



中华人民共和国国家标准

GB/T 3389.6—1997

压电陶瓷材料性能测试方法 长方片厚度切变振动模式

Test methods for properties
of piezoelectric ceramics
Thickness-shear vibration mode for rectangular plate

1997-12-09 发布

1998-09-01 实施

国家技术监督局 发布

目 次

前言	1
1 范围	1
2 引用标准	1
3 定义和符号	1
4 测试原理	1
5 测试条件	2
6 测试方法	3
附录 A(标准的附录) f_{si}/f_{s1} 与 k_{15} 的关系	8
附录 B(标准的附录) f_{si}/f_p 与 k_{15} 的关系	22

前 言

本标准是在 GB 3389.6—82《压电陶瓷材料性能测试方法 长方片厚度切变振动模式》的基础上修订的。

与 GB 3389.6—82 对比,主要作了如下的修订:

- 1) 按照 GB/T 1.1—1993 的规定,增加了前言。
- 2) 试验方法增加“电桥法”。
- 3) 环境条件按照 GB 2421—89《电工电子产品基本环境试验规程 总则》的规定。
- 4) 删去原标准中的符号表。

本标准的附录 A 和附录 B 都是标准的附录。

本标准从实施之日起,同时代替 GB 3389.6—82。

本标准由中华人民共和国电子工业部提出。

本标准由全国铁电压电陶瓷标准化技术委员会归口。

本标准主要起草单位:电子工业部标准化研究所、江苏雷声电子设备厂。

本标准主要起草人:王玉功、罗绍棠。

中华人民共和国国家标准

压电陶瓷材料性能测试方法 长方片厚度切变振动模式

GB/T 3389.6—1997

代替 GB 3389.6—82

Test methods for properties
of piezoelectric ceramics
Thickness-shear vibration mode for rectangular plate

1 范围

本标准规定了压电陶瓷材料长方片厚度切变振动模式的介电、压电和弹性性能的测试方法。
本标准适用于压电陶瓷材料长方片厚度切变振动模式参数性能的测试。

2 引用标准

下列标准所包含的条文,通过在本标准中引用而构成本标准的条文,本标准出版时,所示版本均为有效。所有标准都会被修订,使用本标准的各方应探讨使用下列标准最新版本的可能性。

GB 2413—81 压电陶瓷材料体积密度测量方法

GB 2421—89 电工电子产品基本环境试验规程 总则

GB/T 3389.1—1996 铁电压电陶瓷词汇

3 定义和符号

本标准中采用的定义和符号按 GB/T 3389.1 的规定。

4 测试原理

4.1 厚度切变振动

厚度切变振动如图 1 所示,振子沿 Z 方向极化,沿 X 方向施加激励电场,则在 ZX 面上产生剪切力图 1a,使 ZX 面产生切变图 1b。当电场反向时,则 ZX 面产生反方向切变图 1c。在交变电场激励下,振子产生质点位移沿 Z 方向的切变振动,波的传播方向沿 X 方向,故切变波为横波。

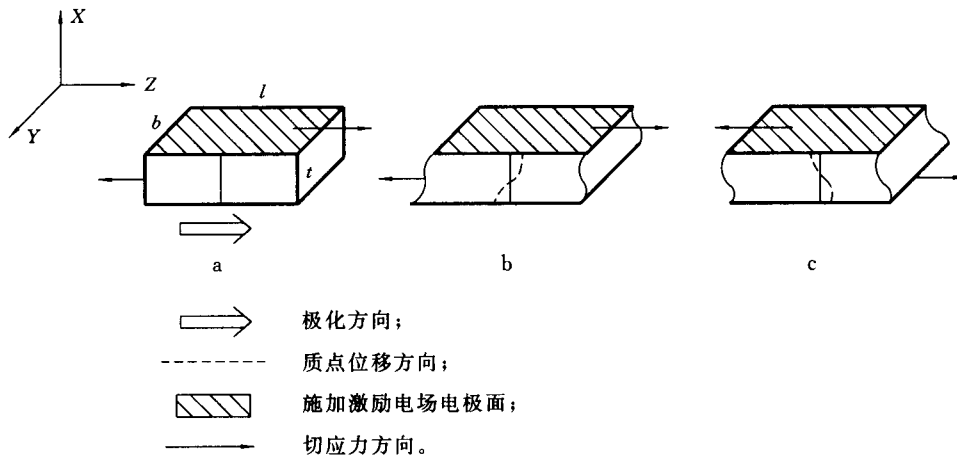


图1 厚度切变振动示意图

4.2 频率方程

在电学短路条件下,自由振动的全电极压电振子厚度切变模的基音频率和泛音频率都满足公式(1)所示的频率方程:

$$\operatorname{tg} x = \frac{x}{k_{15}^2} \quad (1)$$

式中: k_{15} ——厚度切变振动机电耦合系数;

x ——归一化频率,其表达式为:

$$x = \frac{\omega_{si} t}{2v_s^D} \quad (2)$$

式中: ω_{si} ——基频或泛音的角频率, rad/s , $\omega_{si} = 2\pi f_{si}$ ($i=1, 3, 5, \dots$, 当 $i=1$ 时为基频);

v_s^D ——厚度切变声速, m/s ;

t ——振子厚度, m 。

公式(1)表明,和厚度切变振动模振子的串联谐振频率相联系的归一化频率 x 只与机电耦合系数 k_{15} 有关。因此,压电振子切变模的泛音频率与基音频率之比,即泛音比也只与机电耦合系数 k_{15} 有关。故可利用泛音比确定切变模的机电耦合系数 k_{15} 。

