



中国科学院计算机技术与应用系列规划教材

Advanced Analysis of Data Structure

Advanced Analysis
of Data Structure

Advanced Analysis of Data Structure

数据结构重点难点问题剖析

李文书 贾宇波 桂江生 孙 麒 编著

Advanced Analysis
of Data Structure

ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

数据结构重点难点问题剖析

李文书 贾宇波 桂江生 孙 麒 编著

 ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS
浙江大学出版社

高等院校计算机技术与应用系列

规划教材编委会

顾 问

李国杰 中国工程院院士,中国科学院计算技术研究所所长,浙江大学计算机学院院长

主 任

潘云鹤 中国工程院常务副院长,院士,计算机专家

副主任

陈 纯 浙江大学计算机学院常务副院长、软件学院院长,教授,浙江省首批特级专家

卢湘鸿 北京语言大学教授,教育部高等学校文科计算机基础教学指导委员会秘书长

冯博琴 西安交通大学计算机教学实验中心主任,教授,2006—2010年教育部高等学校计算机基础课程教学指导委员会副主任,全国高校第一届国家级教学名师

何钦铭 浙江大学软件学院副院长,教授,2006—2010年教育部高等学校理工类计算机基础课程教学指导分委员会委员

委 员(按姓氏笔画排列)

马斌荣 首都医科大学教授,2006—2010年教育部高等学校医药类计算机基础课程教学指导分委员会副主任,北京市有突出贡献专家

石教英 浙江大学CAD&CG国家重点实验室学术委员会委员,浙江大学计算机学院教授,中国图像图形学会副理事长

刘甘娜 大连海事大学计算机学院教授,原教育部非计算机专业计算机课程教学指导分委员会委员

庄越挺 浙江大学计算机学院副院长,教授,2006—2010年教育部高等学校计算机科学与技术专业教学指导分委员会委员

许端清 浙江大学计算机学院教授

- 宋方敏 南京大学计算机系副主任,教授,2006—2010 年教育部高等学校理工类计算机基础课程教学指导分委员会委员
- 张长海 吉林大学计算机学院副院长,教授,2006—2010 年教育部高等学校理工类计算机基础课程教学指导分委员会委员
- 张 森 浙江大学教授,教育部高等学校文科计算机基础教学指导委员会副主任,全国高等院校计算机基础教育研究会副理事长
- 邹逢兴 国防科技大学教授,全国高校第一届国家级教学名师
- 陈志刚 中南大学信息学院副院长,教授,2006—2010 年教育部高等学校计算机科学与技术专业教学指导分委员会委员
- 陈根才 浙江大学计算机学院副院长,教授,2006—2010 年教育部高等学校农林类计算机基础课程教学指导分委员会委员
- 陈 越 浙江大学软件学院副院长,教授,2006—2010 年教育部高等学校计算机科学与技术教学指导委员会软件工程专业教学指导分委员会委员
- 岳丽华 中国科学技术大学教授,中国计算机学会数据库专委会委员,2006—2010 年教育部高等学校计算机科学与技术专业教学指导分委员会委员
- 耿卫东 浙江大学计算机学院教授,CAD&CG 国家重点实验室副主任
- 鲁东明 浙江大学计算机学院教授,浙江大学网络与信息中心主任

内 容 简 介

本书以计算机学科的主干课程——数据结构为主来组织内容。书中首先给出重点难点内容提要,并简单明了地介绍相关的理论;其次,列举大量常见题型,并进行有针对性的分析解答;最后,在每章后面给出计算机学科涉及的大部分经典现实问题的算法实现,使学生明白为什么学、怎样学以致用。书中结合大量的图示和程序代码,展示了各种数据结构的实现细节和编程技巧,以此来帮助学生提高运用知识解决问题的能力。本书对学习数据结构课程的读者来说,是一本针对性很强的辅助教材。

