

Experiments of Construction Materials

建筑工程材料实验

● 钱匡亮 主 编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

建筑工程材料实验

钱匡亮 主编



ZHEJIANG UNIVERSITY PRESS

浙江大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

建筑工程材料实验 / 钱匡亮主编. — 杭州: 浙江大学出版社, 2009.3

ISBN 978-7-308-06525-2

I. 建… II. 钱… III. 建筑材料—实验—高等学校—教材 IV. TU5—33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2009) 第 007957 号

建筑工程材料实验

钱匡亮 主编

责任编辑 余健波

封面设计 刘依群

出版发行 浙江大学出版社

(杭州市天目山路 148 号 邮政编码 310028)

(E-mail: zupress@mail.hz.zj.cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>

<http://www.press.zju.edu.cn>)

电话: 0571-88925592, 88273066 (传真)

排版 杭州中大图文设计有限公司

印刷 杭州浙大同力教育彩印有限公司

开本 787mm×1092mm 1/16

印张 7

字数 170 千

版印次 2009 年 3 月第 1 版 2009 年 3 月第 1 次印刷

书号 ISBN 978-7-308-06525-2

定价 12.00 元

版权所有 翻印必究 印装差错 负责调换

浙江大学出版社发行部邮购电话 (0571) 88925591

此为试读, 需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

内容提要

本书介绍了常用建筑工程材料实验的典型试验项目,主要内容有数据处理,材料基本概念,试验机原理及操作实验,材料的基本性能实验,混凝土用砂、石的基本性能实验,水泥、混凝土掺合料的基本性能实验,新拌混凝土和硬化混凝土的基本性能实验,混凝土无损检测实验,墙体材料实验,金属材料实验,沥青、沥青混合料实验等内容。

本书采用最新国家或行业标准,可作为建筑工程相关专业的本科实验教学的教材,也可作为从事建筑工程施工、检测、科研工作专业人员的参考书。

前 言

建筑工程材料实验是建筑工程材料课程中重要的实践性教学环节,也是结构工程、道路与桥梁工程、市政工程等专业的专业基础实验课程。

本书为建筑工程材料实验教材,是建筑工程材料教材的配套用书,在编写时注重了实验技术的科学性和完整性,强化了误差分析、数据处理以及基本概念,也强调了实验技术的实用性和规范性,采用了现行的国家或行业标准,法定的计量单位。

本书由钱匡亮编写,钱晓倩审稿。由于科学技术水平的进步和生产条件的不断发展,应注意各种材料标准或规范的修订动态,以作相应修改。此外,由于编者水平所限,对于书中疏漏和不当之处,恳请读者和同行给予指正并提出宝贵意见。

编 者
2008 年 12 月

目 录

第一章	实验数据的处理	1
第二章	试验机及操作实验	12
第三章	材料的基本性质实验	20
第四章	水泥实验	29
第五章	粉煤灰实验	42
第六章	砂、石实验	44
第七章	混凝土外加剂实验	55
第八章	混凝土实验	65
第九章	墙体材料实验	76
第十章	砂浆实验	80
第十一章	钢材实验	84
第十二章	沥青实验	88
第十三章	沥青混合料实验	91
第十四章	混凝土无损检测实验	95
参考文献		103

第一章 实验数据的处理

建筑工程材料实验是通过各种仪器设备或工具和方法对材料的一些物理量进行测量,获取所需要的数据和信息,并由此确定材料的特性及其在工程应用中的适用性。由于测量过程是在一定的环境条件下,借助设备或工具,按照一定的方法进行,因此,人员、环境条件、设备、工具、方法等因素必然会对测量结果产生影响,从而导致测量结果与被测对象客观实际之间存在一定的差异,该差异称之为误差。