解超越方程公式(1)可知,通过泛音比 f_{si}/f_{s1} 可以确定振子的厚度切变振动机电耦合系数 k_{15} 及其他相关参数。泛音比 f_{si}/f_{s1} 和厚度切变振动机电耦合系数 k_{15} 的对应关系见附录 A(标准的附录),基频及泛音频率与基音并联谐振频率之比 f_{si}/f_p 和机电耦合系数 k_{15} 的对应关系见附录 B(标准的附录)。

4.3 测量概述

本标准采用泛音比法测试压电陶瓷长方片厚度切变振动模式的材料性能,采用传输网络测量振子基音模式和泛音模式时的最大传输频率 f_{mT} ,基音模式时的最小阻抗 Z_m ;采用阻抗分析仪测量振子的基音模式和泛音模式时的最大导纳频率 f_m 或谐振频率 f_r ,基音模式时的最小阻抗 Z_m 或谐振电阻 R_r 。

在一级近似下 $f_{mT} = f_m = f_r = f_g$, $|Z_m| = R_r = R_1$ 。当测量基频 f_{s1} 和泛音频率 f_{si} 后,计算泛音比 f_{si}/f_{s1} ,由附录 A(标准的附录)确定厚度切变振动机电耦合系数 k_{15} ,并计算振子的其他参数。

5 测试条件

5.1 环境条件

测试环境条件按 GB 2421 的规定执行。

a) 试验的标准大气条件

温度	相对湿度	气压
15~35℃	45%~75%	86~106kPa

b) 仲裁试验的标准大气条件

温度	相对湿度	气压
25±2℃	45%~55%	86~106kPa

5.2 试样尺寸及要求

试样为长方片,其长度 l 与厚度 t 之比 $l/t \geq 10$,长度 l 与宽度 b 之比 $l/b \geq 2$,试样三度方向之间垂直度的误差不大于 5° 。两主平面的平行度不大于厚度公差的一半。

推荐试样尺寸:12mm×6mm×1mm。

在试样垂直于长度 l 方向的 bt 面上全部被敷金属层作为极化处理电极,沿长度方向施加极化电场。极化处理后在常温下,除去极化电极,并在主平面 lb 面上全部被敷金属层作为激励电极。

试样应保持清洁干燥,根据不同瓷料的要求,极化后存放一定时间,并在5.1规定的环境条件下放置2h后进行测试。

5.3 测试信号要求

- 测电容和介质损耗时,电场 $E \leq 5\text{V/mm}$,频率 $f = 1\text{kHz}$;
- 测频率及动态电阻时,电场 $E \leq 30\text{mV/mm}$ 。

6 测试方法

6.1 自由电容 C^T ,介质损耗角正切 $\text{tg}\delta$ 的测试

6.1.1 测试设备及要求

电桥:电容测量误差不大于0.5%;介质损耗角正切值测量误差不大于 $10\% + 1 \times 10^{-4}$ 。

6.1.2 测试程序

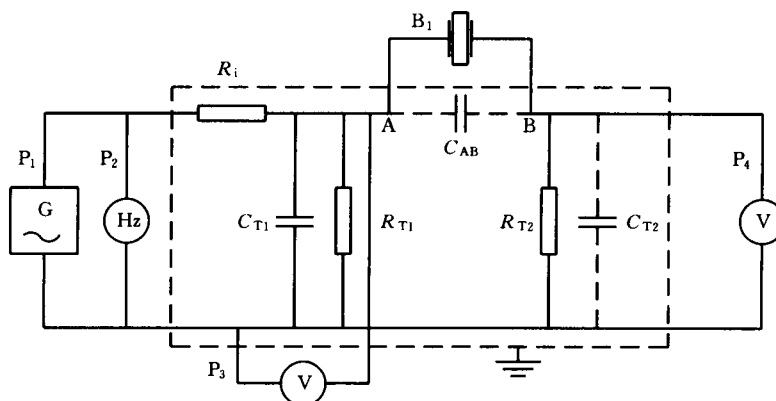
将试样接至电桥上,直接测出其电容量和介质损耗角正切值。

6.2 基频和泛音频率 f_n 及动态电阻 R_l 的测试

6.2.1 传输线路法

6.2.1.1 测试线路(一)

测试线路为恒压源传输测试线路,如图2所示,图中分压电阻 R_l 的值与信号发生器的输出阻抗匹配, $R_l \geq 10R_{T1}$,一般取 $R_{T1} = R_{T2}$, $R_{T2} \leq R_l$ 。AB间的分布电容 C_{AB} 远低于试样的自由电容 C^T ,分布电容 C_{T1} , C_{T2} 的电抗应满足 $1/(\omega C_{T1}) \gg R_{T1}$, $1/(\omega C_{T2}) \gg R_{T2}$ 。

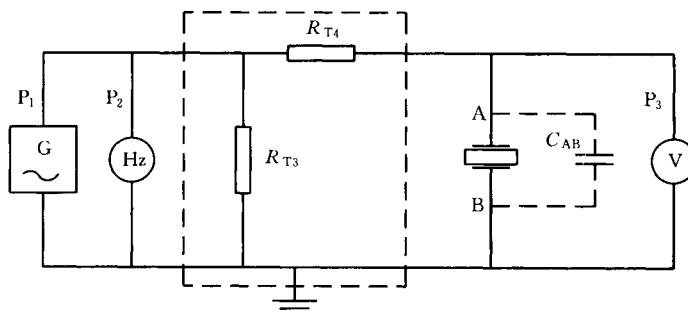


P₁—信号发生器;P₂—数字频率计;P₃、P₄—高频电压表;B₁—试样;
R_l、R_{T1}—分压电阻;R_{T2}—终端电阻;C_{T1}、C_{T2}、C_{AB}—分布电容

图2 恒压源传输测试线路

6.2.1.2 测试线路(二)

测试线路(二)为恒流源传输测试线路,如图3所示,图中匹配电阻 R_{T3} 阻值与信号发生器的输出阻抗相匹配,限流电阻 R_{T4} 的取值应远大于试样动态电阻 R_1 ,参考值为 $1\text{k}\Omega$,AB间分布电容 C_{AB} 远低于试样的自由电容 C^T 。