本书既可作为计算机及相关专业的学生学习数据结构、进行课程设计的辅导材料,又可作为学习者(特别是考研者)学习计算机其他相关课程的辅导材料。

图书在版编目(CIP)数据

数据结构重点难点问题剖析/李文书等编著. —杭州:
浙江大学出版社,2010.6

ISBN 978-7-308-07632-6

I .①数… II .①李… III .①数据结构—高等学校—
教学参考资料 IV .①TP311.12

中国版本图书馆CIP数据核字(2010)第099575号

数据结构重点难点问题剖析

李文书 贾宇波 桂江生 孙 麒 编著

责任编辑 黄娟琴

文字编辑 吴昌雷

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路148号 邮政编码310007)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 杭州大漠照排印刷有限公司

印 刷 杭州浙大同济教育彩印有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 14.5

字 数 353千

版 次 2010年6月第1版 2010年6月第1次印刷

书 号 ISBN 978-7-308-07632-6

定 价 26.00元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话(0571)88925591

前 言

“数据结构”的知识内容是软件设计的理论基础,“数据结构”课程介绍的技术方法是软件设计中使用的基本方法。因此,这门课是理论与实践并重的课程,要求学生既要掌握数据结构的基础理论知识,又要掌握运行和调试程序的基本技能。但数据结构的原理和算法都比较抽象,且具有概念性强、内容灵活、不易掌握和难度大等特点。同时,我们发现学生对简单的编程还能够理解,并可上机实现,但对抽象的数据结构却没有整体的认识,特别是面对上机编程实现较复杂的数据结构。为此,在本教材中我们首先给出重点难点内容提要,并简单明了地介绍相关的理论,使学生对重点难点问题精知;其次,列举了大量常见题型,并进行有针对性地分析解答,使学生对基本概念、基本理论详知;最后,在每章后面给出计算机学科涉及的大部分经典现实问题的算法实现,使学生明白为什么学、怎样学的问题,并对相关算法的实现熟知。书中结合大量的图示和程序代码,展示了各种数据结构实现细节和编程技巧,能够帮助学生提高运用知识解决问题的能力。希望通过本书能使学生把这门课程学好、学透。本书所有程序均已在 Visual C++ 6.0 开发环境中调试通过。

全书共分 11 章。第 1 章介绍数据结构的基本概念、数据的逻辑结构、存储结构、运算、算法的评估;第 2 章介绍线性表各种存储结构及应用示例;第 3 章介绍栈与队列的基本概念、各种存储结构及应用示例;第 4 章介绍字符串、矩阵和数组、存储结构及应用示例;第 5 章介绍递归和广义表的基本概念、存储结构及应用示例;第 6 章介绍树和二叉树的基本概念、各种存储结构及遍历、线索化二叉树、哈夫曼树及其应用示例;第 7 章介绍图的基本概念、各种存储结构及遍历、最小生成树、拓扑排序、关键路径、最短路径及其应用示例;第 8 章介绍查找的基本概念、静态查找表及动态查找表的实现算法及相关应用示例;第 9 章介绍各种内部排序的算法及相关算法的示例;第 10 章介绍外排的算法及最佳归并树问题、败者树外排问题等应用示例;第 11 章介绍文件的基本概念、不同文件结构的应用。每一章都有一定量的习题,以帮助学生加深对重点难点内容的理解,巩固知识,提高学习效率。

本书由李文书主编,在写作过程中作者得到了许多帮助和支持,浙江大学计算机科学与技术学院的何钦铭教授认真、细致地审阅了全稿,并提出了许多宝贵意见,在此表示衷心的感谢!同时感谢贾宇波、桂江生、孙麒等老师给予的帮助。

