



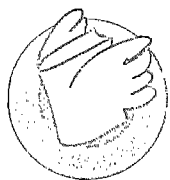
KAIGUANBIANHUANQI DE JIANMO YU KONGZHI

开关变换器的建模与控制

张卫平 编著



中国电力出版社
www.cepp.com.cn



开关变换器的建模与控制

编 著 张卫平
参编人员 陈亚爱 关晓茵
曹 靖



中国电力出版社
www.cepp.com.cn

本书系统论述了开关变换器建模与控制方面的基本原理、基本方法、基本仿真技术以及实用设计方法。主要内容有：连续导电模式（CCM）下开关变换器建模；断续导电模式（DCM）下开关变换器建模；开关调节系统的基础知识；电压控制型开关调节系统；平均电流控制型开关调节系统；峰值电流控制型开关调节系统；开关变换器的仿真技术；谐振变换器建模。

本书内容新颖、丰富、系统、实用。编著者力图反映自20世纪90年代以来国内外学术界、技术界以及工程界在这个研究领域里取得的最新进展和主要研究成果。

本书可作为高等工科院校电类专业高年级本科生、研究生的教材以及教学参考书，也适合于工程技术人员、研究人员在进行开关电源的工程设计和开发时使用及参考。

图书在版编目（CIP）数据

开关变换器的建模与控制/张卫平编著. —北京：
中国电力出版社，2005
ISBN 7-5083-3648-8
I. 开... II. 张... III. 开关-变换器 IV. TN624
中国版本图书馆 CIP 数据核字（2005）第 118233 号

中国电力出版社出版、发行

（北京三里河路6号 100044 <http://www.cepp.com.cn>）

汇鑫印务有限公司印刷

各地新华书店经售

*

2006年1月第一版 2006年1月北京第一次印刷

787毫米×1092毫米 16开本 20印张 489千字

印数 0001—3000册 定价 32.00元

版权专有 翻印必究

（本书如有印装质量问题，我社发行部负责退换）



开关变换器是一个带有闭环控制的高阶—离散—非线性—时变系统，不能直接应用经典控制理论分析和设计，这给开关调节系统的动态分析和设计带来了很大的困难。自 20 世纪 80 年代以来，开关变换器的建模与控制一直是电力电子学研究领域的重要内容之一，并已取得了许多成果，在理论方面基本接近完整，在工程实际应用方面也基本成熟。开关变换器的建模与控制受到国内外普遍重视的原因：其一，随着开关变换器的广泛应用，特别是在信息产业中的应用，对其动态特性提出了新的要求；其二，随着高频功率开关器件的普遍使用，为改善开关变换器的动态特性提供了物质条件；其三，随着对开关变换器研究的深入，研究者为了充分发挥高频功率器件的性能，设计出能够满足市场要求的高性能电源产品，急需一种理论来指导其动态设计。开关变换器的建模与控制是研究开关变换器动态特性的基础，也是电力电子与电气传动研究生、电气工程本科生以及从事开关电源研究与开发的工程技术人员必备的基础知识。但是，到目前为止，尚未见到相应的教科书。据了解，美国弗吉尼亚理工大学、科罗拉多州大学等学校已为研究生开设了这门课。国内也有几所大学为其研究生开设了这门课程。因此，编著一本适合研究生和本科生使用的教材是很有必要的。作为 2004 年北京市教委精品教材立项的本书在这种背景下应运而生。

虽然开关变换器有很多种拓扑结构和控制方式，但总的来讲，开关变换器可以分为两类，即 PWM 型变换器和谐振变换器。这两种变换器存在着较大的差别。本书主要研究 PWM 型变换器的建模与控制，对谐振变换器的建模与控制仅作简单介绍。

本书系统论述了开关变换器建模与控制方面的基本原理、基本方法、基本仿真技术以及实用设计方法。主要内容包括三个部分：第一部分，开关变换器的建模；第二部分，开关调节系统的控制技术；第三部分，开关调节系统的仿真技术。开关变换器建模是研究控制技术的基础，仿真技术是分析、验证开关调节系统稳态和动态特性的重要手段。全书共分为 8 章。第 1 章 CCM 型变换器的建模，讨论小信号模型的建模思路——基本建模法、状态空间平均法、开关元件与开关网络平均模型法等。第 2 章 DCM 型变换器的建模，介绍状态空间平均法、开关元件平均模型法和开关网络平均模型法在 DCM 型变换器中的应用。第 3 章开

使用通用电路分析软件 (PSpice) 研究 PWM 型开关调节系统的大信号、小信号动态响应。第 8 章谐振变换器的建模, 叙述谐振变换器建模的基础知识、扩展描述函数分析法、等效电路模型法。

本书内容丰富、新颖, 反映了 20 世纪 90 年代以来国内外学术界、技术界、工程界在这个研究领域里取得的最新进展和主要研究成果。作为一本教材, 编著者力图做到兼顾基础性、先进性、系统性和实用性。基础性: 编著者通过学习、分类、归纳和研究, 对分散在国内外杂志期刊、论文集或会议报告中的现有成果去粗取精, 重点介绍具有典型代表意义的基础知识, 使读者和学生能够举一反三。系统性: 由于没有现成的参考书, 且现有成果较为分散, 作为一本教材, 本书力图系统介绍已有的成果, 并使之初步形成较为完整的理论体系。实用性: 书中含有大量经过实际验证的设计实例, 设计方法和设计程序, 并介绍了若干实验技术和方法, 以便研究者能用实验的方法验证其理论结果。先进性: 本书力图反映在开关变换器建模与控制研究领域里取得的有实用价值的最新成果。

