 6	0.353 085	0.058 6	0.364 788
0.046 7	0.328 330	0.050 7	0.341 156	0.054 7	0.353 384	0.058 7	0.365 074
0.046 8	0.328 658	0.050 8	0.341 469	0.054 8	0.353 682	0.058 8	0.365 360
0.046 9	0.328 986	0.050 9	0.341 781	0.054 9	0.353 981	0.058 9	0.365 646
0.047 0	0.329 314	0.051 0	0.342 093	0.055 0	0.354 279	0.059 0	0.365 931
0.047 1	0.329 641	0.051 1	0.342 405	0.055 1	0.354 576	0.059 1	0.366 216
0.047 2	0.329 968	0.051 2	0.342 716	0.055 2	0.354 873	0.059 2	0.366 501
0.047 3	0.330 295	0.051 3	0.343 027	0.055 3	0.355 170	0.059 3	0.366 785
0.047 4	0.330 621	0.051 4	0.343 338	0.055 4	0.355 467	0.059 4	0.367 069
0.047 5	0.330 946	0.051 5	0.343 648	0.055 5	0.355 763	0.059 5	0.367 353
0.047 6	0.331 272	0.051 6	0.343 957	0.055 6	0.356 059	0.059 6	0.367 636
0.047 7	0.331 596	0.051 7	0.344 267	0.055 7	0.356 355	0.059 7	0.367 919
0.047 8	0.331 921	0.051 8	0.344 576	0.055 8	0.356 650	0.059 8	0.368 202
0.047 9	0.332 245	0.051 9	0.344 885	0.055 9	0.356 945	0.059 9	0.368 485
0.048 0	0.332 568	0.052 0	0.345 193	0.056 0	0.357 240	0.060 0	0.368 767
0.048 1	0.332 892	0.052 1	0.345 501	0.056 1	0.357 534	0.060 1	0.369 049
0.048 2	0.333 214	0.052 2	0.345 808	0.056 2	0.357 828	0.060 2	0.369 331
0.048 3	0.333 537	0.052 3	0.346 116	0.056 3	0.358 121	0.060 3	0.369 612
0.048 4	0.333 859	0.052 4	0.346 422	0.056 4	0.358 415	0.060 4	0.369 893
0.048 5	0.334 180	0.052 5	0.346 729	0.056 5	0.358 708	0.060 5	0.370 174
0.048 6	0.334 502	0.052 6	0.347 035	0.056 6	0.359 000	0.060 6	0.370 454
0.048 7	0.334 822	0.052 7	0.347 341	0.056 7	0.359 293	0.060 7	0.370 735
0.048 8	0.335 143	0.052 8	0.347 646	0.056 8	0.359 585	0.060 8	0.371 015
0.048 9	0.335 463	0.052 9	0.347 951	0.056 9	0.359 877	0.060 9	0.371 294
0.049 0	0.335 782	0.053 0	0.348 256	0.057 0	0.360 168	0.061 0	0.371 574
0.049 1	0.336 102	0.053 1	0.348 561	0.057 1	0.360 459	0.061 1	0.371 853
0.049 2	0.336 420	0.053 2	0.348 865	0.057 2	0.360 750	0.061 2	0.372 132
0.049 3	0.336 739	0.053 3	0.349 168	0.057 3	0.361 040	0.061 3	0.372 410
0.049 4	0.337 057	0.053 4	0.349 472	0.057 4	0.361 330	0.061 4	0.372 688
0.049 5	0.337 374	0.053 5	0.349 775	0.057 5	0.361 620	0.061 5	0.372 966
0.049 6	0.337 692	0.053 6	0.350 077	0.057 6	0.361 910	0.061 6	0.373 244
0.049 7	0.338 009	0.053 7	0.350 380	0.057 7	0.362 199	0.061 7	0.373 521
0.049 8	0.338 325	0.053 8	0.350 682	0.057 8	0.362 488	0.061 8	0.373 798
0.049 9	0.338 641	0.053 9	0.350 983	0.057 9	0.362 777	0.061 9	0.374 075
0.050 0	0.338 957	0.054 0	0.351 284	0.058 0	0.363 065	0.062 0	0.374 352

表 A1(续)

$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}	$\Delta f/f_s$	k_{31}
0.062 1	0.374 628	0.066 1	0.385 456	0.070 1	0.395 875	0.074 1	0.405 918
0.062 2	0.374 904	0.066 2	0.385 721	0.070 2	0.396 130	0.074 2	0.406 164