P₁—信号发生器;P₂—数字频率计;P₃—高频电压表;B₁—试样;

R_{T3} —匹配电阻; R_{T4} —限流电阻; C_{AB} —分布电容

图3 恒流源传输测试线路

6.2.1.3 测试设备及要求

a) 信号发生器:频率瞬时稳定度高于待测频率的准确度,输出波形为正弦波,谐波失真抑制大于30dB;

b) 频率计:频率分辨率优于1Hz,输入阻抗远大于信号发生器输出阻抗,且不影响信号发生器的输出电平;

c) 电压表:输入阻抗大于 $1\text{M}\Omega$,输入电容不大于40pF,频率范围满足测试要求;

d) 屏蔽盒与样品支架:屏蔽盒与各仪器连线用短屏蔽线;屏蔽盒应接地良好,接插件采用高频电缆插头,支架电极夹持点直径约0.5mm,两中心对准,以使支架能稳固地支撑试样,又使试样处于自由振动状态。

6.2.1.4 测试程序

a) 基频 f_{s1} 的测量

将被测试样置于样品支架上,接入测试线路,调整信号发生器输出电压,使其符合5.3的规定,在试样厚度切变振动基频附近,调节信号发生器频率,使测试线路(一)终端电压表指示最大或测试线路(二)终端电压表指示最小,此频率即为试样厚度切变振动基频 f_{s1} 。

b) 泛音频率 f_{s3} 、 f_{s5} 、 f_{s7} 的测量

测量基频 f_{s1} 后,在5.3规定的测试电场下,调高信号发生器频率,在试样厚度切变模三次、五次、七次泛音频率附近,使测试线路(一)终端电压表指示最大或测试线路(二)终端电压表指示最小,依次得到试样厚度切变模的三、五、七次泛音频率 f_{s3} 、 f_{s5} 、 f_{s7} 。

c) 动态电阻 R_1 的测量

用测试线路(一)测量基频 f_{s1} 时,用电压表读出基频 f_{s1} 时输入电压 V_1 和终端输出电压 V_2 ,按公式(3)计算试样的谐振阻抗,在一级近似下即为试样动态电阻 R_1 。

$$R_1 = \frac{V_1 - V_2}{V_2} R_{T2} \dots\dots\dots (3)$$

式中: R_1 ——动态电阻, Ω ;

R_{T2} ——终端电阻, Ω ;

V_1 —— R_{T1} 二端电压,V;

V_2 —— R_{T2} 二端电压,V。

此方法受引线电感等的影响,测得的动态电阻 R_1 误差较大。

6.2.2 电桥法

6.2.2.1 测试线路

如图 4 所示。

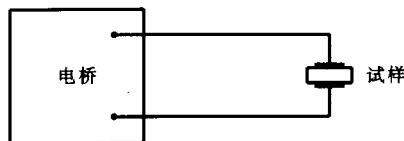


图 4 电桥法测试示意图

6.2.2.2 测试设备及要求

- a) 电桥:频率准确度优于 10^{-4} ,阻抗分辨率优于 0.05Ω ;
- b) 样品支架:同 6.2.1.3d 的要求。

6.2.2.3 测试程序

- a) 基频 f_{s1} 和动态电阻 R_1 的测量

将试样置于支架上,接入电桥输入端,如图 4 所示。调整电桥输出电压,使其符合 5.3 的规定。在试样厚度切变模基频附近调节电桥频率,使试样阻抗最小,此时频率即为基频 f_{s1} ,阻抗即为动态电阻 R_1 。

- b) 泛音频率 f_{s3} 、 f_{s5} 、 f_{s7} 的测量

在测量基频 f_{s1} 后,调高电桥频率,在试样厚度切变模三次、五次、七次泛音频率附近,使试样阻抗分别出现最小值,此时频率分别为泛音频率 f_{s3} 、 f_{s5} 、 f_{s7} 。

6.3 试样尺寸的测量

用准确度优于 0.01mm 的量具测量试样的长度 l 、宽度 b 和厚度 t 。

6.4 材料参数的计算

6.4.1 厚度切变振动机电耦合系数 k_{15}

根据 6.2 测出的试样基频 f_{s1} 及泛音频率 f_{s3} 、 f_{s5} 、 f_{s7} ,分别计算泛音比 f_{s3}/f_{s1} 、 f_{s5}/f_{s1} 、 f_{s7}/f_{s1} 。由附录 A(标准的附录)得到相应的机电耦合系数 k_{15} 。一般情况下,从一个泛音比即可计算机电耦合系数 k_{15} 。测量计算同一试样的三个泛音比分别得到机电耦合系数 k_{15} 的三个值,再取其平均值来确定厚度切变振动机电耦合系数 k_{15} ,可提高测量及计算结果的准确度。

6.4.2 基音并联谐振频率 f_p

根据 6.2 测出的试样基频 f_{s1} 及泛音频率 f_{s3} 、 f_{s5} 、 f_{s7} ,根据 6.4.1 得到的机电耦合系数 k_{15} 值,查附录 B(标准的附录)得相应的 f_{s1}/f_p 值,再由试样基频和泛音频率 f_{s1} 、 f_{s3} 、 f_{s5} 、 f_{s7} 分别计算得到四个并联谐振频率,取其平均值,此即为该试样基音并联谐振频率 f_p 。

当可以较准确地测出基音并联谐振频率 f_p 时,也可用谐振-反谐振法测其厚度切变的基音串联谐振频率 f_{s1} 和并联谐振频率 f_p ,并由此按公式(1)和公式(2)计算厚度切变振动机电耦合系数 k_{15} 及其他参数。