由于作者水平有限,书中错误和疏漏之处敬请读者指正。欢迎读者用 email 与作者联系。作者邮箱为 wshled@163.com。

序 言

在人类进入信息社会的 21 世纪,信息作为重要的开发性资源,与材料、能源共同构成了社会物质生活的三大资源。信息产业的发展水平已成为衡量一个国家现代化水平与综合国力的重要标志。随着各行各业信息化进程的不断加速,计算机应用技术作为信息产业基石的地位和作用得到普遍重视。一方面,高等教育中,以计算机技术为核心的信息技术已成为很多专业课教学内容的有机组成部分,计算机应用能力成为衡量大学生业务素质与能力的标志之一;另一方面,初等教育中信息技术课程的普及,使高校新生的计算机基本知识起点有所提高。因此,高校中的计算机基础教学课程如何有别于计算机专业课程,体现分层、分类的特点,突出不同专业对计算机应用需求的多样性,已成为高校计算机基础教学改革的重要内容。

浙江大学出版社及时把握时机,根据 2005 年教育部“非计算机专业计算机基础课程指导分委员会”发布的“关于进一步加强高等学校计算机基础教学的几点意见”以及“高等学校非计算机专业计算机基础课程教学基本要求”,针对“大学计算机基础”、“计算机程序设计基础”、“计算机硬件技术基础”、“数据库技术及应用”、“多媒体技术及应用”、“网络技术与应用”六门核心课程,组织编写了大学计算机基础教学的系列教材。

该系列教材编委会由国内计算机领域的院士与知名专家、教授组成,并且邀请了部分全国知名的计算机教育领域专家担任主审。浙江大学计算机学院各专业课程负责人、知名教授与博导牵头,组织有丰富教学经验和教材编写经验的教师参与了对教材大纲以及教材的编写工作。

该系列教材注重基本概念的介绍,在教材的整体框架设计上强调针对不同专业群体,体现不同专业类别的需求,突出计算机基础教学的应用性。同时,充分考虑了不同层次学校在人才培养目标上的差异,针对各门课程设计了面向不同对象的教材。除主教材外,还配有必要的配套实验教材、问题解答。教材内容丰富,体例新颖,通俗易懂,反映了作者们对大学计算机基础教学的最新探索与研究成果。

希望该系列教材的出版能有力地推动高校计算机基础教学课程内容的改革与发展,推动大学计算机基础教学的探索和创新,为计算机基础教学带来新的活力。

中国工程院院士
中国科学院计算技术研究所所长
浙江大学计算机学院院长



目 录

第 1 章 绪 论	1
1.1 重点难点	1
1.2 主要知识回顾	1
1.3 常见问题	3
1.4 经典问题	7
第 2 章 线性表	10
2.1 重点难点	10
2.2 主要知识回顾	10
2.3 常见问题	16
2.4 经典问题	34
第 3 章 栈和队列	40
3.1 重点难点	40
3.2 主要知识回顾	40
3.3 常见问题	48
3.4 经典问题	55
第 4 章 数组和串	66
4.1 重点难点	66
4.2 主要知识回顾	66
4.3 常见问题	69
4.4 经典问题	83
第 5 章 递归和广义表	98
5.1 重点难点	98
5.2 主要知识回顾	98
5.3 常见问题	102
5.4 经典问题	109

第 6 章 树和二叉树	114
6.1 重点难点	114
6.2 主要知识回顾	114
6.3 常见问题	120
6.4 经典问题	133
第 7 章 图	140
7.1 重点难点	140
7.2 主要知识回顾	140
7.3 常见问题	146
7.4 经典问题	158
第 8 章 查 找	162
8.1 重点难点	162
8.2 主要知识回顾	162
8.3 常见问题	167
8.4 经典问题	183
第 9 章 内部排序	186
9.1 重点难点	186
9.2 主要知识回顾	186
9.3 常见问题	194
9.4 经典问题	209
第 10 章 外部排序	212
10.1 重点难点	212
10.2 主要知识回顾	212
10.3 常见问题	213
10.4 经典问题	215
第 11 章 文 件	216
11.1 重点难点	216
11.2 主要知识回顾	216
11.3 常见问题	218
11.4 经典问题	219
参考文献	222