参加本书编写工作的人员有: 张卫平教授 (博士)、陈亚爱副教授、关晓菡博士、曹靖硕士。

在本书的构思和策划过程中, 北方工业大学教务处、北京市教委、中国电力出版社等单位给予了大量支持和帮助。参加本书审阅的专家有西安交通大学刘进军教授 (审阅了第 1 章和第 2 章)、浙江大学何湘宁教授 (审阅了第 3 章和第 4 章)、南京航空航天大学阮新波教授 (审阅了第 5 章和第 6 章)、浙江大学吴兆麟教授 (审阅了第 7 章和第 8 章)。参加审阅的教授们对其审阅的章节进行了逐字逐句的审查, 提供了详尽的修改意见和建议, 给作者很大的启迪和帮助, 使作者受益匪浅。在成书过程中, 北方工业大学绿色电源实验室的刘元超、程强, 研究生陈云鹏等同志付出了辛勤的劳动。在此谨向上述单位和个人致以衷心的感谢。

在本书末尾列出了主要的参考文献, 在此对文献的作者表示感谢。

由于电力电子技术的发展十分迅猛, 在开关变换器建模与控制研究领域里已取得的许多很有使用价值的成果无法在一本书中将其全部囊括, 因此, 难免挂一漏万。由于编著者的水平有限, 加之时间仓促, 书中难免有不妥之处, 甚至是谬误, 恳请前辈、同仁们及广大读者批评赐教。

编著者

2005 年 8 月



前言

1	连续导电模式 (CCM) 下直流 - 直流变换器建模	1
1.1	直流 - 直流变换器控制系统概述	1
1.2	直流 - 直流变换器小信号模型概述	5
1.3	状态空间平均法	15
1.4	开关元件与开关网络平均模型法	32
1.5	非理想 Flyback 变换器的分析	48
2	断续导电模式 (DCM) 下直流 - 直流变换器建模	57
2.1	状态空间平均法在 DCM 变换器中的应用	57
2.2	开关元件平均模型法在 DCM 变换器中的应用	74
2.3	开关网络平均模型法在 DCM 变换器中的应用	79
3	开关调节系统的基础知识	88
3.1	开关调节系统简介	88
3.2	时域性能指标和频域性能指标	92
3.3	开关变换器传递函数分析	98
3.4	开关调节系统的瞬态分析	104
3.5	典型开关调节系统的频域分析与设计	110
3.6	开关调节系统频率特性的测量	120
4	电压控制型开关调节系统的设计	124
4.1	电压控制型开关调节系统中的基本问题	124
4.2	电压控制型开关调节系统的设计	131
4.3	单极点型控制对象的电压控制器	141
4.4	双重极点型控制对象的电压控制器	146
4.5	电压采样网络的设计	153
4.6	开关电源的设计实例	159

5 平均电流控制型开关调节系统	166
5.1 双环控制的开关调节系统	166
5.2 电流控制器的大信号设计	170
5.3 等效功率级与电压控制器的设计	177
5.4 一个实际的双环系统控制 Buck 变换器的分析与研究	185
6 峰值电流控制型开关调节系统的建模与设计	190
6.1 次谐波振荡及其消除技术	191
6.2 斜坡补偿电路的设计及其典型应用	195
6.3 电流控制环的一阶模型	200
6.4 基于一阶模型设计电压控制器	205
6.5 电流控制环的精确模型	212
6.6 三种基本电路的传递函数及其框图分析法	220
7 开关调节系统的仿真技术	230
7.1 电路平均和平均开关模型	230
7.2 开关变换器开环特性的仿真	235
7.3 组合型 CCM/DCM 平均开关模型	238
7.4 组合型 CCM/DCM 模型的应用举例	241
7.5 峰值电流控制器的 PSpice 建模及其仿真	248
8 谐振变换器的建模	254
8.1 谐振变换器建模的基础知识	254
8.2 谐振变换器扩展描述函数分析法	263
8.3 等效电路模型法	277
附录 A 标准型电路参数的确定	286
附录 B 与频率法相关的基础知识	290
附录 C 几种传递函数近似处理方法	299
附录 D PSpice 用户库的制作方法	305
参考文献	310

1

连续导电模式 (CCM)

下直流-直流变换器建模

直流-直流变换器控制系统概述

直流-直流变换器 (DC-DC 变换器) 是构建许多其他类型电能变换器的基本组成部分。然而为了有效实现各种电能变换功能,并使系统安全、平稳地运行,直流-直流变换器必须与其他功能模块相互配合,组成一个控制系统,共同完成电能的变换与调节,这种直流-直流变换器控制系统也称为开关调压系统。

一个典型的直流-直流变换器控制系统的结构原理图如图 1-1 所示。系统的核心部分为 DC-DC 变换器,同时包含了控制用的负反馈回路。在负反馈回路中,输出电压 $v(t)$ 经采样后与给定的参考电压 V_{ref} 相比较,所得偏差送补偿放大环节,再经过脉冲宽度调制,得到一系列控制用的脉冲序列 $\delta(t)$,通过驱动器将脉冲放大,控制 DC-DC 变换器中功率开关器件的导通与关断。控制输入 $d(t)$ 代表开关器件在一个周期内的导通占空比,是脉冲序列 $\delta(t)$ 的参数,改变 $d(t)$ 即可调节变换器的输出电压 $v(t)$, $d(t)$ 也称为控制量。当输入电压或负载发生变化,或系统受到其他因素干扰使输出电压发生波动时,通过负反馈回路可以调节 DC-DC 变换器中开关器件在一个开关周期内的导通时间,达到稳定输出电压的目的。此外,为了提高系统的工作性能,保证输出波形的质量,使系统安全运行,通常在一个完整的直流-直流变换器控制系统中还应包括滤波、保护、缓冲等辅助环节,可以参考有关文献 [1, 2]。