误差是不可避免的客观存在,因此,对于测量结果,通常采用误差理论、最小二乘法、数理统计学原理等理论和方法进行综合分析处理,剔除异常数据,查找产生误差的原因,采取有效的方法或措施以尽量减小误差,得到最接近于客观实际的数据并鉴定其准确度。在实际的实验或测试工作中,通常采用试验条件和操作步骤规范化、重复(平行)试验、多种方法试验、多种计算方法复核或数理统计处理数据的方法,以减小测量结果和计算结果的误差并控制其在一定的范围内,使最终结果达到科研或工程应用的要求。

第一节 误差理论

一、误差的表示方法

误差是测量值与被测者真值之间的差,是评定精度的尺度,误差越小则表示测量精度越高。测量误差可以用两种方法表示,即绝对误差和相对误差。

(一)真值

真值是指观测量本身具有的真实大小,既是客观存在的,也是理想的概念,但在实际应用时,却是不知道或者是无法确定的。因此,在实际测量中一般采用两种方法表示真值:一是用满足规定精确度的测量值代替真值,如高一精度等级的标准测力环所测得的测量值作为真值;二是以测量次数足够大时的测量值的算术平均值代替真值。

(二)绝对误差 δ

绝对误差指测量值与真值之差。令真值为 x_0 , 测量值为 x , 则有

$$\delta = x - x_0$$

(三)相对误差 ϵ

相对误差指绝对误差与真值之间的比值,一般用百分比($\%$)表示。

$$\epsilon = \frac{\delta}{x_0} \times 100\%$$

如比较三种方法测量精度的差异,某两种方法测量 20℃ 温度,误差为±0.5℃ 和±1℃,若有第三种方法测试 50℃ 温度的误差为±2℃,显然,根据绝对误差的大小可知,第一种方法的测量精度高于第二种,但对于第三种方法则只能通过计算相对误差来评定其与前面两种方法的精度差异。

$$\begin{aligned} e_1 &= \frac{\delta}{x_0} \times 100\% = \frac{\pm 0.5}{20} \times 100\% = \pm 2.5\% \\ e_2 &= \frac{\delta}{x_0} \times 100\% = \frac{\pm 1}{20} \times 100\% = \pm 5\% \\ e_3 &= \frac{\delta}{x_0} \times 100\% = \frac{\pm 2}{50} \times 100\% = \pm 4\% \end{aligned}$$

通过相对误差的比较可见,第一种方法测量精度最高,第三种方法测量精度次之,第二种方法测量精度最低。

因此,对于相同的被测量,绝对误差可以评定其测量精度的高低,但对于不同的被测量和不同的物理量,用相对误差评定测量精度的高低更为确切。

二、误差的类型

(一) 根据性质和特点分

由于在测量的过程中,产生误差的因素众多,因此可根据性质和特点,分为系统误差(经常误差)、随机误差(偶然误差)和粗大误差(过失误差)。

1. 系统误差

系统误差是指在同一测量条件下,多次测量同一物理量时,绝对值和正负号都不变或在条件改变时按一定规律变化的误差。系统误差是由某些固定的原因造成,在整个测量过程中始终有规律地存在。系统误差可按出现规律分为不变系统误差和变化系统误差。

不变系统误差:误差大小和方向始终不变。如游标卡尺的零位不准确,力传感器未进行零位调校等。

变化系统误差:误差的大小和方向按确定的规律变化,可分为线性系统误差、周期性系统误差和复杂规律变化的系统误差。如压力机仪表盘示值与真值之间、温度计与温度真值之间的误差。

如力传感器仪表显示值和真值之间的系统误差,见表 1-1。

表 1-1 系统误差示例

真值 (kN)	不变系统误差		变化系统误差	
	显示值(kN)	误差(kN)	显示值(kN)	误差(kN)
0	3.00	3.0	0.00	0.0
20	23.0	3.0	18.2	-1.8
40	43.0	3.0	39.5	-0.5
60	63.0	3.0	60.1	+0.1
80	83.0	3.0	80.8	+0.8
100	103	3.0	101	+1.0