1.1 重点难点

本章作为本书入门章节,需要掌握的重点和难点问题如下:

- ☆ 一些基本概念;
- ☆ 数据逻辑结构;
- ☆ 数据的物理结构;
- ☆ 数据类型(原子类型、结构类型、抽象数据类型);
- ☆ 分析算法时间复杂度和空间复杂度的方法。

1.2 主要知识回顾

1.2.1 基本概念

数据是信息的载体,是对客观事物的符号表示,是指所有能输入到计算机并被计算机程序处理的符号的总称。

数据元素是数据的基本单位,在计算机程序中通常作为一个整体进行考虑和处理。数据元素可由几个数据项组成。

数据对象是性质相同的数据元素的集合,是数据的一个子集。

数据项是数据结构中讨论的最小单位,是数据记录中最基本的、不可分的有名数据单位。

数据结构是指相互之间存在一种或多种特定关系的数据元素的集合,数据结构主要研究数据的逻辑结构、物理结构和数据的运算。

1.2.2 数据的逻辑结构

数据的逻辑结构是指数据元素之间的逻辑关系,它与所使用的计算机无关。根据数据元素之间的不同关系,数据的逻辑结构有 4 种:集合、线性结构、树形结构、图状结构。其中后两种又被称为非线性结构。因此,可以说数据的逻辑结构分为线性结构和非线性结构。

线性结构的特点是：所有数据元素都处于一个序列中，有且只有一个开始元素和一个终点元素，所有元素最多有一个直接前驱和一个直接后继。

非线性结构的特点是：一个数据元素可能有 0 个、1 个或多个直接前驱和直接后继。

数据的逻辑结构在形式上用二元组表示， $M = (D, R)$ 。其中， D 是数据元素的有限集， R 是 D 上的关系的有限集。

1.2.3 数据的物理结构

数据的物理结构(存储结构)是指数据元素及其关系在计算机中的表示(映像)，既包括数据元素在计算机中的存储方式，也包括数据元素之间的逻辑关系在计算机中的表示，因此它依赖于计算机。

数据元素、数据项在计算机中的表示分别称为结点、数据域。

数据结构通常有两种不同的存储结构：顺序存储结构和链式存储结构。顺序存储是借助数据元素在存储时的相对位置来表示数据元素间的关系，链式存储是用指示元素存储地址的指针来表示元素间的逻辑关系。

同一逻辑结构可以对应不同的物理结构，算法的设计依赖于数据的逻辑结构，算法的实现则取决于特定的物理结构。

1.2.4 数据类型

数据类型是一组具有相同性质的操作对象以及定义在该组操作对象上的一组操作的集合。

原子类型是其值不可分的数据类型。

结构类型是其值由若干成分按某种结构组成的数据类型。

抽象数据类型是指一个数学模型及该模型上定义的一组操作的集合。

1.2.5 算法

算法是对特定问题求解步骤的一种描述，是指令的有限序列，其中每条指令表示一个或多个操作。算法有 5 个重要特性：有穷性、确定性、可行性、输入、输出。其中前三个是必须具备的。

评价一个算法一般从以下几个方面进行：正确性、可读性、健壮性、时间复杂度与空间复杂度。

对实际问题，我们主要分析其时间复杂度和空间复杂度。

一般从算法中选取一种基本操作，以其重复执行次数作为时间复杂度的依据，它取决于问题的规模 n 和待处理数据的初态。

算法需要占用的存储空间分为三部分：输入数据所占用的空间、程序代码所占用的空间和辅助变量所占用的空间。一般，输入数据所占用的空间与算法无关，取决于问题本身；程序代码所占用的空间对不同算法不会有数量级的差别。因此，空间复杂度主要考虑算法执行过程中辅助变量所占用的空间，一般以最坏情况下的空间复杂度作为算法的空间复杂度。