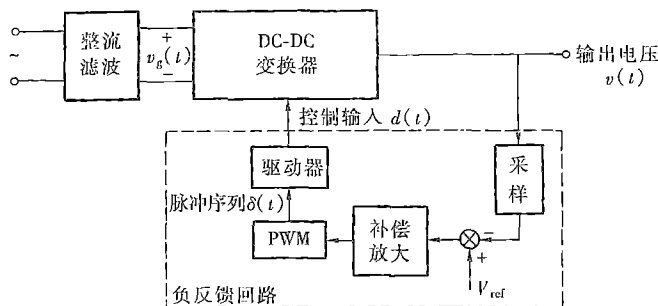


图 1-1 直流-直流变换器控制系统结构原理图

以图 1-2 所示的 Buck 型开关调压系统为例,该系统是对图 1-1 所示直流-直流变换器控制系统的具体实现。图 1-2 中采用 Buck 型变换器作为 DC-DC 变换器, V_g 代表整流滤波后得到的直流输入电压。输出电压采样环节由分压电路实现。运放 A1 及阻抗 Z_1 、 Z_2 共同组成比较和补偿放大环节,产生的控制信号 $d(t)$ 经 PWM 调制后,经驱动器放大后

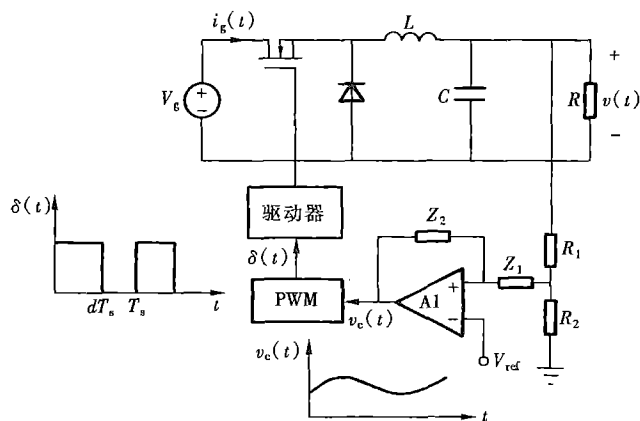


图 1-2 Buck 型开关调压系统原理图

PWM 环节的一种实现方式如图 1-3 (a) 所示，利用比较器 A2 将控制信号 $v_c(t)$ 与振荡器产生的锯齿波时钟信号相比较，其输出为周期不变，脉冲宽度即占空比 $d(t)$ 受 $v_c(t)$ 调制的一系列脉冲信号 $\delta(t)$ 。具体工作过程如图 1-3 (b) 所示，在每个开关周期内，当 $v_c(t)$ 大于锯齿波时钟信号时，输出脉冲为高电平，开关元件导通；当时钟信号上升，大于 $v_c(t)$ 时，输出脉冲为低电平，开关元件截止，直到下一周期开始，再次输出高电平。可见，输出脉冲的周期与锯齿波的周期相同，占空比 $d(t)$ 由 $v_c(t)$ 决定，进而决定了开关器件的导通时间。

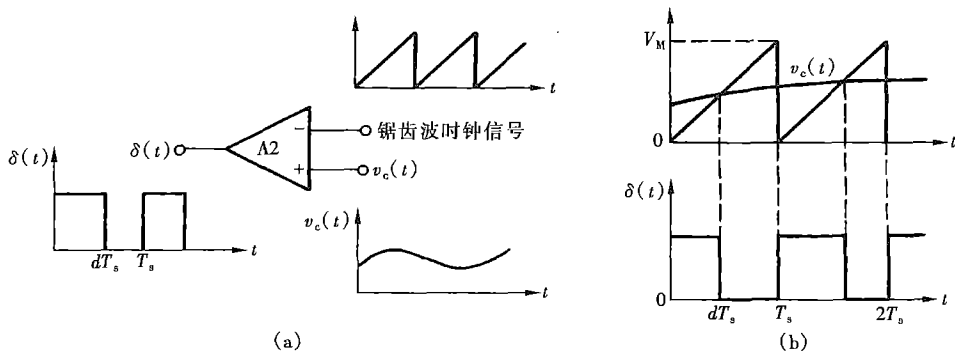


图 1-3 脉宽调制 (PWM) 环节

(a) PWM 环节工作波形；(b) 脉宽调制工作原理

驱动器环节的驱动方式多种多样，不同的功率开关器件对驱动电路的要求也不同^[3]。以图 1-2 所示的 MOSFET 为例，其栅极驱动可以采用 TTL 电路、CMOS 电路、晶体管推挽电路和专用集成驱动电路芯片等多种方式。驱动电路应具有电气隔离和为栅极提供合适的驱动脉冲等功能。采用专用集成芯片是目前常用的一种驱动方式^[4]。

当输入电压或负载发生变化，或系统受到其他因素的干扰，使输出电压发生波动时，图 1-2 所示 Buck 型开关调压系统可以通过负反馈回路调节开关器件的导通占空比 $d(t)$ ，使输出电压稳定。比如，当输入电压 V_g 上升时，输出电压 $v(t)$ 也随之上升，采样电压上升， $v_c(t)$ 下降，则 PWM 输出脉冲的占空比 $d(t)$ 减小，MOSFET 在一周期内的导通时间缩短，使 $v(t)$ 减小，达到了稳压的目的。