2. 随机误差

随机误差是指在同一测量条件下,多次测量同一物理量时,绝对值和正负号以不可预定的方式变化的误差。如测量环境的温湿度变化、仪器仪表中传动部件的间隙和摩擦、操作人员操作上差异都会导致随机误差。

测量某一物理量时,随着测量次数的增加,随机误差具有显著的统计规律性,通常服从正态分布。

3. 粗大误差

粗大误差是指超出在规定条件下预期的误差。如由于测量者的疏忽大意造成的读错刻度、记错数据、计算错误,环境条件如温度、湿度的突然改变,使用了有缺陷的仪器设备等,都会导致粗大误差产生。

粗大误差的特点在于误差值通常较大,明显歪曲测量结果,在数据处理时应分析其产生的原因并予以剔除。

(二) 根据误差的来源分

在测量过程中,按误差产生可以分为测量装置误差、环境误差、方法误差、人员误差。

1. 测量装置误差

测量装置误差是指测量装置的原理、构造、制造、安装、附件等自身带有的误差。如仪器刻度不均匀,天平砝码质量偏差等。

2. 环境误差

环境误差是指各种环境因素与规定的标准状态不一致,以及在测量过程中环境因素前后不一致而引起的测量装置和测量对象自身变化所造成的误差。如水泥标准稠度试验中温度、湿度产生较大变化导致测量结果的变化;其他如气压、振动、照明、磁场的影响等。

3. 方法误差

方法误差是指测量方法或数学处理方法不完善所带来的误差。如采用排水的方法测量材料的体积时,由于材料表面孔隙以及水中气泡的影响,必然存在一定的误差;以测量直径的方法计算圆柱体截面积时, π 取值的不同,也将引起误差。

4. 人员误差

人员误差是指测量人员因感官的差异、固有习惯的读数等导致的误差。如测量人员在读数时习惯性地偏向某个方向,就会使读数偏高或偏低。

第二节 数据处理

在处理实验数据时,应尽可能地将系统误差和粗大误差消除。多数随机误差都服从正态分布,因此,在数据处理中正态分布的误差理论具有十分重要的地位。

一、常用的数字特征和正态分布

(一) 算术平均值 $\bar{x}$

算术平均值是随机误差的分布中心,在测量过程中通常以其作为最终测量结果,是实验

数据处理中最常用的值。

对真值为 x_0 的某物理量进行了 n 次等精度测量,测量值分别为 $x_1, x_2, \dots, x_n$, 含有的随机误差为 $\hat{\delta}, \hat{\delta}, \dots, \hat{\delta}_n$, 其算术平均值和随机误差分别为:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = x_0 + \frac{\sum \hat{\delta}}{n}$$

$$\hat{\delta} = x_i - \bar{x}$$

当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时, $\bar{x} = x_0$, 因此, 算术平均值也称为最或然值或最可靠值。

(二) 加权平均值 $\bar{x}_p$

加权平均值是指将各测量值乘以相应的单位数求和得到总体值, 再除以总的单位数。单位数也叫权数。如砂石坚固性试验中的质量损失百分率的结果处理, p 即为 x_p 。

$$p = \frac{\partial_1 p_1 + \partial_2 p_2 + \partial_3 p_3 + \partial_4 p_4}{\partial_1 + \partial_2 + \partial_3 + \partial_4} \times 100\% = \frac{\sum \partial_i p_i}{\sum \partial_i} \times 100\%$$

p ——试样的总质量损失百分率;

p_i ——不同公称粒径试样的质量损失百分率;

