



中华人民共和国国家标准

GB/T 2414.1—1998

压电陶瓷材料性能试验方法 圆片径向伸缩振动模式

Test methods for the properties
of piezoelectric ceramics
Radial extension vibration mode for disk

1998-11-10 发布

1999-07-01 实施

国家质量技术监督局 发布

中 华 人 民 共 和 国
国 家 标 准
压电陶瓷材料性能试验方法
圆片径向伸缩振动模式
GB/T 2414.1—1998

*

中国标准出版社出版
北京复兴门外三里河北街16号
邮政编码:100045
电 话:68522112
中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
版权专有 不得翻印

*

开本 880×1230 1/16 印张 4 字数 125 千字
1999年4月第一版 1999年4月第一次印刷
印数 1—1 000

*

书号: 155066·1-15607 定价 31.00 元

*

标 目 369--04

前 言

本标准是在 GB/T 2414—1981《压电陶瓷材料性能测试方法 圆片的径向伸缩振动 长条的横向长度伸缩振动》的基础上修订的。

本标准与 GB/T 2414—1981 相比,作了下列修订:

1 把圆片的径向伸缩振动模式和长条的横向长度伸缩振动模式分开为两个标准。本标准的名称为《压电陶瓷材料性能试验方法 圆片径向伸缩振动模式》;

2 删去已成为独立国家标准的《频率温度稳定性的测试》、《每十倍时间老化率 A 的测试》、《一次泛音频率 f_1 的测试》以及《泊松比 σ^p 的计算》的有关内容;

3 按照 GB/T 1.1—1993 的规定,增加了前言,并按照“试验方法”作为一项独立标准所规定的标准内容及其顺序进行编写;

4 试验方法增加了“电桥法”;

5 修改了测试环境条件;

6 删去符号表;

7 删去机械品质因数 Q_m 值近似计算部分及附录 5“机械品质因数 Q_m 值的修正系数 β 表”;

8 删去附录 3“ $k_p \sim \Delta f/f_s$ 对应数值表”中 $\Delta f/f_s > 0.400$ 的部分。

本标准的附录 A 及附录 B 都是标准的附录。

本标准从生效之日起,代替 GB/T 2414—1981。

本标准由全国铁电压电陶瓷标准化技术委员会提出。

本标准由全国铁电压电陶瓷标准化技术委员会归口。

本标准起草单位:七二一厂。

本标准主要起草人:罗绍棠、田德辉、高明仙。

中华人民共和国国家标准

压电陶瓷材料性能试验方法 圆片径向伸缩振动模式

GB/T 2414. 1—1998

Test methods for the properties of piezoelectric ceramics
Radial extension vibration mode for disk

代替 GB/T 2414—1981 部分

1 范围

本标准规定了压电陶瓷材料圆片径向伸缩振动模式的介电、压电和弹性性能的测试方法。

本标准适用于压电陶瓷材料圆片径向伸缩振动模式参数性能的测试。

2 引用标准

下列标准所包含的条文,通过在本标准中引用而构成本标准的条文。本标准出版时,所示版本均为有效。所有标准都会被修订,使用本标准的各方应探讨使用下列标准最新版本的可能性。

GB/T 2413—1981 压电陶瓷材料体积密度测量方法

GB/T 3389.1—1996 铁电压电陶瓷词汇

GB/T 11311—1989 压电陶瓷材料性能测试方法 泊松比的测试

3 定义和符号

本标准中采用的定义和符号按 GB/T 3389.1 的规定。

4 试验原理

4.1 等效电路与特征频率

一个以单一模式自由振动的压电陶瓷振子,在其谐振频率附近的机电特性可用图 1 的等效电路来表示。它由动态电容 C_1 、动态电感 L_1 、动态电阻 R_1 组成的串联支路与并联电容 C_0 并联而成。在谐振频率附近可认为这些参数与频率无关。

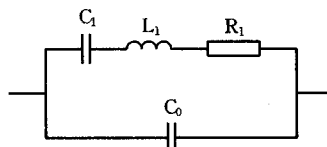


图 1 等效电路

根据图 1 所示的等效电路,压电陶瓷振子的导纳可用式(1)表示:

$$Y = j\omega C_0 + \frac{1}{R_1 + j(\omega L_1 - 1/\omega C_1)} = Y_0 + Y_1 \quad \dots\dots\dots (1)$$

式中: Y_0 ——并联支路的导纳 $Y_0 = j\omega C_0, S$;

Y_1 ——串联支路的导纳, $Y_1 = \frac{1}{R_1 + j(\omega L_1 - 1/\omega C_1)}, S$;

ω ——角频率, rad/s。

在电导-电纳坐标平面上,随着频率的变化,串联支路导纳 Y_1 矢量终端的轨迹为一个圆。当机械品质因数 Q_m 较大时, ωC_0 在谐振区的变化甚小,因此可看作为一个常数。在不考虑介质损耗时,压电陶瓷振子导纳 Y 的圆图如图 2 所示:

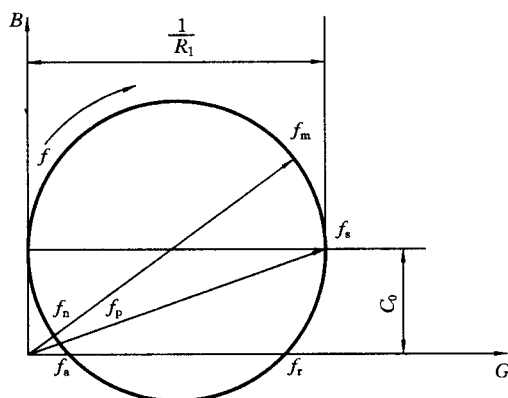


图 2 导纳圆图

从图 2 的导纳圆图中,可得到以下六个特征频率:

f_s ——串联谐振频率;

f_p ——并联谐振频率;

f_r ——谐振频率(电纳等于零);

f_a ——反谐振频率(电纳等于零);

f_m ——最大导纳频率(最小阻抗频率);

f_n ——最小导纳频率(最大阻抗频率)。

在一般情况下, $f_m < f_s < f_r$; $f_n > f_p > f_a$; $(f_n - f_m) > (f_p - f_s) > (f_a - f_r)$ 。当振子的优值 M 较高时,在一级近似下, $f_m = f_s = f_r$, $f_n = f_p = f_a$; 当优值 M 较低时,用 $(f_n - f_m)$ 代替 $(f_p - f_s)$, 计算参数性能必须加以修正,其近似公式见公式(2)和(3):

$$\Delta f = (f_p - f_s) \approx \frac{f_n - f_m}{\sqrt{1 + 4/M^2}} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$M = \frac{1}{2\pi f_s R_1 C_0} \approx \frac{1}{2\pi f_m C^T |Z_m|} \quad \dots\dots\dots (3)$$