当直流-直流变换器控制系统的输入电压、负载都维持恒定，且系统无外界干扰时，变换器的工作状态最为简单。此时 $V_g(t)$ 、 $V_c(t)$ 与控制量 $d(t)$ 皆为恒定值，用 V_g 、 V_c 与 D 表示。 $V_g(t)$ 、 $V_c(t)$ 、开关元件的驱动脉冲 $\delta(t)$ 以及稳态工作时输出电压 $v(t)$ 的波形如图 1-4 (a) 所示。可见 $v(t)$ 是由直流分量与周期性的细小纹波叠加而成，纹波的周期与驱动脉冲的周期相同，均为 T_s ，是由功率开关器件周期性的导通与关断引起的。对输出电压 $v(t)$ 在一个开关周期内求平均即可得到其直流分量，用 V 表示。由于纹波的幅值很小，只有几十毫伏，一般远远小于平均值 V ，因此通常可以忽略纹波的影响，将 $v(t)$ 近似视为直流，用 $v(t)$ 在一周期内的平均值 V 代表变换器输出，从而实现了直流-直流变换的目的。

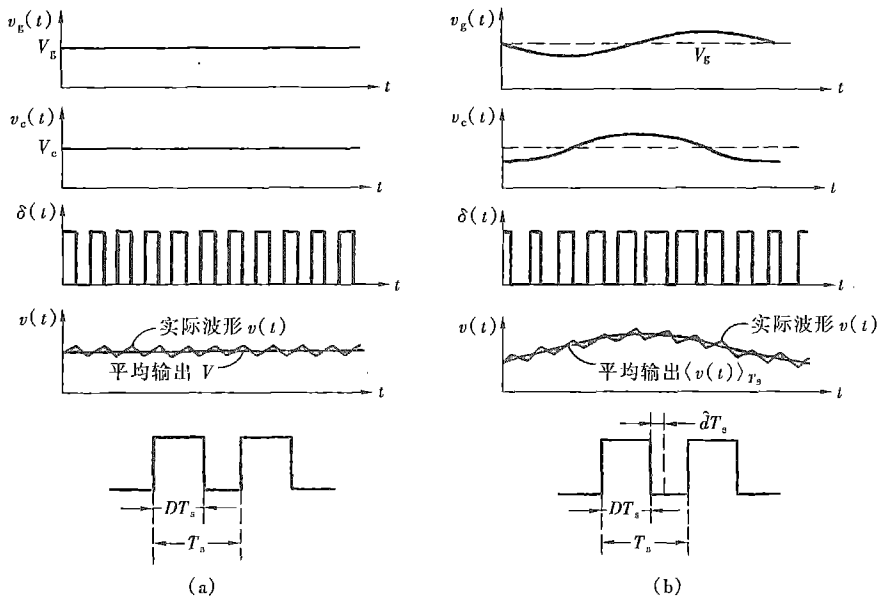


图 1-4 直流-直流变换器控制系统变量示意图
(a) V_g 与 D 恒定；(b) v_g 与 d 含有交流小信号

但是，在实际系统中， $v_g(t)$ 常常无法达到理想的直流，其中包含如整流后的谐波等交流分量；且在负反馈回路的作用下，驱动脉冲的占空比也相应地成为一个时间变量 $d(t)$ 。设 $v_g(t)$ 与 $d(t)$ 中分别包含交流分量 $\hat{v}_g(t)$ 和 $\hat{d}(t)$ ，即

$$v_g(t) = V_g + \hat{v}_g(t), \hat{v}_g(t) = v_{gm} \cos \omega_g t \quad (1-1)$$

$$d(t) = D + \hat{d}(t), \hat{d}(t) = d_m \cos \omega_g t \quad (1-2)$$

$$|\hat{v}_g(t)| \ll |V_g|, |\hat{d}(t)| \ll |D|, f_g \ll f_s \quad (1-3)$$

式中： V_g 与 D 分别为 $v_g(t)$ 与 $d(t)$ 中的直流分量； v_{gm} 与 d_m 分别为 $v_g(t)$ 与 $d(t)$ 中交流分量的幅值； $\omega_g (= 2\pi f_g)$ 为输入交流分量的频率，通常控制量的交流分量具有与输入交流分量相同的频率； f_s 为开关频率。

由于 $v_g(t)$ 与 $d(t)$ 的交流分量的幅值远远小于对应的直流分量，因此也称交流分量为交流小信号或低频小信号扰动。此时变换器的输入 $v_g(t)$ 、PWM 环节的输入 $v_c(t)$ 、驱动脉冲 $\delta(t)$ 以及稳态工作时输出 $v(t)$ 的波形如图 1-4 (b) 所示，可见输出电压 $v(t)$ 中不仅含有

直流分量与开关纹波，同时还出现了与输入交流小信号相同频率的低频交流分量。

图 1-4 (b) 中输出电压 $v(t)$ 的频谱如图 1-5 所示。 $v(t)$ 中含有直流分量 V_0 、低频扰动及其谐波分量 $f_g, 2f_g, 3f_g, \dots$ 、开关频率及其谐波分量 $f_s, 2f_s, \dots$ 、及开关频率及其谐波分量的边频分量 $f_s \pm f_g, 2f_s \pm f_g, \dots$ 。一般情况下，变换器中低通滤波器的转折频率 f_0 远小于开关频率 f_s ，输出电压中主要的频率分量为低频扰动分量 f_g ，或称为小信号分量。小信号分量的幅值与相位不仅与输入量 $v_g(t)$ 和控制量 $d(t)$ 有关，同时受变换器的频率特性的影响；要为直流-直流变换器控制系统设计控制策略，使系统性能满足一定要求，必须以变换器的动态模型为基础。因此，研究存在交流小信号扰动时直流-直流变换器的特性，为变换器建立解析模型或等效电路模型是分析和设计直流-直流变换器控制系统的前提。