∂_i ——不同公称粒径试样占总质量的百分率, 权数。

(三) 中值 $\tilde{x}$

将各测量值按照大小次序排列后, 排在中间的数据为中值。如某些高分子防水材料断裂拉伸强度试验中, 试验结果取三次试验结果的中值。

(四) 极差 ω_h

测量值中最大值和最小值之差即为极差。

$$\omega_h = x_{\max} - x_{\min}$$

(五) 绝对偏差 d

测量值中各值和平均值之差即为绝对偏差。

$$d = x_i - \bar{x}$$

(六) 相对偏差 d_r

绝对偏差与平均值之百分比即为相对偏差。

$$d_r = \frac{d_i}{\bar{x}} \times 100\%$$

(七) 平均偏差 $\bar{d}$

绝对偏差绝对值的平均值即为平均偏差。

$$\bar{d} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + \dots + |x_n - \bar{x}|}{n} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

(八) 标准差 σ 或 S

标准差是反映一组数据离散程度最常用的一种量化形式, 标准差越小, 说明测量结果对于算术平均值的分散度越小, 数据可靠性越高, 测量精度越高, 正态分布曲线表现越陡。对于总体而言, 标准差以 σ 表示, 对于有限次的测量, 所求的标准差以 S 表示。

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

$$S = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \cdots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

如烧结多孔砖抗压强度试验中以一组 10 块砖抗压强度进行计算评定,按下式计算标准差 S :

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f_i - \bar{f})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (f_i - \bar{f})^2}$$

$\bar{f}$ ——10 块砖的抗压强度平均值;

f_i ——单块砖的抗压强度测定值。

(九) 变异系数 C_v 或 δ

变异系数是标准差与平均值之比,反映测量结果相对的波动大小,变异系数越小,说明测量结果越均匀。

$$C_v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \quad \text{或} \quad C_v = \frac{S}{\bar{x}}$$

如烧结多孔砖抗压强度试验中变异系数 $\delta(C_v)$ 为:

$$\delta = \frac{S}{\bar{f}}$$

(十) 正态分布

1. 正态分布的特征

(1) 曲线形态呈钟型,在对称轴的两侧曲线上各有一个拐点。拐点至对称轴的距离等于标准差 σ 。

(2) 曲线以测量数据的平均值为对称轴。即小于平均值和大于平均值出现的概率相等。平均值附近出现的概率最高,离对称轴越远出现的概率越小。

(3) 曲线与横坐标之间围成的面积为总概率 100%,对称轴两侧的面积各为 50%。

(4) 若曲线高而窄,则标准差越小,测量数据越集中于平均值附近,波动性越小;反之,波动性越大。

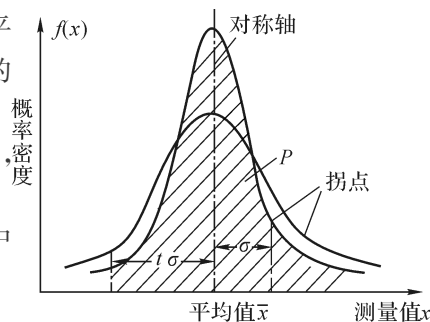


图 1-1 正态分布曲线

2. 正态分布密度函数及概率

正态分布的概率密度函数为:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

设 $t = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$, 则函数可转化为标准正态分布函数:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$$

则在正态分布曲线上,任意两个数据 x_1, x_2 之间的测量结果出现的概率 P 为:

$$P(x_1 \leq x \leq x_2) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} dx$$

在标准正态分布曲线上,自 t 至 $+\infty$ 之间所出现的测量结果出现的概率 P 为:

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_t^{+\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

实际测量或计算过程中,可根据 t 值查表 1-2 获得概率 P 。

表 1-2 标准正态分布概率

t	0.00	0.50	0.80	0.84	1.00	1.04	1.20	1.28	1.40	1.50	1.60
$P(\%)$	50.0	69.2	78.8	80.0	84.1	85.1	88.5	90.0	91.9	93.3	94.5
t	1.645	1.70	1.75	1.81	1.88	1.96	2.00	2.05	2.33	2.50	3.00
$P(\%)$	95.0	95.5	96.0	96.5	97.0	97.5	97.7	98.0	99.0	99.4	99.87