式中: M ——压电振子的优值;

C^T ——自由电容, F;

Z_m ——压电振子的最小阻抗, Ω 。

如果 $M^2(f_p - f_s)/f_s > 100$, 利用近似公式(2)和(3)所产生的误差小于 1%。

4.2 试验概述

本标准采用传输线路法或电桥法测试压电陶瓷圆片振子径向伸缩振动模式的材料性能。

采用传输网络测压电振子的最大传输频率 f_{mT} 、最小传输频率 f_{nT} 、最小阻抗 Z_m 。采用阻抗分析仪测压电振子的最大导纳频率 f_m 、最小导纳频率 f_n 、最小阻抗 Z_m ; 或谐振频率 f_r 、反谐振频率 f_a 和谐振电阻 R_r 。

在一级近似下, $f_{mT} = f_m = f_r = f_s$, $f_{nT} = f_n = f_a = f_p$, $|Z_m| = R_r = R_1$ 。

得到串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 和动态电阻 R_1 后,即可计算或查附录 A(标准的附录),确定机电耦合系数 k_p ,并计算压电振子的其他参数。

5 试验条件

5.1 环境条件

a) 试验的标准大气条件:

——温度: $15^{\circ}\text{C} \sim 35^{\circ}\text{C}$;

——相对湿度: $45\% \sim 75\%$;

——气压: $86\text{ kPa} \sim 106\text{ kPa}$ 。

b) 仲裁试验的标准大气条件:

——温度: $25^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$;

——相对湿度: $45\% \sim 55\%$;

——气压: $86\text{ kPa} \sim 106\text{ kPa}$ 。

5.2 试样尺寸及要求

试样为薄圆片,直径 d 与厚度 t 之比 $d/t \geq 10$,圆度不大于直径公差的一半,平行度不大于厚度公差的一半。两主平面全部被敷上金属层作为电极,沿厚度方向进行极化处理。

推荐试样尺寸:直径 $d(15 \sim 20)\text{mm}$,厚度 $t(0.7 \sim 1.0)\text{mm}$ 。

试样应保持清洁、干燥,根据不同瓷料的要求,极化后存放一定时间,并在 5.1 规定的环境条件下放置 2 h 后进行试验。

5.3 试验信号要求:

a) 测电容和介质损耗时,电场强度 $E \leq 5\text{ V/mm}$,频率 $f = 1\text{ kHz}$;

b) 测串联谐振频率和动态电阻时,电场强度 $E \leq 30\text{ mV/mm}$ 。

6 试验方法

6.1 自由电容 C' 和介质损耗角正切 $\text{tg}\delta$ 的试验

6.1.1 试验设备及要求

电桥 电容的测量误差不大于 0.5% ;介质损耗角正切测量误差不大于 $5\% + 1 \times 10^{-4}$ 。

6.1.2 试验程序

将试样接至电桥上,直接测出其电容量和介质损耗角正切值。

6.1.3 试验的不确定度

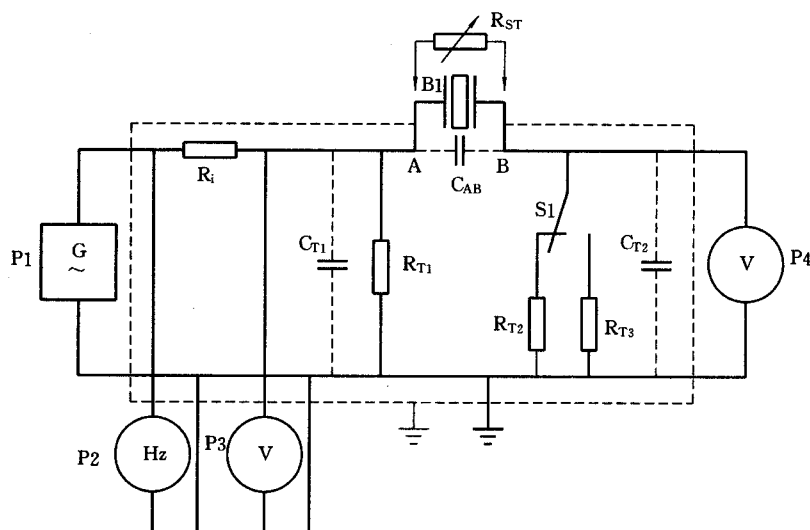
6.1.3.1 电容试验的不确定度: $U_c \leq \pm 1\%$ 。

6.1.3.2 介质损耗试验的不确定度: $U_{\text{tg}\delta} \leq \pm 10\%$ 。

6.2 串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 、动态电阻 R_1 的试验

6.2.1 传输线路法

6.2.1.1 试验电路(一)如图 3 所示。



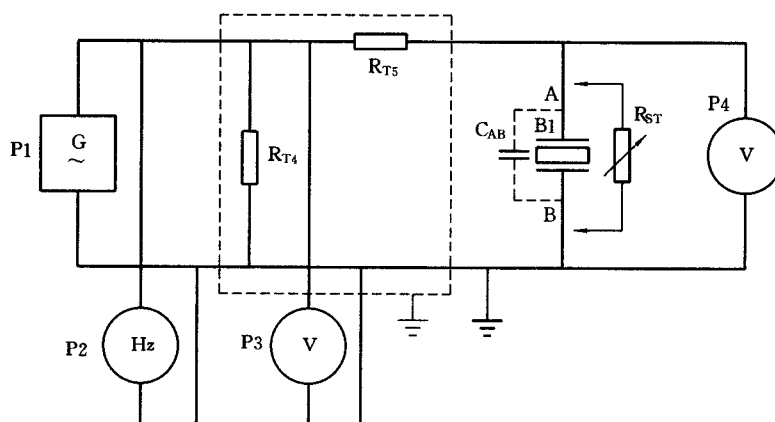
P1—信号发生器;P2—频率计;P3、P4—电压表;B1—试样; R_i 、 R_{T1} —分压电阻; R_{T2} 、 R_{T3} —终端电阻;
 R_{ST} —可变无感电阻箱; C_{T1} 、 C_{T2} 、 C_{AB} —分布电容;S1—开关

