



中华人民共和国国家标准

GB/T 3389.5—1995

压电陶瓷材料性能测试方法 圆片厚度伸缩振动模式

Test methods for the properties of
piezoelectric ceramics—
Thickness extension vibration mode for disk

1995-07-24 发布

1996-04-01 实施

国家技术监督局 发布

中华人民共和国国家标准

压电陶瓷材料性能测试方法 圆片厚度伸缩振动模式

GB/T 3389.5—1995

代替 GB 3389.5—82

Test methods for the properties of
piezoelectric ceramics—
Thickness extension vibration mode for disk

1 主题内容与适用范围

本标准规定了压电陶瓷圆片厚度伸缩振动模式材料性能测试方法。

本标准适用于机械品质因数 Q_m 大于 50 的压电陶瓷圆片厚度伸缩振动模式材料性能的测试。

2 引用标准

GB 2413 压电陶瓷材料体积密度测量方法

GB 2414 压电陶瓷材料性能测试方法 圆片的径向伸缩振动、长条的横向长度伸缩振动

GB 3389.1 压电陶瓷材料性能测试方法常用名词术语

GB 11320 低机械品质因数压电陶瓷材料性能的测试

3 术语、符号、代号

本标准所采用的术语、符号、代号符合 GB 3389.1 的规定。

4 测试方法

4.1 方法原理

在电学短路条件下,全电极压电陶瓷圆片厚度伸缩振动模的频率方程为:

$$\operatorname{tg} x = X/k_t^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

式中: k_t ——厚度伸缩振动机电耦合系数;

X ——归一化频率。

$$X = \frac{\omega \cdot t}{v_t^D} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f_{si}}{f_p} \quad \dots\dots\dots (2)$$

式中: ω ——角频率($\omega=2\pi f$), rad/s;

t ——振子厚度, m;

v_t^D ——厚向声速, m/s;

f_{si} ——基频或泛音频率($i=1, 3, 5, 7$), Hz;

f_p ——基波并联谐振频率, Hz。

解超越方程式(1),可得到一系列根,每个根相应于一个谐振频率,通过泛音比 f_{si}/f_{s1} 可以确定振子的厚度伸缩振动机电耦合系数 k_t 及其它相关参数。泛音比 f_{si}/f_{s1} 与耦合系数 k_t 的对应关系见表 1。泛音频率与基波并联谐振频率之比 f_{si}/f_p 与耦合系数 k_t 的对应关系见表 2。

国家技术监督局 1995-07-24 批准

1996-04-01 实施

本标准采用传输线-泛音比法测试压电陶瓷圆片振子厚度伸缩振动模式的材料性能,即用动态传输网络测量振子的最大传输频率 f_{mT} ,在一级近似下 $f_{mT}=f_m=f_s$,其中, f_m 为最大导纳(最小阻抗)频率, f_s 为串联谐振频率。亦可通过电导曲线法(见附录 A)确定最大电导频率,更精确地确定 f_{si} 。测量基频和泛音频率后,计算泛音比 f_{si}/f_{s1} ,由表 1 确定机电耦合系数 K_t ,并计算压电陶瓷圆片厚度伸缩振动其它材料参数。实际测量的谐振频率的符号,本标准统一用 f_{si} 表示。

4.2 测试条件

4.2.1 正常大气条件

温度	相对湿度	气压
25~35℃	48%~80%	86~106 kPa

4.2.2 仲裁试验的标准大气条件

温度	相对湿度	气压
25±1℃	48%~52%	86~106 kPa

4.3 试样及其制备

4.3.1 试样尺寸及要求

试样为薄圆片,两主平面不平行度不大于厚度公差的一半,在两主平面上全部被覆金属层作为电极,沿厚度方向进行极化处理。试样直径 d 与厚度 t 之比应满足单独厚度振动模式的要求,根据不同瓷料,选择一定的试样尺寸比。通用瓷料的试样尺寸,直径 d 和厚度 t 之比 d/t 为 6~12。

4.3.2 测试前试样的准备

试样应保持清洁干燥,根据不同瓷料要求,极化后存放一定时间,并在 4.2 条规定的环境下放置 2 h 后进行测试。

4.3.3 试样两端测试电场 E 的要求

测电容: $E \leq 5 \text{ V/mm}$;

测试频率及动态电阻: $E \leq 30 \text{ mV/mm}$ 。

4.4 测试程序

4.4.1 谐振频率 f_{si} 和动态电阻 R_1 的测试

4.4.1.1 测试线路(一)

测试线路(一)为恒压源传输测试线路,如图 1 所示。

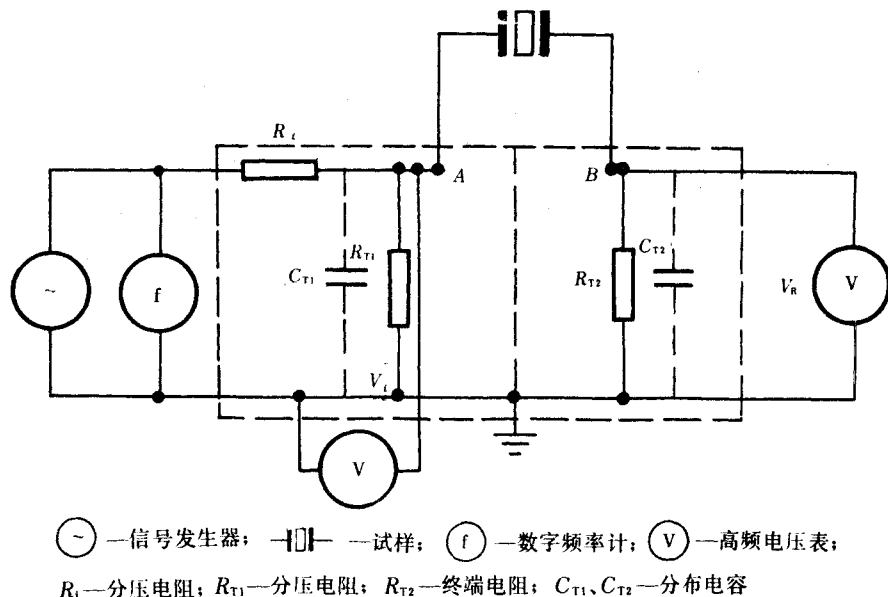


图 1 恒压源传输测试线路

图中分压电阻 R_i 的阻值与信号发生器的输出阻抗相匹配。一般取 $R_{T1} = R_{T2}$, 终端电阻 R_{T2} 的取值应与试样的动态电阻 R_1 相应, 参考值为 5.1Ω 。A-B 间的分布电容 C_{AB} 远低于试样的自由电容 C^T ; 分布电容 C_{T1} 、 C_{T2} 的电抗, 应满足: $1/(\omega \cdot C_{T1}) \gg R_{T1}$, $1/(\omega \cdot C_{T2}) \gg R_{T2}$ 。