6.4.3 厚度切变频率常数 N_5

根据 6.3 测出的试样厚度 t ,以及按 6.4.2 得到的试样基音并联谐振频率 f_p ,用公式(4)计算厚度切变频率常数 N_5 。

$$N_5 = f_p t \quad \dots\dots\dots (4)$$

式中: N_5 ——厚度切变频率常数, $\text{Hz} \cdot \text{m}$;

f_p ——基音并联谐振频率, Hz ;

t ——试样厚度, m 。

6.4.4 厚度切变声速 v_s^D

根据 6.3 测出的试样厚度 t ,以及按 6.4.2 得到的试样基音并联谐振频率 f_p ,用公式(5)计算厚度切变声速 v_s^D 。

$$v_5^D = 2f_p \cdot t \dots\dots\dots (5)$$

式中: v_5^D ——厚度切变声速, m/s;

f_p ——基音并联谐振频率, Hz;

t ——试样厚度, m。

6.4.5 厚度切变振动机械品质因数 Q_m

根据 6.2 测得的基频 f_{s1} 和动态电阻 R_1 , 根据 6.1 测得的自由电容 C^T , 以及按 6.4.2 得到的试样基音并联谐振频率 f_p , 用公式(6)计算机械品质因数 Q_m 。

$$Q_m = \frac{f_p^2}{2\pi f_{s1} C^T R_1 (f_p^2 - f_{s1}^2)} \dots\dots\dots (6)$$

式中: Q_m ——厚度切变振动机械品质因数 Q_m ;

f_{s1} ——基频, Hz;

f_p ——基音并联谐振频率, Hz;

R_1 ——动态电阻, Ω ;

C^T ——自由电容, F。

6.4.6 自由相对电容率 ϵ_{r1}^T

根据 6.1 测得的自由电容 C^T , 根据 6.3 测得的试样长度 l , 宽度 b , 厚度 t , 用公式(7)计算自由相对电容率 ϵ_{r1}^T 。

$$\epsilon_{r1}^T = \frac{C^T t}{lb\epsilon_0} \dots\dots\dots (7)$$

式中: ϵ_{r1}^T ——自由相对电容率;

C^T ——自由电容, F;

ϵ_0 ——真空电容率, F/m;

t ——试样厚度, m;

l ——试样长度, m;

b ——试样宽度, m。

6.4.7 受夹相对电容率 ϵ_{r1}'

根据 6.4.1 得到的厚度切变振动机电耦合系数 k_{15} , 根据 6.4.6 得到的自由相对电容率 ϵ_{r1}^T , 用公式(8)计算受夹相对电容率 ϵ_{r1}' 。

$$\epsilon_{r1}' = (1 - k_{15}^2) \epsilon_{r1}^T \dots\dots\dots (8)$$

式中: ϵ_{r1}' ——受夹相对电容率;

k_{15} ——厚度切变振动机电耦合系数;

ϵ_{r1}^T ——自由相对电容率。

6.4.8 切变开路弹性柔顺常数 s_{55}^D

根据 GB 2413 规定的方法测得的试样密度 ρ , 根据 6.4.2 得到的基音并联谐振频率 f_p , 根据 6.3 测得的试样厚度 t , 用公式(9)计算切变开路弹性柔顺常数 s_{55}^D 。

$$s_{55}^D = \frac{1}{4\rho(f_p t)^2} \dots\dots\dots (9)$$

式中: s_{55}^D ——切变开路弹性柔顺常数, m^2/N ;

ρ ——试样体积密度, kg/m^3 ;

t ——试样厚度, m;

f_p ——基音并联谐振频率, Hz。

6.4.9 切变短路弹性柔顺常数 s_{55}^E

根据 6.4.8 得到的切变开路弹性柔顺常数 s_{55}^D , 根据 6.4.1 得到的厚度切变振动机电耦合系数 k_{15} ,

用公式(10)计算切变短路弹性柔顺常数 s_{55}^E 。

$$s_{55}^E = \frac{s_{55}^D}{1 - k_{15}^2} \dots\dots\dots (10)$$

式中: s_{55}^E ——切变短路弹性柔顺常数, m^2/N ;

s_{55}^D ——切变开路弹性柔顺常数, m^2/N ;

k_{15} ——厚度切变振动机电耦合系数。

6.4.10 切变压电应变常数 d_{15}

根据 6.4.1 得到的厚度切变振动机电耦合系数 k_{15} 和 6.4.6 得到的自由相对电容率 ϵ_{r1}^T , 以及 6.4.9 得到的切变短路弹性柔顺常数 s_{55}^E , 用公式(11)计算切变压电应变常数 d_{15} 。

$$d_{15} = k_{15} \sqrt{\epsilon_{r1}^T s_{55}^E \epsilon_0} \dots\dots\dots (11)$$

式中: d_{15} ——切变压电应变常数, $\text{C}/\text{N} = \text{m}/\text{V}$;

k_{15} ——厚度切变振动机电耦合系数;

ϵ_{r1}^T ——自由相对电容率;

s_{55}^E ——切变短路弹性柔顺常数, m^2/N ;

ϵ_0 ——真空电容率, F/m 。

6.4.11 切变压电电压常数 g_{15}

根据 6.4.10 得到的切变压电应变常数 d_{15} 和 6.4.6 得到的自由相对电容率 ϵ_{r1}^T , 用公式(12)计算切变压电电压常数 g_{15} 。

$$g_{15} = \frac{d_{15}}{\epsilon_{r1}^T \epsilon_0} \dots\dots\dots (12)$$

式中: g_{15} ——切变压电电压常数, $\text{V} \cdot \text{m}/\text{N} = \text{m}^2/\text{C}$;

d_{15} ——切变压电应变常数, $\text{C}/\text{N} = \text{m}/\text{V}$;

ϵ_{r1}^T ——自由相对电容率;