如混凝土配合比设计规范中规定,为使混凝土实际平均强度大于等于设计强度等级的保证率达到 95% 以上,此时相应的保证率系数 $t = 1.645$,则在配置混凝土过程中:

$$f_{cu,h} = f_{cu,k} + t\sigma = f_{cu,k} + 1.645\sigma$$

$f_{cu,h}$ ——混凝土的配置强度;

$f_{cu,k}$ ——混凝土的设计强度;

σ ——混凝土强度的标准差,根据生产单位或施工单位的生产或施工水平和混凝土设计强度等级确定。

二、有效数字与数据运算

(一)有效数字和有效位数

1.含有误差的任何近似数,从第一位有效数字(非零)起到最末一位数字止的所有数字,不论是否为零,都叫有效数字,有效数字的位数叫有效位数。如表 1-3:

表 1-3 有效位数示例

数值	15	105	150	15.0	0.015	0.0105	0.0150	15×10^3	1.50×10^3
有效位数(位)	2	3	3	3	2	3	3	2	3

2.测量结果中,最末一位有效数字取到哪一位由测量精度所决定,即最末一位有效数字应与测量精度是同一量级,多取数据的位数并不能减小测量误差。测量结果保留的位数原则:最末一位有效数字是不可靠的,而倒数第二位有效数字是可靠的。如用测量精度为 0.01mm 的千分尺测量长度时,测读出长度为 10.252mm,则结果可表示为 $10.25 \pm 0.01\text{mm}$ 。

3.实际检测工作中,最末有效数字取到哪一位首先满足第 2 条,但在标准或规范明确规定修约要求时,应根据要求再作修约。

(二)数值修约规则

测量或计算得到的数据,在有效位数后面的数字应按照国家标准的要求进行取舍处理,即为修约。

1. 修约间隔

修约间隔是确定修约保留位数的一种方式,修约间隔的数值一经确定,修约值应为该数值的整数倍。若指定修约间隔为 0.1,则修约值为 0.1 的整数倍,相当于将数值修约到一位

小数。在建筑工程材料试验标准中,修约间隔常以精确到一定的数值表示。如砂筛分试验中试样称量,精确至 1g,单次细度模数计算结果,精确至 0.01;砂石表观密度试验结果,精确至 $10\text{kg}/\text{m}^3$;钢筋拉伸试验中强度试验结果,精确至 5MPa 等等。

2. 进舍规则

进舍规则简单地讲就是“四舍五入,奇进偶不进”。即拟舍去数字的最左边一位若小于 5 则舍去,大于 5(5 后面有非“0”数字)则进 1;等于 5(5 后面没有数字或均为“0”)则看“5”前面的数字,为奇数则进 1,为偶数则不进。

3. 连续修约和负数修约

拟修约数值不得连续修约,只应进行一次修约。

负数修约先以其绝对值按规则进行修约,完成后在修约值前加负号。

4. 0.5 单位修约和 0.2 单位修约

0.5 单位修约可将拟修约数乘以 2,按进舍规则进行修约,所得数再除以 2 即可。

0.2 单位修约可将拟修约数乘以 5,按进舍规则进行修约,所得数再除以 5 即可。

具体修约的示例见表 1-4。

表 1-4 修约的示例

试验项目	拟修约数值	修约要求	修约规则	修约过程	修约值
水泥抗折强度 (MPa)	6.72	修约至 0.1MPa	进舍规则	—	6.7
	6.78			—	6.8
	6.751			—	6.8
	6.651			—	6.7
	6.75			—	6.8
	6.65			—	6.6
钢筋屈服强度 (MPa)	356.0	修约至 5MPa	0.5 单位(每单位 为 10)修约	$356 \times 2 = 712$ 修约成 710 除以 2	355
	358.0			$358 \times 2 = 716$ 修约成 720 除以 2	360
	357.5			$357.5 \times 2 = 715$ 修约成 720 除以 2	360
	362.5			$362.5 \times 2 = 725$ 修约成 720 除以 2	360