4.4.1.2 测试线路(二)

测试线路(二)为恒流源传输测试线路, 如图 2 所示。图中匹配电阻 R_{T3} 阻值与信号发生器的输出阻抗相匹配, 限流电阻 R_{T4} 的取值应远大于试样的动态电阻 R_1 , 参考值为 $1 \text{ k}\Omega$ 。A-B 间的分布电容 C_{AB} 远低于试样的自由电容 C^T 。

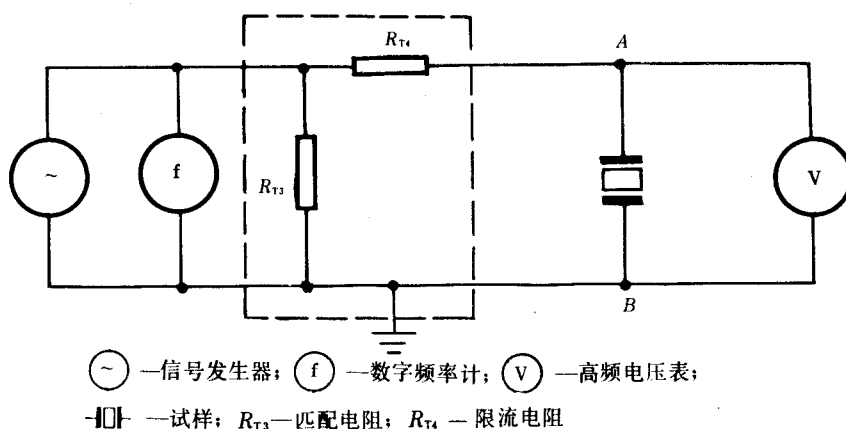


图 2 恒流源传输测试线路

4.4.1.3 测试设备及要求

信号发生器: 频率短期稳定度高于待测频率的准确度, 输出的波形为正弦波。谐波失真抑制大于 30 dB 。

频率计: 测试误差小于 $\pm 1 \text{ Hz}$, 输入阻抗远大于信号发生器输出阻抗, 且不影响信号发生器输出电平。

电压表: 输入阻抗大于 $1 \text{ M}\Omega$, 输入电容不大于 40 pF , 频率范围高于待测频率, 灵敏度高。

屏蔽盒与试样支架: 屏蔽盒与各仪表连接用短屏蔽线, 屏蔽盒应妥善接地, 接插件采用通用高频插头。试样支架夹持力要小, 并保证夹具与试样电极面接触良好, 接触点的直径为 $\phi 0.3 \sim 1.0 \text{ mm}$, 夹持点要求夹在试样电极面上接近圆边处, 如 $\phi 20 \times 2 \text{ mm}$ 推荐试样夹持点距圆边 2 mm 左右。支架应绝缘良好。

4.4.1.4 基频 f_{s1} 的测量

被测试样置于试样支架, 接入测试线路(一)(或测试线路(二)), 调整信号发生器输出电压, 保持试样两电极间的测试电场符合 4.3.3 条规定, 在相应于试样厚度振动基波附近频段内, 调节信号发生器频率, 使终端电压表指示最大(测试线路(二)终端电压表指标值最小)。此响应最大的频率即为试样厚度伸缩振动基频 f_{s1} 。

4.4.1.5 泛音频率 f_{s3} 、 f_{s5} 、 f_{s7} 的测量

测量基频 f_{s1} 后, 在 4.3.3 条规定的测试电场范围内, 分别在相应于试样厚度振动三、五、七次谐波附近频段内, 继续调节信号发生器频率, 使测试线路(一)终端电压表指示值最大(测试线路(二)终端电压表指示值最小), 依次得到试样厚度伸缩振动模三、五、七次泛音串联谐振频率 f_{s3} 、 f_{s5} 、 f_{s7} 。

4.4.1.6 动态电阻 R_1 的测量

在 4.4.1.4 条用测试线路(一)测量试样厚度振动基频 f_{s1} 时,由电压表读出在基频 f_{s1} 频率下输入电压 V_i 和终端输出电压 V_R ,按公式(3)计算基频 f_{s1} 的谐振阻抗,在一级近似下,此即为试样动态电阻 R_1 。

$$R_1 = \frac{V_i - V_R}{V_R} \cdot R_{T2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

式中: R_1 ——动态电阻, Ω ;

V_i ——测试线路(一)输入电压, V;

V_R ——测试线路(一)终端输出电压, V;

R_{T2} ——测试线路(一)终端电阻, Ω 。

4.4.2 自由电容 C^T 的测量

用测量误差不大于 $\pm 1\%$ 的电容电桥,在 1 kHz 频率和 4.3.3 条规定的测试电场条件下,测量试样自由电容 C^T 。

4.4.3 试样尺寸的测量

用精度为 0.01 mm 的量具测量试样直径 d , 厚度 t 。

4.5 测试结果的计算和评定

4.5.1 厚度伸缩振动机电耦合系数 k_t

由 4.4.1.4 条测得试样基频 f_{s1} , 4.4.1.5 条测得试样泛音频率 f_{s3} 、 f_{s5} 、 f_{s7} 后,分别计算泛音与基频之比 f_{s3}/f_{s1} 、 f_{s5}/f_{s1} 、 f_{s7}/f_{s1} , 由表 1 查得相应的耦合系数。一般情况下,一个泛音比即可得到耦合系数 k_t , 测量和计算同一试样的三个泛音比分别得到三个 k_t 值,取其平均值,可提高和保证测量与计算结果的精度。