图3 π 型网络传输线路法试验电路

图3中,分压电阻 R_i 的阻值与信号发生器的输出阻抗相匹配, $R_i \geq 10 R_{T1}$, $R_{T2} < R_i$,一般取 $R_{T1} = R_{T2}$, $R_{T3} = 1 \text{ k}\Omega \sim 3 \text{ k}\Omega$ 。

A~B间的分布电容 C_{AB} 远低于试样的自由电容 C^T ,即 $C_{AB} \ll C^T$;分布电容 C_{T1} 、 C_{T2} 的电抗应满足: $1/(\omega C_{T1}) \gg R_{T1}$, $1/(\omega C_{T2}) \gg R_{T2}$ 。

6.2.1.2 试验电路(二)如图4所示。



P1—信号发生器;P2—频率计;P3、P4—电压表;B1—试样; R_{T4} —匹配电阻; R_{T5} —限流电阻;
 R_{ST} —可变无感电阻箱; C_{AB} —分布电容

图4a 测 f_s 和 R_i 的试验电路

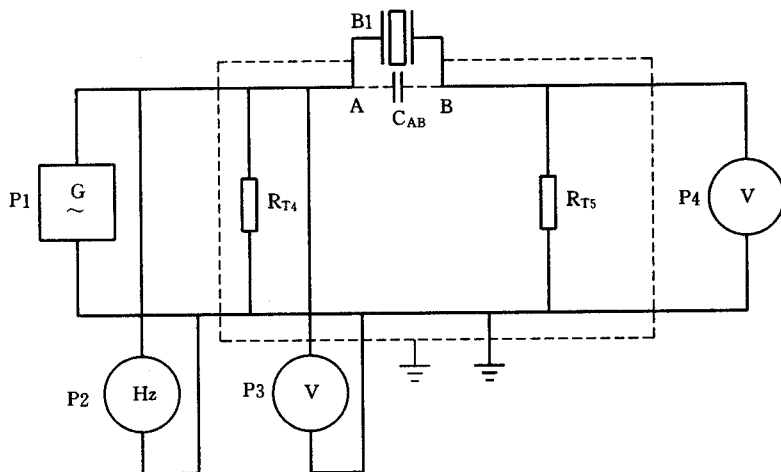
图 4b 测 f_p 的试验电路

图 4 中,匹配电阻 R_{T4} 的阻值与信号发生器的输出阻抗相匹配,限流电阻 $R_{T5}=200\ \Omega\sim 2\ \text{k}\Omega$ 。A~B 间的分布电容 C_{AB} 远低于试样的自由电容 C^T ,即 $C_{AB}\ll C^T$ 。

6.2.1.3 测试设备及要求

a) 信号发生器:频率瞬时稳定度高于待测频率的精确度,输出波形为正弦波,谐波失真抑制大于 30 dB,按试验电路图 4a 测动态电阻 R_1 时,谐波失真抑制大于 50 dB;

b) 频率计:分辨率优于 1 Hz,输入阻抗远大于信号发生器输出阻抗,且不影响信号发生器输出电平;

c) 电压表:输入阻抗大于 $1\ \text{M}\Omega$,输入电容不大于 40 pF,频率范围应符合测试要求;

d) 可变无感电阻箱:最小分度为 $0.1\ \Omega$,使用频率不低于 200 kHz;

e) 屏蔽盒及样品支架:屏蔽盒与各仪表连线用短屏蔽线,接插件采用射频连接器。支架夹持力要小,以能夹住试样为准。保证夹具与试样电极接触良好,夹具与试样接触面的直径一般为 $0.3\ \text{mm}\sim 1.0\ \text{mm}$,并夹在试样节点处。样品支架与屏蔽盒连在一起,支架分布电容要小,绝缘性能良好。

6.2.1.4 试验程序

a) 串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 的试验

把试样接入试验电路(一),终端电阻接 R_{T2} ,调节信号发生器频率,使电压表 P4 指示最大,此时频率为最大传输频率 f_{mT} 。终端电阻接 R_{T3} ,增高信号发生器频率,使电压表 P4 指示最小,此时频率为最小传输频率 f_{nT} 。

当压电陶瓷振子的等效电阻不能满足 R_{T2} 小于动态电阻 R_1 时,可运用试验电路(二)。

把试样接入试验电路(二)如图 4a 所示,调节信号发生器频率,使电压表 P4 指示最小,此时频率为 f_{mT} 。

把试样接入试验电路(二)如图 4b 所示,调节信号发生器频率,使电压表 P4 指示最小,此时频率为 f_{nT} 。

在一级近似下, $f_{mT}=f_s$, $f_{nT}=f_p$;

b) 动态电阻 R_1 的试验

按图 3 或图 4a 测出的最大传输频率 f_{mT} 处,用可变无感电阻箱代替试样,改变电阻箱的阻值,使电压表 P4 的指示与替代前相同。此时电阻箱的阻值 R_{ST} 即为试样最小阻抗绝对值 $|Z_m|$,在一级近似下 $|Z_m|=R_1$;

c) 试验的不确定度:

1) 谐振频率试验的不确定度 $U_{f_s}\leq\pm 0.3\%$;

2) 动态电阻试验的不确定度 $U_{R_1}\leq\pm 20\%$ 。

6.2.2 电桥法

6.2.2.1 试验电路如图 5 所示

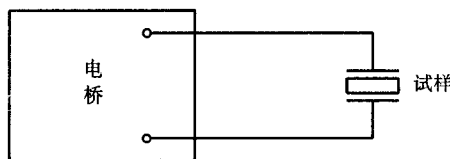


图 5 电桥法试验电路

6.2.2.2 试验设备及要求

- a) 电桥 频率精度优于 100×10^{-6} 阻抗分辨率优于 0.05Ω ;
- b) 样品支架 同 6.2.1.3 中 e) 的要求。

6.2.2.3 试验程序

- a) 串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 、动态电阻 R_1 的试验

把试样接入电桥输入端如图 5 所示,调整电桥输出电压,使其符合 5.3 的规定。调节电桥的频率,使试样阻抗最小,此时频率为试样最大导纳频率 f_m ,阻抗为试样最小阻抗 Z_m ;或使试样相位为零,此时频率为谐振频率 f_r ,阻抗为谐振电阻 R_r 。增高电桥的频率,使试样阻抗最大,此时频率为最小导纳频率 f_n ;或使试样相位为零,此时频率为反谐振频率 f_a 。