ϵ_0 ——真空电容率, F/m 。

附 录 A

(标准的附录)

 f_{si}/f_{s1} 与 k_{15} 的关系泛音比 f_{si}/f_{s1} 与厚度切变振动机电耦合系数 k_{15} 的对应关系见表A1。表 A1 f_{si}/f_{s1} 与 k_{15} 的关系

k_{15}	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_{15}	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.000	3.000 0	5.000 0	7.000 0	0.030	3.000 9	5.001 7	7.002 5
0.001	3.000 0	5.000 0	7.000 0	0.031	3.001 0	5.001 8	7.002 6
0.002	3.000 0	5.000 0	7.000 0	0.032	3.001 1	5.001 9	7.002 8
0.003	3.000 0	5.000 0	7.000 0	0.033	3.001 1	5.002 1	7.003 0
0.004	3.000 0	5.000 0	7.000 0	0.034	3.001 2	5.002 2	7.003 2
0.005	3.000 0	5.000 0	7.000 0	0.035	3.001 3	5.002 3	7.003 4
0.006	3.000 0	5.000 0	7.000 1	0.036	3.001 4	5.002 5	7.003 6
0.007	3.000 0	5.000 0	7.000 1	0.037	3.001 4	5.002 6	7.003 8
0.008	3.000 0	5.000 1	7.000 1	0.038	3.001 5	5.002 8	7.004 0
0.009	3.000 0	5.000 1	7.000 2	0.039	3.001 6	5.002 9	7.004 2
0.010	3.000 1	5.000 1	7.000 2	0.040	3.001 7	5.003 1	7.004 4
0.011	3.000 1	5.000 2	7.000 3	0.041	3.001 8	5.003 2	7.004 6
0.012	3.000 1	5.000 2	7.000 4	0.042	3.001 9	5.003 4	7.004 9
0.013	3.000 1	5.000 3	7.000 4	0.043	3.002 0	5.003 6	7.005 1
0.014	3.000 2	5.000 3	7.000 5	0.044	3.002 0	5.003 7	7.005 3
0.015	3.000 2	5.000 4	7.000 6	0.045	3.002 1	5.003 9	7.005 6
0.016	3.000 2	5.000 4	7.000 7	0.046	3.002 2	5.004 1	7.005 8
0.017	3.000 3	5.000 5	7.000 8	0.047	3.002 3	5.004 3	7.006 1
0.018	3.000 3	5.000 6	7.000 9	0.048	3.002 4	5.004 4	7.006 4
0.019	3.000 3	5.000 7	7.001 0	0.049	3.002 6	5.004 6	7.006 6
0.020	3.000 4	5.000 7	7.001 1	0.050	3.002 7	5.004 8	7.006 9
0.021	3.000 4	5.000 8	7.001 2	0.051	3.002 8	5.005 0	7.007 2
0.022	3.000 5	5.000 9	7.001 3	0.052	3.002 9	5.005 2	7.007 5
0.023	3.000 5	5.001 0	7.001 4	0.053	3.003 0	5.005 4	7.007 8
0.024	3.000 6	5.001 1	7.001 6	0.054	3.003 1	5.005 6	7.008 1
0.025	3.000 6	5.001 2	7.001 7	0.055	3.003 2	5.005 8	7.008 4
0.026	3.000 7	5.001 3	7.001 8	0.056	3.003 3	5.006 1	7.008 7
0.027	3.000 7	5.001 4	7.002 0	0.057	3.003 5	5.006 3	7.009 0
0.028	3.000 8	5.001 5	7.002 1	0.058	3.003 6	5.006 5	7.009 3
0.029	3.000 9	5.001 6	7.002 3	0.059	3.003 7	5.006 7	7.009 7

表 A1(续)

k_{15}	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_{15}	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.060	3.003 9	5.007 0	7.010 0	0.095	3.009 8	5.017 6	7.025 2
0.061	3.004 0	5.007 2	7.010 3	0.096	3.010 0	5.018 0	7.025 8
0.062	3.004 1	5.007 5	7.010 7	0.097	3.010 2	5.018 4	7.026 3
0.063	3.004 3	5.007 7	7.011 0	0.098	3.010 4	5.018 8	7.026 9
0.064	3.004 4	5.007 9	7.011 4	0.099	3.010 6	5.019 2	7.027 4
0.065	3.004 5	5.008 2	7.011 7	0.100	3.010 9	5.019 6	7.028 0
0.066	3.004 7	5.008 5	7.012 1	0.101	3.011 1	5.020 0	7.028 5
0.067	3.004 8	5.008 7	7.012 5	0.102	3.011 3	5.020 4	7.029 1
0.068	3.005 0	5.009 0	7.012 8	0.103	3.011 5	5.020 8	7.029 7
0.069	3.005 1	5.009 2	7.013 2	0.104	3.011 7	5.021 2	7.030 3
0.070	3.005 3	5.009 5	7.013 6	0.105	3.012 0	5.021 6	7.030 9
0.071	3.005 4	5.009 8	7.014 0	0.106	3.012 2	5.022 0	7.031 5
0.072	3.005 6	5.010 1	7.014 4	0.107	3.012 4	5.022 4	7.032 1
0.073	3.005 7	5.010 4	7.014 8	0.108	3.012 7	5.022 9	7.032 7
0.074	3.005 9	5.010 7	7.015 2	0.109	3.012 9	5.023 3	7.033 3
0.075	3.006 1	5.010 9	7.015 7	0.110	3.013 2	5.023 7	7.033 9
0.076	3.006 2	5.011 2	7.016 1	0.111	3.013 4	5.024 2	7.034 5
0.077	3.006 4	5.011 5	7.016 5	0.112	3.013 7	5.024 6	7.035 2
0.078	3.006 6	5.011 8	7.016 9	0.113	3.013 9	5.025 1	7.035 8
0.079	3.006 7	5.012 2	7.017 4	0.114	3.014 2	5.025 5	7.036 5
0.080	3.006 9	5.012 5	7.017 8	0.115	3.014 4	5.026 0	7.037 1
0.081	3.007 1	5.012 8	7.018 3	0.116	3.014 7	5.026 4	7.037 8
0.082	3.007 3	5.013 1	7.018 7	0.117	3.014 9	5.026 9	7.038 4
0.083	3.007 4	5.013 4	7.019 2	0.118	3.015 2	5.027 4	7.039 1
0.084	3.007 6	5.013 8	7.019 7	0.119	3.015 4	5.027 8	7.039 8
0.085	3.007 8	5.014 1	7.020 1	0.120	3.015 7	5.028 3	7.040 4
0.086	3.008 0	5.014 4	7.020 6	0.121	3.016 0	5.028 8	7.041 1
0.087	3.008 2	5.014 8	7.021 1	0.122	3.016 2	5.029 3	7.041 8
0.088	3.008 4	5.015 1	7.021 6	0.123	3.016 5	5.029 8	7.042 5
0.089	3.008 6	5.015 5	7.022 1	0.124	3.016 8	5.030 2	7.043 2
0.090	3.008 8	5.015 8	7.022 6	0.125	3.017 1	5.030 7	7.043 9
0.091	3.009 0	5.016 2	7.023 1	0.126	3.017 3	5.031 2	7.044 7
0.092	3.009 2	5.016 5	7.023 6	0.127	3.017 6	5.031 8	7.045 4
0.093	3.009 4	5.016 9	7.024 2	0.128	3.017 9	5.032 3	7.046 1
0.094	3.009 6	5.017 3	7.024 7	0.129	3.018 2	5.032 8	7.046 8