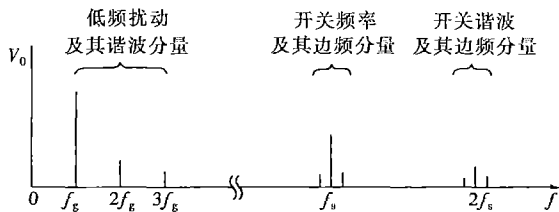


图 1-5 含有交流小信号分量的直流-直流变换器输出电压频谱

直流-直流变换器的模型按其传输信号的种类可以分为稳态模型、小信号模型和大信号模型等，其中稳态模型主要用于求解变换器在稳态工作时的工作点；小信号模型用于分析低频交流小信号分量在变换器中的传递过程，是分析与设计变换器的有力数学工具，具有重要意义，是本章和第 2 章研究的重点；

大信号模型目前主要用于对变换器进行仿真，有时也用于研究不满足小信号条件时的系统特性。

本章和第 2 章将介绍多种直流-直流变换器的建模方法，虽然每种方法有其不同的着眼点和建模过程，但由于变换器中的有源开关元件和二极管都是在其特性曲线的大范围内工作，从而使变换器成为一个强非线性电路。针对变换器的这一特殊性，采取如下建模思路：首先将变换器电路中的各变量在一个开关周期内求平均，以消除开关纹波的影响；其次将各平均变量表达为对应的直流分量与交流小信号分量之和，消去直流分量后即可得到只含小信号分量的表达式，达到分离小信号的目的；最后对只含小信号分量的表达式作线性化处理，从而将非线性系统在直流工作点附近近似为线性系统，为将线性系统的各种分析与设计方法应用于直流-直流变换器做好准备。

本章着眼于为各种变换器建立连续导电模式 (CCM) 下的模型，第 2 章将讨论如何建立断续导电模式 (DCM) 下的模型。1.2 节首先介绍各种建模方法共同遵循的最基本思路，即求平均变量、分离扰动与线性化，基于这一思路直接得到的方法称为基本建模法；根据解析模型建立交流小信号的等效电路模型，在此基础上分析变换器的低频动态特性。1.3 节介绍

直流 - 直流变换器小信号模型概述

为了研究含有交流小信号分量的直流 - 直流变换器动态特性, 目前已提出了多种直流 - 直流变换器的交流小信号分析方法^[1,5], 这些方法可以为变换器建立解析模型或等效电路模型, 并分析变换器的低频动态特性等。本节将介绍交流小信号建模方法的基本思路及其应用, 包括根据解析模型建立交流小信号的等效电路模型, 及分析变换器的低频动态特性等。

1.2.1 小信号模型的建模思路——基本建模法

首先介绍一种将非线性问题线性化的常用方法。以图 1-6 所示的理想 Boost 变换器为例, 已知电路工作在连续导电模式 (CCM) 下, 输入电压和输出电压均为直流, 占空比 D 恒定不变。基于这些条件, 可以证明变换器的直流电压增益 M 与占空比 D 之间存在着如下非线性关系 (证明过程可参见本小节后续内容)

$$M = \frac{V}{V_g} = \frac{1}{1-D} \quad (1-4)$$

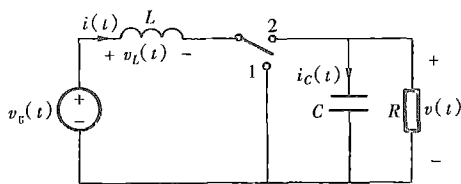


图 1-6 Boost 变换器

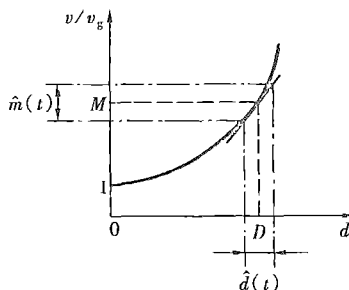


图 1-7 Boost 变换器输出特性线性化示意图

M 与 D 的关系如图 1-7 所示。若输入电压 $v_g(t)$ 中存在一个小信号扰动量 $\hat{v}_g(t)$, 为了确保输出电压恒定, 则占空比 $d(t)$ 中必然含有交流小信号分量 $\hat{d}(t)$ 。这种工作状态下电压增益也不再是恒定值, v/v_g 会随 $d(t)$ 按非线性规律变化, 且存在一个与 $\hat{v}_g(t)$ 、 $\hat{d}(t)$ 相对应的扰动量 $\hat{m}(t)$ 。如果想求得 $\hat{m}(t)$ 与 $\hat{v}_g(t)$ 、 $\hat{d}(t)$ 之间的关系, 需要求解非线性方程。然而, 当满足 $|\hat{v}_g(t)| \ll V_g, |\hat{d}(t)| \ll D$ 时, 可近似认为 v/v_g 在静态工作点 (D, M) 附近按线性规律变化, 如图 1-7 中 (D, M) 点的切线所示, 从而使 v/v_g 与 $d(t)$ 的关系线性化。也就是说, 在静态工作点附近将 V/V_g 与 $d(t)$ 的关系用切线近似代替实际曲线, 达到了使非线性问题线性化的目的。若图 1-7 中的曲线在静态工作点 (D, M) 处的斜率为 k , 则

$$\hat{m}(t) \approx k \hat{d}(t) \quad (1-5)$$

式 (1-5) 表明, 在静态工作点附近, 各小信号分量之间存在着近似的线性关系。

可见, 上述非线性问题线性化方法的基本原则为: 就小信号分量而言, 求得静态工作点后, 在静态工作点附近用线性关系近似代替变量间的非线性关系, 从而使得各小信号分量之

间可以用线性方程来描述，实现了非线性系统的线性化。基于上述基本原则，人们已研究出为 DC - DC 变换器建立小信号模型的许多方法。本小节以理想的 Boost 变换器为例，介绍这类方法所遵循的基本思路。