(三)数值运算规则

在近似数运算中,所有参与运算的数据,在有效数字后可多保留一位数字作为参考数字。

1. 加减运算:各运算数据以小数位数最少的数据位数为准,其余各数据可多取一位小数,最后结果与小数位数最少的数据小数位相同。如:

$$105.2 + 21.85 + 3.141 - 0.425 \approx 105.2 + 21.85 + 3.14 - 0.42 = 129.77 \approx 129.8$$

2. 乘除运算:各运算数据以有效位数最少的数据位数为准,其余各数据可多取一位小数,最后结果与有效位数最少的数据有效位相同。如:

$$15.224 \times 3.1 \approx 15.2 \times 3.1 = 47.12 \approx 47$$

三、粗大误差(异常值)的判别处理准则

异常值指测量数据中的个别值,其值显著偏离其余的测量数据,通常由粗大误差所引起。对于异常值,一般处于数据的两端,可称为高端值或低端值。对测量数据中的异常值需要进行研究和处理,常用的准则有 3σ 准则、肖维纳准则、格拉布斯准则、罗曼诺夫斯基准则、狄克逊准则等等。

(一) 3σ 准则(莱以特准则)

在测量数据中,如只根据正态分布的随机误差,绝对偏差 $d = x_i - \bar{x}$ 落在 $\pm 3\sigma$ 以外的概率只有 0.27%,故若某数据落在此范围以外,可判定为含有粗大误差,而作为可疑数据舍去。

对一组测量数据,计算出其算术平均值 $\bar{x}$ 和标准差 σ (实际测量中以 S 替代)。若某试验数据 x_i 满足 $|x_i - \bar{x}| > 3S$,则认为该数据含有粗大误差,作为可疑数据舍去。该方法要求数据量足够大。

(二) 肖维纳(Chauvenet) 准则

对一组测量数据,计算出其算术平均值 $\bar{x}$ 和标准差 S 。若某数据 x_i 满足 $|x_i - \bar{x}| \geq k_n S$,则认为该数据含有粗大误差,作为可疑数据舍去。 k_n 为肖维特系数,与试验数据量 n 有关,可查相关表获得。

(三) 格拉布斯(Grubbs) 准则

对一组测量数据,计算出其算术平均值 $\bar{x}$ 和标准差 S ,并根据显著性水平 α 和数据量 n 查表得到格鲁布斯系数 g_0 。某数据 x_i ,若 $g^{(i)} = \frac{|x_i - \bar{x}|}{S} \geq g_0$,则认为该数据含有粗大误差,作为可疑数据舍去。

(四) 罗曼诺夫斯基准则(t 检验准则)

对一组测量数据,找出可疑数据 x_i ,计算出其余数据的算术平均值 $\bar{x}$ 和标准差 S ,若该可疑数据 x_i 满足 $|x_i - \bar{x}| > kS$,则认为该数据含有粗大误差,作为可疑数据舍去。 t 分布的检验系数 k 可根据显著性水平 α 和数据量 n 查相关表获得。

如在实验数据处理过程或实际工作中需要用到以上准则,可查阅相关误差分析和数据处理的文献资料。

此外,在多数的试验标准和规范中,根据不同的产品特性以及要求,试验结果的数据处理均有明确的规定。如水泥胶砂抗折强度结果取值:抗折强度结果取 3 个试件抗折强度的算术平均值,且当 3 个强度值中有一个超过平均值的 $\pm 10\%$ 时,应予剔除,取其余两个的平均值;如有 2 个强度值超过平均值的 10% 时,应重做试验。砂浆抗压强度结果取值:以 6 个试件所测值的算术平均值作为抗压强度值,且当 6 个试件的最大值或最小值与平均值之差超过 20% 时,以中间 4 个试件的平均值作为抗压强度值。