1.3 常见问题

1.3.1 选择题

1. 算法的计算量的大小称为计算的()。
A. 效率 B. 复杂性 C. 现实性 D. 难度
【答案】 B
【分析】 这是概念题,算法主要分析时间和空间复杂度。
2. 算法的时间复杂度取决于()
A. 问题的规模 B. 待处理数据的初态 C. A 和 B
【答案】 C
【分析】 见本书 1.2.5 算法部分。
3. 计算机算法指的是(1),它必须具备(2)这三个特性。
(1) A. 计算方法 B. 排序方法
 C. 解决问题的步骤序列 D. 调度方法
(2) A. 可执行性、可移植性、可扩充性 B. 可执行性、确定性、有穷性
 C. 确定性、有穷性、稳定性 D. 易读性、稳定性、安全性
【答案】 (1) C (2) B
【分析】 这是概念题,见本书 1.2.5 算法部分。
4. 下面说法正确的是()。
A. 数据元素是具有独立意义的最小标识单位
B. 原子类型的值不可再分解
C. 原子类型的值由若干个数据项值组成
D. 结构类型的值不可再分解
【答案】 B
【分析】 原子类型的值不可再分解,结构类型的值可以再分解,数据项是具有独立意义的最小标识单位,所以选 B。
5. 从逻辑上可以把数据结构分为()两大类。
A. 动态结构、静态结构 B. 顺序结构、链式结构
C. 线性结构、非线性结构 D. 初等结构、构造型结构
【答案】 C
【分析】 数据的逻辑结构分为线性结构和非线性结构。
6. 某算法仅含程序段 1 和程序段 2,程序段 1 的执行次数为 $3n^2$,程序段 2 的执行次数为 $0.01n^3$,则该算法的时间复杂度为()。
A. $O(n)$ B. $O(n\log^2 n)$ C. $O(n^3)$ D. $O(n^2)$
【答案】 C
【分析】 算法时间复杂度取指数项最大的算式。


```

for(i=n; i>=1; i--)           {语句1}
{x+=1;                        {语句2}
for(j=n; j>=i; j--)         {语句3}
  y+=1;                       {语句4}
}

```

语句1执行的频度为_____；语句2执行的频度为_____；语句3执行的频度为_____；语句4执行的频度为_____。

【答案】 $n+1$ n $n(n+3)/2$ $n(n+1)/2$

【分析】 i 从 n 递减到 $i=0$ 后跳出循环,所以语句1执行了 $n+1$ 次。

i 从 n 递减到 $i=1$,都执行了语句2,所以语句2执行了 n 次。

$i=n$ 时,语句3执行了2次,语句4执行了1次; $i=n-1$ 时,语句3执行了3次,语句4执行了2次; $i=n-2$ 时,语句3执行了4次,语句4执行了3次…… $i=1$ 时,语句3执行了 $n+1$ 次,语句4执行了 n 次;所以语句3执行了 $2+3+4+\dots+(n+1)=n(n+3)/2$,语句4执行了 $1+2+3+\dots+n=n(n+1)/2$ 。

9. 计算机执行下面的语句时,语句s的执行次数为_____。

```

for(i=1; i<n-1; i++)
  for(j=n; j>=i; j--)
    s;

```

【答案】 $(n+3)(n-2)/2$

【分析】 类似上题, $n+(n-1)+(n-2)+\dots+3=(n+3)(n-2)/2$ 。

10. 下面程序段的时间复杂度为_____。($n>1$)

```

sum=1;
for(i=0; sum<n; i++) sum+=1;

```

【答案】 $O(n)$

【分析】 sum 从1变到 $n-1$,执行了 $n-1$ 次,所以为 $O(n)$ 。

1.3.3 应用题

1. 设有数据结构表示如下,画出它们对应的逻辑图形,并分析属于何种逻辑结构?(这里 $\langle \rangle$ 表示单向, $()$ 表示双向)

① $M=(D,R)$,其中 $D=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, $S=\{\langle 4,2\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 3,7\rangle, \langle 7,1\rangle, \langle 1,6\rangle, \langle 6,5\rangle\}$