一、求平均变量

为了求解 Boost 变换器的静态工作点，需要消除变换器中各变量的高频开关纹波分量。通常采取在一个开关周期内求变量平均值的方法，即定义变量 $x(t)$ 在开关周期 T_s 内的平均值 $\langle x(t) \rangle_{T_s}$ 为

$$\langle x(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} x(\tau) d\tau \quad (1-6)$$

以图 1-4 (b) 中输出电压 $v(t)$ 的波形为例，其平均值 $\langle v(t) \rangle_{T_s}$ 为

$$\langle v(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} v(\tau) d\tau \quad (1-7)$$

从图 1-4 (b) 中可以看出， $\langle v(t) \rangle_{T_s}$ 不再含有高频开关纹波，但保留了 $v(t)$ 的直流分量与低频小信号分量。原因在于交流小信号的频率 f_g 通常远远小于开关频率 f_s ，因此在一个开关周期内求平均可以滤除变量中的开关纹波，而不会对变量携带的其他信息（包括直流信息与交流小信号信息）产生太大的影响。交流小信号的频率 f_g 应远远小于开关频率 f_s 是能够对变换器应用小信号分析方法的重要前提条件之一，即

$$f_g \ll f_s \quad (1-8)$$

这一前提条件也称为低频假设。

不仅如此，当变换器的低通滤波器的转折频率 f_0 远远小于开关频率 f_s 时，电路中状态变量所含的高频开关纹波分量已被大大衰减，远远小于直流量与低频小信号分量之和，通常可以近似认为状态变量的平均值与瞬时值相等，而不会引起较大的误差，即

$$\langle x(t) \rangle_{T_s} \approx x(t) \quad (1-9)$$

在分析过程中用状态变量的平均值 $\langle x(t) \rangle_{T_s}$ 近似代替瞬时值 $x(t)$ ，既可消除开关纹波的影响，又可保留有用的直流与低频交流分量的信息。

变换器的转折频率 f_0 远远小于开关频率 f_s 是对变换器进行低频小信号分析的第二个重要前提条件，即

$$f_0 \ll f_s \quad (1-10)$$

式 (1-10) 也称为小纹波假设。

对于理想 Boost 变换器，当变换器满足低频假设和小纹波假设时，对于状态变量电感电流 $i(t)$ 与电容电压 $v(t)$ ，可以根据式 (1-6) 定义 $\langle i(t) \rangle_{T_s}$ 与 $\langle v(t) \rangle_{T_s}$ ，即

$$\begin{aligned} \langle i(t) \rangle_{T_s} &= \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} i(\tau) d\tau \\ \langle v(t) \rangle_{T_s} &= \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} v(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (1-11)$$

且平均变量与瞬时值近似相等

$$\langle i(t) \rangle_{T_s} \approx i(t)$$

$$\langle v(t) \rangle_{T_s} \approx v(t) \quad (1-12)$$

为了分析变换器中各平均变量之间的关系，还需建立输入电压 $v_g(t)$ 以及其他变量，如电感电压 $v_L(t)$ 与电容电流 $i_C(t)$ 的平均变量。对于输入电压 $v_g(t)$ ，仍根据式 (1-6) 定义 $\langle v_g(t) \rangle_{T_s}$ 为

$$\langle v_g(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} v_g(\tau) d\tau \quad (1-13)$$

当变换器满足低频假设时，在一个开关周期内由于低频小信号的存在使输入电压发生的变化很小，因此可以认为 $v_g(t)$ 的平均变量与其瞬时值也是近似相等的，即

$$\langle v_g(t) \rangle_{T_s} \approx v_g(t) \quad (1-14)$$

但由于电感电压 $v_L(t)$ 与电容电流 $i_C(t)$ 这类变量在每个开关周期的开关变换时刻会发生突变 (如图 1-8 所示)，为了求它们的平均变量，需要对 Boost 变换器在每个开关周期内的不同工作状态进行分析。

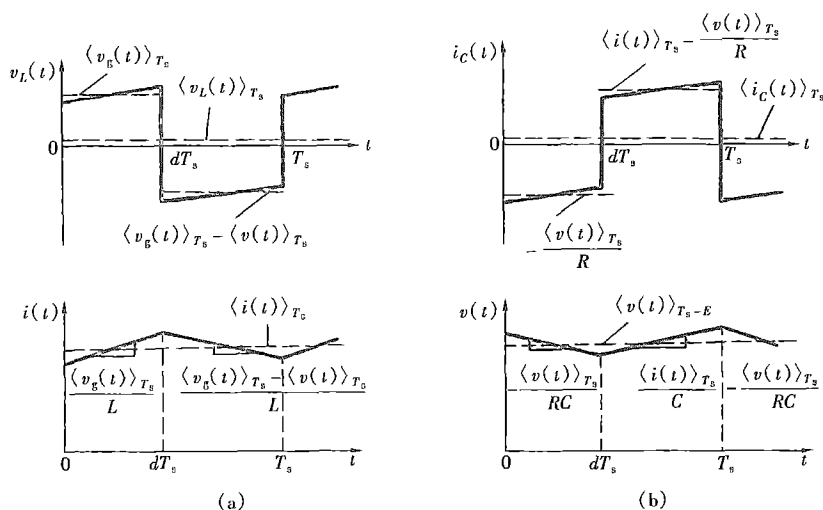


图 1-8 Boost 变换器电感与电容波形
(a) 电感电压与电流；(b) 电容电流与电压

为了简化分析过程，在理想变换器中，将有源开关元件与二极管都视为理想开关，忽略它们的导通压降和截止电流，且认为开关动作是瞬时完成的，则连续导电模式 (CCM) 下直流-直流变换器在每个开关周期内都有两种不同的工作状态。