4.5.2 试样基波并联谐振频率 f_p 的计算

由 4.4.1.4 条测得试样基频 f_{s1} , 4.4.1.5 条测得试样泛音频率 f_{s3} 、 f_{s5} 、 f_{s7} 后,根据 4.5.1 条得到的耦合系数 k_t 值,查表 2 得到相应的 f_{si}/f_p 值。由试样基频和泛音频率 f_{s1} 、 f_{s3} 、 f_{s5} 、 f_{s7} 与其相对应的 f_{si}/f_p 值,分别计算得到四个并联谐振频率值,取其平均值,此即为试样基波并联谐振频率 f_p 。

4.5.3 厚度伸缩振动频率常数 N_t

由 4.4.3 条测得试样厚度 t , 4.5.2 条计算得到试样并联谐振频率 f_p 后,按公式(4)计算频率常数 N_t :

$$N_t = f_p \cdot t \quad \dots\dots\dots (4)$$

式中: N_t ——厚度伸缩振动频率常数, Hz · m;

f_p ——基波并联谐振频率, Hz;

t ——试样厚度, m。

4.5.4 厚向声速 V_t^D

由 4.5.2 条得试样基波并联谐振频率 f_p , 4.4.3 条测得试样厚度 t 后,按公式(5)计算厚向声速 V_t^D :

$$V_t^D = 2f_p \cdot t \quad \dots\dots\dots (5)$$

式中: V_t^D ——厚向声速, m/s;

f_p ——基波并联谐振频率, Hz;

t ——试样厚度, m。

4.5.5 厚度伸缩振动机械品质因数 Q_m

由 4.4.1.4 条测得试样基频 f_{s1} , 4.4.1.6 条测得试样基频动态电阻 R_1 , 4.4.2 条测得试样自由电容 C^T , 4.5.2 条得到试样并联谐振频率 f_p 后,按公式(6)计算机械品质因数 Q_m :

$$Q_m = \frac{f_p^2}{2\pi \cdot f_{s1} \cdot C^T \cdot R_1 \cdot (f_p^2 - f_{s1}^2)} \quad \dots\dots\dots (6)$$

式中: Q_m ——厚度伸缩振动机械品质因数;

f_{s1} ——厚度伸缩振动基频, Hz;
 f_p ——厚度伸缩振动基波并联谐振频率, Hz;
 R_1 ——动态电阻, Ω ;
 C^T ——自由电容, F。

4.5.6 自由相对介电常数 ϵ_{r3}^T

由 4.4.2 条测得试样自由电容 C^T , 4.4.3 条测得试样直径 d , 厚度 t 后, 按公式(7)计算相对介电常数 ϵ_{r3}^T 。

$$\epsilon_{r3}^T = \frac{4C^T \cdot t}{\pi \cdot d^2 \cdot \epsilon_0} \quad \dots\dots\dots (7)$$

式中: ϵ_{r3}^T ——自由相对介电常数($\epsilon_{r3}^T = \epsilon_{33}^T / \epsilon_0$);

C^T ——试样自由电容, F;

t ——试样厚度, m;

d ——试样直径, m;

ϵ_0 ——真空介电常数, $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$ F/m。

4.5.7 受夹相对介电常数 ϵ_{r3}^s

按 GB 2414 规定的方法测得试样平面机电耦合系数 k_p , 4.5.1 条测得耦合系数 k_t , 4.5.6 条测得自由相对介电常数 ϵ_{r3}^T , 按公式(8)计算受夹相对介电常数 ϵ_{r3}^s :

$$\epsilon_{r3}^s = (1 - k_p^2) \cdot (1 - k_t^2) \cdot \epsilon_{r3}^T \quad \dots\dots\dots (8)$$

式中: ϵ_{r3}^s ——受夹相对介电常数($\epsilon_{r3}^s = \epsilon_{33}^s / \epsilon_0$);

k_t ——厚度伸缩振动机电耦合系数;

ϵ_{r3}^T ——自由相对介电常数;

k_p ——平面机电耦合系数。

4.5.8 开路弹性刚度常数 C_{33}^D

按 GB 2413 规定方法测得试样体积密度 ρ , 由 4.4.3 条测得试样厚度 t , 4.5.2 条得到并联谐振频率 f_p 后, 按公式(9)计算刚度常数 C_{33}^D :

$$C_{33}^D = 4\rho \cdot (f_p \cdot t)^2 \quad \dots\dots\dots (9)$$

式中: C_{33}^D ——开路弹性刚度常数, N/m²;

ρ ——试样体积密度, kg/m³;

f_p ——基波并联谐振频率, Hz;

t ——试样厚度, m。

4.5.9 短路弹性刚度常数 C_{33}^E

由本标准 4.5.8 条测得开路弹性刚度常数 C_{33}^D , 4.5.1 条测得机电耦合系数 k_t , 由 4.5.7 条测得受夹相对介电常数 ϵ_{r3}^s 后, 按公式(10)计算短路弹性刚度常数 C_{33}^E :

$$C_{33}^E = C_{33}^D (1 - k_t^2) \quad \dots\dots\dots (10)$$

式中: C_{33}^E ——短路弹性刚度常数, N/m²;

C_{33}^D ——开路弹性刚度常数, N/m²;

k_t ——厚度伸缩振动机电耦合系数。

4.5.10 压电应力常数 e_{33}

由 4.5.1 条得耦合系数 k_t , 4.5.7 条得受夹相对介电常数 ϵ_{r3}^s , 4.5.8 条得开路弹性刚度常数 C_{33}^D 后, 按公式(11)计算压电应力常数 e_{33} :

$$e_{33} = \frac{k_t}{\sqrt{\epsilon_{r3}^s \cdot C_{33}^D \cdot \epsilon_0}} \quad \dots\dots\dots (11)$$