在一级近似下: $f_m = f_r = f_s$, $f_n = f_a = f_p$, $Z_m = R_r = R_1$;

- b) 试验的不确定度:

- 1) 谐振频率试验的不确定度 $U_f \leq \pm 0.3\%$;
- 2) 动态电阻试验的不确定度 $U_{R_1} \leq \pm 10\%$ 。

6.3 泊松比 σ^E 的试验

按 GB/T 11311 规定的方法测出压电陶瓷材料的泊松比 σ^E 。

6.4 体积密度 ρ 的试验

按 GB/T 2413 规定的方法测出压电陶瓷材料的体积密度 ρ 。

6.5 试样尺寸的测量

用精度优于 0.01 mm 的量具测量试样的直径 d 和厚度 t 。

6.6 压电陶瓷材料性能参数的计算

6.6.1 平面机电耦合系数 k_p

根据 6.2 测出的圆片试样的串联谐振频率 f_s 和并联谐振频率 f_p ,以及根据 6.3 测出的泊松比 σ^E ,由附录 B(标准的附录)查得方程 $(1 - \sigma^E)J_1(\eta) = \eta J_0(\eta)$ 的最低正根 η_1 ,用公式(4)计算出平面机电耦合系数 k_p 。

$$\frac{k_p^2}{1 - k_p^2} = \frac{(1 - \sigma^E)J_1[\eta_1(1 + \Delta f/f_s)] - \eta_1(1 + \Delta f/f_s)J_0[\eta_1(1 + \Delta f/f_s)]}{(1 - \sigma^E)J_1[\eta_1(1 + \Delta f/f_s)]} \quad \dots\dots(4)$$

式中: k_p ——平面机电耦合系数;

Δf ——频差($\Delta f = f_p - f_s$), Hz;

σ^E ——泊松比;

η_1 ——方程 $(1 - \sigma^E)J_1(\eta) = \eta J_0(\eta)$ 的最低正根;

f_s ——串联谐振频率, Hz;

J_0 ——一类零阶贝塞尔函数;

J_1 ——一类一阶贝塞尔函数。

也可通过查附录 A(标准的附录),确定平面机电耦合系数 k_p 值。

平面机电耦合系数试验的不确定度 $U_{k_p} \leq \pm 1\%$ 。

6.6.2 机械品质因数 Q_m

根据 6.1 测出试样的自由电容 C^T 和 6.2 测出的试样串联谐振频率 f_s 、并联谐振频率 f_p 和动态电阻 R_1 ，用公式(5)计算试样的机械品质因数 Q_m 值。

$$Q_m = \frac{1}{2\pi f_s R_1 C^T [(f_p^2 - f_s^2)/f_p^2]} \quad \dots\dots\dots (5)$$

式中： Q_m ——机械品质因数；

f_s ——串联谐振频率，Hz；

f_p ——并联谐振频率，Hz；

R_1 ——动态电阻， Ω ；

C^T ——自由电容，F。

机械品质因数试验的不确定度 $U_{Q_m} \leq \pm 10\%$ (电桥法)；

$U_{Q_m} \leq \pm 20\%$ (传输线路法)。

6.6.3 自由相对电容率 ϵ_{r3}^T

根据 6.1 测出的自由电容 C^T 和 6.5 测出的试样直径 d 与厚度 t ，用公式(6)计算自由相对电容率 ϵ_{r3}^T 。

$$\epsilon_{r3}^T = \epsilon_{33}^T / \epsilon_0 = (14.4 C^T t / d^2) \times 10^{10} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式中： ϵ_{r3}^T ——自由相对电容率；

ϵ_{33}^T ——自由电容率，F/m；

ϵ_0 ——真空电容率，F/m；

C^T ——自由电容，F；

t ——试样厚度，m；

d ——试样直径，m。

自由相对电容率试验的不确定度 $U_{\epsilon} \leq \pm 2\%$ 。

6.6.4 径向频率常数 N_d

根据 6.2 测出的串联谐振频率 f_s 和 6.5 测出的试样直径 d ，用公式(7)计算径向频率常数 N_d 。

$$N_d = f_s d \quad \dots\dots\dots (7)$$

式中： N_d ——径向频率常数，Hz·m；

f_s ——串联谐振频率，Hz；

d ——试样直径，m。

径向频率常数试验的不确定度 $U_{N_d} \leq \pm 0.5\%$ 。

6.6.5 径向声速 V_d^E

根据 6.2 测出的串联谐振频率 f_s ，根据 6.3 测出的泊松比 σ^E ，由附录 B(标准的附录)查得方程 $(1 - \sigma^E)J_1(\eta) = \eta J_0(\eta)$ 的最低正根 η_1 ，根据 6.5 测出的试样直径 d ，用公式(8)计算径向声速 V_d^E 。

$$V_d^E = \pi d f_s / \eta_1 \quad \dots\dots\dots (8)$$

式中： V_d^E ——径向声速，m/s；

d ——试样直径，m；

f_s ——串联谐振频率，Hz；

η_1 ——方程 $(1 - \sigma^E)J_1(\eta) = \eta J_0(\eta)$ 的最低正根。

径向声速试验的不确定度 $U_{V_d^E} \leq \pm 0.5\%$

6.6.6 弹性柔顺常数 $s_{11}^E, s_{11}^D, s_{12}^E, s_{12}^D$

根据 6.2 测出的串联谐振频率 f_s 和 6.5 测出的试样直径 d ，根据 6.4 测出的体积密度 ρ 和 6.3 测出的泊松比 σ^E ，由附录 B(标准的附录)查得方程 $(1 - \sigma^E)J_1(\eta) = \eta J_0(\eta)$ 的最低正根 η_1 ，用公式(9)、(10)、(11)、(12)分别计算弹性柔顺常数 $s_{11}^E, s_{11}^D, s_{12}^E, s_{12}^D$ 。

$$s_{11}^E = \eta_1^2 / \{ \pi^2 d^2 f_s^2 \rho [1 - (\sigma^E)^2] \} \quad \dots\dots\dots (9)$$