第三节 一元线性回归及回归效果的检验

在实验过程中,测得的物理量(变量)之间可能存在一定的关系,可通过函数的方式加

以表达,如材料中应力与应变的关系 $\sigma = E \cdot \varepsilon$,水泥标准稠度用水量与试锥下沉深度的关系 $P = 33.4 - 0.185S$,建立的物理量之间的函数即回归方程。通常回归分析方法包括三个步骤:(1)确定函数类型;(2)求回归参数;(3)研究回归方程的可信程度。

两个变量之间最简单的关系是直线相关,函数为一元线性的直线方程,形式为:

$$y = a + bx$$

y ——因变量;

x ——自变量;

a, b ——回归参数。

一、一元线性回归方法

1. 图解法

将 $n(n \geq 3)$ 对测量数据 (x_i, y_i) 标点在坐标上,在标点区绘制一条直线,使多数点位于或接近直线,且均匀地分布在直线的两侧,此直线便可近似地作为回归直线,回归参数 a 为直线与纵坐标的坐标值, b 为直线的斜率。如超声法检测混凝土裂缝深度不跨缝时,换能器内边缘距离 $l'(y)$ 与声时 $t(x)$ 的测试结果见表 1-5。

表 1-5 换能器内边缘距离 l' 与声时 t 的关系

距离 $l'(\text{mm})$	100	150	200	250	300	350
声时 $t(\mu\text{s})$	40.0	57.0	69.0	80.0	94.0	115.0

以 l' 为纵坐标, t 为横坐标作图,并绘制直线,直线与 y 轴交点坐标为 $(0, a)$,故 $a = -37.4$,

直线的斜率 $b = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{300 - 50}{96 - 24.5} = 3.50$

则两个变量的直线关系为:

$$l' = a + bt = -37.4 + 3.50t$$

2. 平均值法

将表 1-5 中的数据按平均值法求解两个变量的直线关系。将数据分为两组分别代入一元线性方程 $l' = a + bt$,得到:

$$100 = a + 40b$$

$$250 = a + 80b$$

$$150 = a + 57b$$

$$300 = a + 94b$$

$$200 = a + 69b$$

$$350 = a + 115b$$

求和

$$450 = 3a + 166b$$

$$900 = 3a + 289b$$

可得: $a = -52.4$ $b = 3.66$

则两个变量的直线关系为:

$$l' = a + bt = -52.4 + 3.66t$$

3. 最小二乘法

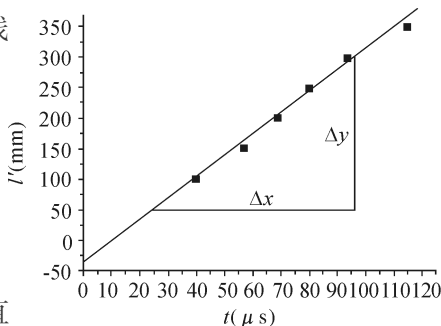


图 1-2 换能器内边缘距离 l' 与声时 t 的关系

最小二乘法的原理为使获得的直线与测量值之间偏差的平方和最小。即 $E = \sum d^2 = \sum (y_i - a - bx_i)^2$ 最小,故应满足:

$$\frac{\partial E}{\partial a} = -2 \sum (y_i - a - bx_i) = 0$$

$$\frac{\partial E}{\partial b} = -2 \sum (y_i - a - bx_i) x_i = 0$$

故可得:

$$a = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \bar{y} - b\bar{x}$$
$$b = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{l_{xy}}{l_{xx}}$$

将表 1-5 中的数据按最小二乘法求解两个变量的直线关系。计算过程见表 1-6。

表 1-6 最小二乘法计算过程表

$x_i(t)$	$y_i(l_i')$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$
40.0	100	-35.8	1281.64	-125	15625	4475
57.0	150	-18.8	353.44	-75	5625	1410
69.0	200	-6.8	46.24	-25	625	170
80.0	250	4.2	17.64	25	625	105
94.0	300	18.2	331.24	75	5625	1365
115.0	350	39.2	1536.64	125	15625	4900
$\sum x_i = 455$ $\bar{x} = 75.8$	$\sum y_i = 1350$ $\bar{y} = 225$	—	$l_{xx} = 3566.84$	—	$l_{yy} = 43750$	$l_{xy} = 12425$