式中： e_{33} ——压电应力常数， $\text{N/V} \cdot \text{m}$ 或 C/m^2 ；

k_t ——厚度伸缩振动机电耦合系数；

ϵ_{r3}^* ——受夹相对介电常数；

C_{33}^D ——开路弹性刚度常数， N/m^2 ；

ϵ_0 ——真空介电常数， $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ 。

表 1 f_{s7}/f_{s1} 与 k_t 的关系表

k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.000	3.000 0	5.000 0	7.000 0	0.028	3.000 8	5.001 5	7.002 1
0.001	3.000 0	5.000 0	7.000 0	0.029	3.000 9	5.001 6	7.002 3
0.002	3.000 0	5.000 0	7.000 0	0.030	3.000 9	5.001 7	7.002 5
0.003	3.000 0	5.000 0	7.000 0	0.031	3.001 0	5.001 8	7.002 6
0.004	3.000 0	5.000 0	7.000 0	0.032	3.001 1	5.001 9	7.002 8
0.005	3.000 0	5.000 0	7.000 0	0.033	3.001 1	5.002 1	7.003 0
0.006	3.000 0	5.000 0	7.000 1	0.034	3.001 2	5.002 2	7.003 2
0.007	3.000 0	5.000 0	7.000 1	0.035	3.001 3	5.002 3	7.003 4
0.008	3.000 0	5.000 1	7.000 1	0.036	3.001 4	5.002 5	7.003 6
0.009	3.000 0	5.000 1	7.000 2	0.037	3.001 4	5.002 6	7.003 8
0.010	3.000 1	5.000 1	7.000 2	0.038	3.001 5	5.002 8	7.004 0
0.011	3.000 1	5.000 2	7.000 3	0.039	3.001 6	5.002 9	7.004 2
0.012	3.000 1	5.000 2	7.000 4	0.040	3.001 7	5.003 1	7.004 4
0.013	3.000 1	5.000 3	7.000 4	0.041	3.001 8	5.003 2	7.004 6
0.014	3.000 2	5.000 3	7.000 5	0.042	3.001 9	5.003 4	7.004 9
0.015	3.000 2	5.000 4	7.000 6	0.043	3.002 0	5.003 6	7.005 1
0.016	3.000 2	5.000 4	7.000 7	0.044	3.002 0	5.003 7	7.005 3
0.017	3.000 3	5.000 5	7.000 8	0.045	3.002 1	5.003 9	7.005 6
0.018	3.000 3	5.000 6	7.000 9	0.046	3.002 2	5.004 1	7.005 8
0.019	3.000 3	5.000 7	7.001 0	0.047	3.002 3	5.004 3	7.006 1
0.020	3.000 4	5.000 7	7.001 1	0.048	3.002 4	5.004 4	7.006 4
0.021	3.000 4	5.000 8	7.001 2	0.049	3.002 6	5.004 6	7.006 6
0.022	3.000 5	5.000 9	7.001 3	0.050	3.002 7	5.004 8	7.006 9
0.023	3.000 5	5.001 0	7.001 4	0.051	3.002 8	5.005 0	7.007 2
0.024	3.000 6	5.001 1	7.001 6	0.052	3.002 9	5.005 2	7.007 5
0.025	3.000 6	5.001 2	7.001 7	0.053	3.003 0	5.005 4	7.007 8
0.026	3.000 7	5.001 3	7.001 8	0.054	3.003 1	5.005 6	7.008 1
0.027	3.000 7	5.001 4	7.002 0	0.055	3.003 2	5.005 8	7.008 4

续表 1

k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.056	3.003 3	5.006 1	7.008 7	0.084	3.007 6	5.013 8	7.019 7
0.057	3.003 5	5.006 3	7.009 0	0.085	3.007 8	5.014 1	7.020 1
0.058	3.003 6	5.006 5	7.009 3	0.086	3.008 0	5.014 4	7.020 6
0.059	3.003 7	5.006 7	7.009 7	0.087	3.008 2	5.014 8	7.021 1
0.060	3.003 9	5.007 0	7.010 0	0.088	3.008 4	5.015 1	7.021 6
0.061	3.004 0	5.007 2	7.010 3	0.089	3.008 6	5.015 5	7.022 1
0.062	3.004 1	5.007 5	7.010 7	0.090	3.008 8	5.015 8	7.022 6
0.063	3.004 3	5.007 7	7.011 0	0.091	3.009 0	5.016 2	7.023 1
0.064	3.004 4	5.007 9	7.011 4	0.092	3.009 2	5.016 5	7.023 6
0.065	3.004 5	5.008 2	7.011 7	0.093	3.009 4	5.016 9	7.024 2
0.066	3.004 7	5.008 5	7.012 1	0.094	3.009 6	5.017 3	7.024 7
0.067	3.004 8	5.008 7	7.012 5	0.095	3.009 8	5.017 6	7.025 2
0.068	3.005 0	5.009 0	7.012 8	0.096	3.010 0	5.018 0	7.025 8
0.069	3.005 1	5.009 2	7.013 2	0.097	3.010 2	5.018 4	7.026 3
0.070	3.005 3	5.009 5	7.013 6	0.098	3.010 4	5.018 8	7.026 9
0.071	3.005 4	5.009 8	7.014 0	0.099	3.010 6	5.019 2	7.027 4
0.072	3.005 6	5.010 1	7.014 4	0.100	3.010 9	5.019 6	7.028 0
0.073	3.005 7	5.010 4	7.014 8	0.101	3.011 1	5.020 0	7.028 5
0.074	3.005 9	5.010 7	7.015 2	0.102	3.011 3	5.020 4	7.029 1
0.075	3.006 1	5.010 9	7.015 7	0.103	3.011 5	5.020 8	7.029 7
0.076	3.006 2	5.011 2	7.016 1	0.104	3.011 7	5.021 2	7.030 3
0.077	3.006 4	5.011 5	7.016 5	0.105	3.012 0	5.021 6	7.030 9
0.078	3.006 6	5.011 8	7.016 9	0.106	3.012 2	5.022 0	7.031 5
0.079	3.006 7	5.012 2	7.017 4	0.107	3.012 4	5.022 4	7.032 1
0.080	3.006 9	5.012 5	7.017 8	0.108	3.012 7	5.022 9	7.032 7
0.081	3.007 1	5.012 8	7.018 3	0.109	3.012 9	5.023 3	7.033 3
0.082	3.007 3	5.013 1	7.018 7	0.110	3.013 2	5.023 7	7.033 9
0.083	3.007 4	5.013 4	7.019 2	0.111	3.013 4	5.024 2	7.034 5