式中: s_{11}^E ——短路弹性柔顺常数, m^2/N ;

η_1 ——方程 $(1 - \sigma^E)J_1(\eta) = \eta J_0(\eta)$ 的最低正根;

d ——试样直径, m ;

f_s ——串联谐振频率, Hz ;

ρ ——体积密度, kg/m^3 ;

σ^E ——泊松比。

s_{11}^E 试验的不确定度 $U_{s_{11}^E} \leq \pm 3\%$ 。

$$s_{11}^D = s_{11}^E [1 - (1 - \sigma^E)k_p^2/2] \quad \dots\dots\dots (10)$$

式中: s_{11}^D ——开路弹性柔顺常数, m^2/N ;

s_{11}^E ——短路弹性柔顺常数, m^2/N ;

σ^E ——泊松比;

k_p ——平面机电耦合系数。

s_{11}^D 试验的不确定度 $U_{s_{11}^D} \leq \pm 5\%$ 。

$$s_{12}^E = -\sigma^E s_{11}^E \quad \dots\dots\dots (11)$$

式中: s_{12}^E ——短路弹性柔顺常数, m^2/N ;

σ^E ——泊松比;

s_{11}^E ——短路弹性柔顺常数, m^2/N 。

s_{12}^E 试验的不确定度 $U_{s_{12}^E} \leq \pm 5\%$ 。

$$s_{12}^D = s_{12}^E - \frac{1 - \sigma^E}{2} k_p^2 s_{11}^E \quad \dots\dots\dots (12)$$

式中: s_{12}^D ——开路弹性柔顺常数, m^2/N ;

s_{12}^E ——短路弹性柔顺常数, m^2/N ;

σ^E ——泊松比;

k_p ——平面机电耦合系数;

s_{11}^E ——短路弹性柔顺常数, m^2/N 。

s_{12}^D 试验的不确定度 $U_{s_{12}^D} \leq \pm 5\%$ 。

6.6.7 压电应变常数 d_{31}

根据 6.6.1 得出平面机电耦合系数 k_p 和 6.6.3 得出自由相对电容率 ϵ_{r3}^T , 以及 6.6.6 得出的短路弹性柔顺常数 s_{11}^E 和 6.3 测出的泊松比 σ^E , 用公式(13)计算压电应变常数 d_{31} 。

$$d_{31} = \left(\frac{1 - \sigma^E}{2} \right)^{1/2} k_p (\epsilon_{r3}^T \epsilon_0 s_{11}^E)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

式中: d_{31} ——压电应变常数, $\text{C}/\text{N} = \text{m}/\text{V}$;

σ^E ——泊松比;

k_p ——平面机电耦合系数;

ϵ_{r3}^T ——自由相对电容率;

ϵ_0 ——真空电容率, F/m ;

s_{11}^E ——短路弹性柔顺常数, m^2/N 。

压电应变常数试验的不确定度 $U_{d_{31}} \leq \pm 5\%$ 。

6.6.8 压电电压常数 g_{31}

根据 6.6.7 得出的压电应变常数 d_{31} , 和 6.6.3 得出的自由相对电容率 ϵ_{r3}^T , 用公式(14)计算压电电压常数 g_{31} 。

$$g_{31} = d_{31} / (\epsilon_{r3}^T \epsilon_0) \dots\dots\dots (14)$$

式中： g_{31} ——压电电压常数， $V \cdot m/N = m^2/C$ ；

d_{31} ——压电应变常数， $C/N = m/V$ ；

ϵ_{r3}^T ——自由相对电容率；

ϵ_0 ——真空电容率， F/m 。

压电电压常数试验的不确定度 $U_{g_{31}} \leq \pm 5\%$ 。

附录 A

(标准的附录)

 $k_p \sim \Delta f/f_s$ 对应数值表当泊松比 σ^E 从 0.20~0.46 时,它所对应的 $k_p \sim \Delta f/f_s$ 对应数值表见表 A1~表 A27。表 A1 $\sigma^E=0.20$ 时, $k_p \sim \Delta f/f_s$ 对应数值表