工作状态 1 如图 1-6 所示的理想 Boost 变换器在连续导电模式 (CCM) 下，在每一周期的 $(0, dT_s)$ 时间段内，开关位于位置 1，其等效电路如图 1-9 (a) 所示。电感电压 $v_L(t)$ 与电容电流 $i_C(t)$ 分别为

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = v_g(t) \quad (1-15)$$

$$i_C(t) = C \frac{dv(t)}{dt} = -\frac{v(t)}{R} \quad (1-16)$$

当变换器满足低频假设和小纹波假设时，式 (1-15) 和式 (1-16) 中分别用 $\langle v_g(t) \rangle_{T_s}$ 和

$\langle v(t) \rangle_{T_s}$ 近似代替 $v_g(t)$ 与 $v(t)$, 即

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} \approx \langle v_g(t) \rangle_{T_s} \quad (1-17)$$

$$i_C(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \approx -\frac{\langle v(t) \rangle_{T_s}}{R} \quad (1-18)$$

再利用低频假设, 当小信号的变化周期远远大于开关周期时, 在一个开关周期内, 由低频小信号引起的输入量与状态量的变化很小, 输入量与状态量的平均变量的变化也很小。为了简化分析, 在一个开关周期内, 这些平均变量可近似视为恒定不变, 则在式 (1-17) 与式 (1-18) 中, 将 $\langle v_g(t) \rangle_{T_s}$ 和 $\langle v(t) \rangle_{T_s}$ 近似视为恒值, 电感电流 $i(t)$ 和电容电压 $v(t)$ 在每个开关周期的第一阶段内可近似为按线性规律变化, 根据式 (1-17) 和式 (1-18) 可以确定变化的斜率分别为 $\frac{\langle v_g(t) \rangle_{T_s}}{L}$ 和 $-\frac{\langle v(t) \rangle_{T_s}}{RC}$, 如图 1-8 所示。

工作状态 2 图 1-6 所示的理想 Boost 变换器在每一周期的 dT_s 时刻, 开关从位置 1 切换到位置 2, 则在 (dT_s, T_s) 时间段内, 等效电路如图 1-9 (b) 所示。此时的电感电压 $v_L(t)$

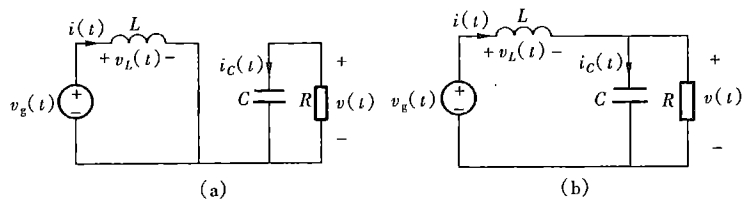


图 1-9 理想 Boost 变换器的两种工作状态

(a) 工作状态 1 (开关在位置 1); (b) 工作状态 2 (开关在位置 2)

与电容电流 $i_C(t)$ 分别为

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} = v_g(t) - v(t) \quad (1-19)$$

$$i_C(t) = C \frac{dv(t)}{dt} = i(t) - \frac{v(t)}{R} \quad (1-20)$$

为了消除开关纹波的影响, 当变换器满足低频假设与小纹波假设时, 采用与工作状态 1 相同的处理方法, 用平均变量 $\langle v_g(t) \rangle_{T_s}$, $\langle v(t) \rangle_{T_s}$ 与 $\langle i(t) \rangle_{T_s}$ 近似代替 $v_g(t)$, $v(t)$ 和 $i(t)$, 式 (1-19) 与式 (1-20) 可近似为

$$v_L(t) = L \frac{di(t)}{dt} \approx \langle v_g(t) \rangle_{T_s} - \langle v(t) \rangle_{T_s} \quad (1-21)$$

$$i_C(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \approx \langle i(t) \rangle_{T_s} - \frac{\langle v(t) \rangle_{T_s}}{R} \quad (1-22)$$

同理, 根据低频假设, 在式 (1-21) 与式 (1-22) 中将 $\langle v_g(t) \rangle_{T_s}$, $\langle v(t) \rangle_{T_s}$ 和 $\langle i(t) \rangle_{T_s}$ 也近似视为恒值, 则电感电流 $i(t)$ 和电容电压 $v(t)$ 在每周期的第二个工作阶段也可近似为按线性规律变化, 其变化的斜率分别为 $\frac{\langle v_g(t) \rangle_{T_s} - \langle v(t) \rangle_{T_s}}{L}$ 和 $\frac{\langle i(t) \rangle_{T_s}}{C} - \frac{\langle v(t) \rangle_{T_s}}{RC}$, 如图 1-8 所示。

通过对理想 Boost 变换器在一个开关周期内的两个工作阶段的分析, 得到电感电压的分段表达式 [式 (1-17) 和式 (1-21)] 与电容电流的分段表达式 [式 (1-18) 和式 (1-22)]。据此可以进一步得到电感电压与电容电流在一个开关周期内的平均值。首先分析电感电压 $v_L(t)$, 根据式 (1-6) 有

$$\langle v_L(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} v_L(\tau) d\tau = \frac{1}{T_s} \left(\int_t^{t+dT_s} v_L(\tau) d\tau + \int_{t+dT_s}^{t+T_s} v_L(\tau) d\tau \right) \quad (1-23)$$

将式 (1-17) 与式 (1-21) 代入式 (1-23) 得

$$\langle v_L(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \left[\int_t^{t+dT_s} \langle v_g(\tau) \rangle_{T_s} d\tau + \int_{t+dT_s}^{t+T_s} (\langle v_g(\tau) \rangle_{T_s} - \langle v(\tau) \rangle_{T_s}) d\tau \right] \quad (1-24)$$