续表 1

k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.112	3.013 7	5.024 6	7.035 2	0.140	3.021 5	5.038 7	7.055 3
0.113	3.013 9	5.025 1	7.035 8	0.141	3.021 8	5.039 3	7.056 1
0.114	3.014 2	5.025 5	7.036 5	0.142	3.022 1	5.039 8	7.056 9
0.115	3.014 4	5.026 0	7.037 1	0.143	3.022 4	5.040 4	7.057 7
0.116	3.014 7	5.026 4	7.037 8	0.144	3.022 8	5.041 0	7.058 6
0.117	3.014 9	5.026 9	7.038 4	0.145	3.023 1	5.041 6	7.059 4
0.118	3.015 2	5.027 4	7.039 1	0.146	3.023 4	5.042 2	7.060 2
0.119	3.015 4	5.027 8	7.039 8	0.147	3.023 7	5.042 8	7.061 1
0.120	3.015 7	5.028 3	7.040 4	0.148	3.024 1	5.043 3	7.061 9
0.121	3.016 0	5.028 8	7.041 1	0.149	3.024 4	5.043 9	7.062 8
0.122	3.016 2	5.029 3	7.041 8	0.150	3.024 7	5.044 6	7.063 7
0.123	3.016 5	5.029 8	7.042 5	0.151	3.025 1	5.045 2	7.064 5
0.124	3.016 8	5.030 2	7.043 2	0.152	3.025 4	5.045 8	7.065 4
0.125	3.017 1	5.030 7	7.043 9	0.153	3.025 8	5.046 4	7.066 3
0.126	3.017 3	5.031 2	7.044 7	0.154	3.026 1	5.047 0	7.067 2
0.127	3.017 6	5.031 8	7.045 4	0.155	3.026 5	5.047 6	7.068 1
0.128	3.017 9	5.032 3	7.046 1	0.156	3.026 8	5.048 3	7.069 0
0.129	3.018 2	5.032 8	7.046 8	0.157	3.027 2	5.048 9	7.069 9
0.130	3.018 5	5.033 3	7.047 6	0.158	3.027 5	5.049 5	7.070 8
0.131	3.018 8	5.033 8	7.048 3	0.159	3.027 9	5.050 2	7.071 7
0.132	3.019 1	5.034 3	7.049 1	0.160	3.028 2	5.050 8	7.072 6
0.133	3.019 4	5.034 9	7.049 8	0.161	3.028 6	5.051 5	7.073 6
0.134	3.019 7	5.035 4	7.050 6	0.162	3.029 0	5.052 1	7.074 5
0.135	3.020 0	5.035 9	7.051 4	0.163	3.029 3	5.052 8	7.075 4
0.136	3.020 3	5.036 5	7.052 1	0.164	3.029 7	5.053 5	7.076 4
0.137	3.020 6	5.037 0	7.052 9	0.165	3.030 1	5.054 1	7.077 3
0.138	3.020 9	5.037 6	7.053 7	0.166	3.030 5	5.054 8	7.078 3
0.139	3.021 2	5.038 1	7.054 5	0.167	3.030 8	5.055 5	7.079 3

续表 1

k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.168	3.031 2	5.056 2	7.080 2	0.196	3.042 9	5.077 1	7.110 2
0.169	3.031 6	5.056 9	7.081 2	0.197	3.043 3	5.078 0	7.111 3
0.170	3.032 0	5.057 5	7.082 2	0.198	3.043 8	5.078 8	7.112 5
0.171	3.032 4	5.058 2	7.083 2	0.199	3.044 3	5.079 6	7.113 7
0.172	3.032 8	5.058 9	7.084 2	0.200	3.044 7	5.080 4	7.114 9
0.173	3.033 1	5.059 7	7.085 2	0.201	3.045 2	5.081 3	7.116 1
0.174	3.033 5	5.060 4	7.086 2	0.202	3.045 6	5.082 1	7.117 3
0.175	3.033 9	5.061 1	7.087 3	0.203	3.046 1	5.082 9	7.118 5
0.176	3.034 3	5.061 8	7.088 3	0.204	3.046 6	5.083 8	7.119 7
0.177	3.034 7	5.062 5	7.089 3	0.205	3.047 1	5.084 6	7.120 9
0.178	3.035 1	5.063 2	7.090 4	0.206	3.047 5	5.085 5	7.122 1
0.179	3.035 6	5.064 0	7.091 4	0.207	3.048 0	5.086 4	7.123 4
0.180	3.036 0	5.064 7	7.092 4	0.208	3.048 5	5.087 2	7.124 6
0.181	3.036 4	5.065 5	7.093 5	0.209	3.049 0	5.088 1	7.125 9
0.182	3.036 8	5.066 2	7.094 6	0.210	3.049 5	5.089 0	7.127 1
0.183	3.037 2	5.067 0	7.095 6	0.211	3.050 0	5.089 9	7.128 4
0.184	3.037 6	5.067 7	7.096 7	0.212	3.050 5	5.090 8	7.129 6
0.185	3.038 1	5.068 5	7.097 8	0.213	3.051 0	5.091 7	7.130 9
0.186	3.038 5	5.069 2	7.098 9	0.214	3.051 5	5.092 5	7.132 2
0.187	3.038 9	5.070 0	7.100 0	0.215	3.052 0	5.093 5	7.133 5
0.188	3.039 3	5.070 8	7.101 1	0.216	3.052 5	5.094 4	7.134 8
0.189	3.039 8	5.071 6	7.102 2	0.217	3.053 0	5.095 3	7.136 1
0.190	3.040 2	5.072 3	7.103 3	0.218	3.053 5	5.096 2	7.137 4
0.191	3.040 6	5.073 1	7.104 5	0.219	3.054 0	5.097 1	7.138 7
0.192	3.041 1	5.073 9	7.105 6	0.220	3.054 5	5.098 0	7.140 0
0.193	3.041 5	5.074 7	7.106 7	0.221	3.055 0	5.099 0	7.141 3
0.194	3.042 0	5.075 5	7.107 9	0.222	3.055 6	5.099 9	7.142 7
0.195	3.042 4	5.076 3	7.109 0	0.223	3.056 1	5.100 8	7.144 0