② $M=(D,R)$,其中 $D=\{a,b,c,d,e,f,g\}$, $S=\{\langle d,b\rangle, \langle d,g\rangle, \langle d,a\rangle, \langle b,c\rangle, \langle g,e\rangle, \langle e,f\rangle\}$

③ $M=(D,R)$,其中 $D=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, $S=\{(1,2), (1,4), (2,3), (2,6), (2,7), (3,7), (4,6), (5,6)\}$

【解】 ① 对应图形如图1-1,由图我们可以看到,每个数据元素只有一个前驱(第一个元素除外),每个数据元素只有一个后继(最后一个元素除外),因此为线性结构。

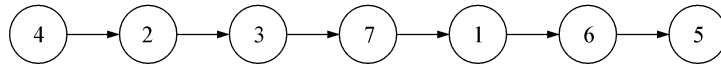


图 1-1 线性关系

② 对应图形如图 1-2, 可以看到是树形结构, 图像一棵倒着的树, 最上面是根节点, 只有后继没有前驱, 最下面是叶节点, 只有前驱没有后继。

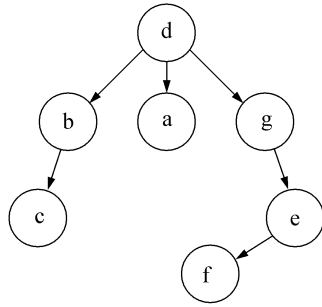


图 1-2 树型关系

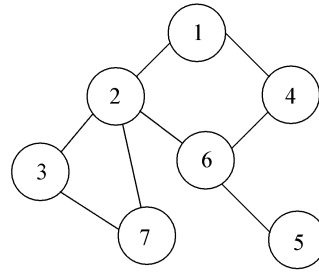


图 1-3 图状关系

③ 对应图形如图 1-3 (图中无向边表示双向连接), 图中每个节点的联系是多对多, 因而是图状结构。

2. 设有数据结构表示如下, 画出对应的逻辑图形, 并分析其特征。

$M = (D, R)$, 其中 $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $S = \{S_1, S_2\}$,

$S_1 = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 5 \rangle, \langle 5, 6 \rangle\}$, $S_2 = \{\langle 3, 2 \rangle, \langle 3, 5 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 5, 6 \rangle\}$

【解】 对应图形如图 1-4 (图中实线表示关系 S_1 , 虚线表示关系 S_2)

可以看出这是一个图状结构, 若只考虑关系 S_1 , 则为线性结构, 若只考虑关系 S_2 , 则为树形结构。

3. 计算下列程序段中 $x = x + 1$ 的语句频度

```
for(i=1; i<=n; i++)
for(j=1; j<=i; j++)
for(k=1; k<=j; k++)
x=x+1;
```

【解】 $x = x + 1$ 的语句频度为:

$T(n) = 1 + (1+2) + (1+2+3) + \dots + (1+2+\dots+n) = n(n+1)(n+2)/6$

4. 若有 100 个学生, 每个学生有学号、姓名、平均成绩, 采用什么样的数据结构最方便, 写出这些结构?

【解】 将学号、姓名、平均成绩看成一个记录 (元素, 含三个数据项), 将 100 个这样的记录存于数组中。因一般无增删操作, 故宜采用顺序存储。

```
typedef struct
{
```

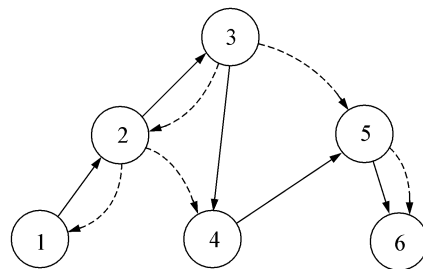


图 1-4 逻辑关系

```

int num; //学号
char name[8]; //姓名
float score; //平均成绩
}node;
node student[100];