可得:

$$b = \frac{l_{xy}}{l_{xx}} = \frac{12425}{3566.84} = 3.48$$
$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 225 - 3.48 \times 75.8 = -38.8$$

则两个变量的直线关系为:

$$l' = a + bt = -38.8 + 3.48t$$

在实际数据处理时,最小二乘法可以采用 Excel、Origin 等软件直接计算并得到两个变量的直线关系方程。

二、回归效果的检验

1. 相关系数的显著性

回归的直线方程可反映两个变量之间的关系,但两者之间的线性关系是否密切以及密切程度,可以用相关系数 ρ 来衡量, ρ 的绝对值越大,则回归效果越好。

$$\rho = \frac{l_{xy}}{\sqrt{l_{xx} l_{yy}}} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

如根据表 1-6 中最小二乘法计算结果,得到相关系数:

$$\rho = \frac{l_{xy}}{\sqrt{l_{xx} l_{yy}}} = \frac{12425}{\sqrt{3566.84 \times 43750}} = 0.995$$

样本量 $n = 6, n - 2 = 4$, 当显著性水平 $\alpha = 0.01$ 时, 可查相关系数检验表, 得到相关系数达到显著的最低值为 0.917。

$0.995 > 0.917$, 可见得到的两个变量的直线关系密切, 以回归直线表示两者之间的关系是有益的。

2. 回归直线方程的精度

根据回归方法获得的两个变量的直线关系方程, 其回归精度可用剩余标准差 s 来反映, 其值越小, 则回归精度越高。

$$s = \sqrt{\frac{l_{yy} - bl_{xy}}{n - 2}} = \sqrt{\frac{Q}{n - 2}}$$

对前面三种回归方法得到的直线方程的回归精度进行比较。

图解法 $l' = -37.4 + 3.50t$

平均值法 $l' = -52.4 + 3.66t$

最小二乘法 $l' = -38.8 + 3.48t$

计算过程见表 1-7。

表 1-7 回归直线方程的精度计算过程表

$x_i(t)$	$y_i(l_i')$	图解法			平均值法			最小二乘法		
		y	$y_i - y$	$(y_i - y)^2$	y	$y_i - y$	$(y_i - y)^2$	y	$y_i - y$	$(y_i - y)^2$
40.0	100	102.60	-2.60	6.76	94.00	6.00	36.00	100.40	-0.40	0.16
57.0	150	162.10	-12.10	146.41	156.22	-6.22	38.69	159.56	-9.56	91.39
69.0	200	204.10	-4.10	16.81	200.14	-0.14	0.02	201.32	-1.32	1.74
80.0	250	242.60	7.40	54.76	240.40	9.60	92.16	239.60	10.40	108.16
94.0	300	291.60	8.40	70.56	291.64	8.36	69.89	288.32	11.68	136.42
115.0	350	365.10	-15.10	228.01	368.50	-18.50	342.25	361.40	-11.40	129.96
$\sum$	—	—	—	523.31	—	—	579.01	—	—	467.83

三种方法的剩余标准差为

$$\text{图解法} \quad s = \sqrt{\frac{Q}{n - 2}} = \sqrt{\frac{523.31}{6 - 2}} = 11.4$$

$$\text{平均值法} \quad s = \sqrt{\frac{Q}{n - 2}} = \sqrt{\frac{579.01}{6 - 2}} = 12.0$$

$$\text{最小二乘法} \quad s = \sqrt{\frac{Q}{n - 2}} = \sqrt{\frac{467.83}{6 - 2}} = 10.8$$

可见, 最小二乘法是回归分析方法中回归精度较高的方法。