续表 1

k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.224	3.056 6	5.101 8	7.145 4	0.252	3.072 5	5.130 3	7.186 1
0.225	3.057 1	5.102 7	7.146 7	0.253	3.073 1	5.131 4	7.187 7
0.226	3.057 7	5.103 7	7.148 1	0.254	3.073 7	5.132 5	7.189 3
0.227	3.058 2	5.104 7	7.149 5	0.255	3.074 4	5.133 6	7.190 8
0.228	3.058 7	5.105 6	7.150 9	0.256	3.075 0	5.134 8	7.192 4
0.229	3.059 3	5.106 6	7.152 2	0.257	3.075 6	5.135 9	7.194 0
0.230	3.059 8	5.107 6	7.153 6	0.258	3.076 2	5.137 0	7.195 6
0.231	3.060 4	5.108 6	7.155 0	0.259	3.076 9	5.138 1	7.197 2
0.232	3.060 9	5.109 5	7.156 4	0.260	3.077 5	5.139 2	7.198 8
0.233	3.061 5	5.110 5	7.157 9	0.261	3.078 1	5.140 4	7.200 5
0.234	3.062 0	5.111 5	7.159 3	0.262	3.078 8	5.141 5	7.202 1
0.235	3.062 6	5.112 5	7.160 7	0.263	3.079 4	5.142 7	7.203 7
0.236	3.063 2	5.113 5	7.162 1	0.264	3.080 1	5.143 8	7.205 4
0.237	3.063 7	5.114 5	7.163 6	0.265	3.080 7	5.145 0	7.207 0
0.238	3.064 3	5.115 6	7.165 0	0.266	3.081 3	5.146 2	7.208 7
0.239	3.064 9	5.116 6	7.166 5	0.267	3.082 0	5.147 3	7.210 4
0.240	3.065 4	5.117 6	7.168 0	0.268	3.082 7	5.148 5	7.212 1
0.241	3.066 0	5.118 6	7.169 4	0.269	3.083 3	5.149 7	7.213 7
0.242	3.066 6	5.119 7	7.170 9	0.270	3.084 0	5.150 9	7.215 4
0.243	3.067 2	5.120 7	7.172 4	0.271	3.084 6	5.152 1	7.217 1
0.244	3.067 7	5.121 8	7.173 9	0.272	3.085 3	5.153 3	7.218 8
0.245	3.068 3	5.122 8	7.175 4	0.273	3.086 0	5.154 5	7.220 6
0.246	3.068 9	5.123 9	7.176 9	0.274	3.086 7	5.155 7	7.222 3
0.247	3.069 5	5.124 9	7.178 4	0.275	3.087 3	5.156 9	7.224 0
0.248	3.070 1	5.126 0	7.180 0	0.276	3.088 0	5.158 1	7.225 8
0.249	3.070 7	5.127 1	7.181 5	0.277	3.088 7	5.159 3	7.227 5
0.250	3.071 3	5.128 2	7.183 0	0.278	3.089 4	5.160 6	7.229 3
0.251	3.071 9	5.129 3	7.184 6	0.279	3.090 1	5.161 8	7.231 0

续表 1

k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.280	3.090 8	5.163 1	7.232 8	0.308	3.111 5	5.200 2	7.285 9
0.281	3.091 5	5.164 3	7.234 6	0.309	3.112 3	5.201 7	7.287 9
0.282	3.092 2	5.165 6	7.236 4	0.310	3.113 1	5.203 1	7.289 9
0.283	3.092 9	5.166 8	7.238 2	0.311	3.113 9	5.204 5	7.291 9
0.284	3.093 6	5.168 1	7.240 0	0.312	3.114 7	5.205 9	7.294 0
0.285	3.094 3	5.169 4	7.241 8	0.313	3.115 5	5.207 4	7.296 0
0.286	3.095 0	5.170 6	7.243 6	0.314	3.116 3	5.208 8	7.298 1
0.287	3.095 7	5.171 9	7.245 5	0.315	3.117 1	5.210 3	7.300 2
0.288	3.096 4	5.173 2	7.247 3	0.316	3.118 0	5.211 7	7.302 3
0.289	3.097 2	5.174 5	7.249 1	0.317	3.118 8	5.213 2	7.304 3
0.290	3.097 9	5.175 8	7.251 0	0.318	3.119 6	5.214 7	7.306 4
0.291	3.098 6	5.177 1	7.252 9	0.319	3.120 4	5.216 1	7.308 6
0.292	3.099 4	5.178 4	7.254 7	0.320	3.121 2	5.217 6	7.310 7
0.293	3.100 1	5.179 7	7.256 6	0.321	3.122 1	5.219 1	7.312 8
0.294	3.100 8	5.181 1	7.258 5	0.322	3.122 9	5.220 6	7.314 9
0.295	3.101 6	5.182 4	7.260 4	0.323	3.123 8	5.222 1	7.317 1
0.296	3.102 3	5.183 7	7.262 3	0.324	3.124 6	5.223 6	7.319 2
0.297	3.103 1	5.185 1	7.264 2	0.325	3.125 4	5.225 1	7.321 4
0.298	3.103 8	5.186 4	7.266 2	0.326	3.126 3	5.226 7	7.323 6
0.299	3.104 6	5.187 8	7.268 1	0.327	3.127 2	5.228 2	7.325 7
0.300	3.105 3	5.189 1	7.270 0	0.328	3.128 0	5.229 7	7.327 9
0.301	3.106 1	5.190 5	7.272 0	0.329	3.128 9	5.231 3	7.330 1
0.302	3.106 9	5.191 9	7.273 9	0.330	3.129 7	5.232 8	7.332 3
0.303	3.107 6	5.193 3	7.275 9	0.331	3.130 6	5.234 4	7.334 6
0.304	3.108 4	5.194 6	7.277 9	0.332	3.131 5	5.235 9	7.336 8
0.305	3.109 2	5.196 0	7.279 9	0.333	3.132 4	5.237 5	7.339 0
0.306	3.110 0	5.197 4	7.281 9	0.334	3.133 2	5.239 1	7.341 3
0.307	3.110 7	5.198 8	7.283 9	0.335	3.134 1	5.240 7	7.343 5