0.062 3	0.375 180	0.066 3	0.385 986	0.070 3	0.396 385	0.074 3	0.406 411
0.062 4	0.375 455	0.066 4	0.386 251	0.070 4	0.396 640	0.074 4	0.406 657
0.062 5	0.375 730	0.066 5	0.386 515	0.070 5	0.396 895	0.074 5	0.406 903
0.062 6	0.376 005	0.066 6	0.386 780	0.070 6	0.397 150	0.074 6	0.407 148
0.062 7	0.376 280	0.066 7	0.387 044	0.070 7	0.397 404	0.074 7	0.407 394
0.062 8	0.376 554	0.066 8	0.387 308	0.070 8	0.397 658	0.074 8	0.407 639
0.062 9	0.376 828	0.066 9	0.387 571	0.070 9	0.397 912	0.074 9	0.407 884
0.063 0	0.377 102	0.067 0	0.387 834	0.071 0	0.398 166	0.075 0	0.408 129
0.063 1	0.377 375	0.067 1	0.388 097	0.071 1	0.398 419	0.075 1	0.408 373
0.063 2	0.377 648	0.067 2	0.388 360	0.071 2	0.398 673	0.075 2	0.408 618
0.063 3	0.377 921	0.067 3	0.388 623	0.071 3	0.398 926	0.075 3	0.408 862
0.063 4	0.378 194	0.067 4	0.388 885	0.071 4	0.399 178	0.075 4	0.409 106
0.063 5	0.378 466	0.067 5	0.389 147	0.071 5	0.399 431	0.075 5	0.409 350
0.063 6	0.378 739	0.067 6	0.389 409	0.071 6	0.399 683	0.075 6	0.409 593
0.063 7	0.379 010	0.067 7	0.389 670	0.071 7	0.399 935	0.075 7	0.409 836
0.063 8	0.379 282	0.067 8	0.389 932	0.071 8	0.400 187	0.075 8	0.410 079
0.063 9	0.379 553	0.067 9	0.390 193	0.071 9	0.400 439	0.075 9	0.410 322
0.064 0	0.379 824	0.068 0	0.390 454	0.072 0	0.400 690	0.076 0	0.410 565
0.064 1	0.380 095	0.068 1	0.390 714	0.072 1	0.400 941	0.076 1	0.410 808
0.064 2	0.380 366	0.068 2	0.390 974	0.072 2	0.401 192	0.076 2	0.411 050
0.064 3	0.380 636	0.068 3	0.391 234	0.072 3	0.401 443	0.076 3	0.411 292
0.064 4	0.380 906	0.068 4	0.391 494	0.072 4	0.401 693	0.076 4	0.411 534
0.064 5	0.381 176	0.068 5	0.391 754	0.072 5	0.401 944	0.076 5	0.411 775
0.064 6	0.381 445	0.068 6	0.392 013	0.072 6	0.402 194	0.076 6	0.412 017
0.064 7	0.381 714	0.068 7	0.392 272	0.072 7	0.402 443	0.076 7	0.412 258
0.064 8	0.381 983	0.068 8	0.392 531	0.072 8	0.402 693	0.076 8	0.412 499
0.064 9	0.382 252	0.068 9	0.392 790	0.072 9	0.402 942	0.076 9	0.412 740
0.065 0	0.382 520	0.069 0	0.393 048	0.073 0	0.403 192	0.077 0	0.412 981
0.065 1	0.382 789	0.069 1	0.393 306	0.073 1	0.403 441	0.077 1	0.413 221
0.065 2	0.383 056	0.069 2	0.393 564	0.073 2	0.403 689	0.077 2	0.413 461
0.065 3	0.383 324	0.069 3	0.393 822	0.073 3	0.403 938	0.077 3	0.413 701
0.065 4	0.383 591	0.069 4	0.394 079	0.073 4	0.404 186	0.077 4	0.413 941
0.065 5	0.383 858	0.069 5	0.394 336	0.073 5	0.404 434	0.077 5	0.414 181
0.065 6	0.384 125	0.069 6	0.394 593	0.073 6	0.404 682	0.077 6	0.414 420
0.065 7	0.384 392	0.069 7	0.394 850	0.073 7	0.404 929	0.077 7	0.414 659
0.065 8	0.384 658	0.069 8	0.395 107	0.073 8	0.405 177	0.077 8	0.414 898
0.065 9	0.384 924	0.069 9	0.395 363	0.073 9	0.405 424	0.077 9	0.415 137
0.066 0	0.385 190	0.070 0	0.395 619	0.074 0	0.405 671	0.078 0	0.415 376