$\Delta f/f_s$	k_p	$\Delta f/f_s$	k_p	$\Delta f/f_s$	k_p	$\Delta f/f_s$	k_p
0.000 0	0.000 00	0.041	0.309 78	0.091	0.446 25	0.141	0.538 11
0.000 1	0.015 20	0.042	0.313 32	0.092	0.448 40	0.142	0.539 68
0.000 2	0.021 88	0.043	0.316 81	0.093	0.450 53	0.143	0.541 25
0.000 3	0.026 96	0.044	0.320 25	0.094	0.452 65	0.144	0.542 80
0.000 4	0.031 22	0.045	0.323 64	0.095	0.454 76	0.145	0.544 35
0.000 5	0.034 97	0.046	0.326 99	0.096	0.456 85	0.146	0.545 89
0.000 6	0.038 35	0.047	0.330 30	0.097	0.458 93	0.147	0.547 42
0.000 7	0.041 45	0.048	0.333 57	0.098	0.460 99	0.148	0.548 94
0.000 8	0.044 34	0.049	0.336 79	0.099	0.463 03	0.149	0.550 45
0.000 9	0.047 05	0.050	0.339 98	0.100	0.465 06	0.150	0.551 96
0.001	0.049 61	0.051	0.343 13	0.101	0.467 08	0.151	0.553 46
0.002	0.070 22	0.052	0.346 24	0.102	0.469 08	0.152	0.554 95
0.003	0.086 00	0.053	0.349 31	0.103	0.471 07	0.153	0.556 43
0.004	0.099 26	0.054	0.352 35	0.104	0.473 05	0.154	0.557 91
0.005	0.110 91	0.055	0.355 36	0.105	0.475 01	0.155	0.559 38
0.006	0.121 42	0.056	0.358 33	0.106	0.476 96	0.156	0.560 84
0.007	0.131 07	0.057	0.361 27	0.107	0.478 90	0.157	0.562 29
0.008	0.140 02	0.058	0.364 18	0.108	0.480 83	0.158	0.563 74
0.009	0.148 42	0.059	0.367 05	0.109	0.482 74	0.159	0.565 18
0.010	0.156 34	0.060	0.369 90	0.110	0.484 64	0.160	0.566 61
0.011	0.163 86	0.061	0.372 72	0.111	0.486 52	0.161	0.568 03
0.012	0.171 02	0.062	0.375 51	0.112	0.488 40	0.162	0.569 45
0.013	0.177 88	0.063	0.378 27	0.113	0.490 26	0.163	0.570 86
0.014	0.184 47	0.064	0.381 00	0.114	0.492 11	0.164	0.572 27
0.015	0.190 81	0.065	0.383 71	0.115	0.493 95	0.165	0.573 66
0.016	0.196 93	0.066	0.386 39	0.116	0.495 78	0.166	0.575 05
0.017	0.202 85	0.067	0.389 04	0.117	0.497 60	0.167	0.576 44
0.018	0.208 58	0.068	0.391 67	0.118	0.499 40	0.168	0.577 81
0.019	0.214 15	0.069	0.394 28	0.119	0.501 19	0.169	0.579 19
0.020	0.219 56	0.070	0.396 86	0.120	0.502 98	0.170	0.580 55
0.021	0.224 82	0.071	0.399 41	0.121	0.504 75	0.171	0.581 91
0.022	0.229 95	0.072	0.401 95	0.122	0.506 51	0.172	0.583 26
0.023	0.234 95	0.073	0.404 46	0.123	0.508 26	0.173	0.584 60
0.024	0.239 84	0.074	0.406 95	0.124	0.510 00	0.174	0.585 94
0.025	0.244 61	0.075	0.409 42	0.125	0.511 73	0.175	0.587 27
0.026	0.249 28	0.076	0.411 86	0.126	0.513 46	0.176	0.588 60
0.027	0.253 85	0.077	0.414 29	0.127	0.515 17	0.177	0.589 92
0.028	0.258 33	0.078	0.416 69	0.128	0.516 87	0.178	0.591 23
0.029	0.262 72	0.079	0.419 08	0.129	0.518 56	0.179	0.592 54
0.030	0.267 02	0.080	0.421 44	0.130	0.520 24	0.180	0.593 84
0.031	0.271 24	0.081	0.423 79	0.131	0.521 91	0.181	0.595 14
0.032	0.275 39	0.082	0.426 12	0.132	0.523 57	0.182	0.596 43
0.033	0.279 47	0.083	0.428 42	0.133	0.525 22	0.183	0.597 71
0.034	0.283 47	0.084	0.430 71	0.134	0.526 86	0.184	0.598 99
0.035	0.287 41	0.085	0.432 98	0.135	0.528 50	0.185	0.600 26
0.036	0.291 28	0.086	0.435 24	0.136	0.530 12	0.186	0.601 53
0.037	0.295 10	0.087	0.437 47	0.137	0.531 74	0.187	0.602 79
0.038	0.298 85	0.088	0.439 69	0.138	0.533 34	0.188	0.604 05
0.039	0.302 55	0.089	0.441 89	0.139	0.534 94	0.189	0.605 30
0.040	0.306 19	0.090	0.444 08	0.140	0.536 53	0.190	0.606 54

表 A1(完)

$\Delta f/f_s$	k_p	$\Delta f/f_s$	k_p	$\Delta f/f_s$	k_p	$\Delta f/f_s$	k_p
0.191	0.607 78	0.246	0.668 60	0.301	0.718 18	0.356	0.759 71
0.192	0.609 01	0.247	0.669 59	0.302	0.719 00	0.357	0.760 41
0.193	0.610 24	0.248	0.670 58	0.303	0.719 82	0.358	0.761 10
0.194	0.611 46	0.249	0.671 56	0.304	0.720 63	0.359	0.761 79
0.195	0.612 68	0.250	0.672 54	0.305	0.721 44	0.360	0.762 48
0.196	0.613 89	0.251	0.673 51	0.306	0.722 25	0.361	0.763 17
0.197	0.615 10	0.252	0.674 48	0.307	0.723 06	0.362	0.763 85
0.198	0.616 30	0.253	0.675 45	0.308	0.723 86	0.363	0.764 54
0.199	0.617 50	0.254	0.676 42	0.309	0.724 66	0.364	0.765 22
0.200	0.618 69	0.255	0.677 38	0.310	0.725 46	0.365	0.765 90
0.201	0.619 88	0.256	0.678 34	0.311	0.726 26	0.366	0.766 57
0.202	0.621 06	0.257	0.679 29	0.312	0.727 05	0.367	0.767 25
0.203	0.622 24	0.258	0.680 24	0.313	0.727 84	0.368	0.767 92
0.204	0.623 41	0.259	0.681 19	0.314	0.728 63	0.369	0.768 59
0.205	0.624 57	0.260	0.682 13	0.315	0.729 42	0.370	0.769 26
0.206	0.625 74	0.261	0.683 07	0.316	0.730 20	0.371	0.769 93
0.207	0.626 89	0.262	0.684 01	0.317	0.730 99	0.372	0.770 60
0.208	0.628 05	0.263	0.684 94	0.318	0.731 77	0.373	0.771 26
0.209	0.629 19	0.264	0.685 88	0.319	0.732 54	0.374	0.771 93
0.210	0.630 34	0.265	0.686 80	0.320	0.733 32	0.375	0.772 59
0.211	0.631 47	0.266	0.687 73	0.321	0.734 09	0.376	0.773 25
0.212	0.632 61	0.267	0.688 65	0.322	0.734 86	0.377	0.773 90
0.213	0.633 74	0.268	0.689 57	0.323	0.735 63	0.378	0.774 56
0.214	0.634 86	0.269	0.690 48	0.324	0.736 39	0.379	0.775 21
0.215	0.635 98	0.270	0.691 39	0.325	0.737 15	0.380	0.775 86
0.216	0.637 10	0.271	0.692 30	0.326	0.737 91	0.381	0.776 51
0.217	0.638 21	0.272	0.693 21	0.327	0.738 67	0.382	0.777 16
0.218	0.639 31	0.273	0.694 11	0.328	0.739 43	0.383	0.777 81
0.219	0.640 41	0.274	0.695 01	0.329	0.740 18	0.384	0.778 45
0.220	0.641 51	0.275	0.695 90	0.330	0.740 93	0.385	0.779 10
0.221	0.642 61	0.276	0.696 80	0.331	0.741 68	0.386	0.779 74
0.222	0.643 69	0.277	0.697 69	0.332	0.742 43	0.387	0.780 38
0.223	0.644 78	0.278	0.698 57	0.333	0.743 18	0.388	0.781 02
0.224	0.645 86	0.279	0.699 46	0.334	0.743 92	0.389	0.781 65
0.225	0.646 93	0.280	0.700 34	0.335	0.744 66	0.390	0.782 29
0.226	0.648 01	0.281	0.701 22	0.336	0.745 40	0.391	0.782 92
0.227	0.649 07	0.282	0.702 09	0.337	0.746 13	0.392	0.783 55
0.228	0.650 14	0.283	0.702 96	0.338	0.746 87	0.393	0.784 18
0.229	0.651 20	0.284	0.703 83	0.339	0.747 60	0.394	0.784 81
0.230	0.652 25	0.285	0.704 70	0.340	0.748 33	0.395	0.785 44
0.231	0.653 30	0.286	0.705 56	0.341	0.749 05	0.396	0.786 06
0.232	0.654 35	0.287	0.706 42	0.342	0.749 78	0.397	0.786 68
0.233	0.655 39	0.288	0.707 28	0.343	0.750 50	0.398	0.787 31
0.234	0.656 43	0.289	0.708 14	0.344	0.751 22	0.399	0.787 93
0.235	0.657 47	0.290	0.708 99	0.345	0.751 94	0.400	0.788 54
0.236	0.658 50	0.291	0.709 84	0.346	0.752 66		
0.237	0.659 53	0.292	0.710 68	0.347	0.753 37		
0.238	0.660 55	0.293	0.711 53	0.348	0.754 09		
0.239	0.661 57	0.294	0.712 37	0.349	0.754 80		
0.240	0.662 58	0.295	0.713 21	0.350	0.755 51		
0.241	0.663 60	0.296	0.714 04	0.351	0.756 21		
0.242	0.664 60	0.297	0.714 88	0.352	0.756 92		
0.243	0.665 61	0.298	0.715 71	0.353	0.757 62		
0.244	0.666 61	0.299	0.716 53	0.354	0.758 32		
0.245	0.667 61	0.300	0.717 36	0.355	0.759 02		