续表 1

k_i	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_i	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.336	3.135 0	5.242 3	7.345 8	0.364	3.161 5	5.289 5	7.413 2
0.337	3.135 9	5.243 8	7.348 1	0.365	3.162 5	5.291 3	7.415 8
0.338	3.136 8	5.245 5	7.350 3	0.366	3.163 5	5.293 1	7.418 3
0.339	3.137 7	5.247 1	7.352 6	0.367	3.164 5	5.294 9	7.420 9
0.340	3.138 6	5.248 7	7.354 9	0.368	3.165 5	5.296 7	7.423 5
0.341	3.139 5	5.250 3	7.357 3	0.369	3.166 5	5.298 6	7.426 1
0.342	3.140 4	5.251 9	7.359 6	0.370	3.167 5	5.300 4	7.428 7
0.343	3.141 3	5.253 6	7.361 9	0.371	3.168 6	5.302 2	7.431 3
0.344	3.142 3	5.255 2	7.364 3	0.372	3.169 6	5.304 1	7.433 9
0.345	3.143 2	5.256 9	7.366 6	0.373	3.170 6	5.305 9	7.436 6
0.346	3.144 1	5.258 5	7.369 0	0.374	3.171 7	5.307 8	7.439 2
0.347	3.145 0	5.260 2	7.371 3	0.375	3.172 7	5.309 7	7.441 9
0.348	3.146 0	5.261 8	7.373 7	0.376	3.173 8	5.311 5	7.444 6
0.349	3.146 9	5.263 5	7.376 1	0.377	3.174 8	5.313 4	7.447 2
0.350	3.147 8	5.265 2	7.378 5	0.378	3.175 9	5.315 3	7.449 9
0.351	3.148 8	5.266 9	7.380 9	0.379	3.176 9	5.317 2	7.452 6
0.352	3.149 7	5.268 6	7.383 3	0.380	3.178 0	5.319 1	7.455 4
0.353	3.150 7	5.270 3	7.385 8	0.381	3.179 1	5.321 0	7.458 1
0.354	3.151 7	5.272 0	7.388 2	0.382	3.180 2	5.322 9	7.460 8
0.355	3.152 6	5.273 7	7.390 7	0.383	3.181 2	5.324 9	7.463 6
0.356	3.153 6	5.275 5	7.393 1	0.384	3.182 3	5.326 8	7.466 3
0.357	3.154 6	5.277 2	7.395 6	0.385	3.183 4	5.328 7	7.469 1
0.358	3.155 5	5.278 9	7.398 1	0.386	3.184 5	5.330 7	7.471 9
0.359	3.156 5	5.280 7	7.400 6	0.387	3.185 6	5.332 7	7.474 7
0.360	3.157 5	5.282 4	7.403 1	0.388	3.186 7	5.334 6	7.477 5
0.361	3.158 5	5.284 2	7.405 6	0.389	3.187 8	5.336 6	7.480 3
0.362	3.159 5	5.286 0	7.408 1	0.390	3.188 9	5.338 6	7.483 1
0.363	3.160 5	5.287 7	7.410 7	0.391	3.190 0	5.340 6	7.486 0

续表 1

k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.392	3.191 2	5.342 6	7.488 8	0.420	3.224 5	5.402 0	7.573 5
0.393	3.192 3	5.344 6	7.491 7	0.421	3.225 8	5.404 3	7.576 7
0.394	3.193 4	5.346 6	7.494 6	0.422	3.227 0	5.406 5	7.580 0
0.395	3.194 6	5.348 6	7.497 4	0.423	3.228 3	5.408 8	7.583 2
0.396	3.195 7	5.350 7	7.500 3	0.424	3.229 6	5.411 1	7.586 4
0.397	3.196 8	5.352 7	7.503 3	0.425	3.230 9	5.413 4	7.589 7
0.398	3.198 0	5.354 8	7.506 2	0.426	3.232 2	5.415 7	7.593 0
0.399	3.199 1	5.356 8	7.509 1	0.427	3.233 4	5.418 0	7.596 2
0.400	3.200 3	5.358 9	7.512 1	0.428	3.234 7	5.420 3	7.599 5
0.401	3.201 5	5.361 0	7.515 0	0.429	3.236 0	5.422 6	7.602 8
0.402	3.202 6	5.363 0	7.518 0	0.430	3.237 4	5.424 9	7.606 2
0.403	3.203 8	5.365 1	7.521 0	0.431	3.238 7	5.427 3	7.609 5
0.404	3.205 0	5.367 2	7.524 0	0.432	3.240 0	5.429 6	7.612 9
0.405	3.206 2	5.369 3	7.527 0	0.433	3.241 3	5.432 0	7.616 2
0.406	3.207 4	5.371 5	7.530 0	0.434	3.242 7	5.434 4	7.619 6
0.407	3.208 6	5.373 6	7.533 0	0.435	3.244 0	5.436 7	7.623 0
0.408	3.209 7	5.375 7	7.536 1	0.436	3.245 3	5.439 1	7.626 4
0.409	3.211 0	5.377 9	7.539 1	0.437	3.246 7	5.441 5	7.629 8
0.410	3.212 2	5.380 0	7.542 2	0.438	3.248 0	5.443 9	7.633 2
0.411	3.213 4	5.382 2	7.545 3	0.439	3.249 4	5.446 4	7.636 7
0.412	3.214 6	5.384 4	7.548 3	0.440	3.250 8	5.448 8	7.640 2
0.413	3.215 8	5.386 5	7.551 4	0.441	3.252 1	5.451 2	7.643 6
0.414	3.217 0	5.388 7	7.554 6	0.442	3.253 5	5.453 7	7.647 1
0.415	3.218 3	5.390 9	7.557 7	0.443	3.254 9	5.456 1	7.650 6
0.416	3.219 5	5.393 1	7.560 8	0.444	3.256 3	5.458 6	7.654 1
0.417	3.220 7	5.395 3	7.564 0	0.445	3.257 7	5.461 1	7.657 7
0.418	3.222 0	5.397 6	7.567 2	0.446	3.259 1	5.463 6	7.661 2
0.419	3.223 2	5.399 8	7.570 3	0.447	3.260 5	5.466 1	7.664 8