表 A1(续)

k_{15}	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_{15}	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.130	3.018 5	5.033 3	7.047 6	0.165	3.030 1	5.054 1	7.077 3
0.131	3.018 8	5.033 8	7.048 3	0.166	3.030 5	5.054 8	7.078 3
0.132	3.019 1	5.034 3	7.049 1	0.167	3.030 8	5.055 5	7.079 3
0.133	3.019 4	5.034 9	7.049 8	0.168	3.031 2	5.056 2	7.080 2
0.134	3.019 7	5.035 4	7.050 6	0.169	3.031 6	5.056 9	7.081 2
0.135	3.020 0	5.035 9	7.051 4	0.170	3.032 0	5.057 5	7.082 2
0.136	3.020 3	5.036 5	7.052 1	0.171	3.032 4	5.058 2	7.083 2
0.137	3.020 6	5.037 0	7.052 9	0.172	3.032 8	5.058 9	7.084 2
0.138	3.020 9	5.037 6	7.053 7	0.173	3.033 1	5.059 7	7.085 2
0.139	3.021 2	5.038 1	7.054 5	0.174	3.033 5	5.060 4	7.086 2
0.140	3.021 5	5.038 7	7.055 3	0.175	3.033 9	5.061 1	7.087 3
0.141	3.021 8	5.039 3	7.056 1	0.176	3.034 3	5.061 8	7.088 3
0.142	3.022 1	5.039 8	7.056 9	0.177	3.034 7	5.062 5	7.089 3
0.143	3.022 4	5.040 4	7.057 7	0.178	3.035 1	5.063 2	7.090 4
0.144	3.022 8	5.041 0	7.058 6	0.179	3.035 6	5.064 0	7.091 4
0.145	3.023 1	5.041 6	7.059 4	0.180	3.036 0	5.064 7	7.092 4
0.146	3.023 4	5.042 2	7.060 2	0.181	3.036 4	5.065 5	7.093 5
0.147	3.023 7	5.042 8	7.061 1	0.182	3.036 8	5.066 2	7.094 6
0.148	3.024 1	5.043 3	7.061 9	0.183	3.037 2	5.067 0	7.095 6
0.149	3.024 4	5.043 9	7.062 8	0.184	3.037 6	5.067 7	7.096 7
0.150	3.024 7	5.044 6	7.063 7	0.185	3.038 1	5.068 5	7.097 8
0.151	3.025 1	5.045 2	7.064 5	0.186	3.038 5	5.069 2	7.098 9
0.152	3.025 4	5.045 8	7.065 4	0.187	3.038 9	5.070 0	7.100 0
0.153	3.025 8	5.046 4	7.066 3	0.188	3.039 3	5.070 8	7.101 1
0.154	3.026 1	5.047 0	7.067 2	0.189	3.039 8	5.071 6	7.102 2
0.155	3.026 5	5.047 6	7.068 1	0.190	3.040 2	5.072 3	7.103 3
0.156	3.026 8	5.048 3	7.069 0	0.191	3.040 6	5.073 1	7.104 5
0.157	3.027 2	5.048 9	7.069 9	0.192	3.041 1	5.073 9	7.105 6
0.158	3.027 5	5.049 5	7.070 8	0.193	3.041 5	5.074 7	7.106 7
0.159	3.027 9	5.050 2	7.071 7	0.194	3.042 0	5.075 5	7.107 9
0.160	3.028 2	5.050 8	7.072 6	0.195	3.042 4	5.076 3	7.109 0
0.161	3.028 6	5.051 5	7.073 6	0.196	3.042 9	5.077 1	7.110 2
0.162	3.029 0	5.052 1	7.074 5	0.197	3.043 3	5.078 0	7.111 3
0.163	3.029 3	5.052 8	7.075 4	0.198	3.043 8	5.078 8	7.112 5
0.164	3.029 7	5.053 5	7.076 4	0.199	3.044 3	5.079 6	7.113 7