表 A2 $\sigma^E=0.21$ 时, $k_p \sim \Delta f/f_s$ 对应数值表

$\Delta f/f_s$	k_p	$\Delta f/f_s$	k_p	$\Delta f/f_s$	k_p	$\Delta f/f_s$	k_p
0.000 0	0.000 00	0.046	0.327 41	0.101	0.467 61	0.156	0.561 45
0.000 1	0.017 46	0.047	0.330 72	0.102	0.469 61	0.157	0.562 91
0.000 2	0.023 53	0.048	0.333 99	0.103	0.471 60	0.158	0.564 36
0.000 3	0.028 32	0.049	0.337 22	0.104	0.473 58	0.159	0.565 80
0.000 4	0.032 41	0.050	0.340 41	0.105	0.475 55	0.160	0.567 23
0.000 5	0.036 04	0.051	0.343 56	0.106	0.477 50	0.161	0.568 66
0.000 6	0.039 33	0.052	0.346 67	0.107	0.479 44	0.162	0.570 08
0.000 7	0.042 37	0.053	0.349 75	0.108	0.481 36	0.163	0.571 49
0.000 8	0.045 20	0.054	0.352 79	0.109	0.483 28	0.164	0.572 89
0.000 9	0.047 87	0.055	0.355 80	0.110	0.485 18	0.165	0.574 29
0.001	0.050 39	0.056	0.358 77	0.111	0.487 07	0.166	0.575 68
0.002	0.070 81	0.057	0.361 71	0.112	0.488 94	0.167	0.577 07
0.003	0.086 50	0.058	0.364 62	0.113	0.490 81	0.168	0.578 45
0.004	0.099 72	0.059	0.367 50	0.114	0.492 66	0.169	0.579 82
0.005	0.111 34	0.060	0.370 35	0.115	0.494 50	0.170	0.581 18
0.006	0.121 84	0.061	0.373 17	0.116	0.496 33	0.171	0.582 54
0.007	0.131 47	0.062	0.375 96	0.117	0.498 15	0.172	0.583 90
0.008	0.140 41	0.063	0.378 72	0.118	0.499 96	0.173	0.585 24
0.009	0.148 80	0.064	0.381 46	0.119	0.501 75	0.174	0.586 58
0.010	0.156 72	0.065	0.384 16	0.120	0.503 54	0.175	0.587 92
0.011	0.164 23	0.066	0.386 85	0.121	0.505 31	0.176	0.589 24
0.012	0.171 40	0.067	0.389 50	0.122	0.507 07	0.177	0.590 56
0.013	0.178 25	0.068	0.392 13	0.123	0.508 83	0.178	0.591 88
0.014	0.184 84	0.069	0.394 74	0.124	0.510 57	0.179	0.593 19
0.015	0.191 18	0.070	0.397 32	0.125	0.512 30	0.180	0.594 49
0.016	0.197 30	0.071	0.399 88	0.126	0.514 02	0.181	0.595 79
0.017	0.203 22	0.072	0.402 42	0.127	0.515 73	0.182	0.597 08
0.018	0.208 95	0.073	0.404 93	0.128	0.517 44	0.183	0.598 37
0.019	0.214 52	0.074	0.407 43	0.129	0.519 13	0.184	0.599 65
0.020	0.219 93	0.075	0.409 89	0.130	0.520 81	0.185	0.600 92
0.021	0.225 19	0.076	0.412 34	0.131	0.522 48	0.186	0.602 19
0.022	0.230 32	0.077	0.414 77	0.132	0.524 15	0.187	0.603 45
0.023	0.235 33	0.078	0.417 18	0.133	0.525 80	0.188	0.604 71
0.024	0.240 21	0.079	0.419 56	0.134	0.527 44	0.189	0.605 96
0.025	0.244 99	0.080	0.421 93	0.135	0.529 08	0.190	0.607 20
0.026	0.249 66	0.081	0.424 28	0.136	0.530 71	0.191	0.608 44
0.027	0.254 23	0.082	0.426 61	0.137	0.532 32	0.192	0.609 68
0.028	0.258 71	0.083	0.428 92	0.138	0.533 93	0.193	0.610 91
0.029	0.263 10	0.084	0.431 21	0.139	0.535 53	0.194	0.612 13
0.030	0.267 41	0.085	0.433 48	0.140	0.537 12	0.195	0.613 35
0.031	0.271 63	0.086	0.435 73	0.141	0.538 70	0.196	0.614 57
0.032	0.275 78	0.087	0.437 97	0.142	0.540 28	0.197	0.615 77
0.033	0.279 86	0.088	0.440 19	0.143	0.541 84	0.198	0.616 98
0.034	0.283 86	0.089	0.442 40	0.144	0.543 40	0.199	0.618 18
0.035	0.287 81	0.090	0.444 58	0.145	0.544 95	0.200	0.619 37
0.036	0.291 68	0.091	0.446 75	0.146	0.546 49	0.201	0.620 56
0.037	0.295 50	0.092	0.448 91	0.147	0.548 02	0.202	0.621 74
0.038	0.299 25	0.093	0.451 04	0.148	0.549 54	0.203	0.622 92
0.039	0.302 95	0.094	0.453 17	0.149	0.551 06	0.204	0.624 09
0.040	0.306 59	0.095	0.455 27	0.150	0.552 57	0.205	0.625 26
0.041	0.310 19	0.096	0.457 37	0.151	0.554 07	0.206	0.626 42
0.042	0.313 73	0.097	0.459 44	0.152	0.555 56	0.207	0.627 58
0.043	0.317 22	0.098	0.461 51	0.153	0.557 04	0.208	0.628 74
0.044	0.320 66	0.099	0.463 55	0.154	0.558 52	0.209	0.629 88
0.045	0.324 06	0.100	0.465 59	0.155	0.559 99	0.210	0.631 03