续表 1

k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.448	3.261 9	5.468 6	7.668 3	0.476	3.303 8	5.543 1	7.774 5
0.449	3.263 3	5.471 1	7.671 9	0.477	3.305 4	5.546 0	7.778 5
0.450	3.264 7	5.473 6	7.675 5	0.478	3.307 0	5.548 8	7.782 6
0.451	3.266 1	5.476 2	7.679 1	0.479	3.308 6	5.551 6	7.786 6
0.452	3.267 6	5.478 7	7.682 8	0.480	3.310 2	5.554 5	7.790 7
0.453	3.269 0	5.481 3	7.686 4	0.481	3.311 8	5.557 4	7.794 8
0.454	3.270 4	5.483 9	7.690 1	0.482	3.313 4	5.560 2	7.798 9
0.455	3.271 9	5.486 4	7.693 8	0.483	3.315 0	5.563 1	7.803 0
0.456	3.273 4	5.489 0	7.697 5	0.484	3.316 7	5.566 0	7.807 1
0.457	3.274 8	5.491 6	7.701 2	0.485	3.318 3	5.569 0	7.811 3
0.458	3.276 3	5.494 2	7.704 9	0.486	3.320 0	5.571 9	7.815 4
0.459	3.277 8	5.496 9	7.708 6	0.487	3.321 6	5.574 8	7.819 6
0.460	3.279 2	5.499 5	7.712 4	0.488	3.323 3	5.577 8	7.823 8
0.461	3.280 7	5.502 1	7.716 1	0.489	3.324 9	5.580 8	7.828 0
0.462	3.282 2	5.504 8	7.719 9	0.490	3.326 6	5.583 7	7.832 3
0.463	3.283 7	5.507 5	7.723 7	0.491	3.328 3	5.586 7	7.836 5
0.464	3.285 2	5.510 1	7.727 5	0.492	3.330 0	5.589 7	7.840 8
0.465	3.286 7	5.512 8	7.731 4	0.493	3.331 7	5.592 7	7.845 1
0.466	3.288 3	5.515 5	7.735 2	0.494	3.333 4	5.595 8	7.849 4
0.467	3.289 8	5.518 2	7.739 1	0.495	3.335 1	5.598 8	7.853 7
0.468	3.291 3	5.521 0	7.742 9	0.496	3.336 8	5.601 9	7.858 1
0.469	3.292 8	5.523 7	7.746 8	0.497	3.338 6	5.604 9	7.862 4
0.470	3.294 4	5.526 4	7.750 7	0.498	3.340 3	5.608 0	7.866 8
0.471	3.295 9	5.529 2	7.754 6	0.499	3.342 0	5.611 1	7.871 2
0.472	3.297 5	5.532 0	7.758 6	0.500	3.343 8	5.614 2	7.875 6
0.473	3.299 1	5.534 7	7.762 5	0.501	3.345 5	5.617 3	7.880 1
0.474	3.300 6	5.537 5	7.766 5	0.502	3.347 3	5.620 4	7.884 5
0.475	3.302 2	5.540 3	7.770 5	0.503	3.349 1	5.623 6	7.889 0

续表 1

k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_t	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.504	3.350 8	5.626 7	7.893 5	0.532	3.403 8	5.720 7	8.027 1
0.505	3.352 6	5.629 9	7.898 0	0.533	3.405 8	5.724 2	8.032 2
0.506	3.354 4	5.633 1	7.902 5	0.534	3.407 8	5.727 8	8.037 3
0.507	3.356 2	5.636 3	7.907 1	0.535	3.409 9	5.731 4	8.042 4
0.508	3.358 0	5.639 5	7.911 6	0.536	3.411 9	5.735 0	8.047 5
0.509	3.359 8	5.642 7	7.916 2	0.537	3.413 9	5.738 6	8.052 7
0.510	3.361 7	5.645 9	7.920 8	0.538	3.416 0	5.742 3	8.057 9
0.511	3.363 5	5.649 2	7.925 4	0.539	3.418 1	5.745 9	8.063 1
0.512	3.365 3	5.652 4	7.930 1	0.540	3.420 1	5.749 6	8.068 3
0.513	3.367 2	5.655 7	7.934 7	0.541	3.422 2	5.753 3	8.073 6
0.514	3.369 0	5.659 0	7.939 4	0.542	3.424 3	5.757 0	8.078 8
0.515	3.370 9	5.662 3	7.944 1	0.543	3.426 4	5.760 7	8.084 1
0.516	3.372 8	5.665 6	7.948 8	0.544	3.428 5	5.764 4	8.089 4
0.517	3.374 6	5.669 0	7.953 6	0.545	3.430 6	5.768 2	8.094 8
0.518	3.376 5	5.672 3	7.958 3	0.546	3.432 8	5.772 0	8.100 1
0.519	3.378 4	5.675 7	7.963 1	0.547	3.434 9	5.775 8	8.105 5
0.520	3.380 3	5.679 0	7.967 9	0.548	3.437 0	5.779 6	8.110 9
0.521	3.382 2	5.682 4	7.972 7	0.549	3.439 2	5.783 4	8.116 3
0.522	3.384 1	5.685 8	7.977 6	0.550	3.441 4	5.787 2	8.121 8
0.523	3.386 1	5.689 2	7.982 4	0.551	3.443 5	5.791 1	8.127 3
0.524	3.388 0	5.692 7	7.987 3	0.552	3.445 7	5.794 9	8.132 8
0.525	3.390 0	5.696 1	7.992 2	0.553	3.447 9	5.798 8	8.138 3
0.526	3.391 9	5.699 6	7.997 2	0.554	3.450 1	5.802 7	8.143 9
0.527	3.393 9	5.703 1	8.002 1	0.555	3.452 3	5.806 6	8.149 4
0.528	3.395 8	5.706 5	8.007 1	0.556	3.454 6	5.810 6	8.155 0
0.529	3.397 8	5.710 0	8.012 0	0.557	3.456 8	5.814 5	8.160 6
0.530	3.399 8	5.713 6	8.017 1	0.558	3.459 0	5.818 5	8.166 3
0.531	3.401 8	5.717 1	8.022 1	0.559	3.461 3	5.822 5	8.172 0