```

5. 有实现同一功能的两个算法 A1 和 A2, 其中 A1 的时间复杂度为 $T_1 = O(2^n)$, A2 的时间复杂度为 $T_2 = O(n^2)$, 仅就时间复杂度而言, 请具体分析这两个算法哪一个好。

【解】 对算法 A1 和 A2 的时间复杂度 T_1 和 T_2 取对数, 得 n 和 $2\log_2 n$ 。显然, 算法 A2 好于 A1。

6. 有下列运行时间函数:

$$(1) T_1(n) = 1000; \quad (2) T_2(n) = n^2 + 1000n; \quad (3) T_3(n) = 3n^3 + 100n^2 + n + 1;$$

分别写出相应的大 O 表示的运算时间。

【解】 (1) $O(1)$ (2) $O(n^2)$ (3) $O(n^3)$

7. 将下列函数, 按它们在 $n \rightarrow \infty$ 时的无穷大阶数, 从小到大排序。

$$n, n - n^3 + 7n^5, n \log_2 n, 2^{n/2}, n^3, \log_2 n, n^{1/2} + \log_2 n, (3/2)^n, \binom{2n}{n}, n!, n^2 + \log_2 n$$

【解】 从小到大排列为:

$$\log_2 n, n^{1/2} + \log_2 n, n \log_2 n, n^2 + \log_2 n, n^3, n - n^3 + 7n^5, 2^{n/2}, (3/2)^n, n!, \binom{2n}{n}$$

1.4 经典问题

1.4.1 一元多项式问题

试编写算法, 求一元多项式 $P_n(x) = \sum_{i=0}^n a_i x^i$ 的值 $P_n(x_0)$, 并确定算法中的每一语句的执行次数和整个算法的时间复杂度, 规定算法中不能使用求幂函数。注意: 本题中的输入 $a_i (i=0, 1, \dots, n)$, x_0 和 n , 输出为 $P_n(x_0)$ 。用算法实现输入和输出。

【解】 具体算法如下:

```

void polyvalue()
{
    float temp;
    float * p = a;
    printf("Input number of terms: ");
    scanf("%d", &n);
    printf("Input value of x: ");
    scanf("%f", &x);
    printf("Input the %d coefficients from a0 to a%d: \n", n+1, n);
    p = a; xp = 1; sm = 0; //xp 用于存放 x 的 i 次方
}

```

```

for(i=0; i<=n; i++)
{
    scanf("%f" &temp);           //执行次数: n+1次
    sum+=xp*(temp);
    xp*=x;
}
printf("Value is: %f", sum);
} //polyvalue

```

算法的时间复杂度: $T(n) = O(n)$

1.4.2 迭代问题

调用下列 C 函数 $f(n)$, 回答下列问题:

- (1) 试指出 $f(n)$ 值的大小, 并写出 $f(n)$ 值的推导过程。
- (2) 假定 $n=5$, 试指出 $f(5)$ 值的大小和执行 $f(5)$ 时的输出结果。

C 函数:

```

int f(int n)
{
    int i, j, k, sum=0;
    for(i=1; i<=n+1; i++)
    {
        for(j=n; j>i-1; j--)
            for(k=1; k<j+1; k++)
                sum++;
        printf("sum=%d\n", sum);
    }
    return (sum);
}

```

【解】 (1) 第一层 for 循环判断 $n+1$ 次, 往下执行 n 次, 第二层 for 执行次数为 $(n+(n-1)+(n-2)+\dots+1)$, 第三层循环体受第一层循环和第二层循环的控制, 其执行次数如图 1-5 所示:

i=	1	2	3	...	n
j=n	n	n	n	...	n
j=n-1	n-1	n-1	n-1	...	
...		
j=3	3	3	3		
j=2	2	2			
j=1	1				

图 1-5 第三层循环体执行次数

执行次数为 $(1+2+\dots+n)+(2+3+\dots+n)+\dots+n = n * n(n+1)/2 - n(n^2-1)/6$ 。