表 A1(续)

k_{15}	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_{15}	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.200	3.0447	5.080 4	7.114 9	0.23 5	3.062 6	5.112 5	7.160 7
0.201	3.045 2	5.081 3	7.116 1	0.236	3.063 2	5.113 5	7.162 1
0.202	3.045 6	5.082 1	7.117 3	0.237	3.063 7	5.114 5	7.163 6
0.203	3.046 1	5.082 9	7.118 5	0.238	3.064 3	5.115 6	7.165 0
0.204	3.046 6	5.083 8	7.119 7	0.239	3.064 9	5.116 6	7.166 5
0.205	3.047 1	5.084 6	7.120 9	0.240	3.065 4	5.117 6	7.168 0
0.206	3.047 5	5.085 5	7.122 1	0.241	3.066 0	5.118 6	7.169 4
0.207	3.048 0	5.086 4	7.123 4	0.242	3.066 6	5.119 7	7.170 9
0.208	3.048 5	5.087 2	7.124 6	0.243	3.067 2	5.120 7	7.172 4
0.209	3.049 0	5.088 1	7.125 9	0.244	3.067 7	5.121 8	7.173 9
0.210	3.049 5	5.089 0	7.127 1	0.245	3.068 3	5.122 8	7.175 4
0.211	3.050 0	5.089 9	7.128 4	0.246	3.068 9	5.123 9	7.176 9
0.212	3.050 5	5.090 8	7.129 6	0.247	3.069 5	5.124 9	7.178 4
0.213	3.051 0	5.091 7	7.130 9	0.248	3.070 1	5.126 0	7.180 0
0.214	3.051 5	5.092 5	7.132 2	0.249	3.070 7	5.127 1	7.181 5
0.215	3.052 0	5.093 5	7.133 5	0.250	3.071 3	5.128 2	7.183 0
0.216	3.052 5	5.094 4	7.134 8	0.251	3.071 9	5.129 3	7.184 6
0.217	3.053 0	5.095 3	7.136 1	0.252	3.072 5	5.130 3	7.186 1
0.218	3.053 5	5.096 2	7.137 4	0.253	3.073 1	5.131 4	7.187 7
0.219	3.054 0	5.097 1	7.138 7	0.254	3.073 7	5.132 5	7.189 3
0.220	3.054 5	5.098 0	7.140 0	0.255	3.074 4	5.133 6	7.190 8
0.221	3.055 0	5.099 0	7.141 3	0.256	3.075 0	5.134 8	7.192 4
0.222	3.055 6	5.099 9	7.142 7	0.257	3.075 6	5.135 9	7.194 0
0.223	3.056 1	5.100 8	7.144 0	0.258	3.076 2	5.137 0	7.195 6
0.224	3.056 6	5.101 8	7.145 4	0.259	3.076 9	5.138 1	7.197 2
0.225	3.057 1	5.102 7	7.146 7	0.260	3.077 5	5.139 3	7.198 8
0.226	3.057 7	5.103 7	7.148 1	0.261	3.078 1	5.140 4	7.200 5
0.227	3.058 2	5.104 7	7.149 5	0.262	3.078 8	5.141 5	7.202 1
0.228	3.058 7	5.105 6	7.150 9	0.263	3.079 4	5.142 7	7.203 7
0.229	3.059 3	5.106 6	7.152 2	0.264	3.080 1	5.143 8	7.205 4
0.230	3.059 8	5.107 6	7.153 6	0.265	3.080 7	5.145 0	7.207 0
0.231	3.060 4	5.108 6	7.155 0	0.266	3.081 3	5.146 2	7.208 7
0.232	3.060 9	5.109 5	7.156 4	0.267	3.082 0	5.147 3	7.210 4
0.233	3.061 5	5.110 5	7.157 9	0.268	3.082 7	5.148 5	7.212 1
0.234	3.062 0	5.111 5	7.159 3	0.269	3.083 3	5.149 7	7.213 7

表 A1(续)

k_{15}	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_{15}	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.270	3.084 0	5.150 9	7.215 4	0.305	3.109 2	5.196 0	7.279 9
0.271	3.084 6	5.152 1	7.217 1	0.306	3.110 0	5.197 4	7.281 9
0.272	3.085 3	5.153 3	7.218 8	0.307	3.110 7	5.198 8	7.283 9
0.273	3.086 0	5.154 5	7.220 6	0.308	3.111 5	5.200 2	7.285 9
0.274	3.086 7	5.155 7	7.222 3	0.309	3.112 3	5.201 7	7.287 9
0.275	3.087 3	5.156 9	7.224 0	0.310	3.113 1	5.203 1	7.289 9
0.276	3.088 0	5.158 1	7.225 8	0.311	3.113 9	5.204 5	7.291 9
0.277	3.088 7	5.159 3	7.227 5	0.312	3.114 7	5.205 9	7.294 0
0.278	3.089 4	5.160 6	7.229 3	0.313	3.115 5	5.207 4	7.296 0
0.279	3.090 1	5.161 8	7.231 0	0.314	3.116 3	5.208 8	7.298 1
0.280	3.090 8	5.163 1	7.232 8	0.315	3.117 1	5.210 3	7.300 2
0.281	3.091 5	5.164 3	7.234 6	0.316	3.118 0	5.211 7	7.302 3
0.282	3.092 2	5.165 6	7.236 4	0.317	3.118 8	5.213 2	7.304 3
0.283	3.092 9	5.166 8	7.238 2	0.318	3.119 6	5.214 7	7.306 4
0.284	3.093 6	5.168 1	7.240 0	0.319	3.120 4	5.216 1	7.308 6
0.285	3.094 3	5.169 4	7.241 8	0.320	3.121 2	5.217 6	7.310 7
0.286	3.095 0	5.170 6	7.243 6	0.321	3.122 1	5.219 1	7.312 8
0.287	3.095 7	5.171 9	7.245 5	0.322	3.122 9	5.220 6	7.314 9
0.288	3.096 4	5.173 2	7.247 3	0.323	3.123 8	5.222 1	7.317 1
0.289	3.097 2	5.174 5	7.249 1	0.324	3.124 6	5.223 6	7.319 2
0.290	3.097 9	5.175 8	7.251 0	0.325	3.125 4	5.225 1	7.321 4
0.291	3.098 6	5.177 1	7.252 9	0.326	3.126 3	5.226 7	7.323 6
0.292	3.099 4	5.178 4	7.254 7	0.327	3.127 2	5.228 2	7.325 7
0.293	3.100 1	5.179 7	7.256 6	0.328	3.128 0	5.229 7	7.327 9
0.294	3.100 8	5.181 1	7.258 5	0.329	3.128 9	5.231 3	7.330 1
0.295	3.101 6	5.182 4	7.260 4	0.330	3.129 7	5.232 8	7.332 3
0.296	3.102 3	5.183 7	7.262 3	0.331	3.130 6	5.234 4	7.334 6
0.297	3.103 1	5.185 1	7.264 2	0.332	3.131 5	5.235 9	7.336 8
0.298	3.103 8	5.186 4	7.266 2	0.333	3.132 4	5.237 5	7.339 0
0.299	3.104 6	5.187 8	7.268 1	0.334	3.133 2	5.239 1	7.341 3
0.300	3.105 3	5.189 1	7.270 0	0.335	3.134 1	5.240 7	7.343 5
0.301	3.106 1	5.195 5	7.272 0	0.336	3.135 0	5.242 3	7.345 8
0.302	3.106 9	5.191 9	7.273 9	0.337	3.135 9	5.243 8	7.348 1
0.303	3.107 6	5.193 3	7.275 9	0.338	3.136 8	5.245 5	7.350 3
0.304	3.108 4	5.194 6	7.277 9	0.339	3.137 7	5.247 1	7.352 6