若进一步认为 $\langle v_g(t) \rangle_{T_s}$ 与 $\langle v(t) \rangle_{T_s}$ 在一个开关周期内近似恒定, 则由式 (1-24) 可得

$$\langle v_L(t) \rangle_{T_s} = d(t) \langle v_g(t) \rangle_{T_s} + d'(t) (\langle v_g(t) \rangle_{T_s} - \langle v(t) \rangle_{T_s}) \quad (1-25)$$

$$d'(t) = 1 - d(t) \quad (1-26)$$

$\langle v_L(t) \rangle_{T_s}$ 如图 1-8(a) 所示。

再根据式 (1-6) 有

$$\begin{aligned} \langle v_L(t) \rangle_{T_s} &= \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} v_L(\tau) d\tau = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} L \frac{di(\tau)}{d\tau} d\tau \\ &= L \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} i(\tau) d\tau \right) = L \frac{d}{dt} \langle i(t) \rangle_{T_s} \end{aligned} \quad (1-27)$$

可见, 电感电压与电流的平均变量之间仍保持着电感电压与电流瞬时值关系的形式。将式 (1-27) 代入式 (1-25) 可得

$$L \frac{d \langle i(t) \rangle_{T_s}}{dt} = \langle v_g(t) \rangle_{T_s} - d'(t) \langle v(t) \rangle_{T_s} \quad (1-28)$$

式 (1-25) 将电感电压的分段函数合成了一个用平均变量表达的统一表达式, 式 (1-28) 将平均变量间的关系更进一步地表达为一阶微分方程的形式。

同理, 根据电容电流的分段表达式 (1-18) 与式 (1-22), 运用相同的分析方法也可以得到电容电流平均值的表达式为

$$\langle i_C(t) \rangle_{T_s} = d(t) \left(-\frac{\langle v(t) \rangle_{T_s}}{R} \right) + d'(t) \left(\langle i(t) \rangle_{T_s} - \frac{\langle v(t) \rangle_{T_s}}{R} \right) = d'(t) \langle i(t) \rangle_{T_s} - \frac{\langle v(t) \rangle_{T_s}}{R} \quad (1-29)$$

以及

$$C \frac{d \langle v(t) \rangle_{T_s}}{dt} = d'(t) \langle i(t) \rangle_{T_s} - \frac{\langle v(t) \rangle_{T_s}}{R} \quad (1-30)$$

$\langle i_C(t) \rangle_{T_s}$ 如图 1-8 (b) 所示。

至此已经得到理想 Boost 变换器中各电压与电流平均变量间的关系。

式 (1-28) 与式 (1-30) 可以视为理想 Boost 变换器的平均变量状态方程, 但却是一组非线性状态方程, 各平均变量与控制量 $d(t)$ 中同时包含着直流分量与低频小信号分量。为此, 若要对变换器的性能进行严格的数学分析, 必然涉及到求解非线性微分方程, 这是很困难的。在实际工程应用中, 通常采取一种近似的分析方法, 即遵循 1.2.1 小节最初提出的非线性问题线性化的基本思路, 寻找变换器的静态工作点, 在工作点处进行线性化处理。实现这一思路的具体方法是将平均变量中的直流分量与交流小信号分量分离开来, 用直流分量描述变换器的稳态解, 即变换器的静态工作点, 用交流小信号分量描述变换器在静态工作点处的动态性能。

二、分离扰动

对于变换器中变量 $x(t)$ 的平均变量 $\langle x(t) \rangle_{T_s}$, 可以将其分解为直流分量 X 与交流小信号分量 $\hat{x}(t)$ 两项之和, 即

$$\langle x(t) \rangle_{T_s} = X + \hat{x}(t) \quad (1-31)$$

$$\hat{x}(t) = x_m \cos \omega_g t \quad (1-32)$$

式中: x_m 为小信号的幅值; ω_g 为小信号的角频率。

对 Boost 变换器的输入变量 $v_g(t)$ 及状态变量 $i(t)$ 、 $v(t)$, 应用上述分解方法有

$$\begin{cases} \langle v_g(t) \rangle_{T_s} = V_g + \hat{v}_g(t) \\ \langle i(t) \rangle_{T_s} = I + \hat{i}(t) \\ \langle v(t) \rangle_{T_s} = V + \hat{v}(t) \end{cases} \quad (1-33)$$

式中: V_g 、 I 和 V 为对应变量的直流分量; $\hat{v}_g(t)$ 、 $\hat{i}(t)$ 和 $\hat{v}(t)$ 为对应变量的交流分量。

由于控制变量 $d(t)$ 中也含有同频的交流成分 [见式 (1-2)], 因此 $d(t)$ 也应分解为稳态值 D 与交流量 $\hat{d}(t)$ 之和, 即

$$d(t) = D + \hat{d}(t) \quad (1-34)$$

为了保证在静态工作点处对变换器所作的线性化处理不会引入较大的误差, 要求电路中各变量的交流分量的幅值必须远远小于相应的直流分量, 这是能够对变换器应用小信号分析方法的第三个重要前提条件, 也称为小信号假设, 可以用下式表示

$$|\hat{x}(t)| \ll |X| \quad (1-35)$$

当 Boost 变换器满足小信号假设时, 变换器中的各变量应满足

$$|\hat{v}_g(t)| \ll |V_g|, |\hat{i}(t)| \ll |I|, |\hat{v}(t)| \ll |V|, |\hat{d}(t)| \ll |D| \quad (1-36)$$

在此前提下, 将式 (1-33), 式 (1-34) 代入式 (1-28) 和式 (1-30), 使状态方程中的平均变量分解为相应的直流分量与小信号分量之和, 并考虑到

$$d'(t) = 1 - d(t) = 1 - (D + \hat{d}(t)) = D' - \hat{d}(t) \quad (1-37)$$

$$D' = 1 - D \quad (1-38)$$