表 A2(完)

$\Delta f/f_s$	k_p	$\Delta f/f_s$	k_p	$\Delta f/f_s$	k_p	$\Delta f/f_s$	k_p
0.211	0.632 17	0.261	0.683 83	0.311	0.727 08	0.361	0.764 05
0.212	0.633 30	0.262	0.684 77	0.312	0.727 88	0.362	0.764 74
0.213	0.634 43	0.263	0.685 71	0.313	0.728 67	0.363	0.765 42
0.214	0.635 56	0.264	0.686 64	0.314	0.729 46	0.364	0.766 10
0.215	0.636 68	0.265	0.687 57	0.315	0.730 25	0.365	0.766 78
0.216	0.637 80	0.266	0.688 49	0.316	0.731 03	0.366	0.767 46
0.217	0.638 91	0.267	0.689 42	0.317	0.731 82	0.367	0.768 14
0.218	0.640 02	0.268	0.690 33	0.318	0.732 60	0.368	0.768 81
0.219	0.641 12	0.269	0.691 25	0.319	0.733 37	0.369	0.769 49
0.220	0.642 22	0.270	0.692 16	0.320	0.734 15	0.370	0.770 16
0.221	0.643 31	0.271	0.693 07	0.321	0.734 92	0.371	0.770 83
0.222	0.644 40	0.272	0.693 98	0.322	0.735 69	0.372	0.771 50
0.223	0.645 49	0.273	0.694 88	0.323	0.736 46	0.373	0.772 16
0.224	0.646 57	0.274	0.695 78	0.324	0.737 23	0.374	0.772 83
0.225	0.647 65	0.275	0.696 68	0.325	0.737 99	0.375	0.773 49
0.226	0.648 72	0.276	0.697 58	0.326	0.738 76	0.376	0.774 15
0.227	0.649 79	0.277	0.698 47	0.327	0.739 51	0.377	0.774 81
0.228	0.650 85	0.278	0.699 35	0.328	0.740 27	0.378	0.775 46
0.229	0.651 91	0.279	0.700 24	0.329	0.741 03	0.379	0.776 12
0.230	0.652 97	0.280	0.701 12	0.330	0.741 78	0.380	0.776 77
0.231	0.654 02	0.281	0.702 00	0.331	0.742 53	0.381	0.777 42
0.232	0.655 07	0.282	0.702 88	0.332	0.743 28	0.382	0.778 07
0.233	0.656 12	0.283	0.703 75	0.333	0.744 02	0.383	0.778 72
0.234	0.657 16	0.284	0.704 62	0.334	0.744 77	0.384	0.779 37
0.235	0.658 19	0.285	0.705 49	0.335	0.745 51	0.385	0.780 01
0.236	0.659 23	0.286	0.706 35	0.336	0.746 25	0.386	0.780 65
0.237	0.660 25	0.287	0.707 22	0.337	0.746 99	0.387	0.781 29
0.238	0.661 28	0.288	0.708 07	0.338	0.747 72	0.388	0.781 93
0.239	0.662 30	0.289	0.708 93	0.339	0.748 45	0.389	0.782 57
0.240	0.663 32	0.290	0.709 78	0.340	0.749 18	0.390	0.783 21
0.241	0.664 33	0.291	0.710 63	0.341	0.749 91	0.391	0.783 84
0.242	0.665 34	0.292	0.711 48	0.342	0.750 64	0.392	0.784 47
0.243	0.666 35	0.293	0.712 33	0.343	0.751 36	0.393	0.785 10
0.244	0.667 35	0.294	0.713 17	0.344	0.752 09	0.394	0.785 73
0.245	0.668 35	0.295	0.714 01	0.345	0.752 81	0.395	0.786 36
0.246	0.669 34	0.296	0.714 85	0.346	0.753 52	0.396	0.786 99
0.247	0.670 33	0.297	0.715 68	0.347	0.754 24	0.397	0.787 61
0.248	0.671 32	0.298	0.716 51	0.348	0.754 95	0.398	0.788 23
0.249	0.672 30	0.299	0.717 34	0.349	0.755 67	0.399	0.788 86
0.250	0.673 28	0.300	0.718 17	0.350	0.756 38	0.400	0.789 48
0.251	0.674 26	0.301	0.718 99	0.351	0.757 08		
0.252	0.675 23	0.302	0.719 81	0.352	0.757 79		
0.253	0.676 20	0.303	0.720 63	0.353	0.758 49		
0.254	0.677 17	0.304	0.721 44	0.354	0.759 19		
0.255	0.678 13	0.305	0.722 26	0.355	0.759 89		
0.256	0.679 09	0.306	0.723 07	0.356	0.760 59		
0.257	0.680 04	0.307	0.723 87	0.357	0.761 29		
0.258	0.681 00	0.308	0.724 68	0.358	0.761 98		
0.259	0.681 94	0.309	0.725 48	0.359	0.762 67		
0.260	0.682 89	0.310	0.726 28	0.360	0.763 36		