表 A1(续)

k_{15}	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}	k_{15}	f_{s3}/f_{s1}	f_{s5}/f_{s1}	f_{s7}/f_{s1}
0.340	3.138 6	5.248 7	7.354 9	0.375	3.172 7	5.309 7	7.441 9
0.341	3.139 5	5.250 3	7.357 3	0.376	3.173 8	5.311 5	7.444 6
0.342	3.140 4	5.251 9	7.359 6	0.377	3.174 8	5.311 4	7.447 2
0.343	3.141 3	5.253 6	7.361 9	0.378	3.175 9	5.315 3	7.449 9
0.344	3.142 3	5.255 2	7.364 3	0.379	3.176 9	5.317 2	7.452 6
0.345	3.143 2	5.256 9	7.366 6	0.380	3.178 0	5.319 1	7.455 4
0.346	3.144 1	5.258 5	7.369 0	0.381	3.179 1	5.321 0	7.458 1
0.347	3.145 0	5.260 2	7.371 3	0.382	3.180 2	5.322 9	7.460 8
0.348	3.146 0	5.261 8	7.373 7	0.383	3.181 2	5.324 9	7.463 6
0.349	3.146 9	5.263 5	7.376 1	0.384	3.182 3	5.326 8	7.466 3
0.350	3.146 8	5.265 2	7.378 5	0.385	3.183 4	5.328 7	7.469 1
0.351	3.148 8	5.266 9	7.380 9	0.386	3.184 5	5.330 7	7.471 9
0.352	3.149 7	5.268 6	7.383 3	0.387	3.185 6	5.332 7	7.474 7
0.353	3.150 7	5.270 3	7.385 8	0.388	3.186 7	5.334 6	7.477 5
0.354	3.151 7	5.272 0	7.388 2	0.389	3.187 8	5.336 6	7.480 3
0.355	3.152 6	5.273 7	7.390 7	0.390	3.188 9	5.338 6	7.483 1
0.356	3.153 6	5.275 5	7.393 1	0.391	3.190 0	5.340 6	7.486 0
0.357	3.154 6	5.277 2	7.395 6	0.392	3.191 2	5.342 6	7.488 8
0.358	3.155 5	5.278 9	7.398 1	0.393	3.192 3	5.344 6	7.491 7
0.359	3.156 5	5.280 7	7.400 6	0.394	3.193 4	5.346 6	7.494 6
0.360	3.157 5	5.282 4	7.403 1	0.395	3.194 6	5.348 6	7.497 4
0.361	3.158 5	5.284 2	7.405 6	0.396	3.195 7	5.350 7	7.500 3
0.362	3.159 5	5.286 0	7.408 1	0.397	3.196 8	5.352 7	7.503 3
0.363	3.160 5	5.287 7	7.410 7	0.398	3.198 0	5.354 8	7.506 2
0.364	3.161 5	5.289 5	7.413 2	0.399	3.199 1	5.356 8	7.509 1
0.365	3.162 5	5.291 3	7.415 8	0.400	3.200 3	5.358 9	7.512 1
0.366	3.163 5	5.293 1	7.418 3	0.401	3.201 5	5.361 0	7.515 0
0.367	3.164 5	5.294 9	7.420 9	0.402	3.202 6	5.363 0	7.518 0
0.368	3.165 5	5.296 7	7.423 5	0.403	3.203 8	5.365 1	7.521 0
0.369	3.166 5	5.298 6	7.426 1	0.404	3.205 0	5.367 2	7.524 0
0.370	3.167 5	5.300 4	7.428 7	0.405	3.206 2	5.369 3	7.527 0
0.371	3.168 6	5.302 2	7.431 3	0.406	3.207 4	5.371 5	7.530 0
0.372	3.169 6	5.304 1	7.433 9	0.407	3.208 6	5.373 6	7.533 0
0.373	3.170 6	5.305 9	7.436 6	0.408	3.209 7	5.375 7	7.536 1
0.374	3.171 7	5.307 8	7.439 2	0.409	3.211 0	5.377 9	7.539 1